第十讲　多圆问题技巧

练1. 分别过 A、B、C 作 l 的垂线，设垂足分别为 D,E,F，

连结 AB、AC、BC，

过 C 作 l 的平行线，设其交 AD,BF 分别于 M,N．

在 Rt△AMC 与 Rt△CBN 中利用勾股定理，

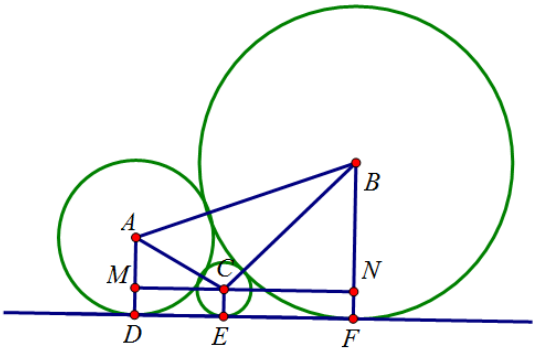
有 $MC=\sqrt{AC^2-AM^2}=\sqrt{(a+c)^2-(a-c)^2}$．

$CN=\sqrt{BC^2-BN^2}=\sqrt{(b+c)^2-(b-c)^2}$．

而 $MC+CN=MN=\sqrt{(a+b)^2-(b-a)^2}$．

因此得到 $\sqrt{(a+b)^2-(b-a)^2}=\sqrt{(a+c)^2-(a-c)^2}+\sqrt{(b+c)^2-(b-c)^2}$．

整理即得要证结论．

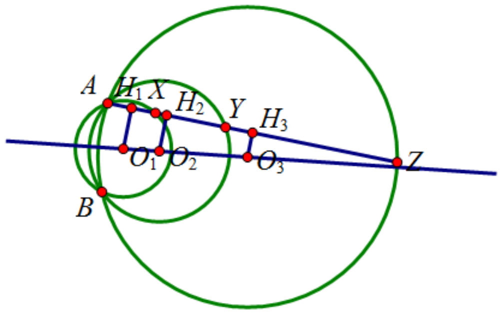


练2. 如图，因为 3 个圆有公共弦 AB，故圆心 O_1,O_2,O_3 共线，

过 O_1,O_2,O_3 分别作 l 的垂线交 l 于点 H_1,H_2,H_3，

易知 $AX=2AH_1,AY=2AH_2,AZ=2AH_3$．

故 $\dfrac{XY}{YZ}=\dfrac{H_1H_2}{H_2H_3}=\dfrac{O_1O_2}{O_2O_3}$ 为定值．



练3. 两圆 O_1,O_2 外离，易知 $ABCD$ 为等腰梯形或矩形，而两圆根轴即为中位线．注意到 AC 的中点 O 在根轴上，故 $OA_1.OA=OC_1.OC$，从而 $OA_1=OC_1$ 且 $AA_1=CC_1$．