

Relatório de Projeto de Investigação Operacional

26 de Abril de 2023

Diogo Cunha (a100481)

Rui Cerqueira (a100537)

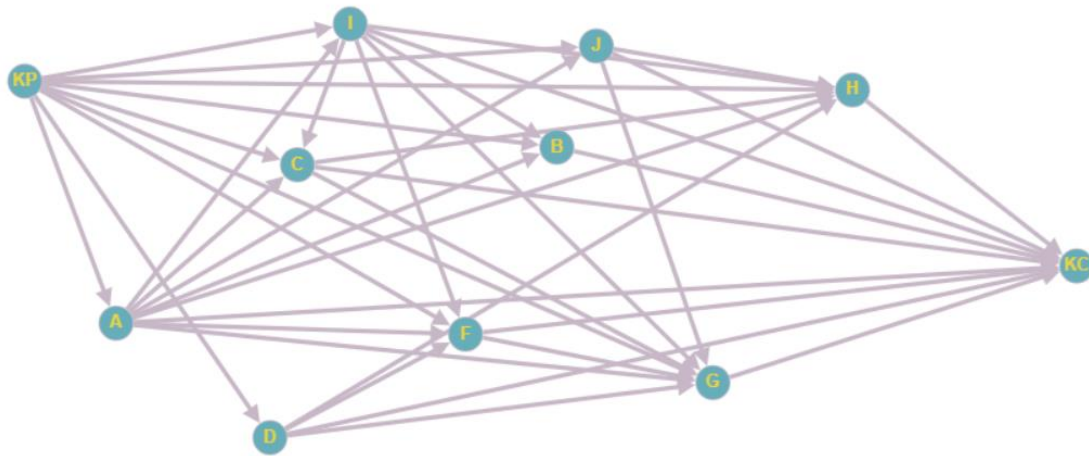
João Valente (a100540)

Guilherme Rio (a100898)

Diogo Barros (a100751)

Parte 1

.0



A = 0, B = 0, C = 8, D = 9, E = 8

Logo o cliente E será removido e o a1 terá o valor 1 e a8 terá valor 9

.1

Descrição do problema: este é um problema de otimização do fluxo de uma rede de transporte que consiste em atribuir equipas para visitar um conjunto de clientes, tendo em conta períodos de tempo, tais como a duração do serviço ao cliente e os tempos de deslocamento. Deve-se ter em atenção o facto de que cada serviço tem um tempo de duração de 15 minutos, que neste caso é equivalente a 1 unidade de tempo de deslocação. Devido a estes tempos de deslocação entre clientes e aos tempos de serviço, nem todos os caminhos são possíveis (p.e., o caminho [AD], que é impossível de percorrer nos tempos definidos). Os recursos disponíveis são as equipas e os tempos e custos de deslocação entre os clientes e sede da empresa. Todas as equipas iniciam o seu trabalho na sede às 09:00 e cada cliente tem um horário de serviço. Outro ponto é que cada equipa tem um custo fixo designado de 1 unidade .

Objetivo: o objetivo é planear as rotas das equipas de serviço de modo a visitar todos os clientes tendo em conta o tempo em que os serviços

possam ser executados, minimizando os custos de deslocamento e o número de equipas.

Explicação da rede: na rede, cada vértice representa uma localização, sendo que o vértice K representa a sede da empresa (no grafo de compatibilidade encontra-se dividida em 2, KP como ponto de partida e KC como ponto de chegada de Keleirós), e os restantes vértices A, B, C, D, F, G, H, I e J representam os locais dos clientes. Os arcos representam os percursos possíveis entre o ponto de partida e o ponto de chegada, sendo que cada arco apresenta um custo associado às despesas de deslocação entre clientes.

Explicação de como se traduz em sistema real: Os valores do fluxo em cada arco representam a deslocação de uma equipa entre clientes. Cada equipa deverá percorrer um caminho de forma a que todos os clientes sejam atendidos e ao mesmo tempo utilizando o mínimo de recursos possíveis, ou seja, minimizando os custos de deslocação e o número de equipas a utilizar.

Explicação dos custos e capacidades: os custos representam os custos associados à deslocação de uma equipa entre 2 clientes. Se um arco, por exemplo, [AB] tiver valor 1, isso significa que a equipa percorre esse arco, ou seja desloca-se, do cliente A para o cliente B, com um custo de deslocação de 1 unidade. A capacidade representa o número de equipas que poderiam ser utilizadas, que neste caso é ilimitado. Cada equipa também pode atender um número ilimitado de clientes.

