chapitre 5 : LES FRACTIONS

I. Rappels : Qu'est ce qu'une fraction ?

1. Définition d'une fraction

Définition : Une fraction est un quotient d'**entiers**

$$\frac{n}{d}$$

numérateur

dénominateur

Exemples : $\frac{2,5}{4}$ n'est pas une fraction

$\frac{25}{4}$ est une fraction

⚠ Dans toute fraction $\frac{n}{d}$, d doit toujours être différent de 0 !

Une fraction peut être égale un nombre entier, un nombre décimal ou aucun des deux.

Exemples : $\frac{50}{10} = 5$ $\frac{5}{2} = 2,5$ $\frac{1}{3}$ n'a pas d'écriture décimale

2. Comparer des fractions

Règle : Pour savoir si une fraction positive $\frac{n}{d}$ est supérieure ou inférieure à 1, il suffit de **comparer n et d entre eux** :

- ❏ $\frac{n}{d} > 1$ si $n > d$
- ❏ $\frac{n}{d} < 1$ si $n < d$
- ❏ $\frac{n}{d} = 1$ si $n = d$

Exemples : $\dfrac{11}{4} > 1$ puisque $11 > 4$

$\dfrac{3}{5} < 1$ puisque $3 < 5$

Règle : On ne peut comparer deux fractions entre elles que si elles ont **le même dénominateur**.

Exemples : $\dfrac{9}{4} > \dfrac{5}{4}$puisque $9 > 5$

Mais $\dfrac{1}{2}$ et $\dfrac{3}{4}$ ne peuvent pas être comparées sauf si on les met sur le même dénominateur ! (voir II – Fractions équivalentes)

3. Produit en croix (Methode BONUS)

Règle : Le produit en croix (vu en 4ème) peut être utilisé pour savoir si deux fractions sont égales.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad \text{si} \quad a \times d = b \times c$$

Exemples :

$\dfrac{11}{15}$ et $\dfrac{583}{795}$ sont-elles égales ?

$11 \times 795 = 8\,745$ et

$15 \times 583 = 8\,745$

$11 \times 795 = 15 \times 583$

donc $\dfrac{11}{30} = \dfrac{583}{795}$

$\dfrac{22}{30}$ et $\dfrac{358}{795}$ sont-elles égales ?

$22 \times 795 = 17\,490$ et

$30 \times 358 = 10\,740$

$22 \times 795 \neq 30 \times 358$

donc $\dfrac{22}{30} \neq \dfrac{358}{795}$

II. Fractions équivalentes

Propriété : On peut **multiplier ou diviser** le numérateur et le dénominateur par un même nombre non nul sans changer la valeur de la fraction.

$$\frac{n}{d} = \frac{n \times k}{d \times k} \quad \text{et} \quad \frac{n}{d} = \frac{n \div h}{d \div h}$$

Exemples :

$$\frac{3}{5} = \frac{3 \times 2}{5 \times 2} = \frac{6}{10} \quad \text{et} \quad \frac{21}{12} = \frac{21 \div 3}{12 \div 3} = \frac{7}{4}$$

On peut enfin comparer $\frac{1}{2}$ et $\frac{3}{4}$ grâce aux fractions équivalentes !

Exemple :

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \times 2}{2 \times 2} = \frac{2}{4} < \frac{3}{4}$$

$$\text{donc } \frac{1}{2} < \frac{3}{4}$$

Application très importante : *Simplification de fraction en une fraction irréductible*

Méthode pratique : **Simplifier une fraction** c'est en trouver une égale **avec un numérateur et un dénominateur les plus petits possibles** (on dit alors que la fraction est **irréductible** ou encore qu'on ne peut plus la réduire !)

Pour cela on va **diviser** par un diviseur commun le numérateur et le dénominateur en s'aidant des critères de divisibilité et des tables de multiplication.

Exemples :

Rédaction en 5ème

$$\frac{55}{22} = \frac{55 \div 11}{22 \div 11} = \frac{5}{2}$$

$$\frac{63}{27} = \frac{63 \div 9}{27 \div 9} = \frac{7}{3}$$

$$\frac{25}{45} = \frac{25 \div 5}{45 \div 5} = \frac{5}{9}$$

Rédaction en 4ème/3ème :

$$\frac{55}{22} = \frac{5 \times \cancel{11}}{2 \times \cancel{11}} = \frac{5}{2}$$

$$\frac{63}{27} = \frac{\cancel{9} \times 7}{\cancel{9} \times 3} = \frac{7}{3}$$

$$\frac{25}{45} = \frac{\cancel{5} \times 5}{\cancel{5} \times 9} = \frac{5}{9}$$

III. Additionner des fractions

Règle de calcul : Pour **additionner ou soustraire des fractions**, il faut qu'elles aient le **même dénominateur**.
Dans ce cas, on additionne ou on soustrait les numérateurs et on garde le dénominateur commun.

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

$$\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}$$

Exemples :

$$\frac{2}{3} - \frac{1}{3} = \frac{2-1}{3} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{5}{2} + \frac{3}{2} = \frac{5+3}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

Et si les dénominateurs ne sont pas les mêmes ?
On utilise les fractions équivalentes pour les mettre sur le même dénominateur.

$$A = \frac{4}{3} + \frac{7}{15}$$

$$A = \frac{4 \times 5}{3 \times 5} + \frac{7}{15}$$

$$A = \frac{20}{15} + \frac{7}{15}$$

$$A = \frac{20+7}{15}$$

$$A = \frac{27}{15}$$

$$B = \frac{13}{6} - \frac{3}{2}$$

$$B = \frac{13}{6} - \frac{3 \times 3}{2 \times 3}$$

$$B = \frac{13}{6} + \frac{-9}{6}$$

$$B = \frac{13-9}{6}$$

$$B = \frac{4 \div 2}{6 \div 2}$$

$$B = \frac{2}{3}$$

$$C = \frac{5}{4} - \frac{8}{7}$$

$$C = \frac{5 \times 7}{4 \times 7} - \frac{8 \times 4}{7 \times 4}$$

$$C = \frac{35}{28} - \frac{32}{28}$$

$$C = \frac{3}{28}$$

$$D = 2 - \frac{1}{4}$$

$$D = \frac{8}{4} - \frac{1}{4}$$

$$D = \frac{8-1}{4}$$

$$D = \frac{7}{4}$$

À la fin du chapitre, JE SAIS :

- Simplifier des fractions en fractions irréductibles
- Comparer des fractions (= , ≠, < , >)
- Additionner/Soustraire des fractions
- Résoudre des problèmes mettant en jeu des fractions