

# chapitre 3 : LES PUISSANCES

## I. Puissance d'un nombre

### 1. Exemple et Définition

3 à la puissance 4	5 à la puissance 3	0 à la puissance 6	1 à la puissance 5	9 à la puissance 1	-3 à la puissance 4
$3^4$	$5^3$	$0^6$	$1^5$	$9^1$	$(-3)^4$
$3 \times 3 \times 3 \times 3$	$5 \times 5 \times 5$	$0 \times 0 \times 0 \times 0 \times 0 \times 0$	$1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1$	$9$	$(-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3)$
81	125	0	1	9	81

#### Définition :

$a^n$  se lit “ $a$  puissance n” ou “ $a$  exposant n”  
n est un nombre entier appelé l’exposant

Si n positif,  $a^n = a \times a \times a \times \dots \times a$  avec n facteurs  $a$

### 2. Cas particuliers

$$a^1 = a \text{ pour tout nombre } a$$

$$a^0 = 1 \text{ pour tout nombre } a$$

$$0^n = 0 \text{ pour tout nombre entier } n$$

$$1^n = 1 \text{ pour tout nombre entier } n$$

### 3. Attention aux signes !

#### Règle des signes pour les puissances :

- Si  $a$  est négatif et n pair, alors  $a^n$  est positif.
- Si  $a$  est négatif et n impair, alors  $a^n$  est négatif.

#### Exemples :

$$(-3)^2 = (-3) \times (-3) = 9$$

$$(-3)^3 = (-3) \times (-3) \times (-3) = -27$$

#### ⚠ Ne pas confondre :

$$(-3)^4 = (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) = 81$$

$$\text{et: } -3^4 = -3 \times 3 \times 3 \times 3 = -81$$

#### 4. Puissances d'exposant négatif

##### Notation :

$$a^{-1} = \frac{1}{a}$$
 C'est donc une autre notation de l'**inverse de  $a$** .

$$\text{De façon générale : } a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

##### Exemples :

$$5^{-1} = \frac{1}{5}$$

$$(-3)^{-2} = \frac{1}{(-3)^2} = \frac{1}{9}$$

## II. Règles de calcul des puissances

Pour  $a$  un nombre quelconque et  $n, p$  des entiers relatifs :

##### Propriété 1 :

$$a^n \times a^p = a^{n+p}$$

$$\underline{\text{Exemples}} : 2^3 \times 2^4 = 2^{3+4} = 2^7$$

$$10^{-3} \times 10^5 = 10^{-3+5} = 10^2$$

##### Propriété 2 :

$$\frac{a^n}{a^p} = a^{n-p}$$

$$\underline{\text{Exemples}} : \frac{6^4}{6} = 6^{4-1} = 6^3$$

$$\frac{10^{-5}}{10^{-2}} = 10^{-5 - (-2)} = 10^{-5 + 2} = 10^{-3}$$

### Propriété 3 :

$$(a^n)^p = a^{n \times p}$$

Exemples :  $(17^2)^3 = 17^{2 \times 3} = 17^6$

$$(10^{-3})^4 = 10^{-3 \times 4} = 10^{-12}$$

⚠ **NE PAS INVENTER DES PROPRIÉTÉS :**

$$10^2 + 10^1 \neq 10^{2+1} \text{ et } 10^2 - 10^1 \neq 10^{2-1}$$

### Propriété 4 :

$$a^n \times b^n = (a \times b)^n$$

Exemples :  $2^5 \times 3^5 = (2 \times 3)^5 = 6^5$

### Propriété 5 :

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

Exemples :  $\frac{6^{-2}}{11^{-2}} = \left(\frac{6}{11}\right)^{-2}$

## III. Puissances de 10 et écriture scientifique

### 1. Les puissances de 10

#### Règle :

Il est très facile de passer de la forme  $10^n$  à son écriture décimale.

De façon générale :

$$10^n = \underbrace{10 \times 10 \times 10 \times \dots \times 10}_{\text{avec } n \text{ facteurs 10}}$$

$$10^{-n} = \underbrace{0,00\dots 01}_{\text{avec } n \text{ zéros}}$$

## Exemples :

<b>Écriture décimale ou écriture fractionnaire</b>	10 000	1 000	100	10	1	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1\,000}$
<b>écriture avec exposant</b>	$10^4$	$10^3$	$10^2$	$10^1$	$10^0$	$10^{-1}$	$10^{-2}$	$10^{-3}$
<b>exposant n =</b>	4	3	2	1	0	-1	-2	-3

## 2. Ecriture scientifique et ordre de grandeur

### Définition :

Donner l'**écriture scientifique** d'un nombre, c'est l'écrire sous la forme :

$$a \times 10^n \text{ où } a \text{ est un nombre compris entre 1 et 10 (10 non compris)}$$

### La notation scientifique :

$$7,328 \times 10^5$$

↑                      ↑  
 Nombre compris entre      x      une puissance de 10  
 1 et 10 (10 exclu)

**Remarque (importante) :** Mais pourquoi utiliser cette notation scientifique ?

- Pour faire des calculs mêlant de **très grands nombres** (ex : 4 500 000 000 km) ou de **très petits nombres** (ex : 0,000 000 432 g).
- Pour évaluer un **ordre de grandeur sous la forme**  $10^n$

