

# Cinemática de objetos colocados sobre una varilla que rota por uno de sus extremos bajo la acción de la gravedad

Emilio Ruiz Betanzos<sup>1</sup>, Dr. Arturo F. Méndez-Sánchez<sup>2</sup>,  
Dra. Leonor Pérez Trejo<sup>3</sup>, M. en C. Edith Cortez Martínez<sup>4</sup>

**Resumen**— Durante la solución de ejercicios de dinámica de sistemas de dos o más masas, estudiantes de licenciatura se ven en conflicto pues es muy común que supongan que el sistema se moverá con aceleraciones iguales a las de la gravedad, les resulta complicado aceptar que existen movimientos donde se tienen aceleraciones mayores que las de la gravedad. Es por lo que consideramos importante ofrecer a los estudiantes situaciones didácticas para ayudar a destrabar estos preconceptos. En este trabajo, se determina de manera cualitativa y cuantitativa la cinemática de dos objetos colocados sobre una varilla que rota por uno de sus extremos bajo la acción de la gravedad, dar respuesta a las preguntas de investigación, ¿Existen aceleraciones mayores a la aceleración gravitacional en nuestro entorno? ¿Cómo y dónde podemos encontrarlas? Esto con la finalidad de eliminar el preconcepto de que todos los cuerpos caen con una aceleración igual a la de la gravedad. De lo observado en este experimento se realiza el análisis cualitativo y a partir del video del experimento se realiza el análisis cuantitativo, por lo que se determinan los parámetros cinemáticos de posición y tiempo. De ambos análisis, se ilustra que, bajo ciertas situaciones, la varilla se mueve con aceleraciones mayores que la de la gravedad, mientras que los objetos al separarse de la varilla caen con la aceleración de la gravedad.

**Palabras clave**—cinemática, rotación de varilla por un extremo, mecánica, aceleración, torca, experimento mecánico.

## Introducción

La física tiene como finalidad entender el mundo que nos rodea. Entre los tópicos que se estudian al iniciar con esta disciplina está la mecánica clásica que es básica en carreras de física, así como en las ingenierías por la importancia práctica basada en la variedad de aplicaciones cotidianas. el tema de cinemática, que analiza el movimiento de los cuerpos, involucra conocer y determinar cantidades físicas como el desplazamiento, la velocidad y la aceleración en todo tiempo. Asimismo, la dinámica es otro tema de gran importancia donde se define el concepto fundamental de fuerza. En los cursos de mecánica, como acercamiento inicial se realizan ejercicios cuyas características son ser simples, concretos y cercanos a nuestra vida cotidiana. Usualmente, los problemas de movimiento acelerado están relacionados con la aceleración  $g$  de la gravedad, típicamente son los ejercicios de caída libre y tiro parabólico. Sin embargo, aunque también se tratan otras situaciones cinemáticas que emplean aceleraciones distintas a  $g$  como en la aceleración de móviles como los autos.

Durante la solución de ejercicios de dinámica, los estudiantes se ven en conflicto cuando intentan resolver sistemas de dos o más masas y es común que consideren que el sistema se moverá con aceleraciones iguales a las de la gravedad, por lo que se les dificulta la solución de ejercicios bajo este preconcepto. Incluso algunas veces les resulta más complicado distinguir que existen movimientos o situaciones en la vida cotidiana donde tenemos aceleraciones mayores que las de la gravedad.

