

Práctica # 3.3

Robert Lu Zheng

Cálculo I

112702

3-750-1980

- 1) Determinar el intervalo abierto más grande donde la función es creciente. Y el intervalo abierto más grande donde es decreciente

a) Creciente $(0, 6)$ b) Decreciente $(6, 8)$

- 5) Determinar gráficamente y analíticamente donde los intervalos abiertos son crecientes y decrecientes.

$y = \frac{x^3}{4} - 3x$ Analíticamente

Gráficamente

$y = \frac{1}{4}x^3 - 3x$
 $y' = \frac{1}{4}3x^2 - 3$
 $0 = \frac{3}{4}x^2 - 3$
 $3 = \frac{3}{4}x^2$
 $12 = 3x^2$
 $4 = x^2$
 $x = \pm 2$
 $(x-2)(x+2) = 0$

Creciente: $(-\infty, -2) \cup (2, \infty)$

Decreciente: $(-2, 2)$



Creciente: $(-\infty, -2) \cup (2, \infty)$

Decreciente: $(-2, 2)$

Decreciente: $(-2, 2)$

- 11) Determinar intervalos donde es creciente o decreciente

$y = x\sqrt{16-x^2}$

Creciente: $(-\infty, -2\sqrt{2}) \cup (2\sqrt{2}, \infty)$

Decreciente: $(-2\sqrt{2}, 2\sqrt{2})$

$y = x(16-x^2)^{1/2}$

$y' = x'(16-x^2)^{1/2} + (16-x^2)^{1/2} \cdot x$

$= \sqrt{16-x^2} + \frac{1}{2}(16-x^2)^{-1/2} \cdot (-2x)(x)$

$= \sqrt{16-x^2} + \frac{1}{2\sqrt{16-x^2}} \cdot (-2x)(x)$

$= \frac{\sqrt{16-x^2}}{1} + \frac{-2x^2}{2\sqrt{16-x^2}}$

$0 = \frac{32-4x^2}{2\sqrt{16-x^2}}$

$0 = \frac{16-2x^2}{\sqrt{16-x^2}}$

$0 = 16-2x^2$

$-16 = -2x^2$

$8 = x^2$

$(x+2\sqrt{2})(x-2\sqrt{2}) = 0$



$= \frac{2(16-x^2) - 2x^2}{2\sqrt{16-x^2}} = \frac{32-2x^2-2x^2}{2\sqrt{16-x^2}}$

13) $f(x) = \sin x - 1$, $0 < x < 2\pi$

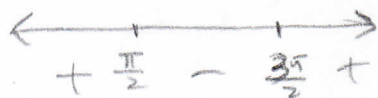
$f'(x) = \cos x$

$0 = \cos x$

cuando $x = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$

Creciente: $(0, \frac{\pi}{2}) \cup (\frac{3\pi}{2}, 2\pi)$

Decreciente: $(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2})$



14) $y = x - 2\cos x$, $0 < x < 2\pi$

$y' = 1 + 2\sin x$

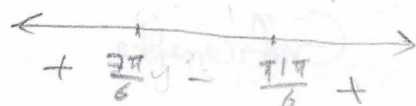
$0 = 1 + 2\sin x$

$-1 = 2\sin x$

$\sin x = -\frac{1}{2}$

$x = \sin^{-1}(-\frac{1}{2})$

$x = \frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}$



Creciente: $(0, \frac{7\pi}{6}) \cup (\frac{11\pi}{6}, 2\pi)$

Decreciente: $(\frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6})$

21) Puntos críticos, intervalos, extremos relativos (máximos y mínimos)

$f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x$

$f'(x) = 6x^2 + 6x - 12$

$0 = 6x^2 + 6x - 12$

$0 = x^2 + x - 2$

$(x+2)(x-1)$
 $x = -2 \quad x = 1$

P. Críticos: $x = -2, 1$

Creciente: $(-\infty, -2) \cup (1, \infty)$

Decreciente: $(-2, 1)$

Máximo: $(-2, 4)$

Mínimo: $(1, -7)$

$f''(x) = 12x + 6$

$f''(-2) = -$

$f''(1) = +$



22) $f(x) = (x-1)^2(x+3)$

$f'(x) = 2(x-1)(1)(x+3) + (1)(x-1)^2$

$f'(x) = (2x-2)(x+3) + (x-1)^2$

$= 2x^2 + 4x - 6 + x^2 - 2x + 1$

$= 3x^2 + 2x - 5$

$0 = x^2 + \frac{2}{3}x - \frac{5}{3}$

$f''(x) = 6x + 2$

$0 = (x+1)(x+\frac{5}{3})$

$f''(-\frac{5}{3}) = -$

$x = 1$

$x = -\frac{5}{3}$

$f''(1) = +$

Puntos críticos: $x = 1, -\frac{5}{3}$

Creciente: $(-\infty, -\frac{5}{3}) \cup (1, \infty)$

Decreciente: $(-\frac{5}{3}, 1)$

Máximo: $(-\frac{5}{3}, -\frac{256}{27})$

Mínimo: $(1, 0)$



25) $f(x) = \frac{x^5 - 5x}{5}$ P. Criticos: $x = -1, 1$

$$f(x) = \frac{1}{5}x^5 - x$$

$$f'(x) = x^4 - 1$$

$$0 = x^4 - 1$$

$$1 = x^4$$

$$x = -1, x = 1$$



Creciente: $(-\infty, -1) \cup (1, \infty)$

Decreciente: $(-1, 1)$

Máximo: $(-1, 4/5)$

Mínimo: $(1, -4/5)$

$$f''(x) = 4x^3$$

$$f''(1) = +$$

$$f''(-1) = -$$

26) $f(x) = (x+2)^{2/3}$

$$f'(x) = \frac{2}{3}(x+2)^{-1/3}$$

$$0 = \frac{2}{3\sqrt[3]{x+2}}$$

$$= \frac{2}{3\sqrt[3]{x+2}}$$

3a) $f(x) = \begin{cases} 3x+1, & x \leq 1 \\ 5-x^2, & x > 1 \end{cases}$ P. Criticos: $x = \frac{5}{2}$

