

# 基于模拟退火的粒子群优化算法

高 鹰<sup>1,2</sup> 谢胜利<sup>1</sup>

(华南理工大学电子与信息学院, 广州 510641)

(广州大学计算机科学与技术系, 广州 510405)

E-mail: falcongao@21cn.com

**摘 要** 粒子群优化算法是一类简单有效的随机全局优化技术。该文把模拟退火思想引入到具有杂交和高斯变异的粒子群优化算法中,给出了一种基于模拟退火的粒子群优化算法。该算法基本保持了粒子群优化算法简单容易实现的特点,但改善了粒子群优化算法摆脱局部极值点的能力,提高了算法的收敛速度和精度。四个基准测试函数的仿真对比结果表明,该算法不仅增强了全局收敛性,而且收敛速度和精度均优于粒子群优化算法。

**关键词** 模拟退火 粒子群优化算法 杂交 变异

文章编号 1002-8331-(2004)01-0047-04 文献标识码 A 中图分类号 TP301.6

## Particle Swarm Optimization Algorithms Based on Simulated Annealing

Gao Ying<sup>1,2</sup> Xie Shengli<sup>1</sup>

(College of Electronic & Information Engineering South China University of  
Technology, Guangzhou 510641)

(Dept. of Computer Science and Technology Guangzhou University, Guangzhou 510405)

**Abstract:** Particle swarm optimizers are a simple stochastic global optimization technique. In this paper, the mechanism of simulated annealing is involved into original particle swarm optimizer with crossover and Gaussian mutation and a simulated annealing-based particle swarm optimization algorithm is proposed. The proposed algorithm is almost as simple for implement as particle swarm optimizer but can improve the abilities of seeking the global excellent result and evolution speed. The experiment results demonstrate that the proposed algorithm is superior to original particle swarm optimization algorithm.

**Keywords:** Simulated annealing, Particle swarm optimization, Crossover, Mutation

### 1 引言

粒子群优化算法是一类基于群智能的随机优化算法。因受到人工生命的研究结果启发, Kennedy 和 Eberhart<sup>[1,2]</sup>于 1995 年提出了粒子群优化算法,并已广泛应用于函数优化、神经网络训练、模式分类、模糊系统控制以及其他的应用领域。同遗传算法类似,它是一种基于群体的优化工具,与遗传算法相比,粒子群优化算法简单、容易实现同时又有深刻的智能背景,既适合科学研究,又特别适合工程应用。因此,粒子群优化算法一经提出,立刻引起了演化计算等领域的学者们的广泛关注,并在短短的几年时间里出现大量的研究成果<sup>[3-12]</sup>。然而,粒子群优化算法有易陷入局部极值点、进化后期收敛慢、精度较差等的缺点。为了克服粒子群优化算法的缺点,目前出现了大量的改进粒子群优化算法,如 Shi Y<sup>[3]</sup>(1998)提出的带惯性因子的粒子群优化算法、Clerc M<sup>[4]</sup>(1999)提出的带约束因子的粒子群优化算法、Shi Y<sup>[5]</sup>(2001)提出的模糊自适应粒子群优化算法、Angeline P.<sup>[6]</sup>(1998)提出的杂交粒子群优化算法、Lovbjerg M<sup>[7]</sup>(2001)给出的具有繁殖和子群的粒子群优化算法、Natsuki<sup>[8]</sup>(2003)给出

的具有高斯变异的粒子群优化算法、Van<sup>[9,10]</sup>(2001)给出的协同粒子群优化算法以及文献<sup>[11,12]</sup>(1997,2000)提出的离散粒子群优化算法等。这些算法从不同方面对粒子群优化算法进行了改进,不同程度地提高了算法的收敛速度和精度,但效果并不十分理想。该文将模拟退火思想引入到粒子群优化算法中,给出了基于模拟退火的粒子群优化算法。该算法结合了粒子群优化算法具有的全局寻有能力、实现简单和模拟退火算法具有的较强的跳出局部最优解的能力,从而避免了粒子群优化算法易于陷入局部极值点的缺点,提高了进化后期算法的收敛速度和精度。4 个基准测试函数的对比实验结果说明所提出的基于模拟退火的粒子群优化算法优于基本粒子群优化算法。

### 2 基本粒子群优化算法

粒子群优化算法最先由 Eberhart 博士和 Kennedy 博士在文献<sup>[1,2]</sup>中提出,它是一种基于群体的具有全局寻优能力的优化工具。它通过迭代搜寻最优值,系统初始化为一组随机解,而粒子(潜在的解)在解空间追随最优的粒子进行搜索。假设在一

