LAB #3

TC

2022/23

Nº 59752

Nº 59939

Nº 60101

Nº 60461

Control Theory

Labwork 3

Power Control of a Wind Turbine

DEEC-FCT/UNL, 2022

I. Modelo da Instalação

Com o propósito de determinar a estrutura da função de transferência entre $B(s) = TL\{\beta(t)\}$ e $\Omega_g(s) = TL\{w_g(t)\}$, onde s representa a variável de Laplace, pretendemos estabelecer um modelo matemático, bem como, efetuar a sua linearização, em torno de um ponto de operação, para servir de suporte ao desenvolvimento de um controlador, nomeadamente de um compensador de avanço.

Comecemos por considerar os dados fornecidos no anexo do protocolo sobre o processo de modelação do sistema em estudo:

Rotor:

$$J_{\mathrm{r}}\ddot{\Theta}_{\mathrm{r}} = \mathrm{T}_{\mathrm{r}}(\dot{\Theta}_{\mathrm{r}}, \beta) - b\left(\dot{\Theta}_{\mathrm{r}} - \frac{1}{n}\dot{\Theta}_{\mathrm{g}}\right) - k\left(\Theta_{\mathrm{r}} - \frac{1}{n}\Theta_{\mathrm{g}}\right)$$

Gerador:

$$J_{\mathrm{g}}\ddot{\Theta}_{\mathrm{g}} = -\mathrm{T}_{\mathrm{e}}(\dot{\Theta}_{\mathrm{g}}) - \frac{b}{n}\left(\frac{1}{n}\dot{\Theta}_{\mathrm{g}} - \dot{\Theta}_{\mathrm{r}}\right) - \frac{k}{n}\left(\frac{1}{n}\Theta_{\mathrm{g}} - \Theta_{\mathrm{r}}\right)$$

$$f_{\mathrm{e}} = \frac{p}{4\pi}\omega_{\mathrm{g}}$$

Linearização:

$$\ddot{\theta}_{\mathrm{r}} = -\frac{b}{J_{\mathrm{r}}}\dot{\theta}_{\mathrm{r}} - \frac{k}{J_{\mathrm{r}}}\theta_{\mathrm{r}} + \frac{b}{nJ_{\mathrm{r}}}\dot{\theta}_{\mathrm{g}} + \frac{k}{nJ_{\mathrm{r}}}\theta_{\mathrm{g}} + \frac{1}{J_{\mathrm{r}}}\frac{\partial \mathrm{T}_{\mathrm{r}}}{\partial \omega_{\mathrm{r}}}\bigg|_{P_0}\dot{\theta}_{\mathrm{r}} + \frac{1}{J_{\mathrm{r}}}\frac{\partial \mathrm{T}_{\mathrm{r}}}{\partial \beta}\bigg|_{P_0}\tilde{\beta}$$

$$\ddot{\theta}_{\mathrm{g}} = -\frac{b}{n^2J_{\mathrm{g}}}\dot{\theta}_{\mathrm{g}} - \frac{k}{n^2J_{\mathrm{g}}}\theta_{\mathrm{g}} + \frac{b}{nJ_{\mathrm{g}}}\dot{\theta}_{\mathrm{r}} + \frac{k}{nJ_{\mathrm{g}}}\theta_{\mathrm{r}} - \frac{1}{J_{\mathrm{g}}}\frac{\partial \mathrm{T}_{\mathrm{e}}}{\partial \omega_{\mathrm{g}}}\bigg|_{P_0}\dot{\theta}_{\mathrm{g}}$$

ou

$$\ddot{\theta}_{\mathrm{r}} + \left(\frac{b}{J_{\mathrm{r}}} - \frac{1}{J_{\mathrm{r}}}\frac{\partial \mathrm{T}_{\mathrm{r}}}{\partial \omega_{\mathrm{r}}}\bigg|_{P_0}\right)\dot{\theta}_{\mathrm{r}} + \frac{k}{J_{\mathrm{r}}}\theta_{\mathrm{r}} = \frac{b}{nJ_{\mathrm{r}}}\dot{\theta}_{\mathrm{g}} + \frac{k}{nJ_{\mathrm{r}}}\theta_{\mathrm{g}} + \frac{1}{J_{\mathrm{r}}}\frac{\partial \mathrm{T}_{\mathrm{r}}}{\partial \beta}\bigg|_{P_0}\tilde{\beta}$$

