

chapitre 1 : ARITHMÉTIQUE (1)

I. Divisibilité

1. Division euclidienne (rappel)

Définition :

Soient a et b deux entiers naturels, avec b non nul.

Effectuer la **division euclidienne** de a par b , c'est déterminer les deux entiers naturels q et r tels que

$$a = bq + r \text{ avec } 0 \leq r < b.$$

L'entier « a » est appelé le **dividende** de cette division, « b » le **diviseur**, « q » le **quotient** et « r » le **reste**.

Exemples :

La division euclidienne de 155 par 4 :

$$155 = 4 \times 38 + 3 \text{ (et } 3 < 4)$$

$$\begin{array}{r|l} 155 & 4 \\ 35 & 38 \longrightarrow \text{Quotient} \\ \hline \text{Reste} \longleftarrow 3 & \end{array}$$

La division euclidienne de 232 par 5 :

2. Multiples et diviseurs

Définition :

Soient a et b deux entiers naturels.

On dit que b est un **diviseur de a** , ou que b **divise a** , ou encore que a est **divisible par b** , si le reste r de la division euclidienne de a par b est nul ($r = 0$).

$$a = b \times q$$

On dit également que a est un **multiple de b** .

Exemples :

$$28 = 4 \times 7 \text{ donc}$$

4 un diviseur de 28

7 est un diviseur de 28

28 est divisible par 4

28 est divisible par 7

28 est un multiple de 4

28 est un multiple de 7

$$48 = 8 \times 6$$

Remarques :

- Tout entier naturel est un diviseur de 0
- Tout entiers naturels un diviseur de lui-même
- 1 est un diviseur de tout entier naturel
- 0 n'est pas un diviseur (on ne divise jamais par 0 !)

Critères de divisibilité (Rappels) :

Un nombre entier est **divisible** :

→ **par 2**, s'il est **pair**, c'est-à-dire si **son chiffre des unités est 0 ; 2 ; 4 ; 6 ou 8**.

→ **par 5**, si **son chiffre des unités est 0 ou 5**.

→ **par 10**, si **son chiffre des unités est 0**.

→ **par 3**, si **la somme de ses chiffres est multiple de 3**.

Exemples : 735 est divisible par 3 car $7 + 3 + 5 = 15$ et $15 = 3 \times 5$

1 296 est divisible par 3 car $1 + 2 + 9 + 6 = 18$ et $18 = 3 \times 6$

→ **par 9**, si **la somme de ses chiffres est un multiple de 9**.

Exemples : 3 411 est divisible par 9 car $3 + 4 + 1 + 1 = 9$ et $9 = 9 \times 1$

723 n'est pas divisible par 9 car $7 + 2 + 3 = 12$ et 12 n'est pas un multiple de 9

→ **par 4**, si le nombre formé par les chiffres des dizaines et des unités est un multiple de 4.

Exemples : 216 est divisible par 4 car $16 = 4 \times 4$
3 850 588 est divisible par 4 car $88 = 4 \times 22$

II. Nombres premiers

1. Définition et exemples

Définition :

On appelle **nombre premier** tout entier naturel possédant exactement deux diviseurs : 1 et lui-même.

Autrement dit, si on prend que des facteurs entiers naturels, il s'écrit uniquement comme le produit du 1 et lui-même.

Exemples : $2 = 2 \times 1$ donc 2 est un nombre premier
 $3 = 3 \times 1$ donc 3 est un nombre premier
 $5 = 5 \times 1$ donc 5 est un nombre premier
 $9 = 3 \times 3$ donc 9 N'EST PAS un nombre premier
(et il possède 3 diviseurs : 1; 3 et 9)

Remarque importante :

Les 25 nombres premiers inférieurs à 100 sont : **2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 ; 17 ; 19 ; 23 ; 29 ; 31 ; 37 ; 41 ; 43 ; 47 ; 53 ; 59 ; 61 ; 67 ; 71 ; 73 ; 79 ; 83 ; 89 ; 97.**

2. Décomposition d'un nombre en produit de facteurs premiers

Définition :

Décomposer un nombre en **produit de facteurs premiers** c'est l'écrire comme le produit (x) de nombres exclusivement premiers.

Pour cela, on s'aide des tables de multiplications et des critères de divisibilité !

Exemples : Décompose les nombres suivants en produit de facteurs premiers.

Méthode 1 :

$$\begin{aligned} 220 &= 2 \times 110 \\ &= 2 \times 2 \times 55 \\ &= 2 \times 2 \times 5 \times 11 \\ &= 2^2 \times 5 \times 11 \end{aligned}$$

Méthode 2 :

220	2
110	2
55	5
11	11
On peut s'arrêter ! →	1

$$\begin{aligned} 220 &= 2 \times 2 \times 5 \times 11 \\ &= 2^2 \times 5 \times 11 \end{aligned}$$

Méthode 1 :

528 =

Méthode 2 :

Remarque :

Il est évident qu'il n'est pas utile de chercher la décomposition en facteurs premiers d'un nombre premier puisqu'il n'y a pas d'autres diviseurs que : 1 (non premier) et le nombre lui-même.

À la fin du chapitre, JE SAIS :

- Utiliser le vocabulaire en lien avec la division euclidienne (dividende, diviseur, quotient, reste, diviseur de.., divisible par.., multiple de ...)
- Poser une division euclidienne pour prouver qu'un nombre est ou n'est pas divisible par un autre.
- Utiliser les critères de divisibilités (par 2; 5; 10; 3; 9 et 4)
- Définir un nombre de premier et identifier des nombres premiers
- Décomposer un nombre en produit des facteurs premiers