

chapitre 3 : LES PUISSANCES

I. Puissance d'un nombre

1. Exemple et Définition

3 à la puissance 4	5 à la puissance 3	0 à la puissance 6	1 à la puissance 5	9 à la puissance 1	-3 à la puissance 4
3^4	5^3	0^6	1^5	9^1	$(-3)^4$
$3 \times 3 \times 3 \times 3$	$5 \times 5 \times 5$	$0 \times 0 \times 0 \times 0 \times 0 \times 0$	$1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1$	9	$(-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3)$
81	125	0	1	9	81

Définition :

a^n se lit "a puissance n" ou "a exposant n"

n est un nombre entier appelé l'exposant

Si n **positif**, $a^n = a \times a \times a \times \dots \times a$ avec n facteurs a

2. Cas particuliers

$a^1 = a$ pour tout nombre a

$a^0 = 1$ pour tout nombre a

$0^n = 0$ pour tout nombre entier n

$1^n = 1$ pour tout nombre entier n

3. Attention aux signes !

Règle des du nombre de facteurs négatifs appliquée aux puissances :

- ❑ Si a est négatif et n pair, alors a^n est positif.
- ❑ Si a est négatif et n impair, alors a^n est négatif.

Exemples :

$$(-3)^2 = (-3) \times (-3) = 9$$

$$(-3)^3 = (-3) \times (-3) \times (-3) = -27$$

 **Ne pas confondre :**

$$(-3)^4 = (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) = 81$$

$$\text{et : } -3^4 = -3 \times 3 \times 3 \times 3 = -81$$

4. Puissances d'exposant négatif

Notation :

$$a^{-1} = \frac{1}{a} \text{ C'est donc une autre notation de l'inverse de } a.$$

$$\text{De façon générale : } a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

Exemples :

$$5^{-1} = \frac{1}{5}$$

$$(-3)^{-2} = \frac{1}{(-3)^2} = \frac{1}{9}$$

II. Règles de calcul des puissances

Pour a un nombre quelconque et n, p des entiers relatifs :

Propriété 1 :

$$a^n \times a^p = a^{n+p}$$

Exemples : $2^3 \times 2^4 = 2^{3+4} = 2^7$

$$10^{-3} \times 10^5 = 10^{-3+5} = 10^2$$

Propriété 2 :

$$\frac{a^n}{a^p} = a^{n-p}$$

Exemples : $\frac{6^4}{6} = 6^{4-1} = 6^3$

$$\frac{10^{-5}}{10^{-2}} = 10^{-5-(-2)} = 10^{-5+2} = 10^{-3}$$

Propriété 3 :

$$(a^n)^p = a^{n \times p}$$

Exemples : $(17^2)^3 = 17^{2 \times 3} = 17^6$

$$(10^{-3})^4 = 10^{-3 \times 4} = 10^{-12}$$



NE PAS INVENTER DES PROPRIÉTÉS :

$$10^2 + 10^1 \neq 10^{2+1} \text{ et } 10^2 - 10^1 \neq 10^{2-1}$$

Propriété 4 :

$$a^n \times b^n = (a \times b)^n$$

Exemples : $2^5 \times 3^5 = (2 \times 3)^5 = 6^5$

Propriété 5 :

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

Exemples : $\frac{6^{-2}}{11^{-2}} = \left(\frac{6}{11}\right)^{-2}$

III. Puissances de 10 et écriture scientifique

1. Les puissances de 10

Règle :

Il est très facile de passer de la forme 10^n à son écriture décimale.

De façon générale :

$$10^n = \underbrace{10 \times 10 \times 10 \times \dots \times 10}_{\text{avec } n \text{ facteurs } 10}$$

$$10^{-n} = \underbrace{0,00\dots01}_{\text{avec } n \text{ zéros}}$$

Exemples :

Écriture décimale ou écriture fractionnaire	10 000	1 000	100	10	1	0,1 $\frac{1}{10}$	0,01 $\frac{1}{100}$	0,001 $\frac{1}{1\,000}$
écriture avec exposant	10^4	10^3	10^2	10^1	10^0	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}
exposant n =	4	3	2	1	0	-1	-2	-3

2. Ecriture scientifique et ordre de grandeur

Définition :

Donner l'**écriture scientifique** d'un nombre, c'est l'écrire sous la forme :

$$a \times 10^n \text{ où } a \text{ est un nombre compris entre 1 et 10 (10 non compris)}$$

La notation scientifique :

$$7,328 \times 10^5$$

↑ ↑
Nombre compris entre 1 et 10 (10 exclu) x une puissance de 10

Remarque (importante) : Mais ***pourquoi*** utiliser cette notation scientifique ?

❑ Pour faire des calculs mêlant de **très grands nombres** (ex : 4 500 0000 000 km) ou de **très petits nombres** (ex : 0,000000432 g).