$$\ddot{\theta}_{\mathrm{g}} + \left(\frac{b}{n^2J_{\mathrm{g}}} + \frac{1}{J_{\mathrm{g}}}\frac{\partial \mathrm{T}_{\mathrm{e}}}{\partial \omega_{\mathrm{g}}}\bigg|_{P_0}\right)\dot{\theta}_{\mathrm{g}} + \frac{k}{n^2J_{\mathrm{g}}}\theta_{\mathrm{g}} = \frac{b}{nJ_{\mathrm{g}}}\dot{\theta}_{\mathrm{r}} + \frac{k}{nJ_{\mathrm{g}}}\theta_{\mathrm{r}}$$

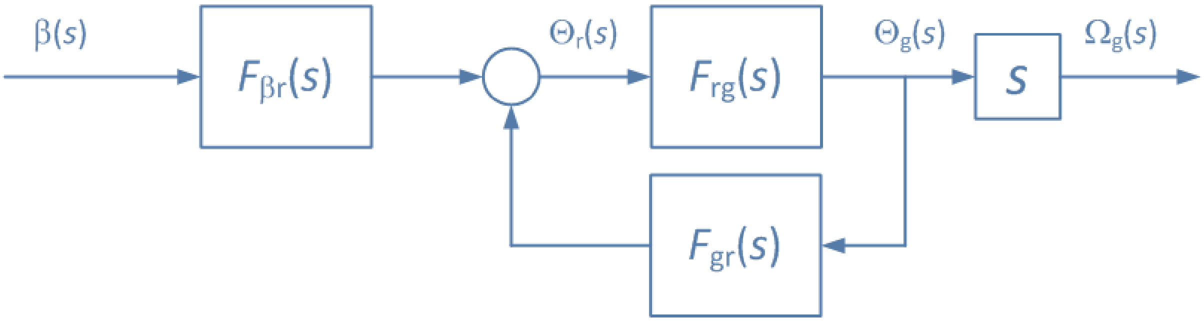
Funções de Transferência:

$$F_{\mathrm{gr}}(s) = \frac{\frac{b}{nJ_{\mathrm{r}}}s + \frac{k}{nJ_{\mathrm{r}}}}{s^2 + \left(\frac{b}{J_{\mathrm{r}}} - \frac{1}{J_{\mathrm{r}}}\frac{\partial \mathrm{T}_{\mathrm{r}}}{\partial \omega_r}\Big|_{P_0}\right)s + \frac{k}{J_{\mathrm{r}}}}$$

$$F_{\beta\mathrm{r}}(s) = \frac{\frac{1}{J_{\mathrm{r}}}\frac{\partial \mathrm{T}_{\mathrm{r}}}{\partial \beta}\Big|_{P_0}}{s^2 + \left(\frac{b}{J_{\mathrm{r}}} - \frac{1}{J_{\mathrm{r}}}\frac{\partial \mathrm{T}_{\mathrm{r}}}{\partial \omega_r}\Big|_{P_0}\right)s + \frac{k}{J_{\mathrm{r}}}}$$

$$F_{\mathrm{rg}}(s) = \frac{\frac{b}{nJ_{\mathrm{g}}}s + \frac{k}{nJ_{\mathrm{g}}}}{s^2 + \left(\frac{b}{n^2J_{\mathrm{g}}} + \frac{1}{J_{\mathrm{g}}}\frac{\partial \mathrm{T}_{\mathrm{e}}}{\partial \omega_{\mathrm{g}}}\Big|_{P_0}\right)s + \frac{k}{n^2J_{\mathrm{g}}}}$$

Diagrama de Blocos:



Código em MatLab/Octave:

```
Fgr = tf( [b/(n*Jr) k/(n*Jr)]   ,[1 (b/Jr-dTr_dwr/Jr) k/Jr]);
Fbr = tf( [dTr_dBeta/Jr]        ,[1 (b/Jr-dTr_dwr/Jr) k/Jr]);
Frg = tf( [b/(n*Jg) k/(n*Jg)]   ,[1 (b/(n^2*Jg)+dTe_dwg/Jg) k/(n^2*Jg)]);

F1 = feedback(Frg , -Fgr);
Fbg1 = series(Fbr, F1);
ssf = tf([p/4/pi 0],1); % series with s and converts to Hz
Fbf = series(Fbg1,ssf)
```

```
Resultados:
Função de Transferência:
      -0.01845 s^4 - 0.1428 s^3 - 0.3382 s^2 - 1.039 s
-------------------------------------------------------------
s^6 + 3.214 s^5 + 21.46 s^4 + 31.37 s^3 + 90.71 s^2 + 9.945 s
```

