[6]. Тест суммы рангов Вилкоксона, распределение, пример применения.

Тест суммы рангов Вилкоксона – статистический тест, используемый для проверки гипотезы о равенстве распределений двух независимых случайных величин.

Пример: проводится тестирование нового лекарства. Требуется определить, имеет ли это лекарство какое-либо действие. Из пациентов случайным образом выбираются пациентов, которым будут давать новое лекарство. Остальным пациентам даётся плацебо. В качестве случайной величины выбирается какой-либо количественный показатель “здоровья” пациентов, например, температура тела.

Алгоритм:

* Определяем нулевую гипотезу: эффекта от лекарства нет, выборки однородны. Альтернативная гипотеза – эффект есть. Более формально: для показателей здоровья и действий лекарства и плацебо ,
* Из N пациентов случайным образом выбираем , которым даётся новое лекарство.
* По прошествии выбранного создателями лекарства времени производим измерение показателей здоровья пациентов .
* Отсортируем в порядке возрастания (считаем, что все разные; если это не так, можно, например, искусственно задать порядок для одинаковых ). Таким образом получаем
* Каждому поставим в соответствие ранг , равный порядковому номеру в отсортированном массиве. Пациенту с самым низким показателем здоровья ставим ранг 1, пациенту с самым высоким – ранг .
* Пусть – ранги пациентов, которым давали лекарство, – ранги тех, кому лекарство не давали. Тогда вероятность того, что примут соответственно произвольные значения при условии истинности нулевой гипотезы (лекарство не действует) , где – число способов выбрать пациентов из .
* Зададим статистику
* Тогда решающее правило будет иметь вид: , если , и иначе, где – некоторое пороговое значение, выбираемое из правила: ( выбираем исходя из потребностей эксперимента). – нулевая гипотеза принимается, – гипотеза не принимается.

Этот тест часто выбирается потому, что:

* Соответствует “консервативной” точке зрения – не принимаем нулевую гипотезу только если сильно уверены в её ошибочности.
* Если нулевая гипотеза верна – мы знаем распределение.

[17]. Вероятностные меры связи. Меры Блюмквиста-Краскала, Фехнера, Кендалла, Спирмена.

Пусть мы имеем 2 случайных вектора: и . Коэффициент корреляции Пирсона определяется как:

Общепринятая интерпретация корреляции Пирсона – мера линейной зависимости между и . С другой стороны, есть большое семейство мер связи между и , основанных на вероятностях. По определению:

Где – некоторые действительные числа. Различный выбор и ведёт к разным мерам похожести. Знаковая мера связи определяется при .

Знаковая мера связи похожа на коэффициент корреляции Фехнера:

Знаковые меры похожести показывают отклонение и от их ожидаемых значений. Если , а , то коэффициент корреляции Краскала записывается6 как:

Можно заметить, что остаётся неизменным при монотонных функциональных трансформациях аргументов (если заменить на , а – на , где – монотонные, строго возрастающие (убывающие) функции, то не изменится).

Чтобы избежать произвольности выбора , предлагается рассмотреть разность двух независимых случайных векторов: , полученных из одного распределения . Тогда мы получаем корреляцию, похожую на -Кендалла:

Есть очевидная связь между , и :

Если рассмотреть 3 независимых случайных вектора , полученных из одного распределения , то можно определить меру корреляции Спирмена:

Классический коэффициент корреляции Спирмена может быть определён как несмещённая и состоятельная оценка . Обе вышеперечисленные меры связности также остаются неизменными после монотонных преобразований аргументов. Стоит ещё раз отметить, что и отличаются от своих традиционных определений. Данные размышления приведены для того, чтобы показать связь между этими мерами.

[24]. Коэффициент конкордации, распределение, пример.

Коэффициент конкордации Кендалла – некоторое число в промежутке , характеризующее степень согласованности мнений экспертов / корреляции нескольких выборок. Обычно используется для измерения статистической связи между несколькими выборками. В отличие от корреляции Пирсона не требует предположения о нормальности выборок и позволяет одновременно сравнивать любое их количество.

Пример: пусть имеется объектов и экспертов. Каждый эксперт выставляет оценки каждому объекту (различные целые числа от 1 до ). Требуется выяснить, насколько согласны между собой эксперты.

Вычисление:

* Пусть заданы выборок .
* Пусть также – ранг -го объекта в -й выборке.
* Ранговый коэффициент конкордации Кендалла определяется по формуле:

Коэффициент конкордации равен 1 при максимальной согласованности (когда ) и равен 0 при максимальной несогласованности. Коэффициент не принимает отрицательных значений, поскольку для множества выборок не определена противоположность согласованности – упорядочения могут полностью совпадать, но не могут “полностью не совпадать”.