Algebra Relacional

El álgebra relacional es un lenguaje de consulta procedimental. Consta de un conjunto de operaciones que toman como entrada una o dos relaciones y producen como resultado una nueva relación. Las operaciones fundamentales del álgebra relacional son selección, proyección, unión, diferencia de conjuntos, producto cartesiano y renombramiento. Además de las operaciones fundamentales hay otras operaciones, por ejemplo, intersección de conjuntos, reunión natural, división y asignación. Estas operaciones se definirán en términos de las operaciones fundamentales.

Operaciones fundamentales

Las operaciones selección, proyección y renombramiento se denominan operaciones unarias porque operan sobre una sola relación. Las otras tres operaciones operan sobre pares de relaciones y se denominan, por lo tanto, operaciones binarias.

La operación selección

La operación selección selecciona tuplas que satisfacen un predicado dado. Se utiliza la letra griega sigma minúscula (**σ**) para denotar la selección. El predicado aparece como subíndice de σ. La relación del argumento se da entre paréntesis a continuación de σ. Por tanto, para seleccionar las tuplas de la relación préstamo en que la sucursal es «Navacerrada» hay que escribir:

$$\sigma_{\textit{nombre-sucursal} = \text{«}\textit{Navacerrada}\text{»}}\ (\textit{préstamo})$$

Si la relación préstamo es como se muestra a continuación:

número-préstamo	*nombre-sucursal*	*importe*
P-11	Collado Mediano	900
P-14	Centro	1.500
P-15	Navacerrada	1.500
P-16	Navacerrada	1.300
P-17	Centro	1.000
P-23	Moralzarzal	2.000
P-93	Becerril	500

la relación que resulta de la consulta anterior es:

número-préstamo	*nombre-sucursal*	*importe*
P-15	Navacerrada	1.500
P-16	Navacerrada	1.300

Se pueden buscar todas las tuplas en las que el importe prestado sea mayor que 1.200 escribiendo:

$$\sigma_{\textit{importe}>1200}\ (\textit{préstamo})$$

En general, se permiten las comparaciones que utilizan =, ≠, <, ≤, > o ≥ en el predicado de selección. Además, se pueden combinar varios predicados en uno mayor utilizando las conectivas y (∧) y o (∨). Por tanto, para encontrar las tuplas correspondientes a préstamos de más de 1.200 concedidos por la sucursal de Navacerrada, se escribe:

$$\sigma_{\textit{nombre-sucursal} = \text{«Navacerrada»} \wedge \textit{importe}>1200}\ (\textit{préstamo})$$

El predicado de selección puede incluir comparaciones entre dos atributos. Para ilustrarlo, considérese la relación responsable-préstamo, que consta de tres atributos: *nombre-cliente, nombre-banquero y número-préstamo,* que especifica que un empleado concreto es el responsable del préstamo concedido a un cliente. Para hallar todos los clientes que se llaman igual que su responsable de préstamos se puede escribir:

$$\sigma_{\textit{nombre-cliente} = \textit{nombre-banquero}}\ (\textit{responsable-préstamo})$$

Dado que el valor especial nulo indica «valor desconocido o inexistente», cualquier comparación que implique a un valor nulo se evalúa como falsa.

La operación proyección

Supóngase que se desea hacer una lista de todos los números de préstamo y del importe de los mismos, pero sin que aparezcan los nombres de las sucursales. La operación **proyección** permite producir esta relación. La operación proyección es una operación unaria que devuelve su relación de argumentos, excluyendo algunos argumentos. Dado que las relaciones son conjuntos, se eliminan todas las filas duplicadas. La proyección se denota por la letra griega mayúscula pi (Π). Se crea una lista de los atributos que se desea que aparezcan en el resultado como subíndice de Π. La relación de argumentos se escribe a continuación entre paréntesis. Por tanto, la consulta para crear una lista de todos los números de préstamo y del importe de los mismos puede escribirse como:

$$\Pi_{\textit{número-préstamo, importe}}\ (\textit{préstamo})$$

La relación que resulta de esta consulta es la siguiente:

número-préstamo	*importe*
P-11	900
P-14	1.500
P-15	1.500
P-16	1.300
P-17	1.000
P-23	2.000
P-93	500