基金项目:国家自然科学基金(编号:60274006)、国家杰出青年基金、教育部跨世纪优秀人才基金、华南理工大学自然科学基金资助项目

作者简介:高鹰(1963-),男,博士后,副教授,主要研究领域:自适应信号处理、盲信号处理、人工神经网络、小波分析和智能信息处理等。已在电子学报、电子与信息学报、通信学报等学术刊物发表论文二十余篇。谢胜利(1957-),男,教授,博士生导师。主要研究领域:智能信息处理、盲信号处理、图象处理、自适应信号处理、非线性系统学习控制、机器人系统等。

(C)1994-2023 China Academic Electronic Journal Publishing House. All rights reserved. <http://www.cnki.net>

个  $D$  维的目标搜索空间中,有  $N$  个粒子组成一个群体,其中第  $i$  个粒子表示为一个  $D$  维的向量  $x_i, i=1, 2, \dots, N$ , 即第  $i$  个粒子在  $D$  维的搜索空间中的位置是  $x_i$ 。每个粒子的位置就是一个潜在的解。将  $x_i$  带入一个目标函数就可以计算出其适应值,根据适应值的大小衡量  $x_i$  的优劣。第  $i$  个粒子的“飞行”速度也是一个  $D$  维的向量,记为  $v_i, i=1, 2, \dots, N$ 。记第  $i$  个粒子迄今为止搜索到的最优位置为  $p_i, i=1, 2, \dots, N$ , 整个粒子群迄今为止搜索到的最优位置为  $p_g$ 。粒子群优化算法采用下列公式对粒子操作:

$$v_i \leftarrow v_i + c_1 r_1 (p_i - x_i) + c_2 r_2 (p_g - x_i) \quad (1)$$

$$x_i \leftarrow x_i + v_i \quad (2)$$

其中  $i=1, 2, \dots, N$ ; 学习因子  $c_1$  和  $c_2$  是非负常数,  $r_1$  和  $r_2$  是介于  $[0, 1]$  之间的随机数。迭代中止条件根据具体问题一般选为最大迭代次数或(和)粒子群迄今为止搜索到的最优位置满足预定最小适应阈值。通常把由 Eberhart 和 Kennedy 提出的粒子群优化算法称为基本的粒子群优化算法。基本的粒子群优化算法需要用户确定的参数并不多,而且操作简单,故使用比较方便。但是它的缺点是易陷入局部极值点,搜索精度不高,因此人们提出了许多改进算法<sup>[12-12]</sup>。这些算法在一定程度上改进了基本粒子群优化算法的性能。

### 3 模拟退火

模拟退火<sup>[13]</sup>是 80 年代初发展起来的一种随机性组合优化方法。它模拟高温金属降温的热力学过程,并广泛应用于组合优化问题。模拟退火在进行优化时先确定初始温度,随机选择一个初始状态并考察该状态的目标函数值,对当前状态附加一小扰动,并计算新状态的目标函数值,以概率 1 接受较好点,以某种概率  $P_r$  接受较差点作为当前点,直到系统冷却。模拟退火方法在初始温度足够高、温度下降足够慢的条件下,能以概率 1 收敛到全局最优值,由于它以某种概率接受较差点,从而具有跳出局部最优解的能力。算法的求解过程如下:

(1) 初始化退火温度  $T_k$  (令  $k=0$ ), 产生随机初始解  $x_0$ ;

(2) 在温度  $T_k$  下重复执行如下操作,直至达到温度  $T_k$  的平衡状态:

在解  $x$  的领域中产生新的可行解  $x'$ ;

计算  $x'$  的目标函数  $f(x')$  和  $x$  的目标函数  $f(x)$  的差值  $\Delta f$ ;

依照概率  $\min\{1, \exp(-\Delta f/T_k)\} > \text{random}[0, 1]$  接收  $x'$ , 其中  $\text{random}[0, 1]$  是  $[0, 1]$  区间内的随机数。

(3) 退火操作:  $T_{k+1} = CT_k, k \leftarrow k+1$ , 其中  $C \in (0, 1)$ 。若满足收敛判据,则退火过程结束;否则,转(2)。

其中退火温度  $T$  控制着求解过程向最优值的优化方向进行,同时它又以概率  $\exp(-\Delta f/T_k)$  来接收劣质解,因此算法可以跳出局部极值点。只要初始温度足够高,退火过程足够慢,算法就能收敛到全局最优解。