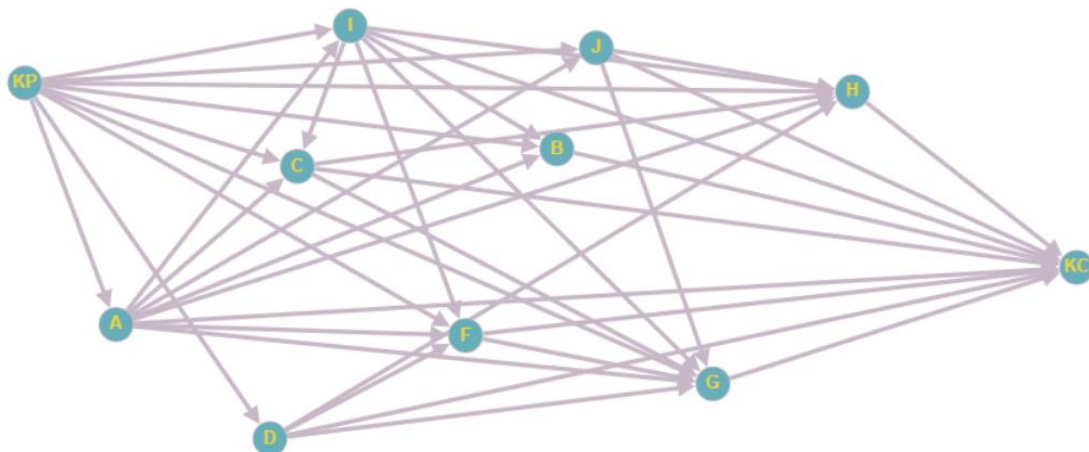
Explicação das ofertas e consumos: As ofertas representam a saída de uma equipa do vértice de um cliente, enquanto que os consumos representam a sua entrada. Neste caso ambas tomam valor 1 em cada vértice associado a um cliente, pois apenas uma equipa tem de atender a cada cliente. Nos vértices KP (ponto de partida) e KC (ponto de saída), os valores serão N e -N, representando a oferta de K quando da saída das

equipas e o consumo de K quando da entrada destas mesmas, sendo que N é o número de equipas que será utilizado.

Modelo de problema de fluxos em rede:

De forma a que seja garantida a utilização de todos os vértices representantes de clientes, desdobramos cada um dos vértices (apenas dos clientes) em 2, sendo que os de A a J terão fluxo de -1, representando a chegada de uma equipa a cada um dos clientes, e os vértices de A' a J' terão fluxo de 1, representando a saída de uma equipa de cada cliente, mantendo assim o balanceamento do fluxo.

Grafo do problema:



Arcos e custos dos possíveis arcos (c_{ij}) considerando o método usado de desdobramento:

$[KP A] = 1$ $[A' B] = 13$ $[B' KC] = 15$ $[D' F] = 8$ $[I' B] = 13$ $[J' G] = 5$
 $[KP B] = 15$ $[A' C] = 5$ $[D' G] = 8$ $[I' C] = 5$ $[J' H] = 6$
 $[KP C] = 2$ $[A' F] = 10$ $[C' G] = 6$ $[D' H] = 8$ $[I' F] = 10$ $[J' KC] = 10$
 $[KP D] = 4$ $[A' G] = 7$ $[C' H] = 0$ $[D' KC] = 4$ $[I' G] = 7$
 $[KP F] = 11$ $[A' H] = 5$ $[C' KP] = 2$ $[I' H] = 5$
 $[KP G] = 9$ $[A' I] = 0$ $[G' KC] = 9$ $[I' KC] = 9$
 $[KP H] = 9$ $[A' J] = 7$ $[F' G] = 5$ $[H' KC] = 9$
 $[KP I] = 9$ $[A' KC] = 1$ $[F' KC] = 11$
 $[KP J] = 10$

Consideramos também que os arcos tenham todos a mesma capacidade de 1 pois só passa uma equipa por cada cliente.

2.

```

20
39
1 2 1 1
1 3 15 1
1 4 2 1
1 5 4 1
1 6 11 1
1 7 9 1
1 8 9 1
1 9 9 1
1 10 10 1
12 9 0 1
12 4 5 1
12 10 7 1
12 6 10 1
12 3 13 1
12 7 7 1
12 8 5 1
12 11 2 1
15 6 8 1
15 7 8 1
15 8 8 1
15 11 5 1
19 4 5 1
19 6 10 1
19 3 13 1
19 7 7 1
19 8 5 1
19 11 10 1
14 7 6 1
14 8 0 1
14 11 3 1
20 7 5 1
20 8 6 1
20 11 11 1
16 7 5 1
16 11 12 1
13 11 16 1
17 11 10 1
18 11 10 1
1 11 0 10
10
-1
-1
-1
-1
-1
-1
-1
-1
-1
-1
-10
1
1
1
1
1
1
1
1
1
1