Composición de operaciones relacionales

Es importante el hecho de que el resultado de una operación relacional sea también una relación. Considérese la consulta más compleja «Encontrar los nombres de clientes que viven en Peguerinos». Hay que escribir:

$$\Pi_{nombre\text{-}cliente}\ (\ \sigma_{ciudad\text{-}cliente\ =\ \text{«Peguerinos»}}\ (\textbf{\textit{cliente}}))$$

Téngase en cuenta que, en vez de dar en el argumento de la operación proyección el nombre de una relación, se da una expresión que se evalúa como una relación. En general, dado que el resultado de una operación del álgebra relacional es del mismo tipo (relación) que los datos de entrada, las operaciones del álgebra relacional pueden componerse para formar una **expresión del álgebra relacional**. La composición de operaciones del álgebra relacional para formar expresiones del álgebra relacional es igual que la composición de operaciones aritméticas (como +, –, * y ÷) para formar expresiones aritméticas.

La operación unión

Considérese una consulta para averiguar el nombre de todos los clientes del banco que tienen una cuenta, un préstamo o ambas cosas. Obsérvese que la relación cliente no contiene esa información:

nombre-cliente	*calle-cliente*	*ciudad-cliente*
Abril	Preciados	Valsaín
Amo	Embajadores	Arganzuela
Badorrey	Delicias	Valsaín
Fernández	Jazmín	León
Gómez	Carretas	Cerceda
González	Arenal	La Granja
López	Mayor	Peguerinos
Pérez	Carretas	Cerceda
Rodríguez	Yeserías	Cádiz
Rupérez	Ramblas	León
Santos	Mayor	Peguerinos
Valdivieso	Goya	Vigo

dado que los clientes no necesitan tener ni cuenta ni préstamo en el banco. Para contestar a esta consulta hace falta la información de la relación impositor:

nombre cliente	*número cuenta*
Abril	C-102
Gómez	C-101
González	C-201
González	C-217
López	C-222
Rupérez	C-215
Santos	C-305

y la de la relación prestatario

nombre cliente	*número préstamo*
Fernández	P-16
Gómez	P-93
Gómez	P-15
López	P-14
Pérez	P-17
Santos	P-11
Sotoca	P-23
Valdivieso	P-17

Se conoce la manera de averiguar los nombres de todos los clientes con préstamos en el banco:

$$\Pi_{nombre\text{-}cliente}\ (prestatario)$$

También se conoce la manera de averiguar el nombre de los clientes con cuenta en el banco:

$$\Pi_{nombre\text{-}cliente}\ (impositor)$$

Para contestar a la consulta hace falta la unión de estos dos conjuntos; es decir, hacen falta todos los nombres de clientes que aparecen en alguna de las dos relaciones o en ambas. Estos datos se pueden averiguar mediante la operación binaria unión, denotada, como en la teoría de conjuntos, por $\cup$. Por tanto, la expresión buscada es:

$$\Pi_{nombre\text{-}cliente}\ (prestatario) \cup \Pi_{nombre\text{-}cliente}\ (impositor)$$

La relación resultante de esta consulta es:

nombre-cliente
Abril
Fernández
Gómez
González
López
Pérez
Rupérez
Santos
Sotoca
Valdivieso

Téngase en cuenta que en el resultado hay diez tuplas, aunque hay siete prestatarios y seis impositores distintos. Esta discrepancia aparente se debe a que Gómez, Santos y López son a la vez prestatarios e impositores. Dado que las relaciones son conjuntos, se eliminan los valores duplicados.

Obsérvese que en este ejemplo se toma la unión de dos conjuntos, ambos consistentes en valores de *nombre-cliente*. En general, se debe asegurar que las uniones se realicen entre relaciones compatibles. Por ejemplo, no tendría sentido realizar la unión de las relaciones *préstamo* y *prestatario*. La primera es una relación con tres atributos, la segunda sólo tiene dos. Más aún, considérese la unión de un conjunto de nombres de clientes y de un conjunto de ciudades. Una unión así no tendría sentido en la mayor parte de los casos. Por tanto, para que una operación unión $r \cup s$ sea válida hay que exigir que se cumplan dos condiciones:

1. Las relaciones r y s deben ser de la misma aridad. Es decir, deben tener el mismo número de atributos.
2. Los dominios de los atributos i-ésimos de r y de s deben ser iguales para todo i.

Téngase en cuenta que r y s pueden ser, en general, relaciones temporales que sean resultado de expresiones del álgebra relacional.

