

chapitre 5 : STATISTIQUES

I. Tableau effectifs/fréquences + Graphiques (rappels)

1. Vocabulaire

Lors d'une enquête, on a demandé aux élèves de 4ème D combien ils ont de prénoms :

- Maya : 2	- Max : 1	- Bilbon : 4
- Pauline : 1	- Song : 2	- Joseph : 4
- Hermione : 3	- Walid : 3	- Aissata : 2
- Fabien : 3	- Fredo : 2	- Ninon : 4
- Wagan : 3	- Paul : 4	- Farah : 3
- Moussa : 2	- Karim : 4	- Angélique : 4
- Céline : 3	- Moukrad : 1	- Assitan : 2
- Pedro : 2	- Prospère : 2	- Gandalf : 2
- Alice : 3	- Mireille : 3	- Dobby : 2
- Lisa : 2	- Kilian : 3	- Neo : 2

Autrement dit :

2 ; 1 ; 3 ; 3 ; 3 ; 2 ; 3 ; 2 ; 3 ; 2 ; 1 ; 2 ; 3 ; 2 ; 4 ;
4 ; 1 ; 2 ; 3 ; 3 ; 4 ; 4 ; 2 ; 4 ; 3 ; 4 ; 2 ; 2 ; 2 ; 2 .

<u>VOCABULAIRE</u>	
Cette liste de valeurs obtenue s'appelle une série statistique	
Population étudiée : Classe de 4ème D	Les valeurs relevées du caractère sont : 1, 2, 3 et 4
Caractère étudié : Nombre de prénom	Effectif total : 30

2. Effectifs, fréquences, fréquences en %

Cette **série statistique** est beaucoup plus lisible sous forme d'un **tableau des effectifs et des fréquences** :

Nombre de prénoms	1	2	3	4	Total	
Effectifs	3	12	9	6	30	<div>Effectif total</div> <div>↓</div> <div>÷ 30</div> <div>↻</div> <div>× 100</div>
Fréquences	$\frac{3}{30} = 0,1$	0,4	0,3	0,2	1	
Fréquences en %	10	40	30	20	100	

Tableau 1

Définitions :

- L'**effectif** d'une valeur est le nombre de fois où cette valeur apparaît dans la série statistique.
- L'**effectif total** est le nombre total de données dans la liste.
- La **fréquence** d'une valeur est le **quotient de son effectif par l'effectif total** :

$$FRÉQUENCE = \frac{EFFECTIF}{EFFECTIF TOTAL}$$

3. Effectifs cumulés et fréquences cumulées

Il peut être pratique de calculer les **effectifs cumulés** et **fréquences cumulées** :

Nombre de prénoms	1	2	3	4	Total
Effectifs	3	12	9	6	30
Effectifs cumulés croissants (ECC)	3	15	24	30	30
Fréquence en %	10	40	30	20	100
Fréquence en % cumulée croissante (FCC)	10	50	80	100	100

Tableau 2

Question 1 : Combien d'élèves de 4^{ème} D ont au plus 3 prénoms (3 prénoms ou moins) ?

24 élèves ont au plus 3 prénoms

Question 2 : Quel pourcentage d'élèves de 4^{ème} D ont au plus 2 prénoms (2 prénoms ou moins) ?

