

Рассмотрим случай, когда уравнение

$$a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_n = 0,$$

коэффициенты которого – действительные числа, имеет все действительные корни.

Введем вспомогательную функцию $r_f(x, h)$, которая будет представлять собой по правилам округления любое действительное число x в формате с плавающей запятой с точностью до h знаков после запятой.

Пример работы функции $r_f(x, h)$ для $h=1$

x	$r_f(x, h)$	x	$r_f(x, h)$
0,9999999999	1.0E0	-90,9999999999	-9.1E+1
90,9999999999	9.1E+1	-0,000031475926	-3.1E-5
0,000031475926	3.1E-5	-37710,9999999999	-3.8E+4
-3771099	-3.8E+6	-4133,3333	-4.1E+3
-99,9999999999	-1.0E+2	-99999,9999999999	-1.0E+5
-99999	-1.0E+5	99999	1.0E+5

Пусть $A_{(0,j)} = a_j$. Тогда коэффициенты преобразованных уравнений будут вычисляться по формуле

$$A_{(k,j)} = r - f(A_{(k-1,j)}^2 + 2 \sum_{s=1}^j (-1)^s A_{(k-1,j-s)} A_{(k-1,j+s)}, h)$$

где $A_{(k-1,c)} = 0$, если $(c < 0) \oplus (c > n)$.

Условие останова вычислений коэффициентов –

$$\forall j \forall v ((A_{(v,j)} > 0) \Rightarrow (r - f(A_{(g,j)}, h) = r - f(A_{(g-1,j)}^2, h)))$$

Расчет действительных корней осуществляется по

формуле
$$x_l = \pm r - f\left(2^g \sqrt{\frac{A_{(g,l)}}{A_{(g,l-1)}}}, h\right),$$
 при этом

$\forall v (A_{(v,l)} > 0) \wedge (A_{(v,l-1)} > 0)$. Знак действительного корня определяется путем подстановки.

По приведенным формулам рассчитаем значения корней характеристического уравнения

$$-5x^3 + 5x^2 + 8x + 2 = 0.$$

Вначале рассчитывается матрица квадрированных коэффициентов A . В данном случае ее можно представить в виде табл.

Матрица квадрированных коэффициентов A для уравнения

-5	5	8	2
25	105	44	4
625	8825	1096	16
390625	7,651E+07	9,188E+05	2,560E+02
1,526E+11	5,853E+15	8,050E+11	6,554E+04
2,328E+22	3,426E+31	6,473E+23	4,295E+09
5,421E+44	1,174E+63	4,190E+47	1,845E+19

Далее рассчитываются корни: $x_1 = 1,9341577$; $x_2 = -0,5736359$; $x_3 = -0,36052233$. Подстановка корней в исходное уравнение дает $3,55271E-15$, $3,10862E-15$ и $1,77636E-15$ соответственно.