

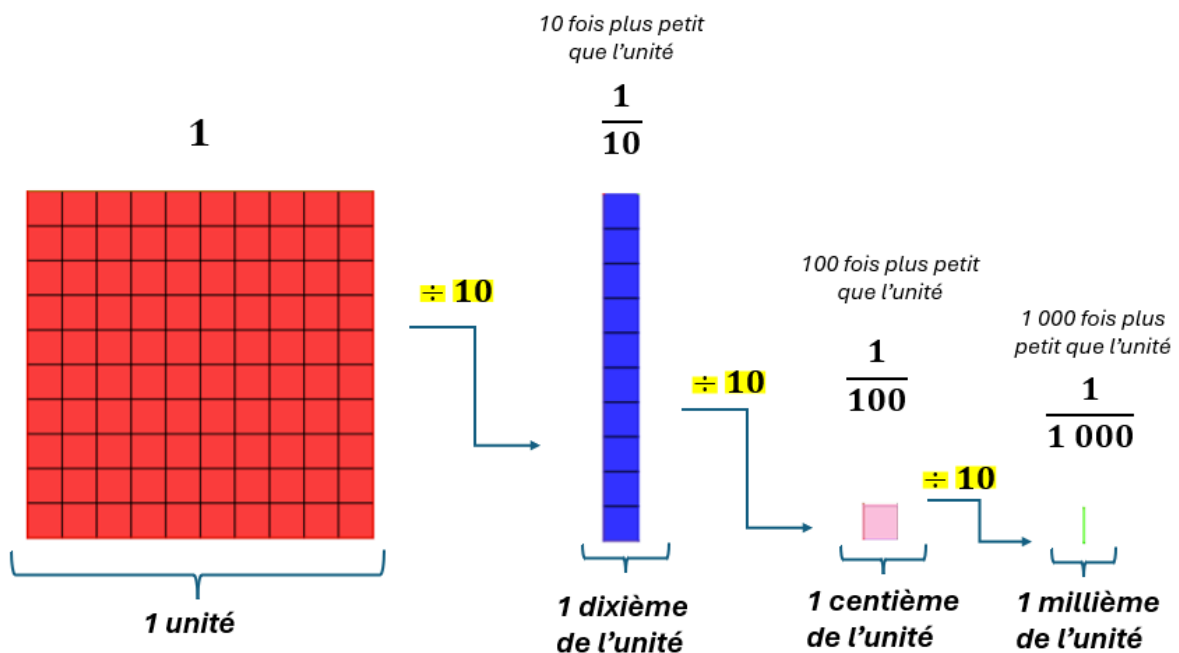
chapitre 8 : LES NOMBRES DÉCIMAUX

I. Fractions décimales

Définition : Une **fraction décimale** est une fraction qui s'écrit avec un dénominateur produit de facteurs 10 (10; 100 ; 1 000 ; ...)

Exemples :

$$\bullet \frac{1}{10} \text{ (un dixième)} \quad \bullet \frac{1}{100} \text{ (un centième)} \quad \bullet \frac{1}{1\,000} \text{ (un millième)} \quad \bullet \frac{1}{10\,000} \text{ (un dix-millième)}$$



Conséquence : $10 \times \frac{1}{10} = \frac{10}{10} = 1$

$$100 \times \frac{1}{100} = \frac{100}{100} = 1$$

$$1\,000 \times \frac{1}{1\,000} = \frac{1\,000}{1\,000} = 1$$

Propriété : Une **fraction décimale** possède différentes écritures.

Exemples :

$$\bullet \frac{10}{10} = \frac{100}{100} = \frac{1\,000}{1\,000} = 1 \quad \bullet \frac{1}{10} = \frac{10}{100} = \frac{100}{1\,000} \quad \bullet \frac{1}{100} = \frac{10}{1\,000} \quad \bullet \frac{27}{100} = \frac{20}{100} + \frac{7}{100} = \frac{2}{10} + \frac{7}{100}$$

II. Ecriture décimale

Définition : Un **nombre décimal** est un nombre qui peut s'écrire sous la forme d'une fraction décimale ou d'une écriture décimale.

Autrement dit, **un nombre décimal possède différentes écritures !**

L'écriture décimale est un **nombre à virgule**, qui a **un nombre fini de chiffres après la virgule**.

Différentes écritures de nombres décimaux :

En lettre	Un dixième	Un centième	Un millième	Treize centièmes	Soixante-cinq millièmes	Deux cent trois dixièmes
Fraction décimale	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$	$\frac{13}{100}$	$\frac{65}{1000}$	$\frac{203}{10}$
Ecriture décimale	0,1	0,01	0,001	0,13	0,065	20,3

Remarque 1 : Les nombres entiers sont des nombres décimaux : (exemple $7 = 7,0$)

Remarque 2 : $0,333333 \dots$ n'est pas un nombre décimal, car il y a une infinité de 3 après la virgule.

III. Décompositions d'un nombre décimal

Vocabulaire : Un **nombre décimal** est égal à la **somme** de sa **partie entière** et de sa **partie décimale**.

