Práctica # 3.3

Robert Lu Zheng
Cálculo 1
11L702
3-750-1980

1) Determinar el intervalo abierto más grande donde la función es creciente. Y el intervalo abierto más grande donde es decreciente

a) Creciente $(0,6)$ b) Decreciente $(6,8)$

5) Determinar gráficamente y analíticamente donde los intervalos abiertos son crecientes y decrecientes.

$y = \frac{x^3}{4} - 3x$ Analíticamente

$y = \frac{1}{4}x^3 - 3x$

$y' = \frac{1}{4}3x^2 - 3$

$0 = \frac{3}{4}x^2 - 3$

$3 = \frac{3}{4}x^2$

$12 = 3x^2$

$4 = x^2$

$x = \pm 2$

$(x-2)(x+2) = 0$

$+ \quad -2 \quad - \quad 2 \quad +$

$(-\infty,-2)\ (-2,2)\ (2,\infty^+)$

Creciente $= (-\infty,-2) \cup (2,\infty^+)$

Decreciente $= (-2,2)$

Gráficamente

Creciente $= (-\infty,-2) \cup (2,\infty^+)$

Decreciente : $(-2,2)$

11) Determinar intervalos donde es creciente o decreciente

$y = x\sqrt{16-x^2}$

$y = x(16-x^2)^{1/2}$

$y' = x'(16-x^2)^{1/2} + (16-x^2)^{1/2\,'} \cdot x$

$= \sqrt{16-x^2} + \frac{1}{2}(16-x^2)^{-1/2} \cdot (-2x)(x)$

$= \sqrt{16-x^2} + \frac{1}{2\sqrt{16-x^2}} \cdot (-2x)(x)$

$= \frac{\sqrt{16-x^2}}{1} + \frac{-2x^2}{2\sqrt{16-x^2}}$

$= \frac{2(16-x^2) - 2x^2}{2\sqrt{16-x^2}} = \frac{32-2x^2-2x^2}{2\sqrt{16-x^2}}$

$0 = \frac{32-4x^2}{2\sqrt{16-x^2}}$

$0 = \frac{16-2x^2}{\sqrt{16-x^2}}$

$0 = 16 - 2x^2$

$-16 = -2x^2$

$8 = x^2$

$(x+2\sqrt{2})(x-2\sqrt{2}) = 0$

$+ \quad -2\sqrt{2} \quad - \quad 2\sqrt{2} \quad +$

Creciente : $(-\infty, -2\sqrt{2}) \cup (2\sqrt{2}, \infty)$

Decreciente : $(-2\sqrt{2}, 2\sqrt{2})$

13) $f(x) = \operatorname{sen} x - 1$, $0 < x < 2\pi$

$f'(x) = \cos x$

$0 = \cos x$ cuando $x = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$

Creciente : $(0, \frac{\pi}{2}) \cup (\frac{3\pi}{2}, 2\pi)$

Decreciente : $(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2})$

$+ \quad \frac{\pi}{2} \quad - \quad \frac{3\pi}{2} \quad +$

15) $y = x - 2\cos x$, $0 < x < 2\pi$

$y' = 1 + 2\operatorname{sen} x$

$0 = 1 + 2\operatorname{sen} x$

$-1 = 2\operatorname{sen} x$

$\operatorname{sen} x = -\frac{1}{2}$

$x = \operatorname{sen}^{-1}(-\frac{1}{2})$

$x = \frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}$

$+ \quad \frac{7\pi}{6} \quad - \quad \frac{11\pi}{6} \quad +$

Creciente : $(0, \frac{7\pi}{6}) \cup (\frac{11\pi}{6}, 2\pi)$

Decreciente : $(\frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6})$

21) Puntos críticos, intervalos, extremos relativos (máximos y mínimos)