La operación diferencia de conjuntos

La operación **diferencia de conjuntos**, denotada por –, permite buscar las tuplas que estén en una relación pero no en la otra. La expresión *r – s* da como resultado una relación que contiene las tuplas que están en *r* pero no en *s*. Se pueden buscar todos los clientes del banco que tienen abierta una cuenta pero no tienen concedido ningún préstamo escribiendo:

$$\Pi_{nombre\text{-}cliente}(impositor) - \Pi_{nombre\text{-}cliente}(prestatario)$$

La relación resultante de esta consulta es:

nombre-cliente
Abril
González
Rupérez

Como en el caso de la operación unión, hay que asegurarse de que las diferencias de conjuntos se realicen entre relaciones compatibles. Por tanto, para que una operación diferencia de conjuntos $r - s$ sea válida hay que exigir que las relaciones r y s sean de la misma aridad y que los dominios de los atributos *i-ésimos* de r y s sean iguales.

La operación producto cartesiano

La operación **producto cartesiano**, denotada por un aspa (×), permite combinar información de cualesquiera dos relaciones. El producto cartesiano de las relaciones $r1$ y $r2$ como $r1 \times r2$. Recuérdese que las relaciones se definen como subconjuntos del producto cartesiano de un conjunto de dominios. A partir de esta definición ya se debe tener una intuición sobre la definición de la operación producto cartesiano. Sin embargo, dado que el mismo nombre de atributo puede aparecer tanto en $r1$ como en $r2$, hay que crear un esquema de denominaciones para distinguir entre ambos atributos. En este caso se logra adjuntando al atributo el nombre de la relación de la que proviene originalmente. Por ejemplo, el esquema de relación de *r = prestatario × préstamo* es:

(*prestatario.nombre-cliente, prestatario.número-préstamo, préstamo.nombre-sucursal, préstamo.número-préstamo, préstamo.importe*)

Con este esquema se puede distinguir entre *prestatario.número-préstamo* y *préstamo.número-préstamo*.

Para los atributos que sólo aparecen en uno de los dos esquemas se suele omitir el prefijo con el nombre de la relación. Esta simplificación no genera ambigüedad alguna. Por tanto, se puede escribir el esquema de relación de r como:

(nombre-cliente, prestatario.número-préstamo, nombre-sucursal, préstamo.número-préstamo, importe)

El acuerdo de denominaciones precedente exige que las relaciones que sean argumentos de la operación producto cartesiano tengan nombres diferentes. Esta exigencia causa problemas en algunos casos, como cuando se desea calcular el producto cartesiano de una relación consigo misma. Se produce un problema similar si se utiliza el resultado de una expresión del álgebra relacional en un producto cartesiano, dado que hará falta un nombre para la relación para poder hacer referencia a sus atributos. Para evitar estos problemas se utiliza la operación de renombramiento.

Ahora que se conoce el esquema de relación de *r = prestatario × préstamo* hay que averiguar las tuplas que aparecerán en *r*. Como se podía imaginar, se crea una tupla de *r* a partir de cada par de tuplas posible: una de la relación *prestatario* y otra de la relación *préstamo*.

Por tanto, *r* es una relación de gran tamaño, como se puede ver en la siguiente figura:

nombre-cliente	*prestatario.número-préstamo*	*préstamo.número-préstamo*	*nombre-sucursal*	*importe*
Santos	P-17	P-11	Collado Mediano	900
Santos	P-17	P-14	Centro	1.500
Santos	P-17	P-15	Navacerrada	1.500
Santos	P-17	P-16	Navacerrada	1.300
Santos	P-17	P-17	Centro	1.000
Santos	P-17	P-23	Moralzarzal	2.000
Santos	P-17	P-93	Becerril	500
Gómez	P-23	P-11	Collado Mediano	900
Gómez	P-23	P-14	Centro	1.500
Gómez	P-23	P-15	Navacerrada	1.500
Gómez	P-23	P-16	Navacerrada	1.300
Gómez	P-23	P-17	Centro	1.000
Gómez	P-23	P-23	Moralzarzal	2.000
Gómez	P-23	P-93	Becerril	500
López	P-15	P-11	Collado Mediano	900
López	P-15	P-14	Centro	1.500
López	P-15	P-15	Navacerrada	1.500
López	P-15	P-16	Navacerrada	1.300
López	P-15	P-17	Centro	1.000
López	P-15	P-23	Moralzarzal	2.000
López	P-15	P-93	Becerril	500
...	...	...	...	...
...	...	...	...	...
...	...	...	...	...
Valdivieso	P-17	P-11	Collado Mediano	900
Valdivieso	P-17	P-14	Centro	1.500
Valdivieso	P-17	P-15	Navacerrada	1.500
Valdivieso	P-17	P-16	Navacerrada	1.300
Valdivieso	P-17	P-17	Centro	1.000
Valdivieso	P-17	P-23	Moralzarzal	2.000
Valdivieso	P-17	P-93	Becerril	500
Fernández	P-16	P-11	Collado Mediano	900
Fernández	P-16	P-14	Centro	1.500
Fernández	P-16	P-15	Navacerrada	1.500
Fernández	P-16	P-16	Navacerrada	1.300
Fernández	P-16	P-17	Centro	1.000
Fernández	P-16	P-23	Moralzarzal	2.000
Fernández	P-16	P-93	Becerril	500

