chapitre 1 : ARITHMÉTIQUE (1)

I. Divisibilité

1. Division euclidienne (rappel)

Définition :
Soient a et b deux entiers naturels, avec b non nul.

Effectuer la division euclidienne de **a** par **b**, c'est déterminer les deux entiers naturels **q** et **r** tels que

$$a = bq + r \text{ avec } 0 \leq r < b.$$

L'entier « **a** » est appelé le **dividende** de cette division, « **b**» le **diviseur**, « **q** » le **quotient** et « **r** » le **reste**.

Exemples :
La division euclidienne de 155 par 4 :

$155 = 4 \times 38 + 3$ (et $3 < 4$)

$$\begin{array}{r|l} 155 & 4 \\ \hline 35 & 38 \longrightarrow \text{Quotient} \\ \text{Reste} \longleftarrow 3 & \end{array}$$

La division euclidienne de 232 par 5 :

2. Multiples et diviseurs

Définition :
Soient a et b deux entiers naturels.
On dit que **b** est un **diviseur de a**, ou que **b divise a**, ou encore que **a** est **divisible par b**, si le reste **r** de la division euclidienne de **a** par **b** est nul ($r = 0$).

$$a = b \times q$$

On dit également que **a** est un **multiple de b**.

Exemples :

28 = **4** x 7 donc

4 un diviseur de 28
7 est un diviseur de 28
28 est divisible par 4
28 est divisible par 7
28 est un multiple de 4
28 est un multiple de 7

48 = 8 x 6

Remarques :

- Tout entier naturel est un diviseur de 0
- Tout entier naturelles un diviseur de lui-même
- 1 est un diviseur de tout entier naturel
- 0 n'est pas un diviseur (on ne divise jamais par 0 !)

Critères de divisibilité (Rappels) :

Un nombre entier est **divisible** :

→ **par 2**, s'il est pair, c'est-à -dire si son chiffre des unités est 0 ; 2 ; 4 ; 6 ou 8.

→ **par 5**, si son chiffre des unités est 0 ou 5.

→ **par 10**, si son chiffre des unités est 0.

→ **par 3**, si la somme de ses chiffres est multiple de 3.

Exemples : 735 est divisible par 3 car 7 + 3 + 5 = 15 et 15 = 3 x 5
1 296 est divisible par 3 car 1 + 2 + 9 + 6 = 18 et 18 = 3 x 6

→ **par 9**, si la somme de ses chiffres est un multiple de 9.

Exemples : 3 411 est divisible par 9 car 3 + 4 + 1 + 1 = 9 et 9 = 9 x 1
723 n'est pas divisible par 9 car 7 + 2 + 3 = 12 et 12 n'est pas un multiple de 9

→ **par 4**, si le nombre formé par les chiffres des dizaines et des unités est un multiple de 4.

Exemples : 2<u>16</u> est divisible par 4 car 16 = 4 x 4
3 850 5<u>88</u> est divisible par 4 car 88 = 4 x 22

3. Nombres premiers

Définition :
On appelle **nombre premier** tout entier naturel possédant exactement deux diviseurs : 1 et lui-même.

Autrement dit, si on prend que des facteurs entiers naturels, il s'écrit uniquement comme le produit du 1 et lui-même.

Exemples : 2 = 2 x 1 donc 2 est un nombre premier
3 = 3 x 1 donc 3 est un nombre premier
5 = 5 x 1 donc 5 est un nombre premier
9 = 3 x 3 donc 9 N'EST PAS un nombre premier
(et il possède 3 diviseurs : 1; 3 et 9)

Remarque importante :
Les 25 nombres premiers inférieurs à 100 sont :
2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 ; 17 ; 19 ; 23 ; 29 ; 31 ; 37 ; 41 ; 43 ; 47 ; 53 ; 59 ; 61 ; 67 ; 71; 73 ; 79 ; 83 ; 89 ; 97.

À la fin du chapitre, JE SAIS :

- Utiliser le vocabulaire en lien avec la division euclidienne (dividende, diviseur, quotient, reste, diviseur de.. , divisible par.., multiple de …)
- Poser une division euclidienne pour prouver qu'un nombre est ou n'est pas divisible par un autre.
- Utiliser les critères de divisibilités (par 2; 5; 10; 3; 9 et 4)
- Définir un nombre de premier et identifier des nombres premiers