Determinantes #1

Módulo III Determinantes, valores propios y vectores propios

Teoría

Determinante es el número asociado a cada matriz cuadrada.
Para una matriz A, el determinante se puede denotar como:

$$|A| \quad , \quad \det A \quad , \quad \det(A)$$

Determinantes de segundo orden

Sea $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$ una matriz de orden 2

Entonces el determinante de A está dado por:

$$\det A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$$

donde $\det A = (a_{11}\, a_{22}) - (a_{21}\, a_{22})$

Determinantes de tercer orden

Sea $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$ una matriz de orden 3

Entonces el determinante de A está dado por:

$$\det A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

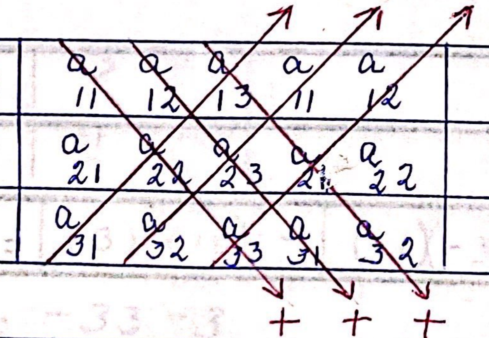
Regla de Sarrus:

Consiste en repetir las dos primeras filas o las dos primeras columnas y realizar los productos de acuerdo a las diagonales.

Si las diagonales descienden de izquierda a derecha los productos son positivos.

Si las diagonales ascienden los productos son negativos

Ilustración:



Luego de realizar los seis productos, obtenemos:

$$|A| = (a_{11})(a_{22})(a_{33}) + (a_{12})(a_{23})(a_{31}) + (a_{13})(a_{21})(a_{32}) -$$
$$-(a_{31})(a_{22})(a_{13}) - (a_{32})(a_{23})(a_{11}) - (a_{33})(a_{21})(a_{13})$$

Determinantes #2

Ejemplos resueltos

① Sea $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$ calcule det A

Solución:

$$\det A = \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 5 & 6 \end{vmatrix}$$
$$= [(1)(6)] - [(5)(-2)]$$
$$= 6 - (-10)$$
$$= 16$$

② sea $B = \begin{pmatrix} 3 & -3 \\ -1 & -11 \end{pmatrix}$ Calcule det B

Solución:

$$\det B = \begin{vmatrix} 3 & -3 \\ -1 & -11 \end{vmatrix}$$
$$= [(3)(-11)] - [(-1)(-3)]$$
$$= -33 - 3$$
$$= -36$$

③ Sea $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & -3 & 2 \\ -1 & -11 & 6 \end{pmatrix}$ calcule $|A|$

Solución:

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 & 1 & 2 \\ 3 & -3 & 2 & 3 & -3 \\ -1 & -11 & 6 & -1 & -11 \end{vmatrix}$$

Repitiendo las dos primeras columnas

$= \left[(1)(-3)(6) + (2)(2)(-1) + (-1)(3)(-11)\right] - \left[(-1)(-3)(-1) + (-11)(2)(1) + (6)(3)(2)\right]$

$= \left[-18 + (-4) + 33\right] - \left[-3 + (-22) + 36\right]$

$= 11 - 11$

$= 0$

④ Sea $B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 4 & 5 & -1 \\ 2 & -6 & -2 \end{pmatrix}$ calcule $|B|$

Solución:

$$|B| = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 4 & 5 & -1 \\ 2 & -6 & -2 \\ 2 & 3 & 0 \\ 4 & 5 & -1 \end{vmatrix}$$

Repitiendo las dos primeras filas

$= \left[(2)(5)(-2) + (4)(-6)(0) + (2)(3)(-1)\right] - \left[(2)(5)(0) + (2)(-6)(-1) + (4)(3)(-2)\right]$

$= -26 - (-12)$

$= -26 + 12$

$= -14$