Polos:		Zeros:	
0	(Cancelado)	0	(Cancelado)
-0.8041 + 3.0094i		**-6.2500**	
-0.8041 - 3.0094i			
-0.7461 + 2.9073i	(Cancelado)	-0.7461 + 2.9073i	(Cancelado)
-0.7461 - 2.9073i	(Cancelado)	-0.7461 - 2.9073i	(Cancelado)
-0.1138			

Ou seja, é possível reconstruir a função de transferência com a seguinte estrutura:

$$F_{\beta f}(s) = -K_0 \frac{(s+b_1)}{(s^2 + 2D\omega_n s + \omega_n^2)(s+a_1)}$$

Deste modo, o processo de estabelecer um modelo matemático, bem como, de efetuar a sua linearização, em torno de um ponto de operação, para servir de suporte ao desenvolvimento de um controlador, nomeadamente de um compensador de avanço, deve ser efetuado por método de tentativa e erro, considerando o impacto da variação de cada um dos parâmetros da função de transferência no respetivo Diagrama de Bode:

a_1 – Responsável pelo declive inicial do Diagrama de Bode ($M(\omega)$ e $\phi(\omega)$).
b_1 – Responsável pelo declive final do Diagrama de Bode ($M(\omega)$ e $\phi(\omega)$).
D – Responsável pelo pico em $\mathrm{M}(\omega)$ e pela queda em $\phi(\omega)$).
ω_n – Responsável pela velocidade do sinal, isto é, alterar o valor de ω_n corresponde a efetuar translações no domínio do tempo.

Através dos dados fornecidos sobre a resposta em frequência da instalação, podemos recorrer a uma ferramenta de cálculo numérico para estimar os valores dos parâmetros de $F_{\beta f}(s)$. Posteriormente, devemos validar a função de transferência obtida, no domínio do tempo, comparando os resultados da simulação com o modelo da instalação:

```
b1 = 6;
a1 = 0.11;
D = 0.25;
wn = 3.11;
k0 = 0.1 * a1 * wn^2 / b1;
Fs = tf( - k0 * [1 b1], conv([1 2*D*wn wn^2], [1 a1]))

[magM, phaM] = bode(Fs, w);
magM = squeeze(magM); phaM = squeeze(phaM);
magM_dB = 20*log10(magM);
figure(1);
subplot(211);
semilogx(w, magDB, '*r', w, magM_dB, '-b');
ylabel('M(\omega) [dB]'); grid;
subplot(212);
semilogx(w, pha, '*r', w, phaM, '-b');
xlabel('\omega [rad/s]'); ylabel('\phi(\omega) [deg]'); grid;
```

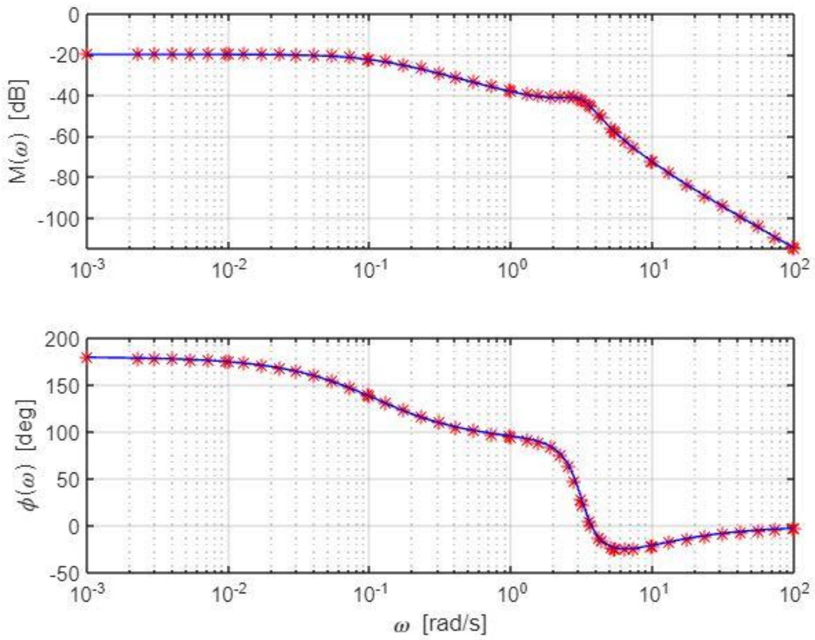


Figura 1 – Diagrama de Bode (Simulação e Modelo da Instalação)