Es por esto que consideramos importante ofrecer a los estudiantes situaciones didácticas para provocar inquietudes y sorpresa para establecer preguntas que pueden ser resueltas a través de experimentos y que les permitan llegar a conclusiones generales para destrabar este tipo de conflictos que surgen inicialmente de manera cualitativa. Además, a partir de un análisis cuantitativo se pretende desarrollar un conocimiento más profundo y crítico en los estudiantes. En este trabajo, se determina de manera cualitativa y analítica la respuesta a las preguntas de investigación, ¿Existen aceleraciones mayores a la aceleración gravitacional en nuestro entorno? ¿Cómo y dónde podemos encontrarlas? Esta interrogante se propone a estudiantes del primer semestre de la licenciatura en física y matemáticas. Primeramente, de manera experimental al analizar la aceleración tangencial que se percibe en el giro de una viga sobre uno de sus

<sup>1</sup> Emilio Ruiz Betanzos es estudiante del 2º semestre de la licenciatura en Física y Matemáticas de la Escuela Superior de Física y Matemáticas del Instituto Politécnico Nacional, México. [ruiz.betanzos.emilio@gmail.com](mailto:ruiz.betanzos.emilio@gmail.com) (autor correspondiente)

<sup>2</sup> El Dr. Arturo F. Méndez-Sánchez es académico del departamento de Física de la Escuela Superior de Física y Matemáticas del Instituto Politécnico Nacional, México. [afmendezs@ipn.mx](mailto:afmendezs@ipn.mx)

<sup>3</sup> La Dra. Leonor Pérez Trejo es académica del departamento de Física de la Escuela Superior de Física y Matemáticas del Instituto Politécnico Nacional, México. [lperez@ipn.mx](mailto:lperez@ipn.mx)

<sup>4</sup> La M. en C. Edith Cortez Martínez es académica del departamento de Ciencias Básicas de la Escuela Superior de Ingeniería Textil del Instituto Politécnico Nacional, México. [ecortezm@ipn.mx](mailto:ecortezm@ipn.mx)

extremos cuando tiene objetos encima de ésta y en segundo lugar realizando un análisis cuantitativo al analizar la trayectoria que describen la viga y los objetos. Además, esto da un punto de partida para introducir la importancia de las rotaciones en la cinemática.

## Metodología

### *Procedimiento experimental*

La primera actividad que se propone consiste en cuestionar inicialmente ¿Qué sucederá? si se dejan caer varios cuerpos al mismo tiempo. Para lo cual se les pide realizar y observar el experimento. Posteriormente, se cuestiona qué les sucederá a los objetos cuando caigan bajo la acción de la gravedad si están colocados a diferentes posiciones sobre una varilla cuya longitud es de  $L=0.3\text{m}$  que puede girar sobre uno de sus extremos (extremo izquierdo) bajo la acción de la gravedad como se ilustra en la figura 1. Por lo que se les invita a que realicen su hipótesis sobre la cinemática que experimentarán los objetos y la varilla. Luego se les pide que dejen rotar la varilla libremente al soltar el extremo derecho que corresponde al extremo libre ( $L=0.30\text{m}$ ) para comenzar con la confrontación de sus hipótesis con los resultados experimentales obtenidos.