```

s 88.
 f 1 2 1
 f 1 3 0
 f 1 4 1
 f 1 5 1
 f 1 6 0
 f 1 7 0
 f 1 8 0
 f 1 9 0
 f 1 10 1
 f 12 9 1
 f 12 4 0
 f 12 10 0
 f 12 6 0
 f 12 3 0
 f 12 7 0
 f 12 8 0
 f 12 11 0
 f 15 6 1
 f 15 7 0
 f 15 8 0
 f 15 11 0
 f 19 4 0
 f 19 6 0
 f 19 3 1
 f 19 7 0
 f 19 8 0
 f 19 11 0
 f 14 7 0
 f 14 8 0
 f 14 11 1
 f 20 7 0
 f 20 8 1
 f 20 11 0
 f 16 7 1
 f 16 11 0
 f 13 11 1
 f 17 11 1
 f 18 11 1
 f 1 11 6

Na solução obtida vemos que a solução ótima é 88, ou seja, o custo mínimo total de todas as equipas. Podemos observar todos os arcos, os quais podemos verificar se foram visitados por uma certa equipa ao observarmos o terceiro número de cada linha. Podemos também observar que foram utilizadas 4 equipas ao vermos que houve 4 saídas a partir do vértice K (KA, KC, KD, KJ), e que todos os vértices foram visitados.

aj = Hora de início de serviço.

aj + dj = hora de fim de serviço.

Plano Global

Equipa 1:

J / cliente / aj / aj +dj / tempo de deslocação / custo de deslocação

	Keleirós		09:00	[KA] 1/4 hora	1
1	Ana	09:15	09:30	[AI] 0	0
9	Inês	09:30	09:45	[IB] 1 hora	13
2	Beatriz	10:45	11:00	[BK] 5/4 hora	15
	Keleirós				1

Equipa 2:

J / cliente / aj / aj +dj / tempo de deslocação / custo de deslocação

	Keleirós		09:00	[KC] 1/2 hora	2
3	Carlos	10:00	10:15	[CK] 1/2 hora	2
	Keleirós				1

Equipa 3:

J / cliente / aj / aj +dj / tempo de deslocação / custo de deslocação

	Keleirós		09:00	[KD] 1/4hora	4
4	Diogo	09:30	09:45	[DF] 3/4 hora	8
6	Francisca	10:30	10:45	[FG] 1/2 hora	5
7	Gonçalo	11:45	12:00	[GK] 3/4 hora	9
	Keleirós				1

Equipa 4:

J / cliente / aj / aj +dj / tempo de deslocação / custo de deslocação

	Keleirós		09:00	[KJ] 1hora	10
10	José	10:15	10:30	[JH] 1/4 hora	6
8	Helena	11:15	11:30	[HK] 1/4 hora	9
	Keleirós				1

Custo da equipa 1 = 30.

Custo da equipa 2 = 5.

Custo da equipa 3 = 27.

Custo da equipa 4 = 26.

Custo total = 88.

.5 Validação do modelo

Handwritten calculations for validating the model:

Equipa 1:

$$\begin{aligned} 1 \ 2 \Rightarrow [KPA] &= 1 \\ 12 \ 3 \Rightarrow [A'B] &= 0 \\ 19 \ 3 \Rightarrow [I'B] &= 13 \\ 13 \ 11 \Rightarrow [B'KC] &= 15 \end{aligned} \quad \begin{aligned} &+ \\ &+ \\ &+ \\ &+ \end{aligned} \quad = 29$$

Equipa 2:

$$\begin{aligned} 1 \ 4 \Rightarrow [KPC] &= 2 \\ 14 \ 11 \Rightarrow [C'KC] &= 2 \end{aligned} \quad \begin{aligned} &+ \\ &+ \end{aligned} = 4$$

Equipa 3:

$$\begin{aligned} 1 \ 5 \Rightarrow [KPD] &= 4 \\ 15 \ 6 \Rightarrow [D'F] &= 8 \\ 16 \ 7 \Rightarrow [F'G] &= 5 \\ 17 \ 11 \Rightarrow [G'KC] &= 9 \end{aligned} \quad \begin{aligned} &+ \\ &+ \\ &+ \\ &+ \end{aligned} = 26$$

Equipa 4:

$$\begin{aligned} 1 \ 10 \Rightarrow [KPT] &= 10 \\ 20 \ 8 \Rightarrow [J'H] &= 6 \\ 18 \ 11 \Rightarrow [H'KC] &= 9 \end{aligned} \quad \begin{aligned} &+ \\ &+ \\ &+ \end{aligned} = 25$$

Costo fixo por equipa

$$29 + 4 + 26 + 25 + 4 = 88$$