donde sólo se ha incluido una parte de las tuplas que forman parte de *r*.

Supóngase que se tienen *n1* tuplas en *prestatario* y *n2* tuplas en *préstamo*. Por tanto, hay *n1 * n2* maneras de escoger un par de tuplas, una tupla de cada relación; por lo que hay *n1 * n2* tuplas en *r*. En concreto, obsérvese que para algunas tuplas *t* de *r* puede ocurrir que *t[prestatario.número-préstamo] ≠ r[préstamo.número-préstamo]*.

Supóngase que se desea averiguar los nombres de todos los clientes que tienen concedido un préstamo en la sucursal de *Navacerrada*. Se necesita para ello información de las relaciones *préstamo* y *prestatario*. Si se escribe

$$\sigma_{\text{nombre-sucursal} = \text{«Navacerrada»}}\ (\textit{prestatario x préstamo})$$

entonces el resultado es la relación será:

nombre-cliente	*prestatario.número-préstamo*	*préstamo.número-préstamo*	*nombre-sucursal*	*importe*
Santos	P-17	P-15	Navacerrada	1.500
Santos	P-17	P-16	Navacerrada	1.300
Gómez	P-23	P-15	Navacerrada	1.500
Gómez	P-23	P-16	Navacerrada	1.300
López	P-15	P-15	Navacerrada	1.500
López	P-15	P-16	Navacerrada	1.300
Sotoca	P-14	P-15	Navacerrada	1.500
Sotoca	P-14	P-16	Navacerrada	1.300
Pérez	P-93	P-15	Navacerrada	1.500
Pérez	P-93	P-16	Navacerrada	1.300
Gómez	P-11	P-15	Navacerrada	1.500
Gómez	P-11	P-16	Navacerrada	1.300
Valdivieso	P-17	P-15	Navacerrada	1.500
Valdivieso	P-17	P-16	Navacerrada	1.300
Fernández	P-16	P-15	Navacerrada	1.500
Fernández	P-16	P-16	Navacerrada	1.300

Se tiene una relación que sólo atañe a la sucursal de Navacerrada. Sin embargo, la columna *nombre-cliente* puede contener clientes que no tengan concedido ningún préstamo en la sucursal de Navacerrada. (Si no se ve el motivo por el que esto es cierto, recuérdese que el producto cartesiano toma todos los emparejamientos posibles de una tupla de prestatario con una tupla de préstamo.)

Dado que la operación producto cartesiano asocia todas las tuplas de *préstamo* con todas las tuplas de *prestatario*, se sabe que, si un cliente tiene concedido un préstamo en la sucursal de Navacerrada, hay alguna tupla de *prestatario x préstamo* que contiene su nombre y que *prestatario.número-préstamo = préstamo.número-préstamo*. Por tanto, si escribimos

$$\sigma_{prestatario.número\text{-}préstamo\ =\ préstamo.número\text{-}préstamo}$$
$$(\ \sigma_{nombre\text{-}sucursal\ =\ «Navacerrada»}\ (prestatario \times préstamo))$$

sólo se obtienen las tuplas de *prestatario x préstamo* que corresponden a los clientes que tienen concedido un préstamo en la sucursal de Navacerrada. Finalmente, dado que sólo se desea obtener *nombre-cliente*, se realiza una proyección:

$$\Pi_{nombre\text{-}cliente}\ (\ \sigma_{prestatario.número\text{-}préstamo\ =\ préstamo.número\text{-}préstamo}$$
$$(\ \sigma_{nombre\text{-}sucursal\ =\ «Navacerrada»}\ (prestatario\ x\cdot\ préstamo)))$$

El resultado de esta expresión se muestra en la siguiente figura que muestra la respuesta correcta a la consulta formulada.

nombre-cliente
Férnandez
López

La operación renombramiento

A diferencia de las relaciones de la base de datos, los resultados de las expresiones de álgebra relacional no tienen un nombre que se pueda utilizar para referirse a ellas.- Resulta útil poder ponerles nombre; el operador **renombramiento**, denotado por la letra griega rho minúscula (ρ), permite realizar esta tarea.

