

**UNIDADE CURRICULAR:** **FÍSICA GERAL**

**CÓDIGO:** **21048**

**DOCENTE:** **Nuno Sousa**

**A preencher pelo estudante**

**NOME:** Rui Miguel Mendes de Carvalho

**N.º DE ESTUDANTE:** 2104667

**CURSO:** Engenharia Informática

**DATA DE ENTREGA:**

**TRABALHO / RESOLUÇÃO:**

**1 –**

## ****Introdução****

**Este trabalho explora a aplicação de técnicas de integração numérica em física geral para a modelação da dinâmica populacional no Parque Natural do Vale do Guadiana. Usando o modelo Lokta-Valterra, as interações entre coelhos (presas) e linces (predadores) são analisadas através de equações diferenciais de 1ª ordem. O foco está na implementação do método Heun, uma abordagem de integração numérica que melhora a precisão comparada ao método de Euler. Este estudo não tenta apenas fazer a previsão das variações das populações ao lonfo de 100 anos, mas também ilustra como os conceitos de física e métodos computacionais podem ser aplicado a desafios ambientais reais.**

## ****Metodologia:****

Modelo Lokta-Volterra

Como referido no enunciado, o modelo Lokta é um conjunto de diferenciais de 1ª ordem que descreve a interação entre duas populações: presas (Coelhos-bravos) e predadores (Linces-Ibericos) as equações são dadas por:

Onde:

* representam, respetivamente, as populações de coelhos e linces no tempo.
* é a taxa de natalidade dos coelhos
* é o coeficiente que representa o impacto do predador sobre a população de coelhos
* é a taxa de mortalidade natural dos linces
* é o coeficiente que reflete o beneficio para a população de linces devido á disponibilidade de presas

Parâmetros:

**Baseando-nos no enunciado, os parâmetros iniciais e condições são definidas da seguinte forma:**

* População inicial de coelhos – – 2 Coelhos/, ou seja (em milhares)
* População inicial de linces – linces
* Taxa de Natalidade dos coelhos
* Taxa de mortalidade dos linces –
* Efeito da interação predador-presa na mortalidade dos coelhos
* Efeito da interação predador-presa na natalidade dos linces -
* Período temporal - 1 ano

Método de Heun para a integração numérica

O método de Heun, técnica de integração numérica para resolve equações diferenciais, foi usado para aproximar as soluções das equações de Lokta-Valterra.

Este método é um melhoramento do Método de Euler, com o intuito de proporcionar uma maior precisão. A atualização em cada passo de tempo ano) foi realizada da seguinte forma:

**Calculo das inclinações iniciais:**

– Coelhos

- Linces

*Estimativa temporária para o próximo passo:*

*Calculo das inclinações finais com estimativas temporárias:*

*Atualização das populações*

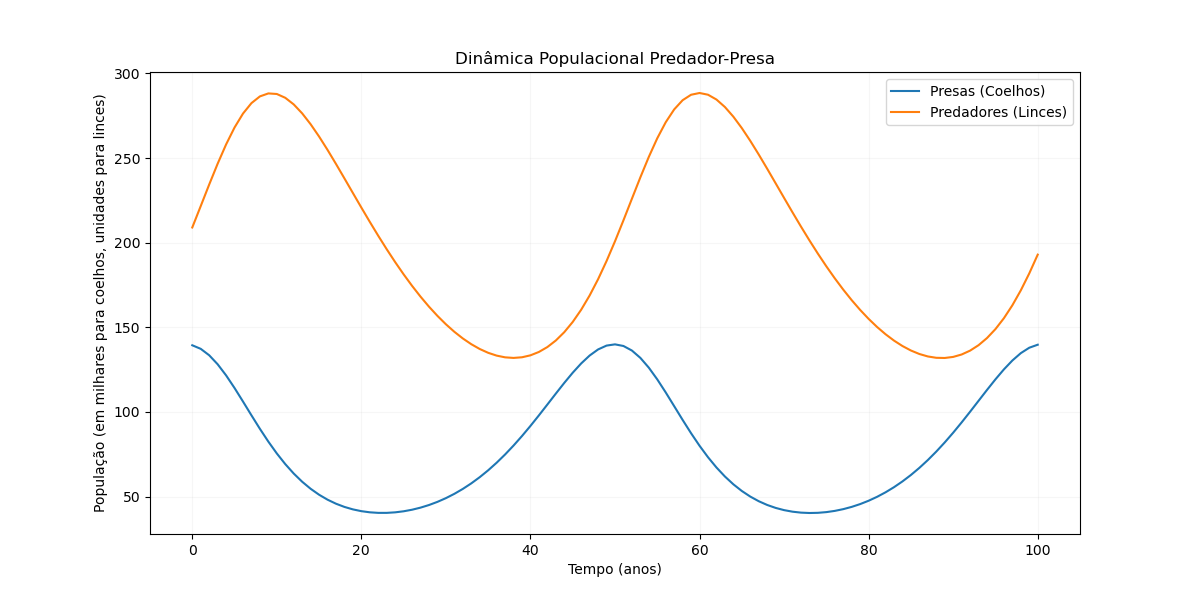
## Implementação do código:

O código foi implementado em Python3 num sistema operativo macOS Sonoma 14.2.1 com o objetivo de simular a dinâmica das populações e a visualização dos resultados. Foi usado o software PYCHARM para o desenvolvimento do código.

## Resultados:

A simulação, conduzida ao longo de um período de 100 anos, gerou um conjunto de dados que descreve as variações nas populações de coelhos-bravos e linces-ibéricos no Parque Natural do Guadiana. Estes resultados foram obtidos aplicando o Método de Heun ás equações de Lokta-Volterra com os parâmetros especificados no enunciado.

Poderemos consultar os resultados obtidos pela simulação através da tabela 1 no anexo 1.



Evolução das populações ao longo do tempo

Foi observado um padrão cíclico nas populações de ambas as espécies, característico de sistemas predador-presa.

A população de coelhos, apresentou flutuações periódicas, com picos e vales, correspondendo, aos períodos de baixa e alta população de linces.

Dinâmica Predador-Presa:

Aumentos na população de coelhos, foram seguidos por aumentos na população de lince, com um atraso temporal. Isto sendo um reflexo direto da dependência dos linces em relação á disponibilidade de alimento.

As quedas de população de coelhos, ocorrem após os picos na população de linces, ilustrando o impacto da predação.

## ANEXO 1

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Tempo (anos)** | **População de Coelhos (em milhares)** | **População de Linces** | **k1x** | **k1y** | **k2x** | **k2y** |
| 0 | 139,4000 | 209,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 |
| 1 | 137,2935 | 221,6444 | -1,2546 | 12,4146 | -2,9583 | 12,8742 |
| 2 | 133,5012 | 234,3588 | -2,9716 | 12,6988 | -4,6130 | 12,7300 |
| 3 | 128,1849 | 246,6664 | -4,5869 | 12,5385 | -6,0457 | 12,0768 |
| 4 | 121,6163 | 258,0651 | -5,9819 | 11,8856 | -7,1552 | 10,9117 |
| 5 | 114,1445 | 268,0791 | -7,0617 | 10,7397 | -7,8819 | 9,2884 |
| 6 | 106,1513 | 276,3117 | -7,7709 | 9,1534 | -8,2155 | 7,3116 |
| 7 | 98,0056 | 282,4837 | -8,1006 | 7,2259 | -8,1909 | 5,1181 |
| 8 | 90,0264 | 286,4534 | -8,0839 | 5,0863 | -7,8744 | 2,8532 |
| 9 | 82,4617 | 288,2140 | -7,7831 | 2,8721 | -7,3464 | 0,6491 |
| 10 | 75,4816 | 287,8735 | -7,2743 | 0,7095 | -6,6859 | -1,3905 |
| 11 | 69,1849 | 285,6253 | -6,6328 | -1,3007 | -5,9604 | -3,1956 |
| 12 | 63,6123 | 281,7161 | -5,9240 | -3,0891 | -5,2213 | -4,7294 |
| 13 | 58,7614 | 276,4170 | -5,1981 | -4,6167 | -4,5037 | -5,9814 |
| 14 | 54,6019 | 270,0012 | -4,4904 | -5,8707 | -3,8286 | -6,9609 |
| 15 | 51,0876 | 262,7279 | -3,8222 | -6,8575 | -3,2064 | -7,6891 |
| 16 | 48,1653 | 254,8328 | -3,2046 | -7,5961 | -2,6399 | -8,1941 |
| 17 | 45,7814 | 246,5236 | -2,6410 | -8,1125 | -2,1269 | -8,5059 |
