·物理竞赛·

浅析连接体的动力分配原理

金嵩洲　　吴宇峰

浙江省上虞春晖中学　浙江 上虞　312353( )

1　解读连接体的动力分配原理

1.1　原理的证明

例 1　单个动力——如图 1,物块 m 和 M 用平行于斜面的轻绳连接,放在倾角为 θ 的粗糙斜面上,斜面的动摩擦因数为 μ,在 M 上施加一平行于斜面的恒力 F,使两物块沿斜面向上作匀加速直线运动,求绳中张力.

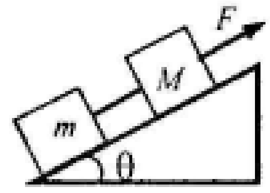

图1

解　对整体:

$F-(M+m)g\sin\theta-\mu(M+m)g\cos\theta=(M+m)a$;

隔离 m:　$T-mg\sin\theta-\mu mg\cos\theta=ma$;

两式联立得 $T=mF/(M+m)$.

小结　(1) 说明:①$\mu=0$ 即斜面光滑;②$\theta=0°$ 即在水平面上;$\theta=90°$ 即在竖直面内;③$a=0$ 即匀速直线运动.

(2) 动力分配原理:① 内容阐述:两个物体(系统的两部分)在外力(总动力)的作用下以共同的加速度运动时,单个物体(系统的一部分)分得的动力与自身的质量成正比,与系统的总质量成反比;而该动力即为两物体间(系统的两部分间)绳子拉力或接触面弹力(摩擦力)等.

② 相关性:与接触面是否光滑无关,与物体是在水平面、在斜面还是在竖直面内运动无关.

③ 条件:两(多)物体一起运动,加速度相同;接触面粗糙程度相同;外力、内力与加速度平行.

1.2　原理的拓展

例 2　多个动力(一般两个)——如图 2,两个位于光滑水平面上的物块,质量分别为 m_1、m_2,推力 F_1、F_2 方向相反,与水平面平行,且 $F_1>F_2$. 试求在两物块运动过程中 m_1、m_2 之间的弹力多大?

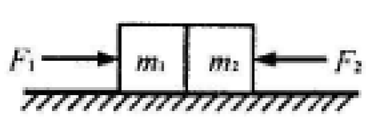

图2

解　对整体:$F_1-F_2=(m_1+m_2)a$;

隔离 m_1:　　$F_1-F_N=m_1a$;

两式联立得

$$F_N=\frac{m_2F_1+m_1F_2}{m_1+m_2}=\left(\frac{m_2}{m_1+m_2}F_1+\frac{m_1}{m_1+m_2}F_2\right)\ (☆)$$

小结　(1) 若 F_1、F_2 方向相反,则对两物体接触面的作用力有叠加后加强的效果,作用力为 F_1、F_2 独立作用时,所需提供的动力之和,如(☆)式所示.

(2) 若 F_1、F_2 方向相同,则弹力大小

$$F_N=\frac{|m_2F_1-m_1F_2|}{m_1+m_2}.$$

2　利用动力分配原理解题

2.1　单个动力问题

(1) 一般运用

例 3　如图 3,质量分别为 m_A、m_B 的 A、B 两物块用轻线连接放在倾角为 θ 的斜面上,用始终平行于斜面向上的拉力 F 拉 A,使它们沿斜面匀加速上升,A、B 与斜面的动摩擦因数均为 μ,为了增加轻线上的张力,可行的办法是

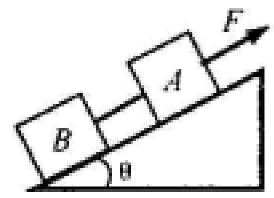

图3

A. 减小 A 物的质量　　B. 增大 B 物的质量

C. 增大倾角 θ　　D. 增大动摩擦因数 μ

解　根据动力分配原理,与 θ、μ 无关,故 C、D 错;张力 $T=\dfrac{m_BF}{m_A+m_B}$,所以 A、B 正确.