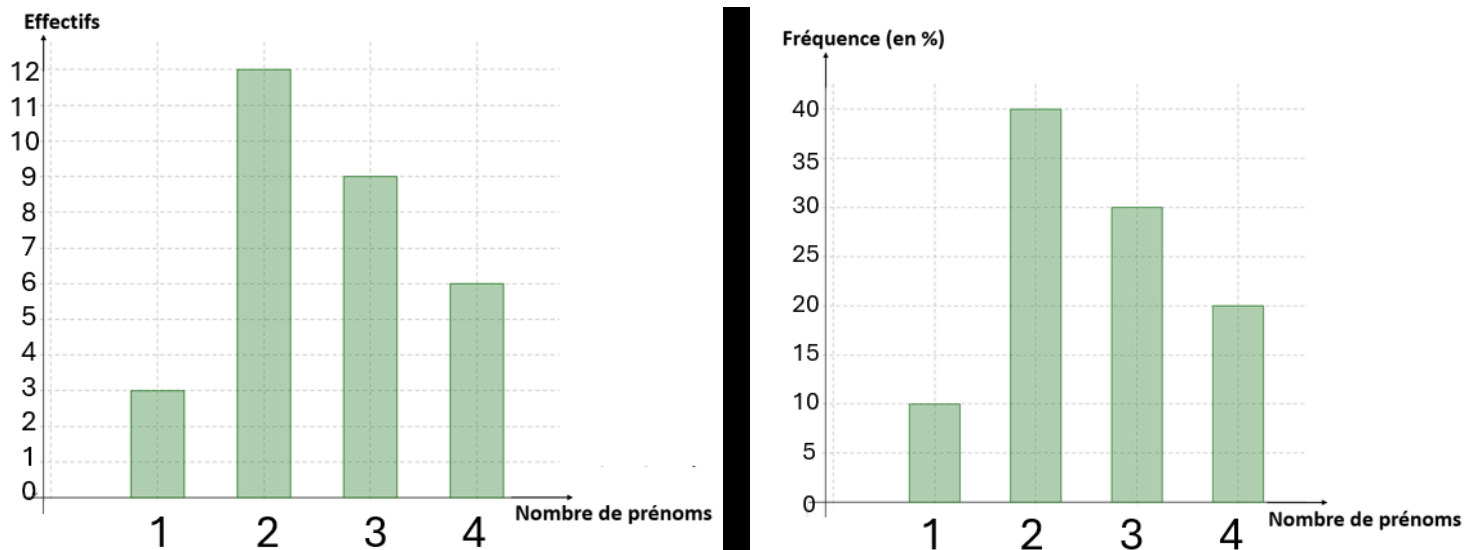
50 % des élèves ont au plus 2 prénoms

4. Représentations graphiques

Il est possible de représenter les résultats obtenus dans le tableau à l'aide de **graphiques**.

Cette représentation **facilite la lecture des résultats** et **permet de comparer rapidement des résultats**.

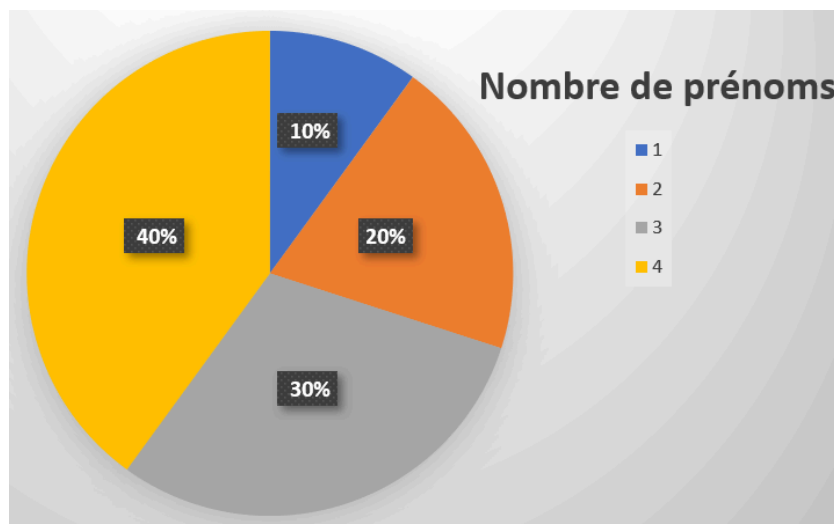
■ Le diagramme en bâton :



■ Le diagramme circulaire :

Nombre de prénoms	1	2	3	4	Total
Fréquence (en %)	10	40	30	20	100
Angle	36°	144°	108°	72°	360°

$$\frac{10}{100} \times 360 = 10 \times 360 \div 100 = 36^\circ$$



II. Regroupement de données en classes (rappels)

1. Regroupent en classes

On a relevé la taille (en m) des joueurs d'un club de rugby :

