Trabalho final de AGE e OSD

R. Vieira*

19 de Dezembro de 2020

Resumo

O relatório apresenta o resultado da otimização de uma chapa em alumínio com dois objetivos e três parâmetros. Essa chapa é um elemento essencial de um sistema de teste para placas de circuito impresso sendo imperioso otimiza-la quanto ao peso e rigidez. Utilizou-se uma equação presente na literatura para modelar a deformação da chapa em funcionamento. Implementou-se um algoritmo genético NSGA-II utilizando uma livraria *open source Pymoo*. Este convergiu sem violação de restrições para uma frente de Pareto. Aplicando pesos concluiu-se que a solução ideal é encontrada para a deformação $0.0023m$ e massa $0.0023kg$ com os parametros $a = 0.2500m$ $b = 0.2500m$ e $h = 0.0017m$.

1 Introdução

As placas de circuito impresso são essenciais numa era de crescente digitalização. É essencial garantir que não existem defeitos de produção para que operem normalmente na vida do componente. Para isso fazem-se testes com um sistema que mede tensões e correntes no circuito. Devido ao facto de os circuitos serem da ordem dos 70 µm é essencial que este sistema de teste tenha uma alta rigidez (pouca deformação em operação) e de baixo peso (para que os operadores troquem o sistema de teste facilmente).

O elemento mais importante desse sistema é uma chapa em Alumínio cujo comportamento mecânico pode ser modelado matematicamente. Assim, as funções objetivo (a minimizar) são:

$$w_0 = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} W_{mn} sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \tag{1}$$

$$Mass = abh\rho_{material} \tag{2}$$

*Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade do Minho, `ae5333@alunos.uminho.pt`

Ou seja, a massa do sistema é modelado na equação 2 e os deslocamentos na equação 1 [?]. Sabendo que:

$$D_{const} = \frac{Eh^3}{12\left(1-\nu^2\right)} \tag{3}$$

$$k = \frac{kb^4}{D_{const}\pi^4} \tag{4}$$

$$\delta T = \frac{T\alpha D_{const}\left(1+\nu\right)\pi^2}{b^2} \tag{5}$$

$$W_{mn} = \frac{\frac{b^4}{D_{const}\pi^4}\left(q_{mn} + \delta T\left(m^2 s^2 + n^2\right)\right)}{\left(m^2 s^2 + n^2\right)^2 + k} \tag{6}$$

Para além disso, existem restrições técnicas sobre os três parâmetros geométricos. O comprimento e largura da chapa são limitados por limitação de espaço. O problema pode ser formalizado como:

$$\begin{aligned} \min \quad & w_0(a,b,h) \\ \min \quad & Mass(a,b,h) \\ s.a \quad & 0.25 \leq a \leq 0.5 \\ & 0.25 \leq b \leq 0.5 \\ & 0.001 \leq h \leq 0.01 \end{aligned} \tag{7}$$

Onde a e b são os lados da chapa e h é a sua espessura. Na figura 1, vemos que a função deformação w_0 minimiza com a diminuição de a, b e aumento de h. Nessa mesma figura é visivel que a função massa minimiza com os parâmetros a, b e h. Ou seja, o parâmetro h dá às funções um comportamento antagónico. Assim, o objetivo será conseguir um compromisso entre estas funções.

2 Solução do problema com algoritmo genético

A livraria utilizada foi o Pymoo [?] [?] implementada para a linguagem de programação Python. Para resolver um problema multiobjetivo foi escolhido o algoritmo genetico NSGA-II [?]. Este algoritmo utiliza uma estratégia elitista com partilha de parâmetros (isto é características) na população. Assim, uma população de n indivíduos gera uma população de descendentes através de uma selecção em torneio usando mutações para garantir variabilidade.