(2) 内力倾斜

例 4　如图 4、5,A、B 两木块放在水平面上,它们用细线相连,两次连接情况中细线倾斜方向不同但倾角一样. 两木块与水平面间的摩擦系数相同,先后用水平力 F_1 和 F_2 拉着 A、B 一起匀速运动,则

A. $F_1\neq F_2$　　B. $F_1=F_2$

C. $T_1>T_2$　　D. $T_1<T_2$

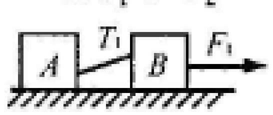

图4

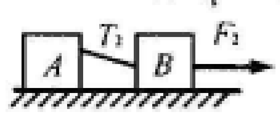

图5

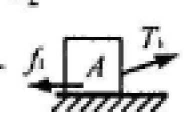

图6

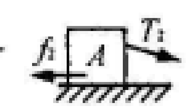

图7

解　首先运用整体法,A、B 中选 B.

然后隔离 A,若绳子水平,动力相等,$T_1=T_2$;如图 6、7,实际摩擦力 $f_1<f_2$,所以 $T_1<T_2$,C、D 中选 D.

2.2　多个动力问题

(1) 多力且多物体

例 5　如图 8,质量分别为 m_1、m_2、m_3、m_4 的四个物体彼此用轻绳连接,放在光滑的桌面上,拉力 F_1、F_2 分别水平加在 m_1、m_4 上. 求连接 m_2、m_3 轻绳的张力 F.

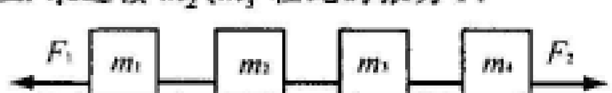

图8

解　将 (m_1+m_2) 和 (m_3+m_4) 看成两个小整体,F_1、F_2 反向,动力叠加后加强,所以

$$F=\frac{m_3+m_4}{(m_1+m_2)+(m_3+m_4)}F_1+\frac{m_3+m_4}{(m_1+m_2)+(m_3+m_4)}F_2=\frac{(m_3+m_4)F_1+(m_1+m_2)F_2}{m_1+m_2+m_3+m_4}.$$

(2) 多力且分类讨论

例 6　如图 9,小车的质量为 M,人的质量为 m,人用恒力 F 拉绳,若人与车保持相对静止,且地面光滑,又不计滑轮与绳的质量,则车对人的摩擦力可能是

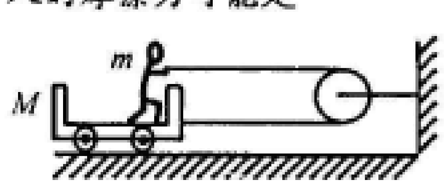

图9

A. 0　　　　B. $\frac{m-M}{m+M}F$，方向向左

C. $\frac{m-M}{m+M}F$，方向向右　　D. $\frac{M-m}{m+M}F$，方向向左

解　如图10，由定滑轮知识知，系统所受外力为$2F$；

ⅰ. 若$m=M$，则人所需动力等于F，得$f=0$，A 正确；

ⅱ. 若$m>M$，如图11，人所需动力$F+f=\frac{m}{m+M}\cdot 2F$，

解得$f=\frac{m-M}{m+M}F$，方向向右，C 正确；

ⅲ. 若$m<M$，如图12，人所需动力$F-f=\frac{m}{m+M}\cdot 2F$，

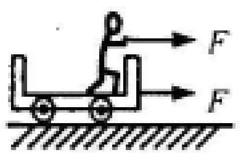

图10

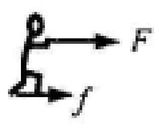

图11

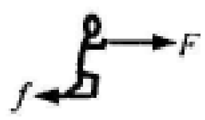

图12

解得$f=\frac{M-m}{F}F$，方向向左，D 正确.

3　高考与竞赛

例7　（2012年江苏高考题）如图13，一夹子夹住木块，在力F作用下向上提升. 夹子和木块的质量分别为m、M，夹子与木块两侧间的最大静摩擦力均为f. 若木块不滑动，力F的最大值是

A. $\frac{2f(m+M)}{M}$　B. $\frac{2f(m+M)}{m}$

C. $\frac{2f(m+M)}{M}-(m+M)g$

D. $\frac{2f(m+M)}{m}+(m+M)g$

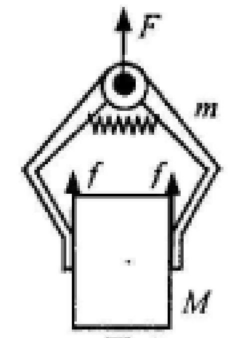

图13

解　由动力分配原理知，摩擦力提供M的动力，即$2f=\frac{M}{m+M}\cdot F$，解得$F=\frac{M+m}{M}\cdot 2f$，A 正确.