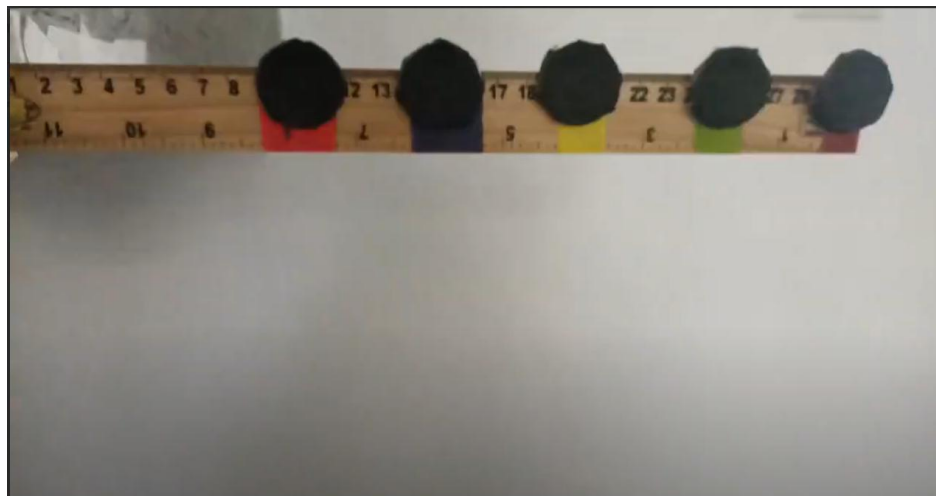


Figura 1. Rotación de una varilla por su extremo izquierdo ( $L=0\text{m}$ ) cuando se colocan objetos a lo largo de ésta. Los objetos están colocados sobre la varilla a distancias de  $0.1\text{m}$ ,  $0.15\text{m}$ ,  $0.2\text{m}$ ,  $0.25\text{m}$  y  $0.3\text{m}$  de distancia del eje de rotación que está localizado a la izquierda justo en el origen de la regla ( $L=0\text{m}$ ). de la regla.

### *Obtención de la cinemática del movimiento*

Para el análisis cinemático, inicialmente el experimento de la rotación de la varilla con los objetos encima bajo la acción de la gravedad fue filmado empleando un celular marca oneplus, modelo N100. Este celular fue colocado de manera perpendicular al movimiento para generar la cinemática en un plano. Posteriormente, se realizó un seguimiento de la posición vertical de los objetos que se localizan encima de la varilla entre cuadros sucesivos del vídeo mediante el software Tracker que es una herramienta de modelado y análisis de vídeo elaborada por Brown et al. (2024). Este mismo procedimiento de seguimiento de la posición vertical se realizó para los puntos que corresponden a los centros de los colores que están colocados sobre la varilla.

## Resultados y Análisis

Como respuesta a la observación del experimento cualitativo, se tiene una sorpresa que experimentan los estudiantes al darse cuenta que algunos de los objetos se despegan de la varilla, lo cual los motiva a realizar el análisis crítico de lo que se observa pues es claro que todos los cuerpos en principio experimentarán una aceleración igual a la de la gravedad. La discusión que surge resulta muy nutritiva para los estudiantes, pues se llega a la conclusión que la varilla se mueve en algunos puntos con aceleraciones mayores que la de la gravedad explicando por qué algunos cuerpos se separan de ésta. En la Figura 2 se ilustra una secuencia de imágenes de lo ocurrido durante el experimento. En esta secuencia se puede ver que objetos cercanos al eje de rotación permanecen pegados a la varilla (objetos con

posiciones menores a  $L=0.2\text{m}$ ), mientras que los objetos más alejados al eje de rotación (posiciones mayores a  $L=0.2\text{m}$ ), se despegan de la varilla. De aquí que se puede analizar el vídeo generado para determinar cuantitativamente la cinemática del movimiento vertical de los objetos y de la varilla.

