

LAB #1

Nº 59752

Nº 59939

TC

Nº 60101

2022/23

Nº 60461

Control Theory

Labwork 1



Water Temperature Control in a Gas Boiler

I. Modelo da Instalação

Com base nos fenômenos físicos que descrevem o problema em estudo, bem como, na aquisição de dados, através de experiências em modo manual, pretendemos criar um modelo matemático, referente à instalação, para servir de suporte ao desenvolvimento de um controlador.

Deste modo, devemos começar por analisar gráficos da evolução temporal da posição da válvula, em termos percentuais, obtendo informações relevantes sobre a respetiva função de transferência, nomeadamente sobre o valor de τ , que permite caracterizar a resposta de um sistema linear invariante no tempo, de primeira ordem, a um degrau unitário, e determinar o seu polo.

Consideremos as seguintes experiências em modo manual:

Por definição, τ corresponde ao tempo que a resposta a um degrau unitário, por parte de um sistema linear invariante no tempo de primeira ordem, demora a atingir aproximadamente 63% do seu valor final (assintótico). Para verificar que obtemos corretamente o valor de τ , vamos efetuar dois ensaios.

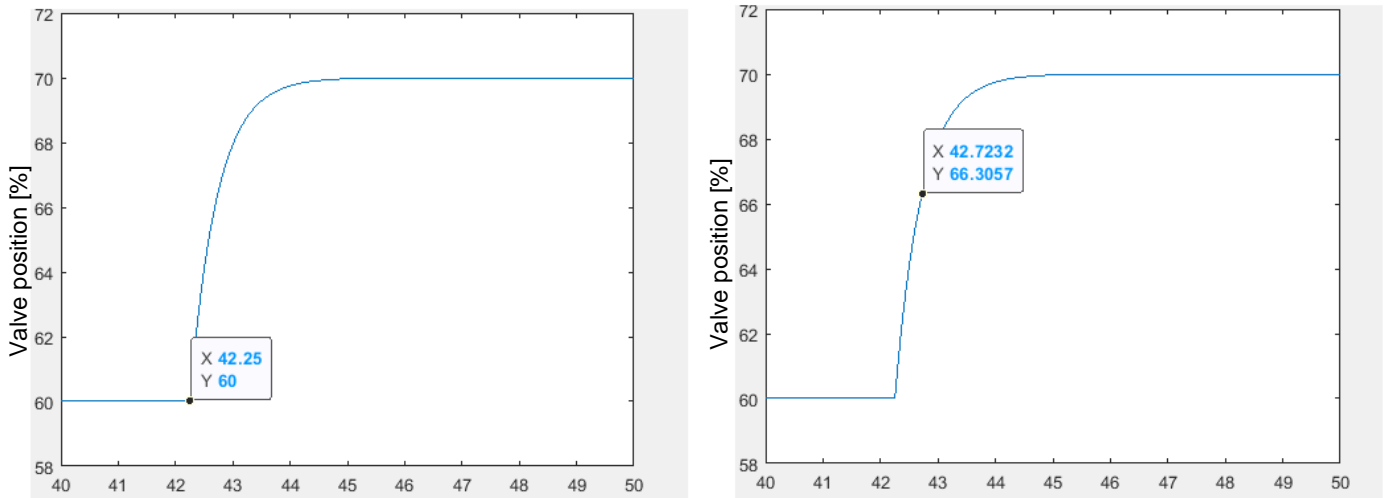


Figura 1 – Análise da evolução temporal da posição da válvula (1º ensaio)

Por conseguinte, para o primeiro ensaio, podemos extrair os seguintes parâmetros:

$$P_{g(inicial)}[\%] = 60, P_{g(final)}[\%] = 70 \Rightarrow \Delta P_g[\%] = 10$$
$$P_{g(inicial)}[\%] + \Delta P_g[\%] \times 0.63 = 60 + 10 \times 0.63 = 66.3$$

$$t_\tau = 42.7232s, t_{inicial} = 42.25s$$
$$\tau = t_\tau - t_{inicial} = 42.7232s - 42.25s = 0.47s$$

