chapitre 3 : LES PUISSANCES

I. Puissance d'un nombre

1. Exemple et Définition

3 à la puissance 4	5 à la puissance 3	0 à la puissance 6	1 à la puissance 5	9 à la puissance 1	-3 à la puissance 4
3^4	5^3	0^6	1^5	9^1	$(-3)^4$
3x3x3x3	5x5x5	0x0x0x0x0x0	1x1x1x1x1	9	(-3)x(-3)x(-3)x(-3)
81	125	0	1	9	81

Définition :

a^n se lit "a puissance n" ou "a exposant n"

n est un nombre entier appelé l'exposant

$a^n = a \times a \times a \times ... \times a$ avec n facteurs a

2. Cas particuliers

$a^1 = a$ pour tout nombre a

$a^0 = 1$ pour tout nombre a

$0^n = 0$ pour tout nombre entier n

$1^n = 1$ pour tout nombre entier n

3. Attention aux signes !

Règle des du nombre de facteurs négatifs appliquée aux puissances :

- Si a est négatif et n pair, alors a^n est positif.
- Si a est négatif et n impair, alors a^n est négatif.

Exemples :

$(-3)^2 = (-3) \times (-3) = 9$

$(-3)^3 = (-3) \times (-3) \times (-3) = -27$

⚠ **Ne pas confondre** :

$(-3)^4 = (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) = 81$

et : $-3^4 = -3 \times 3 \times 3 \times 3 = -81$

4. Puissances d'exposant négatif

Notation :

$a^{-1} = \frac{1}{a}$ C'est donc une autre notation de l'**inverse de** a.

De façon générale : $a^{-n} = \frac{1}{a^{n}}$

Exemples :

$5^{-1} = \frac{1}{5}$

$(-3)^{-2} = \frac{1}{(-3)^2} = \frac{1}{9}$

II. Règles de calcul des puissances

Pour a un nombre quelconque et n, p des entiers relatifs :

Propriété 1 :

$$a^{n} \times a^{p} = a^{n+p}$$

Exemples : $2^{3} \times 2^{4} = 2^{3+4} = 2^{7}$

$10^{-3} \times 10^{5} = 10^{-3+5} = 10^{2}$

Propriété 2 :

$$\frac{a^{n}}{a^{p}} = a^{n-p}$$

Exemples : $\frac{6^{4}}{6} = 6^{4-1} = 6^{3}$

$\frac{10^{-5}}{10^{-2}} = 10^{-5-(-2)} = 10^{-5+2} = 10^{-3}$

Propriété 3 :

$$(a^n)^p = a^{n \times p}$$

Exemples : $(17^2)^3 = 17^{2 \times 3} = 17^6$

$(10^{-3})^4 = 10^{-3 \times 4} = 10^{-12}$

⚠ **NE PAS INVENTER** DES PROPRIÉTÉS :

$10^2 + 10^1 \neq 10^{2+1}$ **et** $10^2 - 10^1 \neq 10^{2-1}$

Propriété 4 :

$$a^n \times b^n = (a \times b)^n$$

Exemples : $2^5 \times 3^5 = (2 \times 3)^5 = 6^5$

Propriété 5 :

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

Exemples : $\dfrac{6^{-2}}{11^{-2}} = \left(\dfrac{6}{11}\right)^{-2}$

III. Puissances de 10 et écriture scientifique

1. Les puissances de 10

Règle :

Il est très facile de passer de la forme 10^n à son écriture décimale.

De façon générale :

$$10^n = \underbrace{10 \times 10 \times 10 \times \ldots \times 10}_{avec\ n\ facteurs\ 10}$$

$$10^{-n} = \underbrace{0,00\ldots01}_{avec\ n\ zéros}$$

Exemples :

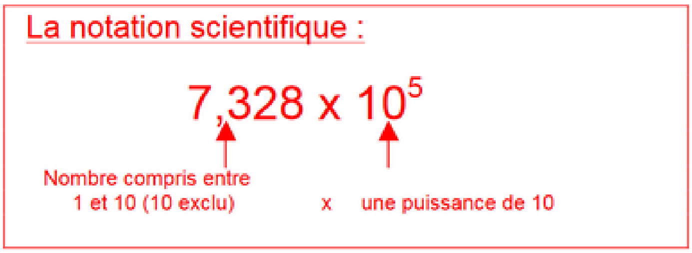
Écriture décimale ou **écriture fractionnaire**	**10 000**	**1 000**	**100**	**10**	1	**0,1** $\frac{1}{10}$	**0,01** $\frac{1}{100}$	**0,001** $\frac{1}{1\,000}$
écriture avec exposant	10^{4}	10^{3}	10^{2}	10^{1}	10^{0}	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}
exposant n =	4	3	2	1	0	-1	-2	-3

2. Ecriture scientifique et ordre de grandeur

Définition :

Donner l'**écriture scientifique** d'un nombre, c'est l'écrire sous la forme :

$a \times 10^{n}$ où a **est un nombre compris entre 1 et 10** (10 non compris)



Remarque (importante) : *Mais **pourquoi** utiliser cette notation scientifique ?*

❑ Pour faire des calculs mêlant de **très grands nombres** (ex : 4 500 0000 000 km) ou de **très petits nombres** (ex : 0,000000432 g).

