第五讲　数论中的构造问题 1

练1. 取 $x_1=x_2=\cdots=x_n=y=n$， $z=n^2$ 即为方程组的正整数解.

练2. 取 $a_n=4n+1$，则数列 $\{a_n\}$ 中任两项的和模 4 余 2，不可能是完全平方数.

练3. 取 $A=\{2k^2+k,2k^2+k+1,\cdots,2k^2+2k\}$， $B=\{2k^2+2k+1,2k^2+2k+2,\cdots,2k^2+3k\}$

检验易知其符合要求.

练4. 取 $n=100k+6$ （$k\in\mathbb{N}$），可知 $4\mid 2^n+n^2$

且 $2^{20}\equiv 1\pmod{25}$，故 $2^{100k+6}+(100k+6)^2\equiv 2^6+6^2\equiv 0\pmod{25}$

显然这样的正整数 n 有无穷多个.