Decreciente: $(\frac{5}{2}, \infty)$

Creciente: $(-\infty, \frac{5}{2})$

$$f(x) = 3x+1$$

$$f'(x) = 3$$

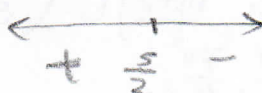
$$f(x) = 5-x^2$$

$$f'(x) = 5-2x$$

$$0 = 5-2x$$

$$-5 = -2x$$

$$x = \frac{5}{2}$$



$$41) f(x) = \frac{x}{2} + \cos x$$

$$f'(x) = \frac{1}{2} - \sin x$$

$$f''(x) = -\cos x$$

$$0 = \frac{1}{2} - \sin x$$

$$\frac{1}{2} = \sin x$$

$$x = \sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$$



$$f''(x) = -\cos x$$

$$f''\left(\frac{\pi}{6}\right) < 0$$

$$f''\left(\frac{5\pi}{6}\right) < 0$$

$$P. \text{ Críticos: } x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$$

$$\text{Creciente: } (-\infty, \frac{\pi}{6}) \cup (\frac{5\pi}{6}, \infty)$$

$$\text{Decreciente: } (\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6})$$

$$\text{Máximo: } \left(\frac{\pi}{6}, \left(\pi + 6\sqrt{3}\right)/12\right)$$

$$\text{Mínimo: } \left(\frac{5\pi}{6}, \left(5\pi - 6\sqrt{3}\right)/12\right)$$

$$45) f(x) = \cos^2(2x)$$

$$f'(x) = 2\cos(2x)(-2\sin 2x)$$

$$f''(x) = -4\cos 2x \sin 2x$$

$$0 = -4\cos 2x \sin 2x$$

$$0 = \cos 2x \sin 2x$$

$$2x = \cos^{-1}(\sin^{-1}(0))$$

$$2x = \cos^{-1}(0)$$

$$2x = \frac{\pi}{2}$$

$$x = \frac{\pi}{4}$$

Como $0 < x < 2\pi$

$$x = \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}$$

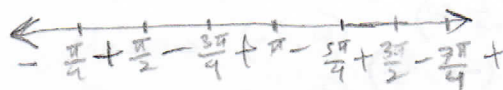
$$P. \text{ Críticos: } x = \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}$$

$$\text{Creciente: } \left(\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right) \cup \left(\frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}\right)$$

$$\text{Decreciente: } \left(0, \frac{\pi}{4}\right) \cup \left(\frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}\right) \cup \left(\frac{7\pi}{4}, 2\pi\right)$$

$$\text{Máximo: } \left(\frac{\pi}{4}, \sqrt{2}\right)$$

$$\text{Mínimo: } \left(\frac{5\pi}{4}, -\sqrt{2}\right)$$



Se prueba en la segunda derivada en todos los puntos críticos.

$$47) f(x) = \sin^2 x + \sin x$$

$$f'(x) = 2\sin x \cos x + \cos x$$

$$f''(x) = 2\cos x - \sin x$$

$$0 = 2\cos x - \sin x$$

$$0 = 3\cos x$$

$$0 = \cos x$$

$$x = \cos^{-1}(0)$$

$$x = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$$

$$P. \text{ Críticos: } \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$$

$$\text{Creciente: } \left(0, \frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right)$$

$$\text{Decreciente: } \left(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right)$$

$$\text{Máximo: } \left(\frac{\pi}{2}, 2\right)$$

$$\text{Mínimo: } \left(\frac{3\pi}{2}, 0\right)$$

$$f''(x) = -2\sin x - \sin x$$



$$f''\left(\frac{\pi}{2}\right) < 0$$

$$f''\left(\frac{3\pi}{2}\right) < 0$$

81) a) Función de velocidad

$$s(t) = 6t - t^2$$

b) Intervalo de tiempo cuando se mueve en dirección positiva

c) Se mueve en dirección negativa

d) Instante donde cambia su dirección

a) $v(t) = 6 - 2t$

b) $0 = 6 - 2t$
 $-6 = -2t$
 $t = 3$
 $[0, 3)$

c) $(3, \infty)$

d) $v(t) = 6 - 2t$
 $0 = 6 - 2t$
 $-6 = -2t$
 $3 = t$

83) $s(t) = t^3 - 5t^2 + 4t$

a) $v(t) = 3t^2 - 10t + 4$

c) $(\frac{5-\sqrt{13}}{3}, \frac{5+\sqrt{13}}{3})$

b) $0 = 3t^2 - 10t + 4$
 $0 = t^2 - \frac{10t}{3} + \frac{4}{3}$

d) $t = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{3}$

$t = \pm \frac{5 \pm \sqrt{13}}{3}$

$[0, \frac{5-\sqrt{13}}{3}) \cup (\frac{5+\sqrt{13}}{3}, \infty)$

85) Las respuestas varían