一题多解　拓展思维

周兴娟　孙国标
（浙江省绍兴县柯桥中学　浙江 绍兴　312030）

古人有云："授人以鱼，不如授之以渔"，因此，使学生掌握学习方法比知识更为重要. 在平时的教学中，应注重培养学生从不同侧面，多个角度思考问题，尝试一题多解，从而提高学生的思维品质，提升运用物理规律解决实际问题的能力. 下面笔者就以物理竞赛中一道"轨迹问题"为例加以说明，进而谈谈这类问题求解的基本思路.

例1　如图1所示，z轴竖直向上，xy平面是一绝缘的、固定的、刚性平面. 在$(x_0,0,0)$处放一带电量为$-q(q>0)$的小物块，该物块与一细线相连，细线的另一端B穿过位于坐标原点O的光滑小孔，可通过它牵引小物块. 现对该系统加一匀强电场，场强方向垂直与x轴，与z轴夹角为θ（如图1所示）. 设小物块和绝缘平面间的摩擦系数为$\mu=\tan\theta$，且静摩擦系数和滑动摩擦系数相同. 不计重力作用. 现通过细线来牵引小物块，使之移动. 在牵引过程中，我们约定：细线的B端只准沿Z轴向下缓慢移动，不得沿轴向上移动；小物块的移动非常缓慢，在任何时刻，都可近似认为小物块处在力平衡状态. 若已知小物块的移动轨迹是一条二次曲线，试求出此轨迹方程.

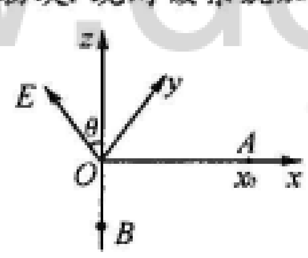

图1

方法一　建立直角坐标系，求解轨迹问题

由于物块带负电，电场作用于物块的电场力的两个分量分别为

$$F_y=qE_y=qE\sin\theta,$$

$$F_z=qE_z=qE\cos\theta.$$

F_y在xy平面内，方向沿y轴正方向. F_z垂直于xy平面，被绝缘平面的支持力所平衡，故物块对绝缘平面的正压力为

$$N=qE\cos\theta,$$

绝缘平面作用于物块的摩擦力为

$$f=\mu N=qE\tan\theta\cos\theta=qE\sin\theta=F_y,$$

方向与运动方向相反.

根据题意，物块在xy平面内的运动可看做是一种在力平衡下的缓慢移动，受力分析如图2所示. ϕ为细线与x轴正方向的夹角.

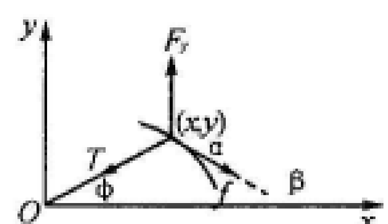

图2

列物块的平衡方程有

$$F_y=T\sin\phi+f_y,$$

$$T\cos\phi=f_x,$$

因而　$(F_y-T\sin\phi)^2+T^2\cos^2\phi=f^2=(qE\sin\theta)^2$，

得　$T=0$或$T=2F_y\sin\phi$.

因要小物块缓慢移动，需要细线牵引，$T=0$不符合题意，应舍去.

因而有　$f_y=F_y-T\sin\phi=F_y\cos^2\phi$，

$$f_x=T\cos\phi=F_y\sin2\phi,$$

摩擦力方向的斜率有

$$\tan\alpha=\frac{f_y}{f_x}=\frac{1}{\tan2\phi},$$

又因为轨迹在该点的斜率为

$$k=\frac{\Delta y}{\Delta x}=\tan\beta=-\tan\alpha=-\frac{1}{\tan2\phi},$$

且　$\tan2\phi=\frac{2\tan\phi}{1-\tan^2\phi}=\frac{2xy}{x^2-y^2}$，

则　$\frac{\Delta y}{\Delta x}=-\frac{x^2-y^2}{2xy}=\frac{1}{2}\left(\frac{y}{x}-\frac{x}{y}\right)$，

可令$\frac{y}{x}=u$，则$\Delta y=x\Delta u+u\Delta x$，

代入得　$\frac{2u\Delta u}{u^2+1}=-\frac{\Delta x}{x}$，

且初始条件　$x=x_0$，$y=0$，$u=0$，

两边积分得　$\sum_0^u\frac{2u\Delta u}{u^2+1}=-\sum_{x_0}^x\frac{\Delta x}{x}$，