1,92 1,79 1,80 1,94 1,85 1,79 1,84 1,90 1,84 1,88 1,76 1,83
1,82 1,85 1,80 1,78 1,91 1,88 1,97 1,75 1,93 1,93 1,97 1,92

Dans ce cas-ci, il est préférable d'organiser les données **en plusieurs classes** (d'une même **amplitude de 5 cm** ici)

Taille t (en m)	$1,75 \leq t < 1,80$ ou $[1,75 ; 1,80[$	$1,80 \leq t < 1,85$ $[1,80 ; 1,85[$	$1,85 \leq t < 1,90$ $[1,85 ; 1,90[$	$1,90 \leq t < 1,95$ $[1,90 ; 1,95[$	$1,95 \leq t < 2$ $[1,95 ; 2[$	Total
Effectif	5	6	4	6	3	24
Fréquence (en %)	21	25	17	25	12	100

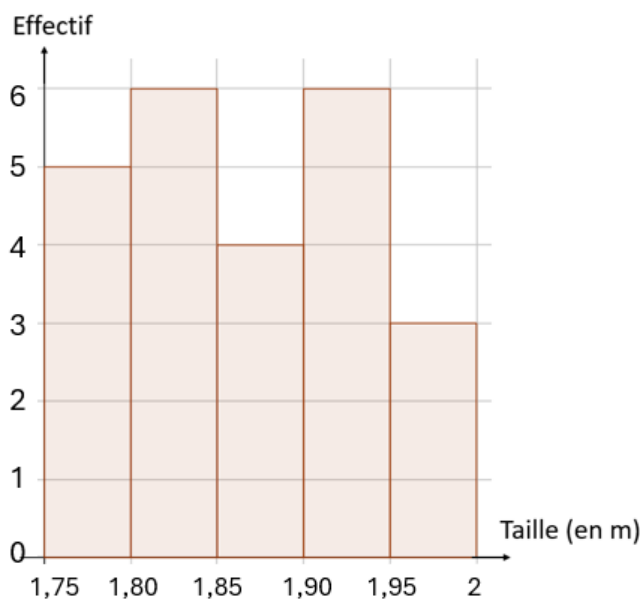
Question :

Quelle proportion de joueurs mesurent entre 1,75 m (inclus) et 1,80 m (exclus) ? **21 %**

2. Représentation graphique

Pour représenter les résultats d'un tableau dont les données sont **regroupées en classes**, on peut construire un **histogramme**.

■ L'histogramme :



Question :

Combien de joueurs mesurent entre 1,95 m (inclus) et 2 m (exclus) ?

3 joueurs

III. Moyenne

1. Moyenne simple

Définition : La **moyenne** d'une série statistique est égale à la **somme des valeurs de cette série divisée** par l'effectif total.

Exemple : Notes de Noémie en espagnol (1^{er} trimestre) : 12 - 14 - 5 - 11 - 13
Noémie souhaite calculer sa moyenne en espagnol au 1^{er} trimestre.

$$m = \frac{12 + 14 + 5 + 11 + 13}{5} = \frac{55}{5} = 11$$

Noémie a obtenu une **moyenne de 11** en espagnol au 1^{er} trimestre.

2. Moyenne pondérée

Définition : La **moyenne** d'une série statistique est égale à la **somme des valeurs de cette série divisée** par l'effectif total.

Exemple : Voici un tableau qui présente les pointures de chaussures de 12 adolescentes.

Pointure	36	37	38	39
Effectif	2	5	2	3

$$m = \frac{36 \times 2 + 37 \times 5 + 38 \times 2 + 39 \times 3}{2 + 5 + 2 + 3} = \frac{450}{12} = 37,5$$

La moyenne de ces pointures est **37,5**

Remarques importantes :

- La moyenne est **toujours comprise entre les valeurs extrêmes** de la série.
Si ce n'est pas le cas, il y a une erreur de calcul quelque part . . .