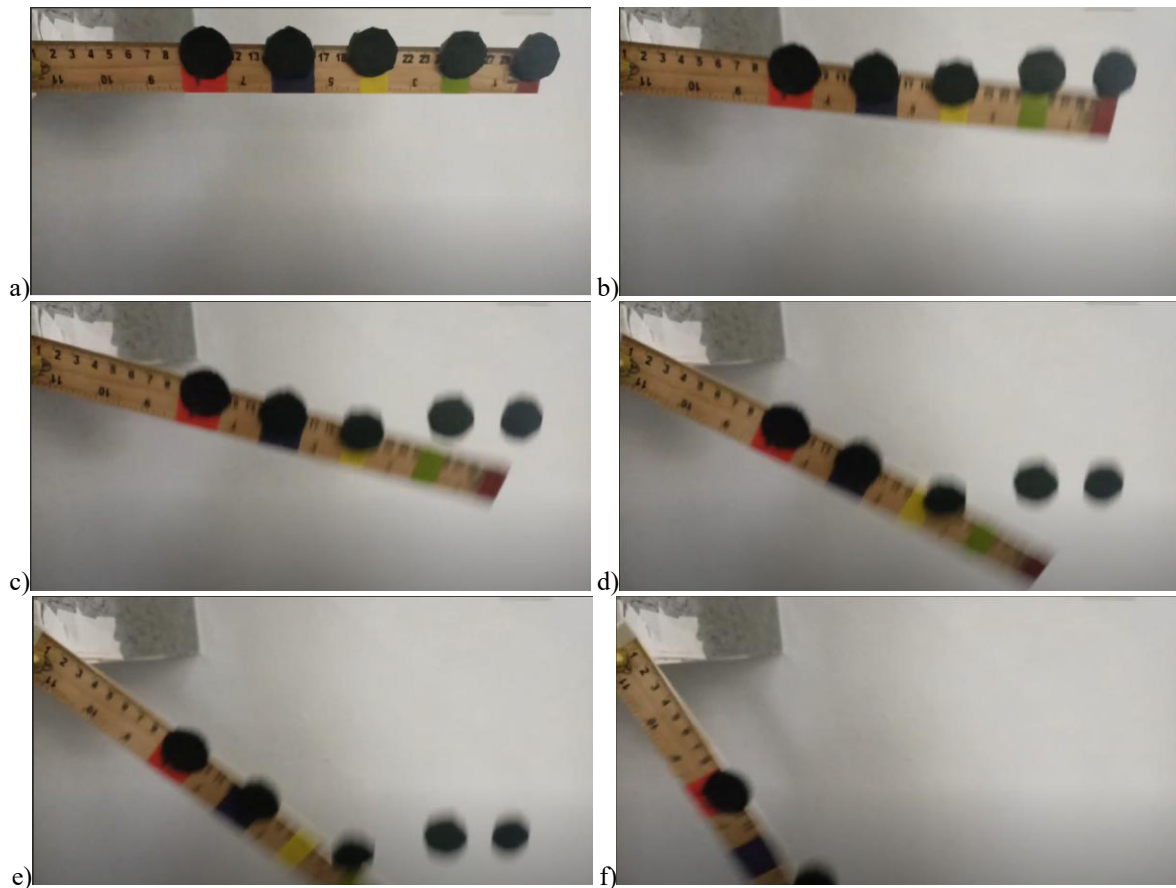


Figura 2. Secuencia de imágenes de la rotación de una varilla por su extremo izquierdo ( $L=0\text{m}$ ) bajo la acción de la gravedad cuando se colocan masas a lo largo de ésta. Se puede notar que cuerpos en el extremo libre ( $L=0.3\text{m}$ ) se mueven más rápido que los objetos del extremo izquierdo ( $L=0\text{m}$ ) donde está el eje de rotación, evidenciando que la varilla se mueve a aceleraciones mayores que la de la gravedad en algunos puntos. Los objetos están colocados a distancias de  $0.1\text{m}$ ,  $0.15\text{m}$ ,  $0.2\text{m}$ ,  $0.25\text{m}$  y  $0.3\text{m}$  de distancia del eje de rotación (posición  $L=0\text{m}$ ) que está a la izquierda justo en el origen de la regla.

### *Análisis cinemático del movimiento*

En las figuras 3 y 4 se ilustran dos gráficos de la cinemática del movimiento obtenidos del análisis del vídeo mediante tracker. El primero corresponde a la trayectoria vertical del objeto localizado a la izquierda de la varilla (posición  $L=0.1\text{m}$  de la regla) y también se incluye la trayectoria vertical de la varilla debajo de dicho objeto. En la figura 4 se ilustra el seguimiento de la posición vertical del objeto localizado en el extremo derecho de la varilla ( $L=0.3\text{m}$ ), así como la trayectoria vertical de la varilla debajo de este objeto.