Para ilustrar el uso del renombramiento de las relaciones, considérese la consulta «Buscar el máximo saldo de cuenta del banco». La estrategia empleada para obtener el resultado es:

1) Calcular una relación intermedia consistente en los saldos que no son el máximo y

2) realizar la diferencia entre la relación $\Pi_{saldo}\ (cuenta)$ y la relación intermedia recién calculada.

Paso 1: Para calcular la relación intermedia hay que comparar los valores de los saldos de todas las cuentas. Esta comparación se puede hacer calculando el producto cartesiano *cuenta x. cuenta* y formando una selección para comparar el valor de cualesquiera dos saldos que aparezcan en una tupla. En primer lugar hay que crear un mecanismo para distinguir entre los dos atributos *saldo*. Se utilizará la operación **renombramiento** para cambiar el nombre de una referencia a la relación *cuenta*; así, se puede hacer referencia dos veces a la relación sin ambigüedad alguna.

La relación temporal que se compone de los saldos que no son el máximo puede escribirse ahora como

$$\Pi_{cuenta.saldo}\ (\ \sigma_{cuenta.saldo\ <\ d.saldo}\ (cuenta \cdot \rho d\ (cuenta)))$$

Esta expresión proporciona los *saldos* de la relación *cuenta* para los que aparece un saldo mayor en alguna parte de la relación *cuenta* (**cuyo nombre se ha cambiado a d**). El resultado contiene todos los saldos salvo el máximo. Esta relación se muestra en la siguiente figura:

saldo
500
400
700
750
350

Paso 2: La consulta para averiguar el máximo saldo de cuenta del banco puede escribirse de la manera siguiente:

$$\Pi_{saldo}\ (cuenta) - \Pi_{cuenta.saldo}\ (\ \sigma_{cuenta.saldo\ <\ d.saldo}\ (cuenta \cdot \rho d\ (cuenta)))$$

En la siguiente figura:

saldo
900

se muestra el resultado de esta consulta. Considérese la siguiente consulta como un nuevo ejemplo de la operación renombramiento: «**Averiguar los nombres de todos los clientes que viven en la misma calle y en la misma ciudad que Gómez**». Se puede obtener la calle y la ciudad en la que vive *Gómez* escribiendo:

$$\Pi_{calle\text{-}cliente,\ ciudad\text{-}cliente}\ (\ \sigma_{nombre\text{-}cliente\ =\ «Gómez»}\ (cliente))$$

Sin embargo, para hallar a otros *clientes* que vivan en esa calle y en esa ciudad hay que hacer referencia por segunda vez a la relación *cliente*. En la consulta siguiente se utiliza la operación **renombramiento** sobre la expresión anterior para darle al resultado el nombre *dirección-Gómez* y para cambiar el nombre de los atributos a *calle* y *ciudad* en lugar de *calle-cliente y ciudad-cliente*:

$$\Pi_{cliente.nombre\text{-}cliente}\ (\ \sigma_{cliente.calle\text{-}cliente\ =\ dirección\text{-}Gómez.calle}\ \wedge$$
$$_{cliente.ciudad\text{-}cliente\ =\ dirección\text{-}Gómez.ciudad}\ (cliente\ \cdot$$
$$\rho_{dirección\text{-}Gómez\ (calle,\ ciudad)}\ (\Pi_{calle\text{-}cliente,\ ciudad\text{-}cliente}$$
$$(\ \sigma_{nombre\text{-}cliente\ =\ «Gómez»}\ (cliente)))))$$

El resultado de esta consulta, cuando se aplica a la relación cliente es:

nombre-cliente
Gómez
Pérez

Otras operaciones

Las operaciones fundamentales del álgebra relacional son suficientes para expresar cualquier consulta del álgebra relacional. Sin embargo, si uno se limita únicamente a las operaciones fundamentales, algunas consultas habituales resultan de expresión intrincada. Por tanto, se definen otras operaciones que no añaden potencia al álgebra, pero que simplifican las consultas habituales.

