第七讲　复杂共圆问题

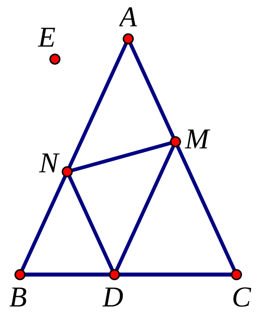
练1. 连 EN,EM,EB,EC．

由对称性可知，$\angle NEM=\angle NDM=\angle NAM\therefore E$、$N$、$M$、$A$ 四点共圆，

同时，$EN=ND,EM=DM$，

从而 $\angle EBN=\frac{1}{2}\angle ENA=\frac{1}{2}\angle EMA=\angle ECN$，

$\therefore E$、B、C、A 四点共圆．



练2. 设 P、Q、R、S 四点共所在的圆为 ω_3，这三个圆的圆心为 O_1,O_2,O_3．

因为 PQ、RS、XY 恰为这三个圆两两的根轴，

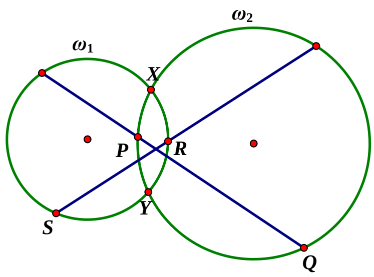
故 PQ、RS、XY 共点，记为 H．

由于两圆连心线垂直于公共弦，

所以在 $\triangle O_1O_2H$ 中，$O_1O_3\perp HO_2$，$O_2O_3\perp HO_1$，

从而 O_3 为$\triangle O_1O_2H$ 的垂心．

又 $XY\perp O_1O_2$ 且过点 H，故 O_3 在 XY 上．



练3. 延长 EA 交 DF 于点 F'，连结 $F'H$，

则 $\angle F'EH=\angle ACB=\angle BDF'$，故 D、H、E、F' 共圆．

$\therefore\angle EF'H=\angle EDC=\angle ABH$，

$\therefore A$、H、B、F' 四点共圆．

$\therefore\angle BFA=\angle BF'A$，故 F 与 F' 重合．

从而 D、H、E、F 四点共圆．