Como puede observarse, los comportamientos de la posición vertical en estas gráficas son caracterizados por un movimiento uniformemente acelerado en ambos casos, por lo que la ecuación que caracteriza dicho movimiento corresponde a una parábola (Rudolf A. *et al.* 2002, Serway 1997 y Sears *et al.* 2004) y se presentan en el cuadro 1, donde se especifican las cantidades físicas del movimiento obtenidas a partir de comparar estas ecuaciones con la ecuación general del movimiento rectilíneo uniformemente acelerado en el eje vertical,

$$y(t) = y_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2} \quad (1)$$

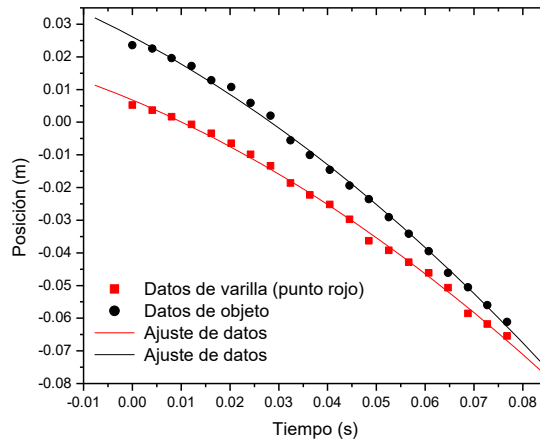


Figura 3 Trayectoria del objeto localizado a la izquierda de la varilla (puntos negros) en  $L=0.1\text{m}$  del eje de rotación y trayectoria de la varilla debajo de este objeto (puntos rojos).

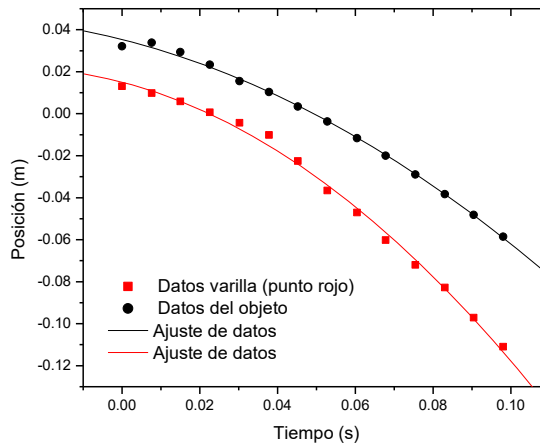


Figura 4 Trayectoria del objeto localizado a la derecha de la varilla (puntos negros) en  $L=0.3\text{m}$  del eje de rotación y trayectoria de la varilla debajo de este objeto (puntos rojos).

En el cuadro 1 se muestra la aceleración de dos objetos colocados sobre la varilla y al comparar la componente de la aceleración vertical, se observa que sus valores son muy cercanos a la aceleración de la gravedad ( $g = 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ ). Sin embargo, no ocurre lo mismo en el punto que corresponde al extremo derecho de la varilla o extremo libre ( $L=0.3\text{m}$ ) donde como se ve que alcanza un valor de aceleración mucho mayor que  $g$ . Lo que muestra, que la varilla se mueve a aceleraciones mayores que la de la gravedad. Además, en el extremo izquierdo que cercano al eje de rotación ( $L=0.1\text{m}$ ), se observa que el valor de la aceleración es el más bajo de todos y se aleja del valor de  $g$ . Este resultado puede obtenerse teóricamente a partir de consideraciones de dinámica de cuerpo rígido. Análisis que se muestra en la sección siguiente.