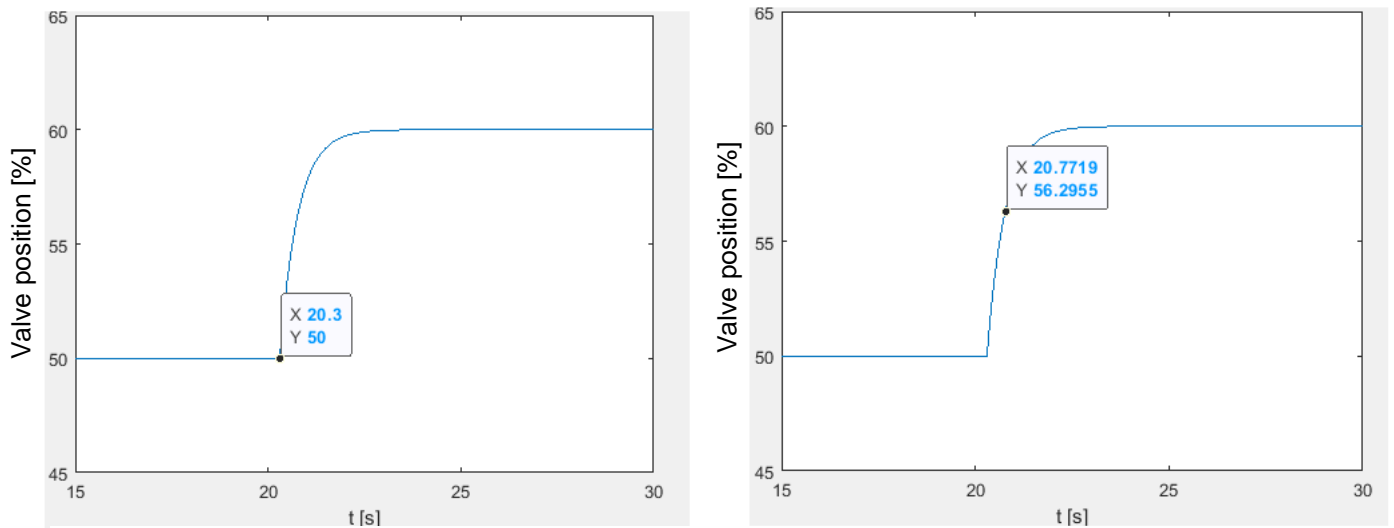


Figura 2 – Análise da evolução temporal da posição da válvula (2º ensaio)

Logo, para o segundo ensaio, podemos extrair os seguintes parâmetros:

$$P_{g(inicial)}[\%] = 50, P_{g(final)}[\%] = 60 \Rightarrow \Delta P_g[\%] = 10$$

$$P_{g(inicial)}[\%] + \Delta P_g[\%] \times 0.63 = 50 + 10 \times 0.63 = 56.3$$

$$t_\tau = 20.7719s, t_{inicial} = 20.3s$$

$$\tau = t_\tau - t_{inicial} = 20.7719s - 20.3s = 0.47s$$

Desta forma, tendo em consideração os cálculos anteriormente efetuados, bem como, a observação do comportamento simples da evolução temporal da posição da válvula, podemos concluir que a respetiva função de transferência é dada por:

$$F(s) = \frac{1}{s + \tau} \Leftrightarrow F(s) = \frac{1}{s + 0.47}$$



Figura 3 – Diagrama de blocos dos três componentes principais da instalação

Com base na análise da evolução temporal da temperatura, podemos determinar o tempo de atraso entre o sensor A e o sensor B, t_{atraso} , assim como, o valor do ganho, k_0 :