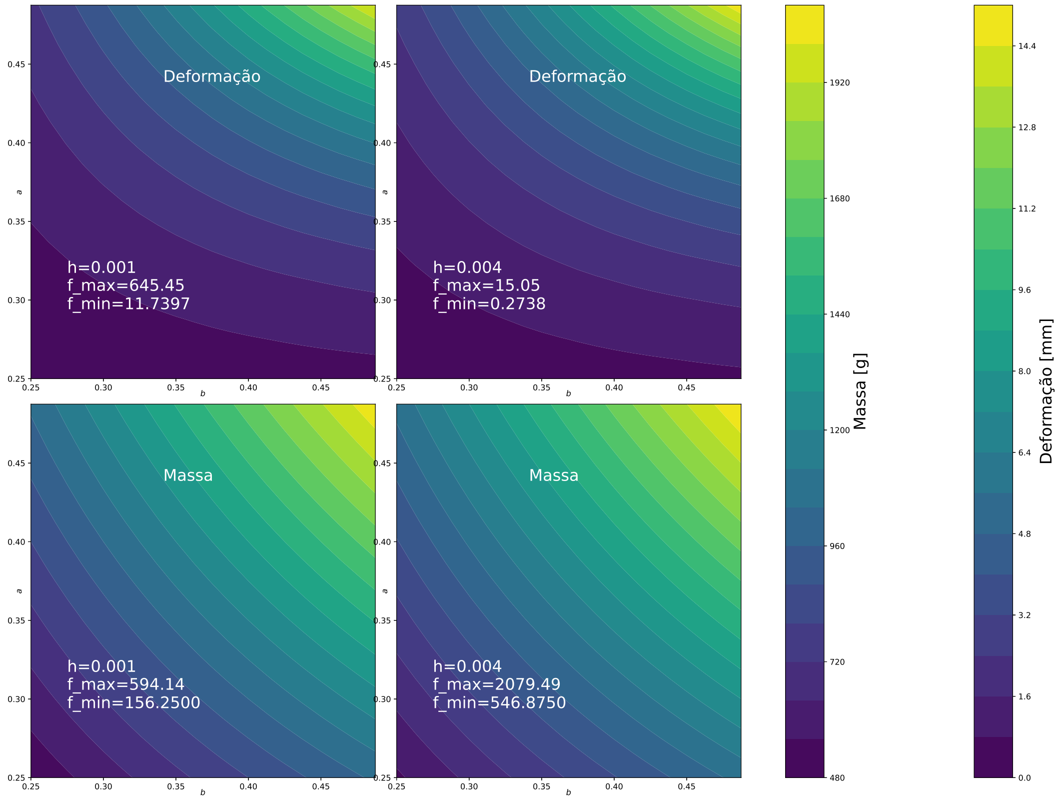


Figura 1: A função massa e deformação desenhada com $h = 0.001, 0.004$

2.1 Parametros do algoritmo relevantes

Para o parâmetro *sampling* for utilizado um campo aleatório. Foi definida uma população de 40 indivíduos com uma descendência de apenas 10. Esta é uma implementação ambiciosa que melhora a convergência em problemas relativamente simples. Para além disso foi ativada a opção que evita uma descendência igual à população original.

2.2 Convergencia

O metodo convergiu em 140 gerações. Visto que que neste problema temos apenas 3 parametros a variar podemos usar o *Hypervolume* como um indicador de performance. Ele compara o ponto de referencia arbritario com a solução encontrada. Estabilidade deste indicador mostrado na figura 4 ajuda a confirmar convergencia.

2.3 Solução

O resultado do método é um conjunto de soluções numa frente de Pareto, resta agora escolher aquela que é mais adequada. Para isso usou-se um método de decomposição,

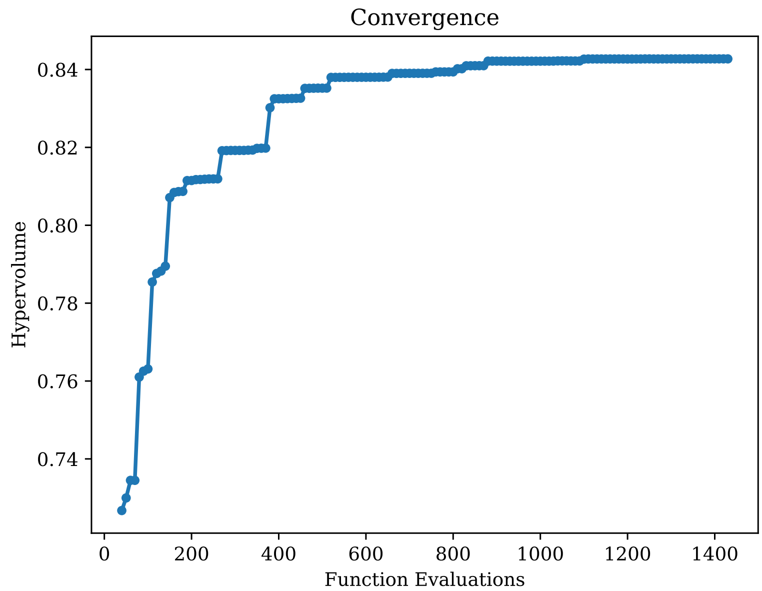
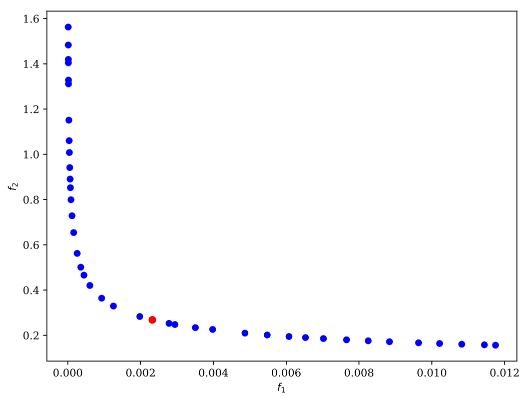
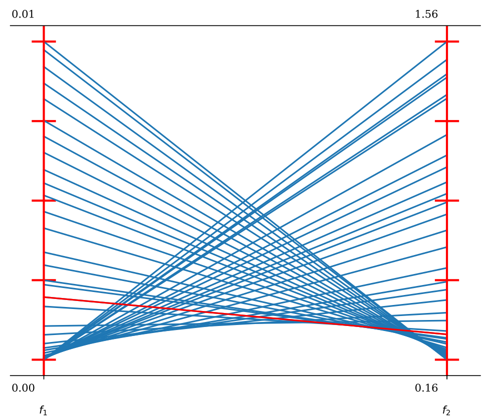