虽然已有一些研究者将模拟退火与其它优化算法结合起来,如文献[14-16]提出利用模拟退火来改变遗传算法的性能等,但尚未见把模拟退火与粒子群优化算法相结合的算法。

### 4 基于模拟退火的粒子群优化算法

该文提出的基于模拟退火的粒子群优化算法是以基本粒子群优化算法运算流程作为主体流程,为把模拟退火机制引入其中,采用杂交粒子群优化算法<sup>[6]</sup>中的杂交运算和带高斯变异的粒子群优化算法<sup>[8]</sup>中的变异运算,以便进一步调整优化群体。其基本的执行过程是先随机产生初始群体,开始随机搜索,通

过基本的粒子群优化算法(1)(2)式来产生一组新的个体,然后再独立地进行杂交运算和带高斯变异运算,通过对所产生出的各个个体分别进行模拟退火,以其结果作为下一代群体中的个体。

在每次进化中,杂交运算依据杂交概率选取指定数量的粒子放入一个池中。池中的粒子随机地两两杂交,产生同样数目的孩子粒子,并用孩子粒子代替父母粒子,以保持种群的粒子数目不变。孩子粒子的位置由父母粒子的位置的算术加权和计算,即:

$$\text{child}_k(x) = p * \text{parent}_k(x) + (1-p) * \text{parent}_k(x) \quad (3)$$

$$\text{child}_k(x) = p * \text{parent}_k(x) + (1-p) * \text{parent}_k(x) \quad (4)$$

其中  $x$  是  $D$  维的位置向量,而  $\text{child}_k(x)$  和  $\text{parent}_k(x), k=1, 2$  分别指明是孩子粒子还是父母粒子的位置,  $p$  是  $D$  维均匀分布的随机数向量,  $p$  的每个分量都在  $[0, 1]$  取值;  $*$  表示向量分量对应相乘。孩子粒子的速度分别由下面的公式得到:

$$\text{child}_1(v) = \frac{\text{parent}_1(v) + \text{parent}_2(v)}{|\text{parent}_1(v) + \text{parent}_2(v)|} |\text{parent}_1(v)| \quad (5)$$

$$\text{child}_2(v) = \frac{\text{parent}_1(v) + \text{parent}_2(v)}{|\text{parent}_1(v) + \text{parent}_2(v)|} |\text{parent}_2(v)| \quad (6)$$

其中  $v$  是  $D$  维的速度向量,而  $\text{child}_k(x)$  和  $\text{parent}_k(x), k=1, 2$  分别指明是孩子粒子还是父母粒子的速度。

在每次进化中,变异运算依据变异概率选取指定数量的粒子按高斯变异算子进行变异,用变异后的粒子代替原粒子,即:

$$\text{mutation}(x) = x * (1 + \text{Gaussian}(\sigma)) \quad (7)$$

整个算法的执行过程由两部分组成,首先通过基本的粒子群优化算法((1)(2)式)的进化操作(侧重全局搜索)产生出较优良的一个群体,然后再应用杂交运算((3)-(6)式)和变异运算((7)式)在模拟退火操作(侧重局部搜索)下来进行粒子的进一步优化调整。进化过程反复迭代,直到满足某个终止条件为止,其算法流程如下:

(1) 初始化参数:交叉概率  $P_c$ , 变异概率  $P_m$ , 学习因子  $c_1$  和  $c_2$ , 温度冷却系数  $C$ , 退火初始温度  $T$ ;

(2) 随机产生  $N$  个粒子的种群;

(3) 采用(1)(2)式对种群中的粒子进行操作;

(4) 对(3)产生的种群以交叉概率  $P_c$  选择粒子形成子种群,实施如下操作,以产生一个新种群:

从子种群中随机地两两选取个体  $x_j, x_k$ , 按(3)(4)式进行交叉操作,产生两个新个体  $x'_j, x'_k$ , 计算适应函数值  $f(x_j), f(x_k), f(x'_j)$  和  $f(x'_k)$ , 若  $\min\{1, \exp(-(|f(x'_j) - f(x_j)|)/T)\} > \text{random}$ , 则把  $x'_j$  作为新个体,若  $\min\{1, \exp(-(|f(x'_k) - f(x_k)|)/T)\} > \text{random}$ , 则把  $x'_k$  作为新个体,其中  $\text{random}$  为  $[0, 1]$  区间上的随机数;