| 18 | 43,8851 | 237,9787 | -2,1299 | -8,4357 | -1,6626 | -8,6542 |
| 19 | 42,4315 | 229,3481 | -1,6667 | -8,5946 | -1,2405 | -8,6665 |
| 20 | 41,3819 | 220,7563 | -1,2453 | -8,6163 | -0,8539 | -8,5674 |
| 21 | 40,7046 | 212,3045 | -0,8589 | -8,5252 | -0,4956 | -8,3783 |
| 22 | 40,3745 | 204,0748 | -0,5009 | -8,3426 | -0,1593 | -8,1169 |
| 23 | 40,3729 | 196,1323 | -0,1645 | -8,0866 | 0,1613 | -7,7984 |
| 24 | 40,6869 | 188,5289 | 0,1561 | -7,7721 | 0,4718 | -7,4347 |
| 25 | 41,3088 | 181,3052 | 0,4667 | -7,4117 | 0,7771 | -7,0357 |
| 26 | 42,2359 | 174,4933 | 0,7723 | -7,0149 | 1,0819 | -6,6089 |
| 27 | 43,4696 | 168,1186 | 1,0773 | -6,5896 | 1,3902 | -6,1599 |
| 28 | 45,0153 | 162,2015 | 1,3859 | -6,1414 | 1,7055 | -5,6926 |
| 29 | 46,8815 | 156,7594 | 1,7015 | -5,6746 | 2,0309 | -5,2097 |
| 30 | 49,0795 | 151,8074 | 2,0272 | -5,1916 | 2,3688 | -4,7124 |
| 31 | 51,6225 | 147,3600 | 2,3653 | -4,6940 | 2,7207 | -4,2009 |
| 32 | 54,5251 | 143,4321 | 2,7174 | -4,1817 | 3,0877 | -3,6740 |
| 33 | 57,8019 | 140,0403 | 3,0844 | -3,6539 | 3,4693 | -3,1297 |
| 34 | 61,4669 | 137,2035 | 3,4658 | -3,1086 | 3,8641 | -2,5650 |
| 35 | 65,5310 | 134,9441 | 3,8599 | -2,5428 | 4,2684 | -1,9759 |
| 36 | 70,0010 | 133,2892 | 4,2632 | -1,9525 | 4,6768 | -1,3573 |
| 37 | 74,8763 | 132,2712 | 4,6698 | -1,3328 | 5,0809 | -0,7032 |
| 38 | 80,1464 | 131,9289 | 5,0713 | -0,6777 | 5,4689 | -0,0069 |
| 39 | 85,7870 | 132,3082 | 5,4557 | 0,0193 | 5,8254 | 0,7392 |
| 40 | 91,7555 | 133,4624 | 5,8071 | 0,7657 | 6,1300 | 1,5429 |
| 41 | 97,9870 | 135,4528 | 6,1052 | 1,5689 | 6,3579 | 2,4118 |
| 42 | 104,3889 | 138,3472 | 6,3248 | 2,4364 | 6,4789 | 3,3523 |
| 43 | 110,8362 | 142,2185 | 6,4359 | 3,3741 | 6,4587 | 4,3685 |
| 44 | 117,1684 | 147,1410 | 6,4043 | 4,3855 | 6,2602 | 5,4596 |
| 45 | 123,1882 | 153,1842 | 6,1934 | 5,4690 | 5,8461 | 6,6174 |
| 46 | 128,6638 | 160,4036 | 5,7671 | 6,6157 | 5,1840 | 7,8231 |
| 47 | 133,3372 | 168,8279 | 5,0946 | 7,8058 | 4,2522 | 9,0427 |
| 48 | 136,9393 | 178,4424 | 4,1564 | 9,0048 | 3,0479 | 10,2242 |
| 49 | 139,2125 | 189,1705 | 2,9521 | 10,1604 | 1,5944 | 11,2957 |
| 50 | 139,9402 | 200,8544 | 1,5076 | 11,2013 | -0,0523 | 12,1666 |
| 51 | 138,9790 | 213,2417 | -0,1196 | 12,0392 | -1,8028 | 12,7354 |
| 52 | 136,2885 | 225,9816 | -1,8403 | 12,5768 | -3,5407 | 12,9030 |
| 53 | 131,9492 | 238,6372 | -3,5410 | 12,7202 | -5,1376 | 12,5909 |
| 54 | 126,1633 | 250,7163 | -5,0981 | 12,3970 | -6,4737 | 11,7612 |
| 55 | 119,2339 | 261,7182 | -6,3985 | 11,5739 | -7,4602 | 10,4299 |
| 56 | 111,5277 | 271,1871 | -7,3589 | 10,2682 | -8,0535 | 8,6696 |
| 57 | 103,4282 | 278,7613 | -7,9393 | 8,5499 | -8,2598 | 6,5985 |
| 58 | 95,2917 | 284,2066 | -8,1461 | 6,5309 | -8,1268 | 4,3598 |
| 59 | 87,4157 | 287,4282 | -8,0242 | 4,3460 | -7,7278 | 2,0971 |