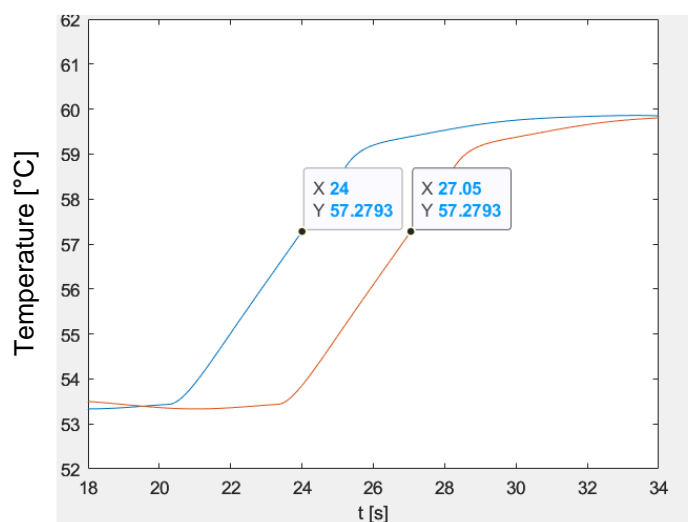


Figura 4 – Evolução temporal da temperatura para o sensor A e para o sensor B

$$t_{atraso} = 27.05s - 24s = 3.05s$$

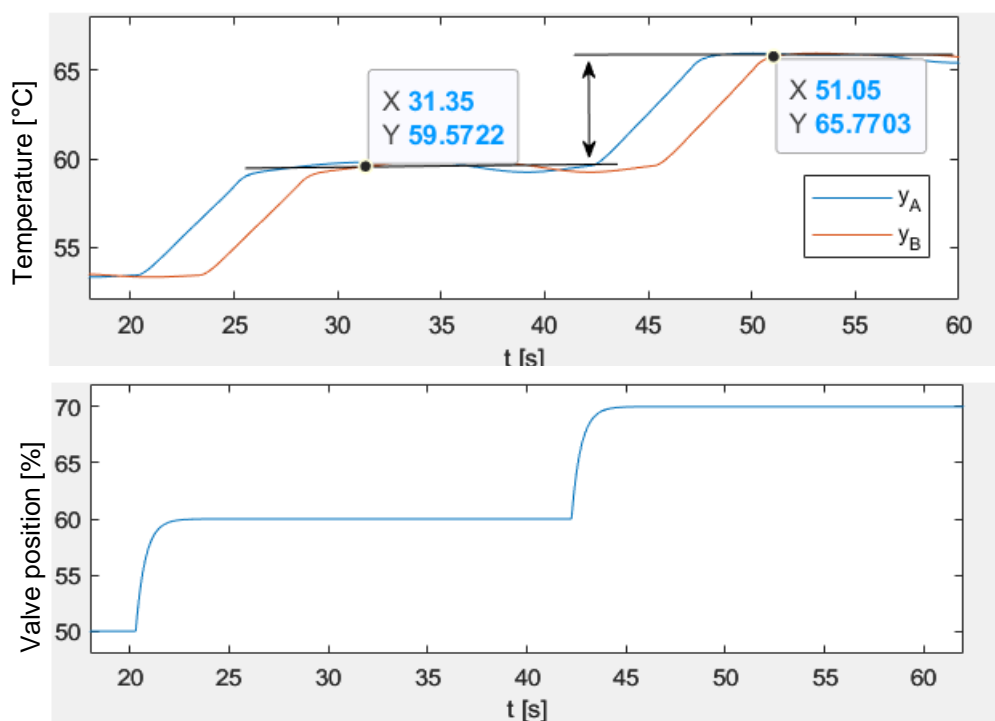


Figura 5 – Evolução temporal da temperatura, em função da posição da válvula

$$k_0 = \frac{65.7703^{\circ}\text{C} - 59.5722^{\circ}\text{C}}{10} = 0.62^{\circ}\text{C}$$

É importante referir que k_0 apresenta unidades, uma vez que este corresponde a um ganho associado ao aumento da temperatura, devido à alteração da posição da válvula.