Punto analizado	Ecuación de ajuste	Posición inicial (m)	Velocidad inicial (m/s)	Aceleración ( $\frac{m}{s^2}$ )
Objeto izquierdo	$y(t) = 0.02617 - 0.7855t - 4.8298t^2$	0.02617	-0.7855	9.6596
Objeto derecho	$y(t) = 0.03537 - 0.46725t - 5.0651t^2$	0.03537	-0.46725	10.13
Varilla lado izquierdo (punto rojo)	$y(t) = 0.00681 - 0.6255t - 4.3546t^2$	0.00681	-0.6255	8.7092
Varilla lado derecho (punto vino)	$y(t) = 0.01504 - 0.48153t - 8.46576t^2$	0.01504	-0.48153	16.93

Cuadro 1. Ecuaciones de ajuste de la trayectoria vertical de los objetos localizados a la izquierda y derecha sobre la varilla y de la trayectoria de la varilla de los lados izquierdo y derecho. Además, se presentan las cantidades físicas del movimiento, la posición inicial, la velocidad inicial y la aceleración de cada punto.

#### *Dinámica rotacional de la rotación de una varilla por un extremo*

Al analizar la rotación de una varilla que gira por uno de sus extremos bajo la acción de la gravedad (Serway 1997, Resnick *et al.* 2004), se involucran temas de cinemática de cuerpo rígido (ver Figura 5). En este caso, se puede analizar el momento de torsión o torque. El momento de torsión ( $\vec{\tau}$ ) se define como el producto vectorial de una fuerza  $\vec{F}$  por un brazo palanca  $\vec{r}$  (que es el vector que va desde el centro de rotación a donde se aplica el vector de fuerza). En magnitud cuando la fuerza y el brazo de palanca son perpendiculares como ocurre con la varilla, se puede escribir,

$$\tau = Fr \quad (2)$$

Del mismo modo en que la fuerza y la aceleración se relacionan ( $F = ma$ ), existe una relación entre el momento de torsión ( $\tau$ ) y la aceleración angular ( $\alpha$ ). Esto es,

$$\tau = I\alpha \quad (3)$$

Donde  $I$  representa el momento de inercia e indica la resistencia a la rotación que presenta un cuerpo.

Cuando una varilla de longitud  $L$ , masa  $M$ , con momento de inercia  $I = \frac{1}{3}ML^2$  (sobre un extremo) gira por uno de sus extremos. Además, considerando un punto de rotación como el centro de masa (**cm**) indicado en la figura 5. En este caso, la aceleración angular ( $\alpha$ ) que experimenta el centro de masa (**cm**) está definido a partir de la ecuación (3),

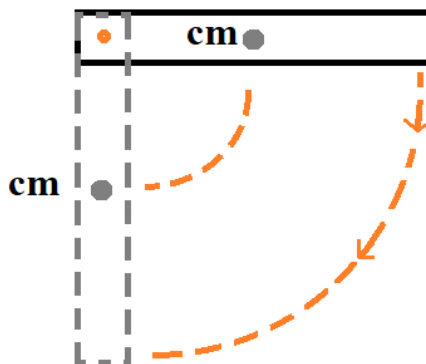


Figura 5. Rotación de una varilla que gira por uno de sus extremos bajo la acción de la gravedad. Se ilustra el centro de masa de la misma.

Considerando que el torque en este punto toma el valor de  $\tau = Mg \left(\frac{L}{2}\right)$ , por lo que toma la forma,

$$\alpha = \frac{\tau}{I} = \frac{Mg \left(\frac{L}{2}\right)}{\frac{1}{3}ML^2} = \frac{3g}{2L} \quad (3)$$

Se tiene el interés en determinar particularmente la aceleración tangencial ( $a_T$ ) o vertical que experimenta la varilla en diversos puntos. Se sabe que la aceleración tangencial está relacionada mediante el producto del radio de giro  $r$  y la aceleración angular  $\alpha$ , es decir,  $a_T = r\alpha$ , por lo que ésta queda definida por:

$$a_T = r \left(\frac{3g}{2L}\right) \quad (4)$$

Este resultado indica que dependiendo del punto  $r$  a lo largo de la varilla, la aceleración tangencial que experimenta la varilla podrá ser mayor o menor que la aceleración de la gravedad  $g$  dependiendo de la ubicación a lo largo de la varilla. Particularmente, en el centro de masa (**cm**) esta aceleración tangencial queda determinada por:

$$a_{T,cm} \left(r = \frac{L}{2}\right) = \left(\frac{L}{2}\right) \left(\frac{3g}{2L}\right) = \frac{3}{4}g \quad (5)$$