| 60 | 80,0222 | 288,4611 | -7,6426 | 2,1315 | -7,1445 | -0,0657 |
| 61 | 73,2562 | 287,4464 | -7,0788 | 0,0064 | -6,4531 | -2,0356 |
| 62 | 67,1951 | 284,6000 | -6,4060 | -1,9385 | -5,7162 | -3,7544 |
| 63 | 61,8629 | 280,1805 | -5,6847 | -3,6443 | -4,9796 | -5,1948 |
| 64 | 57,2462 | 274,4627 | -4,9602 | -5,0817 | -4,2733 | -6,3540 |
| 65 | 53,3076 | 267,7170 | -4,2627 | -6,2451 | -3,6144 | -7,2463 |
| 66 | 49,9976 | 260,1960 | -3,6098 | -7,1460 | -3,0102 | -7,8959 |
| 67 | 47,2619 | 252,1268 | -3,0097 | -7,8065 | -2,4617 | -8,3319 |
| 68 | 45,0474 | 243,7074 | -2,4636 | -8,2542 | -1,9654 | -8,5847 |
| 69 | 43,3050 | 235,1065 | -1,9689 | -8,5182 | -1,5159 | -8,6835 |
| 70 | 41,9916 | 226,4654 | -1,5203 | -8,6272 | -1,1064 | -8,6550 |
| 71 | 41,0710 | 217,9003 | -1,1113 | -8,6076 | -0,7300 | -8,5225 |
| 72 | 40,5134 | 209,5058 | -0,7352 | -8,4827 | -0,3799 | -8,3064 |
| 73 | 40,2961 | 201,3577 | -0,3851 | -8,2727 | -0,0495 | -8,0235 |
| 74 | 40,4023 | 193,5165 | -0,0547 | -7,9947 | 0,2671 | -7,6878 |
| 75 | 40,8209 | 186,0297 | 0,2619 | -7,6628 | 0,5753 | -7,3107 |
| 76 | 41,5460 | 178,9350 | 0,5703 | -7,2885 | 0,8799 | -6,9010 |
| 77 | 42,5763 | 172,2618 | 0,8752 | -6,8808 | 1,1855 | -6,4656 |
| 78 | 43,9148 | 166,0337 | 1,1810 | -6,4467 | 1,4958 | -6,0096 |
| 79 | 45,5677 | 160,2698 | 1,4916 | -5,9914 | 1,8143 | -5,5364 |
| 80 | 47,5448 | 154,9864 | 1,8104 | -5,5185 | 2,1438 | -5,0483 |
| 81 | 49,8581 | 150,1984 | 2,1402 | -5,0301 | 2,4864 | -4,5459 |
| 82 | 52,5215 | 145,9202 | 2,4830 | -4,5273 | 2,8436 | -4,0291 |
| 83 | 55,5496 | 142,1672 | 2,8403 | -4,0097 | 3,2159 | -3,4964 |
| 84 | 58,9572 | 138,9564 | 3,2126 | -3,4760 | 3,6026 | -2,9455 |
| 85 | 62,7575 | 136,3079 | 3,5990 | -2,9240 | 4,0016 | -2,3729 |
| 86 | 66,9604 | 134,2456 | 3,9972 | -2,3503 | 4,4086 | -1,7743 |
| 87 | 71,5705 | 132,7982 | 4,4029 | -1,7505 | 4,8174 | -1,1443 |
| 88 | 76,5846 | 132,0002 | 4,8097 | -1,1194 | 5,2184 | -0,4767 |
| 89 | 81,9878 | 131,8927 | 5,2077 | -0,4508 | 5,5987 | 0,2358 |
| 90 | 87,7504 | 132,5241 | 5,5840 | 0,2622 | 5,9413 | 1,0006 |
| 91 | 93,8231 | 133,9505 | 5,9210 | 1,0271 | 6,2244 | 1,8258 |
| 92 | 100,1322 | 136,2357 | 6,1970 | 1,8516 | 6,4211 | 2,7188 |
| 93 | 106,5745 | 139,4498 | 6,3849 | 2,7427 | 6,4998 | 3,6853 |
| 94 | 113,0136 | 143,6667 | 6,4531 | 3,7058 | 6,4250 | 4,7281 |
| 95 | 119,2762 | 148,9604 | 6,3664 | 4,7429 | 6,1589 | 5,8444 |
| 96 | 125,1527 | 155,3971 | 6,0878 | 5,8506 | 5,6651 | 7,0228 |
| 97 | 130,4007 | 163,0254 | 5,5822 | 7,0166 | 4,9138 | 8,2400 |
| 98 | 134,7558 | 171,8619 | 4,8215 | 8,2166 | 3,8887 | 9,4564 |
| 99 | 137,9490 | 181,8736 | 3,7918 | 9,4104 | 2,5947 | 10,6130 |
| 100 | 139,7321 | 192,9589 | 2,5005 | 10,5394 | 1,0656 | 11,6313 |