

### Aufgabe 4.5 (10 Punkte).

Bestimmen Sie die Determinante  $\det(A)$  und die Adjunkte  $\text{Adj}(A)$  der komplexen Matrix

$$A = \begin{pmatrix} i & 2-i & 1 \\ 0 & 1 & 2+3i \\ 3 & -i & 1 \end{pmatrix} \text{ und geben Sie } A\text{Adj}(A) \text{ an.}$$

$$A_{11} = \begin{vmatrix} 2-i & 1 \\ -i & 1 \end{vmatrix}$$

$$A_{12} = \begin{vmatrix} 0 & 2+3i \\ 3 & 1 \end{vmatrix}$$

$$A_{13} = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 3 & -i \end{vmatrix}$$

$$A_{21} = \begin{vmatrix} 2-i & 1 \\ -i & 1 \end{vmatrix}$$

$$A_{22} = \begin{vmatrix} i & 1 \\ 3 & 1 \end{vmatrix}$$

$$A_{23} = \begin{vmatrix} i & 2-i \\ 3 & -i \end{vmatrix}$$

$$A_{31} = \begin{vmatrix} 2-i & 1 \\ 1 & 2+3i \end{vmatrix}$$

$$A_{32} = \begin{vmatrix} i & 1 \\ 0 & 2+3i \end{vmatrix}$$

$$A_{33} = \begin{vmatrix} i & 2-i \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$$

det	1	2	3
1	$-2+2i$	$-6-i$	$-3$
2	2	$-3+i$	$-5+3i$
3	$6+4i$	$-3+i$	$i$

$$(-i)(2+3i) = -2i - 3i^2$$

$$\Rightarrow \text{Adj}(A) = \begin{pmatrix} -2+2i & -2 & 6+4i \\ 6+9i & -3+i & 3-2i \\ -3 & 5-3i & i \end{pmatrix}$$

$$A\text{Adj}(A) = \begin{pmatrix} i & 2-i & 1 \\ 0 & 1 & 2+3i \\ 3 & -i & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2+2i & -2 & 6+4i \\ 6+9i & -3+i & 3-2i \\ -3 & 5-3i & i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 76+70i & 0 & 0 \\ 0 & 76+70i & 0 \\ 0 & 0 & 76+70i \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} & (i)(-2+2i) + (2-i)(6+9i) + 1(-3) \\ &= -2i - 2 + 12i - 3 \\ &= 76+70i \end{aligned}$$

$$-3+i + (2+3i)(5-3i)$$

$$= -3 + i + 79 + 9$$

$$= 76 + 10i$$

$$\bullet \quad 3(6 + 4i) + (-i)(3 - 2i) + i$$

$$= 18 + 12i - 3i - 2 + i$$

$$= 16 + 10i$$

Damit ist  $\det(A) = 76 + 10i$