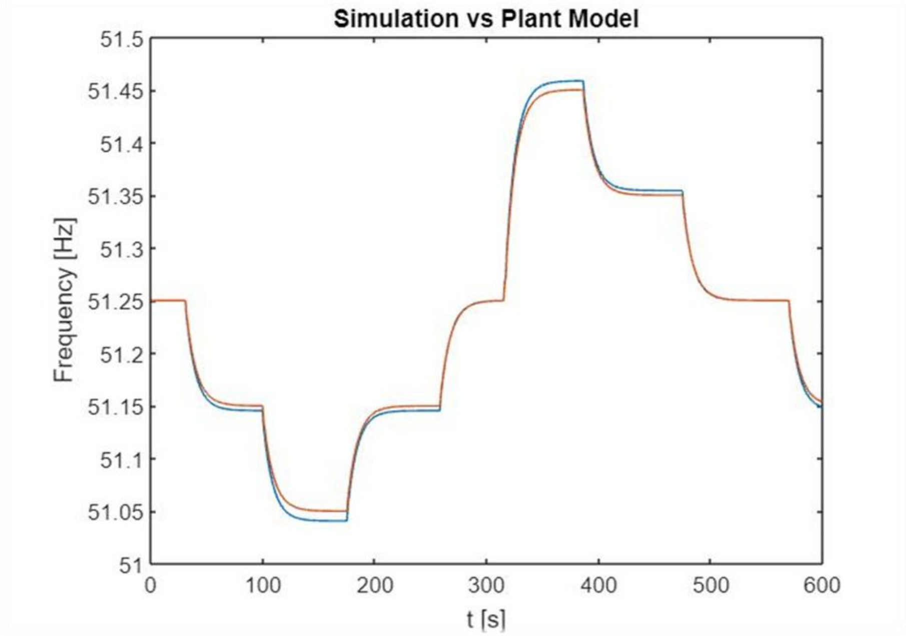


Figura 2 – Evolução temporal da frequência (Simulação e Modelo da Instalação)

Por fim, podemos observar que um afastamento em relação ao ponto de operação, definido para a linearização do sistema em estudo, implica um desvio, quando comparamos os resultados da simulação com o modelo da instalação, o que corresponde a um comportamento expectável.

II. Desenvolvimento do Controlador

De seguida, pretendemos desenvolver um controlador, com estrutura de compensador de avanço, que permita cumprir as seguintes características:

Estrutura do Controlador	$C_{lead} = \frac{K}{\sqrt{a}} \frac{aTs+1}{Ts+1}$
Margem de Fase	$M_F \geq 45°$
Margem de Ganho	$M_G \geq 20\ dB$
Fator de Atenuação	$A_d \leq 1/7$
Banda de Atenuação	$\omega_d \geq 0.1\ rad/s$

De modo a cumprir a especificação para a margem de fase, é necessário garantir que o compensador de avanço fornece a quantidade de fase em falta para o anel aberto atingir uma margem de fase igual ou superior a 45º, o que pode ser efetuado através do seguinte método:

```
MF_espec = 45;

K = db2mag(43.6)
C1s = K;
G1s = series(C1s, Fs);

figure(2);
bode(Fs, G1s)
grid

[MG,MF,wcp,wcg] = margin(G1s);

if (MF>180)
    MF = MF - 360;
end

phi_max = (MF_espec - MF) * pi/180 %converter em graus
a = (1+sin(phi_max))/(1-sin(phi_max))
T = 1/(sqrt(a)*wcg)

if (a<1)
    a = 1;
end
```

Sendo importante referir que alterar o valor de K pode resultar na redução do KPI, podemos inferir que este está relacionado com a quantidade de fase que pretendemos, por parte do compensador de avanço, e foi a partir desta informação que testámos valores distintos:

Pedir 45º ao compensador de avanço

Margem de fase inicial → 0º; Ganho → 46.2 dB

```
K = 204.1738
a = 6.0984
T = 0.1100
```

KPI = 23.51

Pedir 50º ao compensador de avanço

Margem de fase inicial → -5º; Ganho → 47.3 dB

```
K = 231.7395
a = 7.6481
T = 0.0949
```

KPI = 22.97

Pedir 35º ao compensador

Margem de fase inicial → 10º; Ganho → 44.1 dB

```
K = 160.3245
a = 3.6570
T = 0.1525
```

KPI = 23.02

Pedir 30º ao compensador

Margem de fase inicial → 15º; Ganho → 43.6 dB

```
K = 138.0384
a = 2.4340
T = 0.1972
```

KPI = 22.42

De acordo com a expressão da sensibilidade, $S(j\omega) = 1/(1 + G(j\omega))$, que para $G(j\omega) \gg 1$ é aproximadamente igual a $S(j\omega) = 1/G(j\omega)$, sabemos que para obtermos uma atenuação de $1/7$ a uma frequência de $0.1\ rad/s$, é necessário garantir que o ganho, em anel aberto, é superior ou igual a 7, até esse valor de frequência, isto é, superior ou igual a $16.9\ dB$.

Analisando os respetivos Diagramas de Bode, podemos verificar que o ganho é superior a $16\ dB$ até à frequência de $0{,}1\ rad/s$. Também podemos concluir que a margem de ganho é superior a $20\ dB$, e que a margem de fase é superior a 45º.

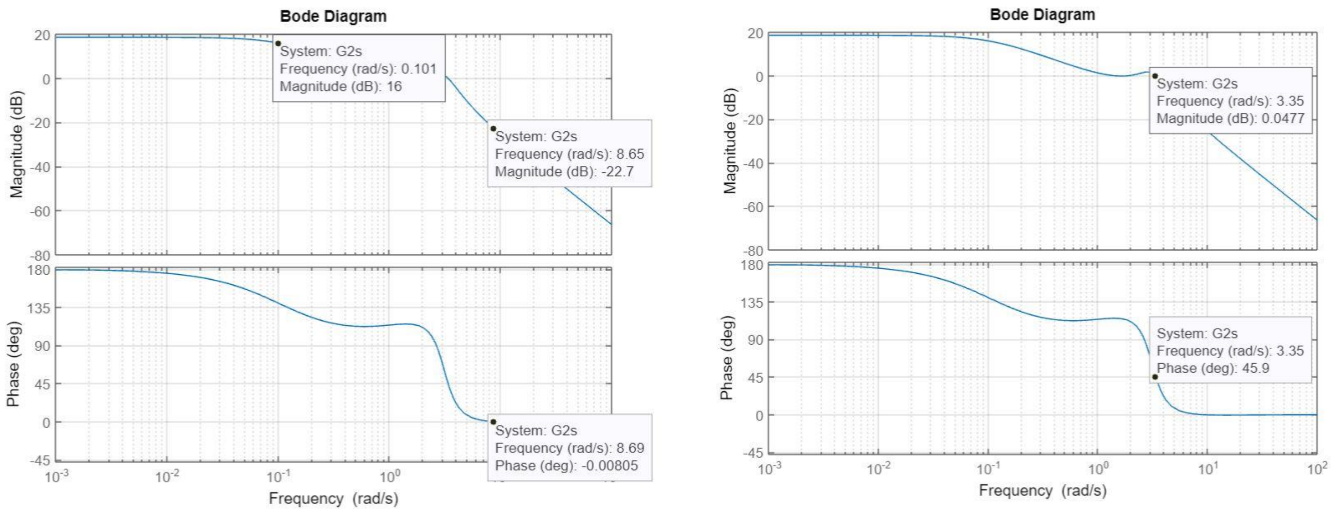


Figura 3 – Diagramas de Bode do anel aberto (para cálculo da margem de ganho e margem da fase)

Deste modo, apesar do controlador desenvolvido não cumprir totalmente a especificação, acreditamos que é o mais próximo possível das características pretendidas. Se escolhermos um ganho de $40\ dB$, por exemplo, os parâmetros seriam $K = 100$, $a = 0.1507$ e $T = 1.9384$, resultando num KPI de apenas 4.12.