(5) 对交叉后产生的新种群按变异概率  $P_m$  选择粒子形成子种群,实施如下操作,以产生一个新种群:

从子种群中选取个体  $x_j$ , 按(7)式进行高斯变异操作,产生一个新个体  $x'_j$ , 计算适应函数值  $f(x_j)$  和  $f(x'_j)$ , 若  $\min\{1, \exp(-(|f(x'_j) - f(x_j)|)/T)\} > \text{random}$ , 则把  $x'_j$  作为新个体;

(6) 若当前最优个体满足收敛条件,则进化过程成功结束,返回全局最优解;

(7) 若进化次数小于预定最大进化次数,则修改种群的退火温度,即令  $T \leftarrow CT$ , 转步骤(3);

### 5 计算机模拟仿真比较

这一节将以求如下的 4 个基准测试函数的最小值为例,通过计算机仿真来评价比较该文给出的基于模拟退火的粒子群优化算法的性能 4 个基准测试函数如下:

(1)  $f_1(x,y)=x^2+y^2$ ,  $-5.12 \leq x,y \leq 5.12$ , 在  $[-5.12, 5.12]$  区间内有 1 个全局最小值点  $(0,0)$ , 全局最小值为 0。

(2)  $f_2(x,y)=100(x^2+y^2)+(1-x)^2$ ,  $-2.048 \leq x,y \leq 2.048$ , 在  $[-2.048, 2.048]$  区间内有 1 个全局最小值点  $(1,1)$ , 全局最小值为 0。

(3)  $f_3(x,y)=x^2-0.4\cos(3\pi x)+2y^2-0.6\cos(4\pi y)+1$ ,  $-10 \leq x,y \leq 10$ , 在  $[-10, 10]$  区间内有 1 个全局最小值点  $(0,0)$ , 全局最小值为 0。

(4)  $f_4(x,y)=\frac{1}{4000}(x^2+y^2)-\cos(x)\cos(y/\sqrt{2})+1$ ,  $-600 \leq x,y \leq 600$ , 在  $[-600, 600]$  区间内有 1 个全局最小值点  $(0,0)$ , 全局最小值为 0。

算法的初始化参数如下: 粒子群规模 20, 学习因子  $c_1=1$ ,  $c_2=1$ , 交叉概率  $P_c=0.5$ , 变异概率  $P_m=0.05$ , 温度冷却系数  $C=0.8$ , 退火初始温度  $T=1000000$ 。为评价算法的收敛性能, 进化次数设为 1000, 连续运行 50 次所得函数全局最小值点的平均值和全局最小值的平均值作为算法的衡量指标。为便于图示说明, 下面的仿真图中横轴表示进化次数, 纵轴表示适应度值的

对数(即每次进化所得全局最小值的对数)。

图 1~图 4 分别是函数  $f_1 \sim f_4$  适应度值的对数(即每次进化所得全局最小值的对数)随进化次数变化的曲线图(50 次独立运行的平均), 每幅图中, 上面一条曲线对应于基本粒子群优化算法, 而下面一条曲线对应于基于模拟退火的粒子群优化算法。从图中可以看出, 基于模拟退火的粒子群优化算法的收敛性能明显优于基本粒子群优化算法的收敛性能。表 1 是基本粒子群优化算法和基于模拟退火的粒子群优化算法数值仿真结果, 由表 1 可以看出, 基于模拟退火的粒子群优化算法对 4 个函数的求解结果均优于基本粒子群优化算法的求解结果(50 次独立运行的平均)。对其它函数所做的大量计算机仿真结果亦说明了这一点, 另外, 还把基于模拟退火的粒子群优化算法和其它改进算法<sup>[2-8]</sup>也做了计算机仿真, 结果显示, 基于模拟退火的粒子群优化算法的收敛性能不同程度地优于其它改进算法, 限于篇幅, 这里就不再给出结果。