$f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x$

$f'(x) = 6x^2 + 6x - 12$

$0 = 6x^2 + 6x - 12$

$0 = x^2 + x - 2$

$(x+2)(x-1)$

$x = -2 \qquad x = 1$

$+ \quad -2 \quad - \quad 1 \quad +$

P. Críticos : $x = -2, 1$

Creciente : $(-\infty, -2) \cup (1, \infty)$

Decreciente : $(-2, 1)$

Máximo : $(-2, 4)$

Mínimos : $(1, -7)$

$f''(x) = 12x + 6$

$f''(-2) = -$

$f''(1) = +$

23) $f(x) = (x-1)^2(x+3)$

$f'(x) = 2(x-1)(1)(x+3) + (1)(x-1)^2$

$f'(x) = (2x-2)(x+3) + (x-1)^2$

$= 2x^2 + 4x - 6 + x^2 - 2x + 1$

$= 3x^2 + 2x - 5$

$0 = x^2 + \frac{2}{3}x - \frac{5}{3}$

$0 = (x-1)(x+\frac{5}{3})$

$x = 1 \qquad x = -\frac{5}{3}$

$+ \quad -\frac{5}{3} \quad - \quad 1 \quad +$

Puntos críticos : $x = 1, -\frac{5}{3}$

Creciente : $(-\infty, -5/3) \cup (1, \infty)$

Decreciente : $(-\frac{5}{3}, 1)$

Máximo : $(-\frac{5}{3}, \frac{-256}{27})$

Mínimo : $(1, 0)$

$f''(x) = 6x + 2$

$f''(-\frac{5}{3}) = -$

$f''(1) = +$

25) $f(x) = \frac{x^5 - 5x}{5}$

$f(x) = \frac{1}{5}x^5 - x$

$f'(x) = x^4 - 1$

$0 = x^4 - 1$

$1 = x^4$

$x = -1 \quad , \quad x = 1$

$+ \quad -1 \quad - \quad 1 \quad +$

P. Críticos: $x = -1, 1$

Creciente: $(-\infty, -1) \cup (1, \infty)$

Decreciente: $(-1, 1)$

Máximo: $(-1, 4/5)$

Mínimo: $(1, -4/5)$

$f''(x) = 4x^3$

$f''(1) = +$

$f''(-1) = -$

29) $f(x) = (x+2)^{2/3}$

$f'(x) = \frac{2}{3}(x+2)^{-1/3}$

$0 = \frac{2}{3\sqrt[3]{x+2}}$

39) $f(x) = \begin{cases} 3x+1 , & x \leq 1 \\ 5 - x^2 , & x > 1 \end{cases}$

P. Críticos: $x = \frac{5}{2}$

Decrece: $(\frac{5}{2}, \infty)$

Creciente: $(-\infty, \frac{5}{2})$

$f(x) = 3x + 1$

$f'(x) = 3$

$f(x) = 5 - x^2$

$f'(x) = 5 - 2x$

$0 = 5 - 2x$

$-5 = -2x$

$x = \frac{5}{2}$

$+ \quad \frac{5}{2} \quad -$

41) $f(x) = \frac{x}{2} + \cos x$

$f(x) = \frac{1}{2}x + \cos x$

$f'(x) = \frac{1}{2} - \operatorname{sen} x$

$0 = \frac{1}{2} - \operatorname{sen} x$

$\frac{1}{2} = \operatorname{sen} x$

$x = \operatorname{sen}^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$

$x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$

P. Crítico: $x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$

Creciente: $(-\infty, \frac{\pi}{6}) \cup (\frac{5\pi}{6}, \infty)$

Decreciente: $(\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6})$

Máximos: $(\frac{\pi}{6}, (\pi + 6\sqrt{3})/12))$

Mínimos: $(\frac{5\pi}{6}, (5\pi - 6\sqrt{3})/12)$

$+ \quad \frac{\pi}{6} \quad - \quad \frac{5\pi}{6} \quad +$

$f''(x) = -\cos x$

$f''(\frac{\pi}{6}) = -$

$f''(\frac{5\pi}{6}) = +$

45) $f(x) = \cos^2(2x)$

$f(x) = (\cos(2x))^2$

$f'(x) = 2\cos(2x)(2)(-\operatorname{sen} 2x)$