Deste modo, com recurso a uma ferramenta de cálculo numérico, podemos implementar o modelo matemático anteriormente obtido, referente à instalação. No primeiro excerto de código, vamos estimar o valor dos parâmetros necessários para estabelecer a função de transferência da caldeira, que neste caso pode ser aproximada a uma função de transferência de segunda ordem, nomeadamente ω_n , que determina a velocidade do sinal, D que corresponde ao coeficiente de amortecimento, e α que determina o declive, próximo da origem. Os parâmetros τ e k_0 foram anteriormente determinados.

```
tau=0.47;
k0=0.62;
wn=0.60;
D=0.80;
alpha=0.4;
Fbs=tf(k0*[alpha 1]*wn^2, conv([ 1 2*D*wn wn^2],[ tau 1]));
[ysim, tsim] = step(Fbs,20);
hold on
plot(tsim,ysim, '-k', 'LineWidth',1)
hold on
plot( t-20.4, (ya - 53.46)/10, '-r',t - 42.6, (ya - 59.80)/10, '-r');
axis([0 20 0 0.8])
```

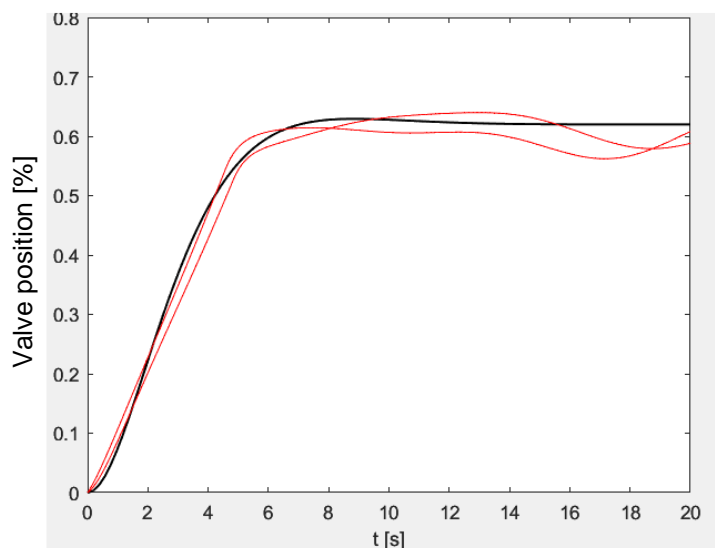


Figura 6 – Gráfico utilizado para estimar os parâmetros da função transferência de segunda ordem

No segundo excerto de código, tendo as duas primeiras funções de transferência definidas, vamos modelar o atraso que existe em relação ao sensor B que, neste caso, corresponde ao valor calculado anteriormente (3.05s), através da função “Input Delay”. Posteriormente, colocamos as funções de transferência em série e fazemos a representação gráfica da temperatura no sensor em função do tempo, tanto para o nosso modelo como para a instalação real, de modo a poder compará-los.

Para retirar conclusões quantitativas acerca da qualidade do nosso modelo, definimos a variável “Error”, que será tanto maior quanto maior for o erro do nosso modelo relativamente à instalação. Ao longo do processo de modelação, tomámos decisões no sentido de minimizar esta variável, com o objetivo de aproximar o modelo à instalação.

```
tau=0.47;
Fv=tf(1,[tau 1]);
u0=50;
y0=53.20;
k0=0.62;
wn=0.60;
D=0.80;
alpha=0.4;
Fb=tf(k0*[alpha 1]*wn^2,[ 1 2*D*wn wn^2], 'InputDelay',3.05);
Ftotal=series(Fv, Fb );
ysim=lsim(Ftotal, u-u0,t);
plot(t,[yb ysim+y0]);
axis([15 75 50 75])
Error = trapz(abs(((ysim+y0) - yb).^2))
```