- Le calcul d'une moyenne simple ou d'une moyenne pondérée sont en réalité des calculs exactement identiques.

Sauf que la première (simple) s'appuie sur les valeurs d'une liste et la deuxième (pondérée) s'appuie sur des valeurs d'un tableau avec effectifs associés.

IV. Médiane

Définition : Les valeurs d'une série statistique étant rangées dans l'ordre croissant, la **médiane** est un nombre M tel que :

- **au moins la moitié** des valeurs de la série sont inférieures ou égales à M
- **au moins la moitié** des valeurs de la série sont supérieures ou égales à M

Détermination en pratique de la médiane :

Exemple 1 : Effectif total **impair**

9 ; 12 ; 14 ; 15 ; **16** ; 17 ; 21 ; 24 ; 26
4 valeurs médiane 4 valeurs

Dans ce cas, on prend pour médiane la 5ème valeur :

$$M = 16$$

Au moins 50 % des valeurs de la série sont inférieures ou égales à 16

Au moins 50 % des valeurs de la série sont supérieures ou égales à 16

Exemple 2 : Effectif total **pair**

7 ; 9 ; 11 ; 14 ; 15 ; 16
3 valeurs 3 valeurs

Dans ce cas, on prend pour médiane la moyenne entre la 3ème et la 4ème valeur :

$$M = \frac{11 + 14}{2} = 12,5$$

50 % des valeurs de la série sont inférieures ou égales à 12,5

50 % des valeurs de la série sont supérieures ou égales à 12,5

Remarque très importante : Il ne faut surtout pas confondre moyenne et médiane !

Avec un exemple :

Selon l'INSEE, en France en 2021 :

- le **salaire moyen** est de 2 238 € net
- le **salaire médian** est de 1 789 € net

1) Interpréter ces deux résultats.

Correction :

Salaire moyen → En moyenne, en France, une personne gagne 2 238 € net !

Autrement dit, **si on prenait tous les salaires et qu'on les redistribuait** à chaque personne qui travaille, **on donnerait à chaque personne 2 238 € net**.

Salaire médian → **Au moins 50 % des français gagnent moins de 1 789 € net !**

2) Quelle information est la plus représentative du salaire net perçu par les français ?

Correction :

C'est le salaire médian qui est le plus représentatif car il donne une idée réelle du salaire d'environ 50 % des français les plus pauvres !

Alors que le salaire moyen ne donne pas vraiment une idée de la répartition des salaires ...

V. Etendue

Définition : L'étendue d'une série statistique est la différence entre la plus grande et la plus petite des valeurs de cette série.

Exemples :

- Avec une série statistique (liste de valeurs) :

Notes de Noémie en espagnol : 12 ; 14 ; 5 ; 11 ; 13

$$\begin{aligned} e &= 14 - 5 \\ &= 9 \end{aligned}$$

- Avec une série statistique organisée sous forme de tableau des effectifs :

Pointure	36	37	38	39
Effectif	2	5	2	3

$$\begin{aligned} e &= 39 - 36 \\ &= 3 \end{aligned}$$

⚠ Attention dans un tableau, à ne pas faire le calcul avec les effectifs mais bien avec les valeurs prises par le caractère étudié !!

Remarque importante : L'étendue traduit la dispersion des valeurs de la série statistique, plus elle est grande plus les valeurs de la série statistique sont **dispersées** ("étalées"), plus elle est petite plus les valeurs de la série statistique sont **concentrées**.

À la fin du chapitre, JE SAIS :

- Construire le tableau des effectifs, fréquences, fréquences en % d'une série statistique.
- Lire et interpréter un graphique, diagramme en bâton, diagramme circulaire ou histogramme.
- Calculer et interpréter la moyenne simple ou la moyenne pondérée d'une série statistique.
- Calculer et interpréter la médiane d'une série statistique.
- Calculer et interpréter l'étendue d'une série statistique.