❑ Pour évaluer un **ordre de grandeur sous la forme** 10^n

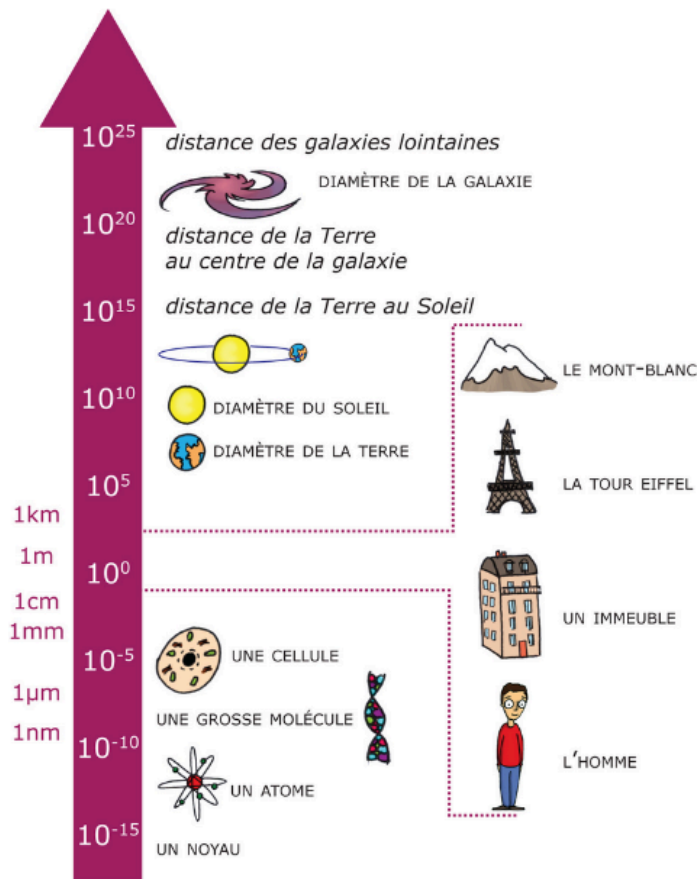
Exemples :

$$A = 8,3 \times 10^6 \approx 10 \times 10^6 \text{ (puisque 8,3 est plus proche de 10 que de 1) donc } A \approx 10^7$$

$$B = 4,56 \times 10^{-7} \approx 1 \times 10^{-7} \text{ (puisque 4,56 est plus proche de 1 que de 10) donc } B \approx 10^{-7}$$

$$C = 9,99 \times 10^{-7} \approx 10 \times 10^{-7} \text{ (puisque 9,99 est plus proche de 10 que de 1) donc } C \approx 10^{-6}$$

Quelques ordres de grandeurs connus (en m) :



3. Préfixes et puissances de 10 (détaillé)


Puissance	Préfixe	symbole	exemple
10^3	kilo-	K	kilogramme
10^6	méga-	M	mégatonne ; mégaoctet
10^9	giga-	G	gigawatt
10^{12}	téra-	T	térawatt (puissance centrale nucléaire)
10^{15}	penta-	P	
10^{18}	exa-	E	
10^{21}	zetta-		
10^{24}	yotta-		masse Neptune $\approx 10^{26}$ Kg
10^{-3}	milli-	m	millilitre
10^{-6}	micro-	µ	microgramme
10^{-9}	nano-	n	nanomètre (taille des virus)
10^{-12}	pico-	p	picomètre (atomes)
10^{-15}	femto-	f	femtomètre
10^{-18}	atto-	a	structure de la matière: ex :
10^{-21}	zepto-		masse électron : $9,1 \times 10^{-31}$ Kg
10^{-24}	yocto-	

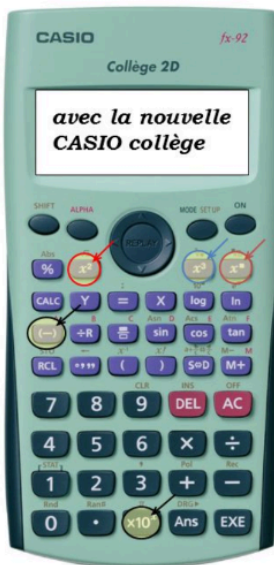
Exemples :

$$1,03 \text{ km} = 1,03 \times 10^3 \text{ m}$$

$$0,12 \text{ µg} = 1,2 \times 10^{-1} \times 10^{-9} \text{ g} = 1,2 \times 10^{-10} \text{ g}$$

$$64 \text{ Go} = 6,4 \times 10^1 \times 10^9 \text{ o} = 6,4 \times 10^{10} \text{ o}$$

Utiliser sa  pour calculer une puissance ou entrer un nombre en écriture scientifique.



LES CALCULS ÉLÉMENTAIRES:

puissance, ... , ... ,
écriture scientifique ...

Elever un nombre **au carré** : 3^2

$3 \times x^2 \text{ EXE} \rightarrow 9$

Elever un nombre **au cube** : 2^3

$2 \times x^3 \text{ EXE} \rightarrow 8$

Elever un nombre à **une autre puissance** : 3^4

$3 \times x^y 4 \text{ EXE} \rightarrow 81$

Entrer un nombre
en **écriture scientifique** :

$2,5 \times 10^5 5 \rightarrow 2,5 \times 10^5$

$42,5 \times 10^x (-) 3 \rightarrow 42,5 \times 10^{-3}$

À la fin du chapitre, JE SAIS :

- Calculer avec des puissances
- Ecrire un nombre avec son écriture scientifique
- Établir un ordre de grandeur
- Faire le lien entre préfixes d'unités (kilo k, hecto h ...) et puissances de 10