La operación intersección de conjuntos

Supóngase que se desea averiguar todos los clientes que tienen un préstamo concedido y una cuenta abierta. Utilizando la intersección de conjuntos (∩) se puede escribir:

$$\Pi_{nombre\text{-}cliente}\ (prestatario) \cap \Pi_{nombre\text{-}cliente}\ (impositor)$$

nombre-cliente
Gómez
Pérez
Santos

Obsérvese que se puede volver a escribir cualquier expresión del álgebra relacional utilizando la intersección de conjuntos sustituyendo la operación intersección por un par de operaciones de diferencia de conjuntos, de la manera siguiente:

$$r \cap s = r - (r - s)$$

Por tanto, la intersección de conjuntos no es una operación fundamental y no añade potencia al álgebra relacional. Sencillamente, es más conveniente escribir r ∩ s que r – (r – s).

La operación reunión natural

Suele resultar deseable simplificar ciertas consultas que exigen un producto cartesiano. Generalmente, las consultas que implican un producto cartesiano incluyen un operador selección sobre el resultado del producto cartesiano.

Considérese la consulta «Hallar los nombres de todos los clientes que tienen concedido un préstamo en el banco y averiguar el importe del mismo». En primer lugar se calcula el producto cartesiano de las relaciones prestatario y préstamo. Luego, se seleccionan las tuplas que sólo atañen al mismo número-préstamo, seguidas por la proyección de nombre-cliente, número-préstamo e importe resultantes:

Π*nombre-cliente, préstamo.número-préstamo, importe*

(σ*prestatario.número-préstamo = préstamo.número-préstamo*

(*prestatario* X *préstamo*))

La reunión natural es una operación binaria que permite combinar ciertas selecciones y un producto cartesiano en una sola operación. Se denota por el símbolo de la «reunión» $\bowtie$. La operación reunión natural forma un producto cartesiano de sus dos argumentos, realiza una selección forzando la igualdad de los atributos que aparecen en ambos esquemas de relación y, finalmente, elimina los atributos duplicados.

Aunque la definición de la reunión natural es compleja, la operación es sencilla de aplicar. Como ilustración, considérese nuevamente el ejemplo «Averiguar los nombres de todos los clientes que tienen concedido un préstamo en el banco y averiguar su importe». Esta consulta puede expresarse utilizando la reunión natural de la manera siguiente:

Π*nombre-cliente, número-préstamo, importe* (*prestatario* $\bowtie$ *préstamo*)

Después de realizar la proyección, se obtiene la relación:

nombre-cliente	*número-préstamo*	*importe*
Fernández	P-16	1.300
Gómez	P-23	2.000
Gómez	P-11	900
López	P-15	1.500
Pérez	P-93	500
Santos	P-17	1.000
Sotoca	P-14	1.500
Valdivieso	P-17	1.000

La operación división

La operación división, denotada por ÷, resulta adecuada para las consultas que incluyen la expresión «para todos». Supóngase que se desea hallar a todos los clientes que tengan abierta una cuenta en todas las sucursales ubicadas en la ciudad de *Arganzuela*. Se pueden obtener todas las sucursales de Arganzuela mediante la expresión:

*r*1 = Π*nombre-sucursal* (σ*ciudad-sucursal* = «Arganzuela» (*sucursal*))

La relación resultante de esta expresión es:

nombre-sucursal
Centro
Galapagar

Se pueden encontrar todos los pares (*nombre-cliente, nombre-sucursal*) para los que el cliente tiene una cuenta en una sucursal escribiendo:

$$r2 = \Pi_{nombre\text{-}cliente,\ nombre\text{-}sucursal}\ (impositor \bowtie cuenta)$$

Ahora hay que hallar los clientes que aparecen en r2 con los nombres de *todas* las sucursales de *r1*.

La operación que proporciona exactamente esos clientes es la operación división. La consulta se formula escribiendo:

$$\Pi_{nombre\text{-}cliente,\ nombre\text{-}sucursal}\ (impositor \bowtie cuenta)$$
$$\div\ \Pi_{nombre\text{-}sucursal}\ (\sigma_{ciudad\text{-}sucursal\ =\ «Arganzuela»}\ (sucursal))$$

El resultado de esta expresión es una relación que tiene el esquema (*nombre-cliente, nombre-sucursal*) y que contiene la tupla (*Gómez, Centro y González, Galapar*).