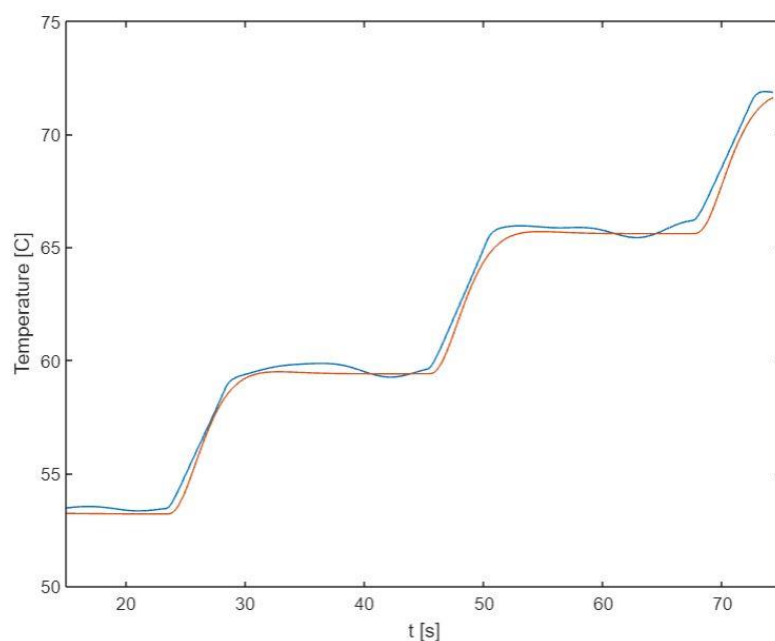


Figura 7 – Comparação entre o modelo da instalação e a simulação

II. Desenvolvimento do Controlador

Os controladores PID cobrem uma parcela muito significativa na regulação de processos industriais, sendo que estes resultam da ação combinada, em sobreposição, de três componentes: proporcional, em que a ação de controlo é proporcional ao erro no instante de tempo atual; integral, sendo a ação de controlo proporcional ao integral do erro passado; derivativa, em que a ação de controlo é proporcional à derivada do erro no instante presente.

As regras de Ziegler-Nichols, e mais concretamente o método da curva de reação, consistem no registo da resposta de uma instalação, após aplicação de um degrau de amplitude unitária, com o propósito de regular controladores PID. Através deste método, é possível extrair os valores do tempo-morto L , do tempo de subida T e do ganho estático K , bem como, efetuar relações diretas com os parâmetros do controlador, considerando que:

$$a = K \frac{L}{T}$$

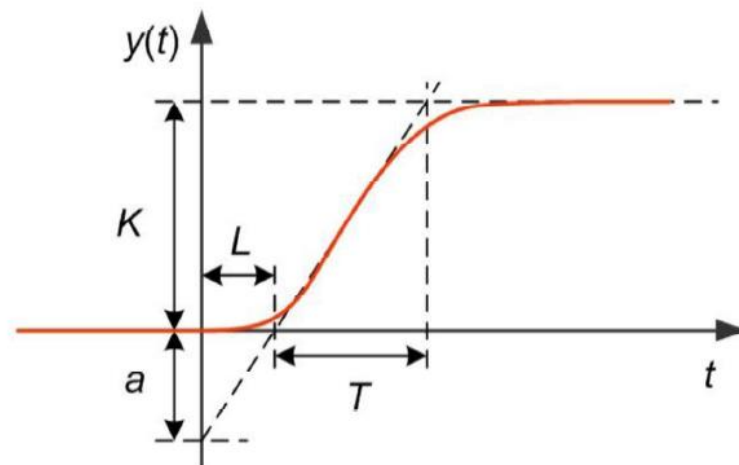


Figura 8 – Resposta da instalação ao degrau unitário

Tipo	K_P	T_i	T_d
Controlador P	$\frac{1}{a}$		
Controlador PI	$\frac{0,9}{a}$	$3,3L$	
Controlador PID	$\frac{1,2}{a}$	$2,0L$	$0,5L$

Figura 9 – Regras de Ziegler-Nichols (Método da curva de reação)

Após estabelecermos um modelo matemático, referente à instalação, com base nos fenómenos físicos que descrevem o problema em estudo, bem como, na aquisição de dados, através de experiências em modo manual, podemos desenvolver um controlador PID, considerando as regras de Ziegler-Nichols.

Como o método da curva de reação, associado às regras de Ziegler-Nichols, não pode ser aplicado ao sensor A, uma vez que é impossível determinar o valor do parâmetro L , e não temos forma de contornar esse problema, então aplicamos este método apenas ao sensor B. Deste modo, de acordo com os dados fornecidos pelo sensor B, obtemos:

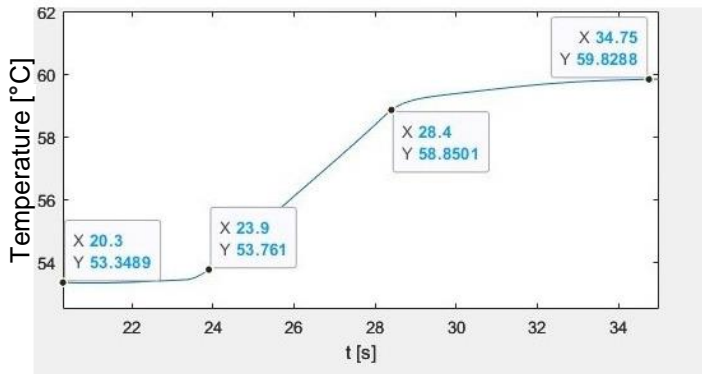


Figura 10 a) – Evolução temporal da temperatura (sensor B)

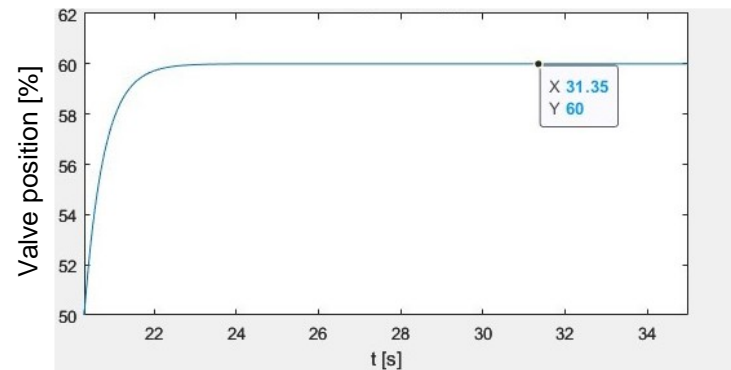


Figura 10 b) – Evolução temporal da posição da válvula

$$L = 23.9s - 20.3s = 3.6s$$

$$t_{rise\ time} = 28.4s - 23.9s = 4.5s$$

$$A_i = 60 - 50 = 10$$

$$A_0 = 59.8288 - 53.3489 = 6.48$$

$$a = \frac{A_0}{A_i} \times \frac{L}{t_{rise\ time}} = 0.5184$$

Com recurso às regras de Ziegler-Nichols,

Para um controlador P, temos que:

$$K_p = \frac{1.0}{a} = 1.929$$

$$KPI = 75.17$$

Para um controlador PI, temos que:

$$K_p = \frac{0.9}{a} = 1.736$$

$$T_i = 3.3L = 11.8\ s$$

$$KPI = 73.45$$

Para um controlador PID, temos que:

$$K_p = \frac{1.2}{a} = 1.736$$

$$T_i = 3.6L = 11.8 \text{ s}$$

$$T_d = 0.5L = 1.8$$

$$KPI = 233.47$$

Como o valor obtido para o KPI não é razoável, decidimos recorrer ao método da sensibilidade última (Figura 6 a) e Figura 6 b)), associado às regras de Ziegler-Nichols, que consiste em conduzir o sistema até ao seu limiar da estabilidade. Deste modo, para os sensores A e B, é necessário testar vários valores de K_p que no caso de estarmos no limiar da estabilidade corresponde ao K_u , em modo automático (P), até obtermos os gráficos apresentados e, posteriormente, calcular K_u e T_u .

Tipo	K_P	T_i	T_d
Controlador P	$0.50K_u$		
Controlador PI	$0.45K_u$	$\frac{T_u}{1.2}$	
Controlador PID	$0.60K_u$	$\frac{T_u}{2.0}$	$\frac{T_u}{8.0}$

Figura 11 a) – Regras de Ziegler-Nichols (Método da sensibilidade última)

Tipo	K_P	T_i	T_d
Controlador PID	αK_u	$4\beta T_u$	βT_u

Figura 11 b) – Regras de Ziegler-Nichols modificadas (Método da sensibilidade última).