6 结论

基本的粒子群优化算法是一类简单的随机全局优化技术。这篇文章把模拟退火思想引入到具有杂交和高斯变异的粒子群优化算法中, 通过模拟退火机制来接收杂交和高斯变异后的

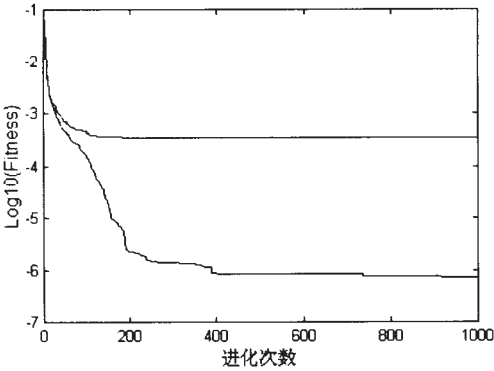


图 1 求函数  $f_1$  最小值的进化曲线

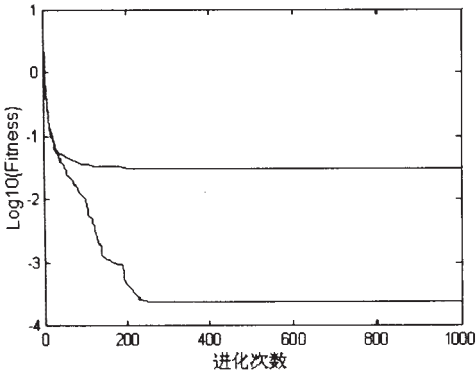


图 2 求函数  $f_2$  最小值的进化曲线

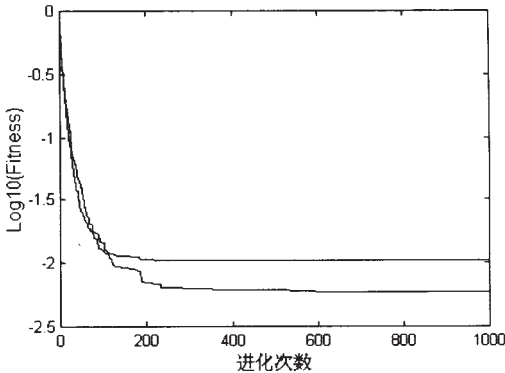


图 3 求函数  $f_3$  最小值的进化曲线

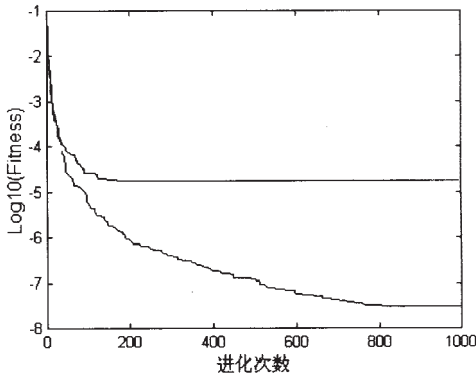


图 4 求函数  $f_4$  最小值的进化曲线

表 1 基本粒子群优化算法和基于模拟退火的粒子群优化算法仿真结果

	基本粒子群优化算法		基于模拟退火的粒子群优化算法	
	全局最小值点平均值	全局最小值平均值	全局最小值点平均值	全局最小值平均值
$f_1$	$(-0.00382479, -0.00151192)$	0.00003426	$(0.00003311, -0.00006472)$	0.00000007
$f_2$	$(0.98091619, 0.98617958)$	0.03015057	$(1.00313646, 1.00651501)$	0.00002428
$f_3$	$(-0.00146766, 0.00047434)$	0.01051713	$(-0.00102071, 0.00039764)$	0.00293837
$f_4$	$(-0.00045079, -0.00360870)$	0.00000822	$(0.00001888, 0.00000301)$	0.00000003

子代,以此来保留优良个体。随着进化过程的进行,温度逐渐下降,接收差解的概率逐渐减小,从而提高了收敛性能。该算法不仅基本保持了粒子群优化算法简单容易实现的特点,而且增强粒子群优化算法的全局寻优能力,加快了算法的进化速度,提高了收敛精度。计算机测试仿真结果表明,该算法的性能优于粒子群优化算法。(收稿日期:2003年10月)

参考文献

1.Kennedy J ,Eberhart R.Particle swarm optimization[C].In IEEE Int'l Conf on Neural Networks ,Perth ,Australia ,1995 :1942~1948  
2.Eberhart R Kennedy J.A new optimizer using particle swarm theory[C]. In Proc of the sixth international symposium on Micro Machine and Human Science ,Nagoya ,Japan ,1995 :39~43  
3.Shi Y ,Eberhart R.A modified particle swarm optimizer[C].In IEEE World Congress on Computational Intelligence ,1998 :69~73  
4.Clerc M.The swarm and the Queen :Towards a deterministic and adaptive particle swarm optimization[C].In :Proc of the Congress of Evolutionary Computation ,1999 :1951~1957  
5.Shi Y ,Eberhart R.C Fuzzy Adaptive particle swarm optimization[C]. In Proc of the Congress on Evolutionary Computation ,Seoul Korea , 2001  
6.Angeline P J.Evolutionary optimization versus particle swarm optimization Philosophy and performance differences[C].In Evolutionary programming VII ,1998 :601~610  
7.Lovbjerg M ,Rasmussen T K ,Krink T.Hybrid particle swarm optimization with breeding and subpopulations[C].In :Proc of the third Ge-