Exemple :

$$132,73 = 132 + 0,73$$

↙ ↘
partie entière partie décimale

... x 10 000 x 1 000 x 100 x 10 x 1 x $\frac{1}{10}$ x $\frac{1}{100}$ x $\frac{1}{1000}$

Partie entière									Partie décimale		
Classe des millions			Classe des milliers			Classe des unités					
c	d	u	c	d	u	c	d	u	Dixième : 0,1	Centièmes : 0,01	Millièmes : 0,001
						1	3	2	7	3	

“Des paquets de 10” :

1 centième = 10 millièmes

1 dixième = 10 centièmes = 100 millièmes

1 unité = 10 dixièmes = 100 centièmes = 1 000 millièmes

1 dizaine = 10 unités = 100 dixièmes = 1 000 centièmes = 10 000 millièmes
etc.

Exercice – Jouons avec les différentes écritures du nombre décimal 132,73 :

En une fraction décimale :
$132,73 = \frac{13\,273}{100}$
Somme de la partie entière et de la partie décimale :
$132,73 = 132 + 0,73$
Somme d'un entier et d'une fraction décimale :
$132,73 = 132 + \frac{73}{100}$
Somme d'un entier et de plusieurs fractions décimales :
$132,73 = 132 + \frac{7}{10} + \frac{3}{100}$
Décomposition chiffre par chiffre :
$132,73 = (1 \times 100) + (3 \times 10) + (2 \times 1) + (7 \times \frac{1}{10}) + (3 \times \frac{1}{100})$ ou $132,73 = (1 \times 100) + (3 \times 10) + (2 \times 1) + (7 \times 0,1) + (3 \times 0,01)$

IV. Comparaison de nombres décimaux

Rappel :

$3 > 1$: 3 est “plus grand que” 1
“supérieur à”

$\frac{1}{3} < 1$: $\frac{1}{3}$ est “plus petit que” 1
“inférieur à”

$\frac{4}{2} = \frac{18}{9} = \frac{4}{2}$ est “égal à” $\frac{18}{9}$

Règle : Pour **comparer** des nombres décimaux :

- On compare d'abord leur **partie entière**,
- Si elles sont égales, on compare leur **chiffre des dixièmes** (ex : 3,723 > 3,699)
- S'ils sont égaux, on compare le **chiffre des centièmes** (ex : 4,15 < 4,189)
- et ainsi de suite.

V. Encadrement, valeurs approchées et arrondi

Définition : **Encadrer** un nombre, c'est trouver deux nombres, l'un plus petit, l'autre plus grand que ce nombre.

Exemples :

Encadrer 3,768 **entre deux entiers consécutifs** (qui se suivent !) :

$$3 < 3,768 < 4$$

Encadrer 4,529 **au dixième** :

$$4,5 < 4,529 < 4,6$$

Vocabulaire :

4,5 est appelée **la valeur approchée par défaut au dixième** près de 4,529

4,6 est appelée **la valeur approchée par excès au dixième** près de 4,529

Méthode : Pour trouver **l'arrondi d'un nombre à un rang donné**, on se demande laquelle des valeurs approchées (par défaut ou par excès) au rang donné est **la plus proche de ce nombre**.

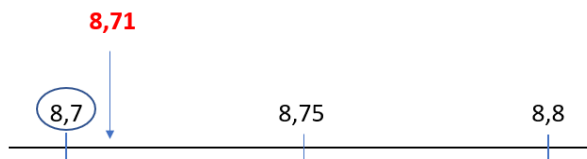
Exemples :

Arrondir 8,71 au dixième

1. On trouve les valeurs approchées au dixième :

$$8,7 < 8,\underline{7}1 < 8,8$$

2. On choisit la plus proche de 8,71 ! (on peut s'aider d'une droite graduée)



Donc :

8,7 est l'arrondi au dixième de 8,71

Et on écrit : **$8,71 \approx 8,7$**

En pratique on fait plutôt :

- Arrondir 8,71 au dixième :

$8,\underline{7}1 \approx 8,7$ car $1 < 5$, on est donc plus proche de **8,70 soit **8,7** !**

- Arrondir 8,76 au dixième :

$8,\underline{7}6 \approx 8,8$ car $6 \geq 5$, on est donc plus proche de **8,80 soit **8,8** !**

À la fin du chapitre, **JE SAIS :**

- Utiliser les fractions décimales ($\frac{\quad}{10}, \frac{\quad}{100}, \frac{\quad}{1000}$, etc.) pour écrire ou décomposer un nombre décimal
- Placer et lire un nombre décimal sur une droite graduée
- Passer d'une écriture à une autre pour décrire un nombre décimal
- Utiliser l'écriture décimale et la valeur des chiffres en fonction de leur rang dans l'écriture
- Comparer des nombres décimaux, ranger une liste de nombres
- Encadrer (à un rang donné) un nombre décimal
- Intercaler un nombre décimal entre deux autres
- Donner l'arrondi (à un rang donné) d'un nombre décimal