De acordo com os dados fornecidos pelo sensor A, obtemos:

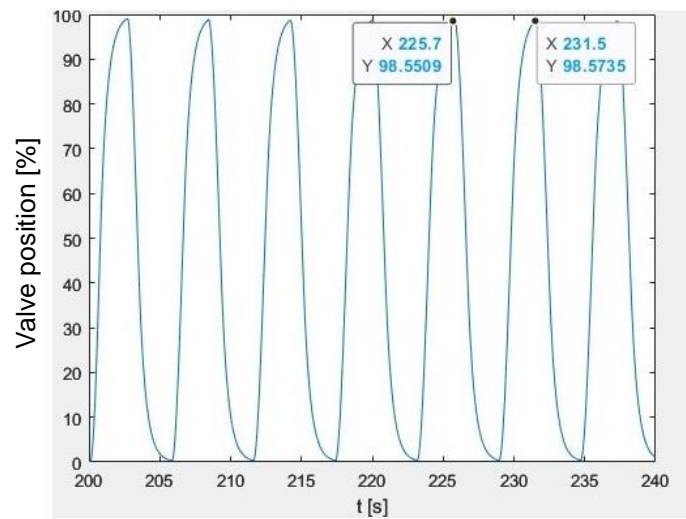


Figura 12 – Sistema no limiar da estabilidade (sensor A)

$$K_u = 15.2$$

$$T_u = 231.5 - 225.7 = 5.8 \text{ s}$$

Para um controlador P, temos que:

$$K_p = 0.5K_u = 7.6$$

$$KPI = 39.56$$

Para um controlador PI, temos que:

$$K_p = 0.45K_u = 6.84$$

$$T_i = \frac{T_u}{1.2} = 4.833 \text{ s}$$

$$KPI = 56.49$$

Para um controlador PID, temos que:

$$K_p = 0.6K_u = 9.12$$

$$T_i = \frac{T_u}{2} = 2.9 \text{ s}$$

$$T_D = \frac{T_u}{8} = 1.8 \text{ s}$$

$$KPI = 40.06$$

De acordo com os dados fornecidos pelo sensor B, obtemos:

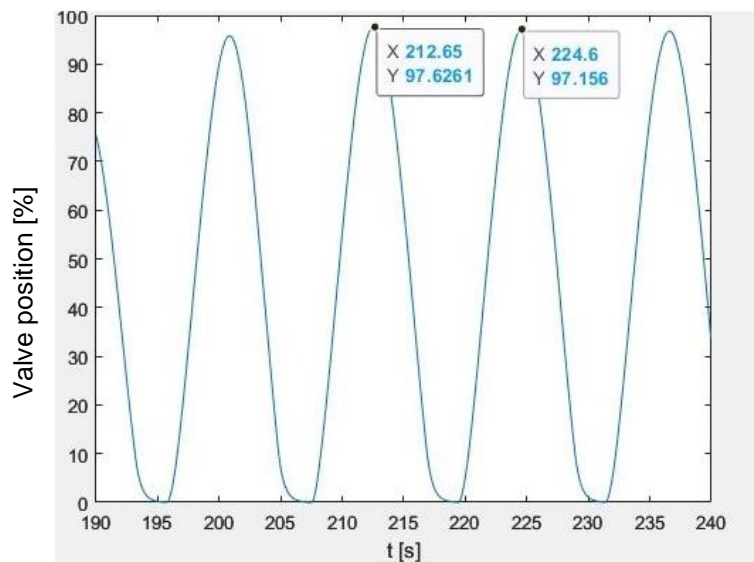


Figura 13 – Sistema no limiar da estabilidade (sensor B)

$$K_u = 2.38$$

$$T_u = 224.6 - 212.65 = 11.95 \text{ s}$$

Para um controlador P, temos que:

$$K_p = 0.5K_u = 1.19$$

$$KPI = 77.53$$

Para um controlador PI, temos que:

$$K_p = 0.45K_u = 1.071$$

$$T_i = \frac{T_u}{1.2} = 9.958 \text{ s}$$

$$KPI = 59.85$$

Para um controlador PID, temos que:

$$K_p = 0.6K_u = 1.428$$

$$T_i = \frac{T_u}{2} = 5.975 \text{ s}$$

$$T_D = \frac{T_u}{8} = 1.494 \text{ s}$$

$$KPI = 46.11$$

Por fim, o último passo consiste em recorrer ao método da sensibilidade última, associado às Regras de Ziegler-Nichols modificadas, para verificar se conseguimos desenvolver um controlador com um valor inferior de KPI :