❑ Pour évaluer un **ordre de grandeur sous la forme** 10^{n}

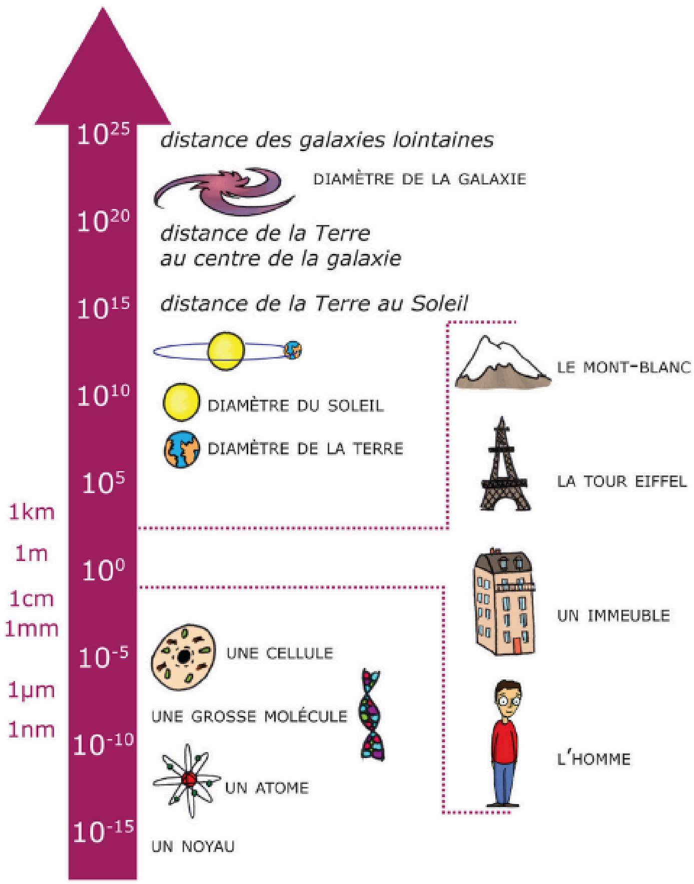
Exemples :

$A = 8,3 \times 10^{6} \approx 10 \times 10^{6}$ (puisque 8,3 est plus proche de 10 que de 1) donc $A \approx 10^{7}$

$B = 4,56 \times 10^{-7} \approx 1 \times 10^{-7}$ (puisque 4,56 est plus proche de 1 que de 10) donc $B \approx 10^{-7}$

$C = 9,99 \times 10^{-7} \approx 10 \times 10^{-7}$ (puisque 9,99 est plus proche de 10 que de 1) donc $C \approx 10^{-6}$

Quelques ordres de grandeurs connus (en m) :



3. Préfixes et puissances de 10 (détaillé)

Puissance	Préfixe	symbole	exemple
10^{3}	kilo-	K	kilogramme
10^{6}	méga-	M	mégatonne ; mégaoctet
10^{9}	giga-	G	gigawatt
10^{12}	téra-	T	térawatt (puissance centrale nucléaire)
10^{15}	penta-	P	
10^{18}	exa-	E	
10^{21}	zetta-		
10^{24}	yotta-		masse Neptune $\approx 10^{26}$ Kg
10^{-3}	milli-	m	millilitre
10^{-6}	micro-	µ	microgramme
10^{-9}	nano-	n	nanomètre (taille des virus)
10^{-12}	pico-	p	picomètre (atomes)
10^{-15}	femto-	f	femtomètre
10^{-18}	atto-	a	structure de la matière: ex :
10^{-21}	zepto-		masse électron : $9{,}1 \times 10^{-31}$ Kg
10^{-24}	yocto-		………..

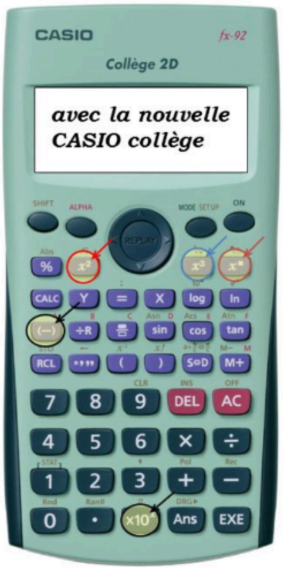
Exemples :

$1,03\ km = 1,03 \times 10^{3}\ m$

$0,12\ \mu g = 1,2 \times 10^{-1} \times 10^{-9}\ g = 1,2 \times 10^{-10}\ g$

$64\ Go = 6,4 \times 10^{1} \times 10^{9}\ o = 6,4 \times 10^{10}\ o$

Utiliser sa calculatrice pour calculer une puissance ou entrer un nombre en écriture scientifique.



LES CALCULS ÉLÉMENTAIRES:
puissance , … , … ,
écriture scientifique …

Elever un nombre ***au carré*** : 3^2

$\boxed{3}\ \boxed{x^2}\ \boxed{EXE} \rightarrow \boxed{9}$

Elever un nombre ***au cube*** : 2^3

$\boxed{2}\ \boxed{x^3}\ \boxed{EXE} \rightarrow \boxed{8}$

Elever un nombre à ***une autre puissance:*** 3^4

$\boxed{3}\ \boxed{x^{\square}}\ \boxed{4}\ \boxed{EXE} \rightarrow \boxed{81}$

Entrer un nombre
en écriture scientifique :

$\boxed{2{,}5}\ \boxed{\times 10^x}\ \boxed{5}$ $\quad 2{,}5 \times 10^5$

$\boxed{42{,}5}\ \boxed{\times 10^x}\ \boxed{(-)}\ \boxed{3}$ $\quad 42{,}5 \times 10^{-3}$

À la fin du chapitre, <u>JE SAIS</u> :

- Calculer avec des puissances
- Ecrire un nombre avec son écriture scientifique
- Établir un ordre de grandeur
- Faire le lien entre préfixes d'unités (kilo k, hecto h …) et puissances de 10