Mientras que en el extremo libre de la varilla ( $r = L$ ), la aceleración tangencial toma el valor,

$$a_T(r = L) = (L) \left(\frac{3g}{2L}\right) = \frac{3}{2}g \quad (6)$$

Esto responde en primera instancia a nuestra pregunta de investigación pues en el extremo libre se tiene una aceleración mayor que la de la gravedad y esto explica por qué la varilla se mueve más rápido que el objeto encima de está provocando el despegue del objeto. Es decir, en puntos donde la varilla tiene aceleraciones mayores a la gravedad, el objeto siempre se despegará. Esto se muestra en los dos últimos cuerpos indicados en la secuencia de imágenes de la Figura 2. Mientras que existen otros puntos donde la varilla presenta aceleraciones menores a las de la gravedad, por lo que en estas secciones de la varilla el objeto permanecerá unido a ésta, como sucede con los puntos cercanos al eje de giro. Además, existe un punto a lo largo de la varilla que experimenta una aceleración tangencial igual a  $a_T = g$ . De la ecuación (4), esta posición corresponde al punto  $r = \frac{2L}{3}$ . En nuestro experimento esta distancia es igual a  $L=0.2m$  del eje de giro y corresponde al objeto localizado sobre el color amarillo de la varilla o regla. Por ello, este objeto permanece en contacto con la varilla en todo el tiempo como se muestra en la secuencia de imágenes de la Figura 2. Cabe destacar que en este punto era de esperarse que la aceleración de la varilla en la posición  $L=0.1m$ , tenga un valor de  $a_T = \frac{L}{3} \left(\frac{3g}{2L}\right) = \frac{1}{2}g = 4.9 \frac{m}{s^2}$ . Sin embargo, en el cuadro 1 esta aceleración es casi  $g$ , que no es lo esperado, lo cual se atribuye a una ligera elevación que ocurre cuando se realizó el vídeo y por consecuencia a su análisis, por lo que más experimentos se deben realizar para aclarar este resultado.

### Conclusiones

Se determinó de manera cualitativa y cuantitativamente la cinemática de dos objetos colocados sobre una varilla que rota por uno de sus extremos bajo la acción de la gravedad, así como la cinemática de la varilla misma.

Se propone como alternativa didáctica para destrabar el preconceito de que todos los cuerpos se mueven con una aceleración igual a la de la gravedad. Asimismo, para dar respuesta a las preguntas de investigación que resultan de este preconceito, a saber ¿Existen aceleraciones mayores a la aceleración gravitacional en nuestro entorno? ¿Cómo y dónde podemos encontrarlas?

Se presentó un análisis teórico de la rotación de una varilla por uno de sus extremos bajo la acción de la gravedad y se determinaron las aceleraciones que experimenta ésta verificando que existen partes de la varilla donde la aceleración tangencial es mayor que la aceleración de la gravedad.

### Referencias

- Brown D., Christian W., Hanson R. M., "Tracker ." <https://physlets.org/tracker/> fecha de consulta 20 de octubre de 2022.
- Rudolf A., Rueda L. G., Ortega G., "Manual de prácticas de laboratorio de física I: Mecánica," ESFM, Instituto Politécnico Nacional, México, 2002.
- Serway R. A., "Física," vol. 1, Mc Graw Hill Interamericana Editores, 4ª ed., México, 1997
- Sears F., Zemansky M., Young H., Freedman R., "Física universitaria," vol. 1, Pearson Educación, 11ª ed., México
- Resnick R., Halliday D., Krane K. S., "Física I," vol. 1, CECSA 5ª ed., México, 2004.