Sensor A:

$$\begin{aligned}\alpha &= 0.4 \\ \beta &= 0.2 \\ K_p &= 0.4K_u = 12.16 \\ T_i &= 0.8T_u = 4.64 \\ T_d &= 0.2T_u = 1.16 \\ KPI &= 38.4\end{aligned}$$

Sensor B:

$$\begin{aligned}\alpha &= 0.4 \\ \beta &= 0.2 \\ K_p &= 0.4K_u = 0.952 \\ T_i &= 0.8T_u = 9.56 \\ T_d &= 0.2T_u = 2.39 \\ KPI &= 77\end{aligned}$$

Deste modo, podemos concluir que o valor mais reduzido de KPI para o sensor A foi $KPI = 38.4$, e, para o sensor B, $KPI = 46.06$.

Para testar o controlador PID no nosso modelo e na aplicação, para o sensor B, implementámos o seguinte código:

```
figure(1)
Kp = 1.428;
Ti = 5.975;
Td = 1.494;
PID = pid(Kp, Kp/Ti, Kp*Td);
PID_plant = series(PID, Ftotal);
PID_plant_total = feedback(PID_plant, 1, -1);
simulacao = lsim(PID_plant_total, r, t);
plot(t, [simulacao r]); ylabel('Temperature [C]'); xlabel('t [s]');
```

```
figure(2)
```

```
plot(t, [yb r]); ylabel('Temperature [C]'); xlabel('t [s]');
```

Assim, obtivemos gráficos que mostram o seguimento da referência de temperatura através do controlador PID, tanto no modelo, como na instalação.

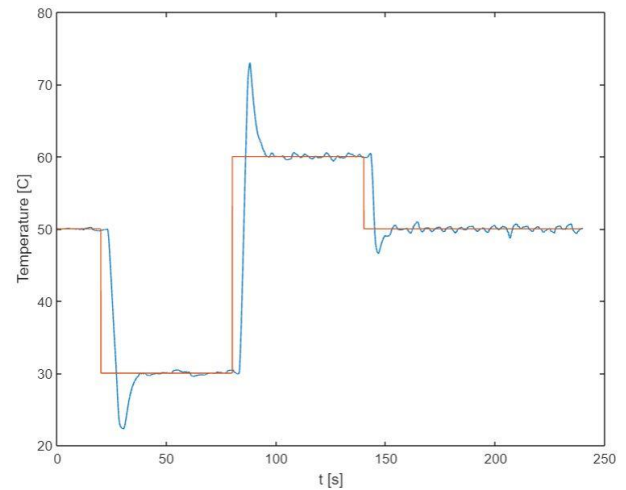
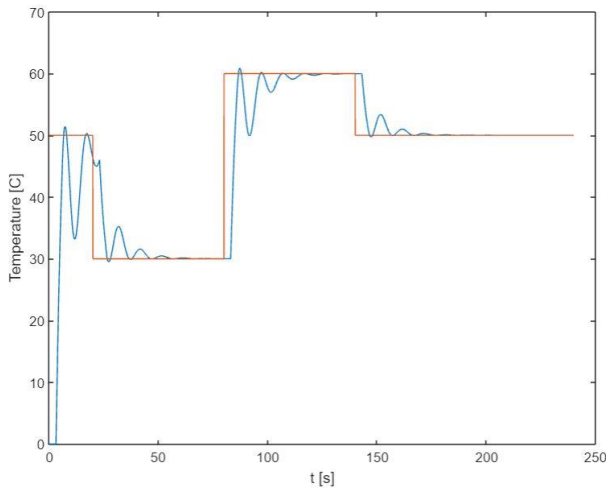


Figura 14 a) – Comparação entre a temperatura de referência e a temperatura no sensor - modelo

Figura 14 b) – Comparação entre a temperatura de referência e a temperatura no sensor - instalação

Podemos observar que, com o modelo, a temperatura inicial é nula, enquanto que na instalação inicia no valor de referência. Também é de notar que a temperatura no sensor, relativamente ao modelo, diminui significativamente depois de chegar pela primeira vez à temperatura de referência, enquanto que na instalação esta apresenta um overshoot significativo.