Figura 2: Indicador *Hypervolume* em função do numero de avaliações da função

onde, utilizando uns pesos adequados em função da importância dos objetivos, o problema multidimensional é avaliado como se só existisse um objetivo. Na figura 5, podemos ver esse $trade-off$ entre a massa do sistema e a sua deformação do sistema de teste. Finalmente, solução ideal é encontrada para a deformação $0.0023m$ e massa $0.0023kg$ com os parametros $a = 0.2500m$ $b = 0.2500m$ e $h = 0.0017m$.



(a) Frente de Pareto



(b) Soluções em coordenadas paralelas

Figura 3: A solução mais equilibada está a vermelho

3 Solução do problema com procura coordenada

Algoritmos de procura coordenada são métodos numéricos de optimização que não requerem gradientes. Essencialmente, o algoritmo varia um parametro teórico com passos com a mesma magnitude, é determinada a direcção que minimiza a função, o passo é divido por 2 e o processo é repetido até que os passos são considerados suficientemente pequenos. Para o problema foi escolhido algoritmo de Hooke and Jeeves.

3.1 Parametros do algoritmo relevantes

Exploratory delta é usado para o movimento exploratório, foi definido como 0.1 o que quer dizer que o padrão é inicialmente creado a 10% do ponto inicial. *Exploratory rho* é usado para multiplicar pelo passo, no caso de o movimento exploratório ser mal sucedido. Neste caso 0.3 foi usado.

3.2 Convergencia

O metodo convergiu em 35 gerações e 310 calculos da funcção. Visto que que neste problema temos apenas 3 parametros a variar podemos usar o *Hypervolume* como um indicador de performance. Ele compara o ponto de referencia arbritario com a solução encontrada. Estabilidade deste indicador mostrado na figura 4 ajuda a confirmar convergencia.

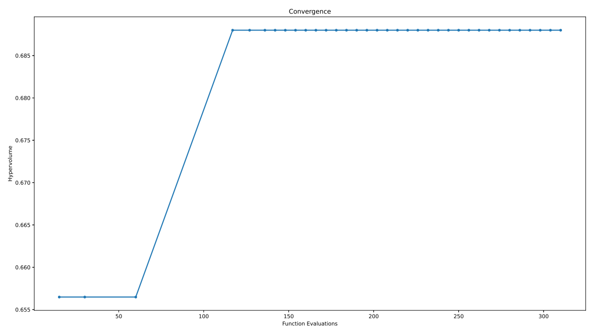
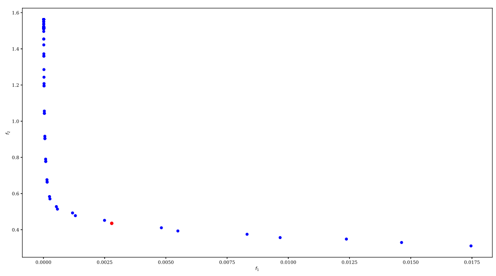