netic and Evolutionary computation conference ,San Francisco ,USA , 2001  
8.Natsuki Higasshi ,Hitoshi Iba Particle swarm optimization with Gaussian mutation[C].In :Proc of the Congress on Evolutionary Computation , 2003 :72~79  
9.Van den Bergh F ,Engelbrecht A P.Training product unit networks using cooperative particle swarm optimizers[C].In :Proc of the third Genetic and Evolutionary computation conference ,San Francisco ,USA , 2001  
10.Van den Bergh F ,Engelbrecht A P.Effects of swarm size cooperative particle swarm optimizers[C].In :Proc of the third Genetic and Evolutionary computation conference ,San Francisco ,USA ,2001  
11.Kennedy J ,Eberhart R.Discrete binary version of the particle swarm algorithm[C].In IEEE Int'l Conf on computational Cybernetics and Simulation ,1997 :4104~4108  
12.Clerc M.Discrete particle swarm optimization illustrated by the traveling salesman problem.http ://www.mauriceclerc.net ,2000  
13.康立山.非数值并行算法(第1册)——模拟退火算法[M].北京 :科学出版社 ,1997 :22~55  
14.吴志远 ,邵惠鹤 ,吴新余.遗传退火进化算法[J].上海交通大学学报 , 1997 :31(12) :69~71  
15.王雪梅 ,王义和.模拟退火算法与遗传算法的结合[J].计算机学报 , 1997 :20(4) :381~384  
16.Lin F T ,Kao C Y ,Hsu C C.Applying the genetic approach to simulated annealing in solving some NP-hard[J].IEEE Transactions on SMC ,1993 :23(6) :1752~1767

(上接 42 页)

简单的 Miss America 压缩时,在压缩比基本相同的情况下,该方法的信噪比要比文献[6]低了大约 2 dB;在对背景较为复杂的 Salesman 进行压缩时,在信噪比提高大约 2 dB 情况下,该方法的压缩比大约是文献[6]压缩比的 1.8 倍。图 2 中给出了 Miss America 和 Salesman 的原图像和解码后的恢复图像。从图中可以看出,在高压缩比的情况下,恢复图像的质量依然很好。



图 2 Miss America 和 Salesman 第 28 帧原图像与恢复图像

由此可见,文章在对背景简单和背景复杂的彩色图像序列进行压缩时,都能达到很高的压缩比,具有更强的适应性。

5 结束语

该文根据四维矩阵理论,对彩色视频图像进行了 4D-MDCT 变换,有效地去除了彩色视频序列在空间、光谱和时间

表 1 实验性能比较

图像序列	算法	平均压缩比	平均 PSNR(dB)
Miss America	文献[6]	501.7708	35.7607
	该文方法	335.2512 503.9899	34.8763 33.7247
Salesman	文献[6]	136.6277	29.6187
	该文方法	199.5968 246.7522	32.5273 31.6156

上的相关性,并进一步利用四维矩阵量化后的预测和补偿算法去除了四维子阵系数之间的相关性。在保证图像压缩质量的前提下,大大提高了压缩比。另外该算法运算速度快,能够在短时间内完成,因此具有广阔的应用前景。(收稿日期:2003年10月)

参考文献

1.ISO/IEC 11172-2.Coding of Moving Pictures and Associated Audio for Digital Storage Media at Up or About 1.5 Mbit/s[MPEG VIDEO JS]. 1993  
2.CCITT Recommendation H.261.Video codec for audio visual services at px64kbits/s[S].1990  
3.ITU-T Draft Recommendation H.263 Version 2 ,Video Coding for low bitrate communication[S].1998  
4.赵岩 ,陈贺新.彩色视频的二维矩阵离散余弦变换编码[J].中国图象图形学报 ,2003 :8(6) :620~624  
5.杜相文 ,陈贺新 ,赵志杰.彩色视频的二维 MDCT 及矩阵量化编码[J].吉林大学学报(信息科学版) ,2003 :21(5) :12~16  
6.杨春玲 ,余英林.基于三维小波变换嵌入式视频压缩算法的研究[J].电子学报 ,2001 :29(10) :1381~1383