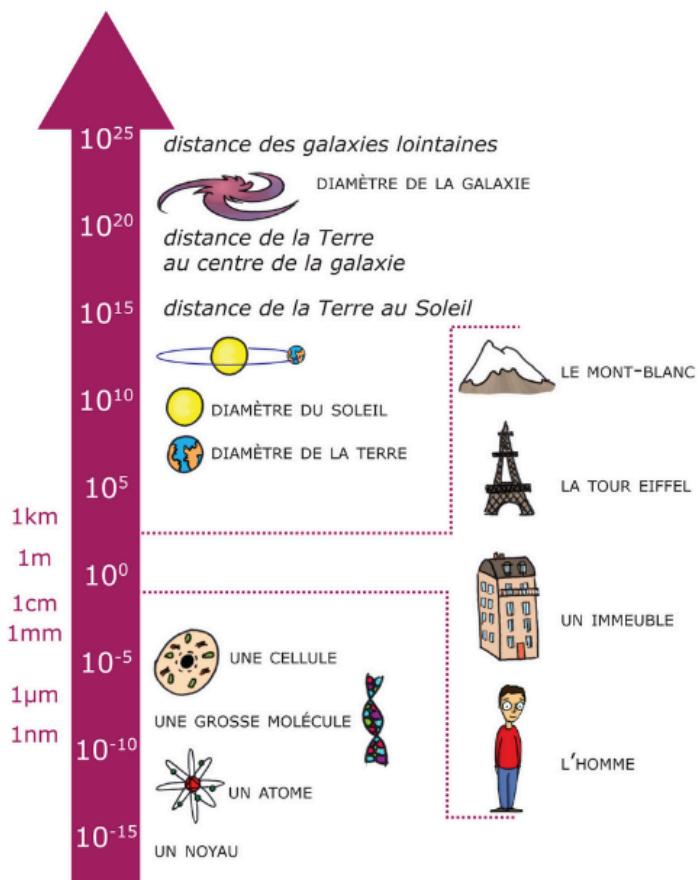
### Exemples :

$$A = 8,3 \times 10^6 \approx 10 \times 10^6 \text{ (puisque 8,3 est plus proche de 10 que de 1) donc } A \approx 10^7$$

$$B = 4,56 \times 10^{-7} \approx 1 \times 10^{-7} \text{ (puisque 4,56 est plus proche de 1 que de 10) donc } B \approx 10^{-7}$$

$$C = 9,99 \times 10^{-7} \approx 10 \times 10^{-7} \text{ (puisque 9,99 est plus proche de 10 que de 1) donc } C \approx 10^{-6}$$

## Quelques ordres de grandeurs connus (en m) :



### 3. Préfixes et puissances de 10 (détailé)

Puissance	Préfixe	symbole	exemple
$10^3$	kilo-	K	kilogramme
$10^6$	méga-	M	mégatonne ; mégoctet
$10^9$	giga-	G	gigawatt
$10^{12}$	téra-	T	térawatt ( puissance centrale nucléaire )
$10^{15}$	penta-	P	
$10^{18}$	exa-	E	
$10^{21}$	zetta-		
$10^{24}$	yotta-		masse Neptune $\approx 10^{26}$ Kg
$10^{-3}$	milli-	m	millilitre
$10^{-6}$	micro-	μ	microgramme
$10^{-9}$	nano-	n	nanomètre ( taille des virus )
$10^{-12}$	pico-	p	picomètre ( atomes )
$10^{-15}$	femto-	f	femtomètre
$10^{-18}$	atto-	a	structure de la matière: ex :
$10^{-21}$	zepto-		masse électron : $9,1 \times 10^{-31}$ Kg
$10^{-24}$	yocto-		.....

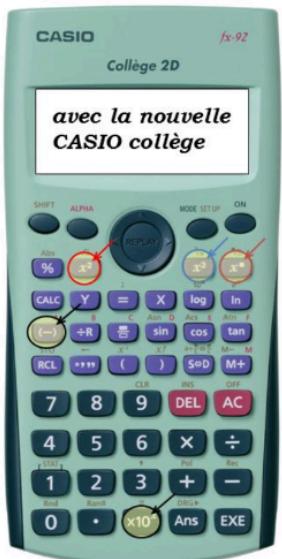
#### Exemples :

$$1,03 \text{ km} = 1,03 \times 10^3 \text{ m}$$

$$0,12 \text{ } \mu\text{g} = 1,2 \times 10^{-1} \times 10^{-6} \text{ g} = 1,2 \times 10^{-7} \text{ g}$$

$$64 \text{ Go} = 6,4 \times 10^1 \times 10^9 \text{ o} = 6,4 \times 10^{10} \text{ o}$$

Utiliser sa  pour calculer une puissance ou entrer un nombre en écriture scientifique.



**LES CALCULS ÉLÉMENTAIRES:**  
puissance, ... , ... ,  
écriture scientifique ...

Elever un nombre **au carré** :  $3^2$

$3 \boxed{x^2} \boxed{\text{EXE}} \rightarrow 9$

Elever un nombre **au cube** :  $2^3$

$2 \boxed{x^3} \boxed{\text{EXE}} \rightarrow 8$

Elever un nombre à **une autre puissance**:  $3^4$

$3 \boxed{x^4} \boxed{4} \boxed{\text{EXE}} \rightarrow 81$

Entrer un nombre  
**en écriture scientifique** :

$2,5 \times 10^5$

$42,5 \times 10^{-3}$

À la fin du chapitre, JE SAIS :

- Calculer avec des puissances
- Ecrire un nombre avec son écriture scientifique
- Etablir un ordre de grandeur
- Faire le lien entre préfixes d'unités (kilo k, hecto h ...) et puissances de 10