Figura 4: Indicador *Hypervolume* em função do numero de avaliações da função

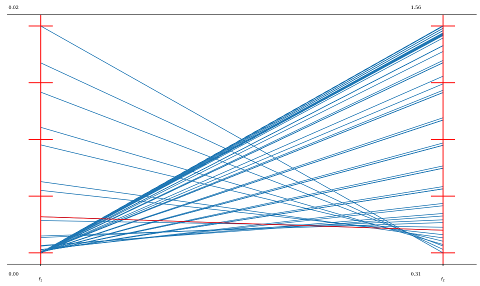
3.3 Solução

O resultado do método é um conjunto de soluções numa frente de Pareto, resta agora escolher aquela que é mais adequada. Para isso usou-se um método de decomposição, onde, utilizando uns pesos adequados em função da importância dos objetivos, o problema multidimensional é avaliado como se só existisse um objetivo. Na figura 5, podemos ver

esse $trade - off$ entre a massa do sistema e a sua deformação do sistema de teste. A solução ideal é encontrada para a deformação $0.0028m$ e massa $0.0028kg$ com os parametros $a = 0.2765$ $b = 0.2941$ e $h = 0.0021$.
A frente de Pareto gerada pelo algoritmo não minimiza o problema, ao contrário do algoritmo genético, pelo que esta heuristica não é a mais adequada para resolver este problema.



(a) Frente de Pareto



(b) Soluções em coordenadas paralelas

Figura 5: A solução mais equilibada está a vermelho

4 Conclusões

A livraria Pymoo é uma interessante ferramenta *opensource* que implementa em C os principais algoritmos de otimização, com um API em python que torna a sua utilização simples flexível e com uma boa performance computacional.
A escolha do algoritmo NSGA-II foi o correto para este tipo de problema, com uma convergência suave sem violações de restrições durante o processo de calculo.
Com a análise da figura 5 é possível verificar que a aplicação de pesos num método de decomposição permitiu obter uma solução equilibrada, evitando soluções na frente de Pareto que privilegiem apenas um dos objetivos.

A O código NSGA2

Neste apêndice está uma parte do código fonte que pode ser consultado na sua totalidade em:
https://github.com/RuiVieira89/top4ICT

Aqui podemos ver a implemtação do modelo com os seus principais parâmetros.

```
from pymoo.model.problem import Problem

class MyProblem(Problem):

def __init__(self):
super().__init__(n_var=3,
n_obj=2,
n_constr=2,
xl=np.array([0.25, 0.25, 0.001]),
xu=np.array([0.5, 0.5, 0.01]),
# elementwise_evaluation=True
)

def _evaluate(self, X, out, *args, **kwargs):

w, sigma_max = function(X)
sysMass = np.prod(X, axis=1)*MaterialDensity

out["F"] = np.column_stack([w, sysMass])
out["G"] = np.column_stack([-w,-sysMass])


problem = MyProblem()

from pymoo.algorithms.nsga2 import NSGA2
from pymoo.factory import get_sampling, get_crossover, get_mutation
from pymoo.algorithms.so_genetic_algorithm import GA

algorithm = NSGA2(
pop_size=40,
n_offsprings=10,
sampling=get_sampling("real_random"),
crossover=get_crossover("real_sbx", prob=0.9, eta=15),
mutation=get_mutation("real_pm", eta=20),
eliminate_duplicates=True
```

```
)

from pymoo.util.termination.default import MultiObjectiveDefaultTermination

termination = MultiObjectiveDefaultTermination(
    x_tol=1e-8,
    cv_tol=1e-6,
    f_tol=0.0025,
    nth_gen=5,
    n_last=30,
    n_max_gen=1000,
    n_max_evals=100000
)

from pymoo.optimize import minimize

res = minimize(problem,
algorithm,
termination,
seed=1,
save_history=True,
verbose=True
)
```

B O código procura coordenada

```
class MyProblem(Problem):

def __init__(self):
super().__init__(n_var=3,
n_obj=2,
n_constr=2,
xl=np.array([0.25, 0.25, 0.001]),
xu=np.array([0.5, 0.5, 0.01]),
# elementwise_evaluation=True
)

def _evaluate(self, X, out, *args, **kwargs):

w, sigma_max = function(X)
sysMass = np.prod(X, axis=1)*MaterialDensity

out["F"] = np.column_stack([w, sysMass])
out["G"] = np.column_stack([-w,-sysMass])

problem = MyProblem()

algorithm = PatternSearch(
explr_delta=0.1,
explr_rho=0.3,
pattern_step=2,
eps=1e-08,
)

from pymoo.util.termination.default import MultiObjectiveDefaultTermination

termination = MultiObjectiveDefaultTermination(
    x_tol=1e-8,
    cv_tol=1e-6,
    f_tol=0.0025,
    nth_gen=5,
    n_last=30,
    n_max_gen=1000,
    n_max_evals=100000
)
```

```
from pymoo.optimize import minimize

res = minimize(
problem,
algorithm,
termination,
seed=1,
save_history=True,
verbose=True
)
```