$0 = -4\cos 2x \operatorname{sen} 2x$

$0 = \cos 2x \operatorname{sen} 2x$

$2x = \cos^{-1}(\operatorname{sen}^{-1} 0))$

$2x = \cos^{-1} 0$

$2x = \frac{\pi}{2}$

$x = \frac{\pi n}{4}$

como $0 < x < 2\pi$

$x = \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}, \pi, \frac{5\pi}{4}, \frac{3\pi}{2}, \frac{7\pi}{4},$

P. Críticos: $x = \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}, \pi, \frac{5\pi}{4}, \frac{3\pi}{2}, \frac{7\pi}{4}$

Creciente: $(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}) \cup (\frac{3\pi}{4}, \pi) \cup (\frac{5\pi}{4}, \frac{3\pi}{2}) \cup (\frac{7\pi}{4}, 2\pi)$

Decreciente: $(0, \frac{\pi}{4}) \cup (\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}) \cup (\pi, \frac{5\pi}{4}) \cup (\frac{3\pi}{2}, \frac{7\pi}{4})$

Máximos: $(\frac{\pi}{4}, \sqrt{2})$

Mínimos: $(\frac{5\pi}{4}, -\sqrt{2})$

se prueba en la segunda derivada con todos los puntos críticos.

$- \ \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} - \frac{3\pi}{4} + \pi - \frac{5\pi}{4} + \frac{3\pi}{2} - \frac{7\pi}{4} +$

47) $f(x) = \operatorname{sen}^2 x + \operatorname{sen} x$

$f(x) = (\operatorname{sen} x)^2 + \operatorname{sen} x$

$f'(x) = 2\cos x + \cos x$

$0 = 2\cos x + \cos x$

$0 = 3\cos x$

$0 = \cos x$

$x = \cos^{-1}(0)$

$x = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$

P. Críticos: $\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$

Creciente: $(0, \frac{\pi}{2}) \cup (\frac{3\pi}{2}, 2\pi)$

Decreciente: $(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2})$

Máximos: $(\frac{\pi}{2}, 2)$

Mínimos: $(\frac{3\pi}{2}, 0)$

$+ \quad \frac{\pi}{2} \quad - \quad \frac{3\pi}{2} \quad +$

$f''(x) = -2\operatorname{sen} x - \operatorname{sen} x$

$f''(\frac{\pi}{2}) = -$

$f''(\frac{3\pi}{2}) = +$

81) a) Función de velocidad b) Intervalo de tiempo cuando se mueve en dirección positiva

$s(t) = 6t - t^2$

c) Se mueve en dirección negativo

d) Instante donde cambia su dirección

a) $V(t) = 6 - 2t$

b)
$0 = 6 - 2t$
$-6 = -2t$
$t = 3$

$+ \quad 3 \quad -$

$[0, 3)$

c) $(3, \infty)$

d) $V(t) = 6 - 2t$
$0 = 6 - 2t$
$-6 = -2t$
$3 = t$

83) $s(t) = t^3 - 5t^2 + 4t$

a) $V(t) = 3t^2 - 10t + 4$

b)
$0 = 3t^2 - 10t + 4$
$0 = t^2 - \frac{10t}{3} + \frac{4}{3}$
$t = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{3}$

$+ \quad \frac{5-\sqrt{13}}{3} \quad - \quad \frac{5+\sqrt{13}}{3} \quad +$

$[0, \frac{5-\sqrt{13}}{3}) \cup (\frac{5+\sqrt{13}}{3}, \infty)$

c) $(\frac{5-\sqrt{13}}{3}, \frac{5+\sqrt{13}}{3})$

d) $t = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{3}$

85) Las respuestas varían