Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

Дисциплина “Типы и структуры данных”

Лабораторный практикум №3

по теме: «обработка разреженных матриц»

Выполнил студент: __*Клименко Алексей Константинович*_____

фамилия, имя, отчество

Группа: _____*ИУ7-35Б*_____

Проверил, к.п.н.: _____

подпись, дата

Оценка _____ Дата _____

2020 г.

цель работы

Реализовать алгоритмы обработки разреженных матриц, сравнить эффективность использования этих алгоритмов (по времени выполнения и по требуемой памяти) со стандартными алгоритмами обработки матриц при различном процентном заполнении матриц ненулевыми значениями и при различных размерах матриц.

описание условия задачи

Разработать программу умножения разреженных матриц. Предусмотреть возможность ввода данных, как с клавиатуры, так и использования заранее подготовленных данных. Матрицы хранятся и выводятся в форме трех объектов. Для небольших матриц можно дополнительно вывести матрицу в виде матрицы. Сравнить эффективность (по памяти и по времени выполнения) стандартных алгоритмов обработки матриц с алгоритмами обработки разреженных матриц при различной степени разреженности матриц и различной размерности матриц.

техническое задание

исходные данные

Исходными данными являются матрицы, запрашиваемые у пользователя в программе, и генерируемые автоматически при тестировании эффективности различных алгоритмов.

Ввод матрицы с клавиатуры имеет следующий формат: в первой строке находится единственное число — номер используемого фармата.

Если номер формата равен 1, то на следующей строке через пробел указывается размер матрицы (кол-во строк и столбцов), а далее в последующих строках указываются элементы матрицы.

Если же номер формата — 2, то на следующей строке помимо числа строк и столбцов указывается число ненулевых элементов (или 0, если ненулевых элементов нет). А далее для каждого ненулевого элемента на строке располагаются индексы строки и столбца и значение элемента.

Если же номер формата – 3, то на следующей строке через пробел указывается размер матрицы (кол-во строк и столбцов). На следующей строке необходимо указать вещественное число (можно и целое) в интервале от 0 до 100 не включительно – процент автоматического заполнения матриц. Минимальный и максимальный элементы устанавливаются в -100 и 100 соответственно.

Примеры ввода, с использованием разных форматов для представления одной и той же матрицы:

1 3 7 0 0 0 -2 0 0 0 0 5 0 0 0 0 0 0 0 8 0 0 1 0	2 3 7 4 1 1 5 0 3 -2 2 2 8 2 5 1

Использование двух типов формата аргументировано тем, что для более плотных матриц бывает компактнее представить их непосредственно в матричном виде. Если представить себе, что нам нужно представить матрицу с процентом заполнения **P**, то для случаев **P > 33%** использовать координатный формат становится грамоздко и неудобно.

Пример ввода для автоматического заполнения матрицы размером 100 на 200 элементов:

3 100 200 24.3	3 100 200 10

результат

Результатом работы программы является вычисление произведения матриц.

Для тестирующей производительность алгоритмов программы результатом считаются показатели эффективности, полученные экспериментально для двух разных реализаций функции обработки матриц.

описание задачи, реализуемой программой

Умножение матрицы на вектор и умножение матрицы на другую матрицу, а также тестирование двух алгоритмов и определение их относительной эффективности.

способы обращения к программе

Для запуска программы в сборке выпуска предусматривается наличие исполняемого **app.exe** файла, который запускает программу. После запуска пользователь выбирает команды из меню и вводит соответствующие им цифры.

возможные аварийные ситуации и ошибки пользователя

При вводе неверных данных для текущей опции меню выполнение данной опции прекращается и пользователь возвращается в главное меню программы.

Структуры данных

Из условия задачи:

Разреженная матрица хранится в форме 3-х обьектов:

- *вектор **A** содержит значения ненулевых элементов*
- *вектор **IA** содержит номера строк для элементов вектора **A***
- *связный список **JA**, в элементе **Nk** которого находится номер компонент в **A** и **IA**, с которых начинается описание столбца **Nk** матрицы **A***

Реализация структуры разреженной матрицы в решении:

```
typedef int mat_elem_t;
typedef struct sparse_matrix_t
{
    size_t rows_size;     // кол-во строк матрицы
    size_t cols_size;     // кол-во столбцов матрицы
    size_t nonzero_size;  // кол-во ненулевых элементов
    size_t __alloc_nz_sz; // кол-во байт, выделенных для ненулевых эл-тов
    size_t __alloc_cl_sz; // кол-во байт, выделенное для массива JA
    size_t *cols; // JA – массив индексов эл-тов для столбцов
    size_t *rows; // IA – массив индексов строк соотв-щих ненулевых эл-тов
    mat_elem_t *nonzero_array; // A – массив ненулевых эл-тов
} sparse_matrix_t;
```

Объём памяти необходимый для хранения матрицы размером **(N, N)** и с **K** ненулевыми элементами:

sizeof(sparse_matrix) == (44 + 4N + 16K)Б

А теперь для сравнения приведём расчёт объема занимаемой памяти для обычного метода хранения матрицы размером (**N, N**):

sizeof(dense_matrix) == (8 + 4N*N)Б

Видно, что зависимость объема памяти для хранения плотной матрицы имеет квадратичную зависимость от **N**, в то время как объем памяти разреженной — линейную.

Набор функций

```
// NULL-матрица.
sparse_matrix_t sp_null_matrix(void);

// Создание пустой матрицы с заданным кол-вом строк и столбцов.
sparse_matrix_t sp_create(uint32_t rows, uint32_t cols);
// Перераспределение элементов под заданный размер.
int sp_recreate(sparse_matrix_t *matrix, uint32_t rows, uint32_t cols);

// Очищение памяти и обнуление матрицы.
void sp_free(sparse_matrix_t *matrix);
```

```
// Создание глубокой копии матрицы.
sparse_matrix_t sp_copy(const sparse_matrix_t *matrix);

// Проверка матрицы на корректность.
bool sp_mat_is_null(const sparse_matrix_t *matrix);

// Считывание элемента по индексам строки и столбца.
mat_elem_t sp_get(const sparse_matrix_t *matrix, uint32_t row, uint32_t col);

// Запись элемента по индексам строки и столбца.
void sp_set(sparse_matrix_t *matrix, uint32_t row, uint32_t col, mat_elem_t value);

// Сжатие матрицы, путём удаления нулевых элементов.
void sp_compress(sparse_matrix_t *matrix);

// Обнуление матрицы.
void sp_clear(sparse_matrix_t *matrix);

// Заполнение случайными числами.
void sp_randomize(sparse_matrix_t *matrix, float nz_percent);

// Транспонирует матрицу.
void sp_transpose(sparse_matrix_t *matrix);

// Умножает две матрицы, вторая из которых транспонирована.
int sp_mult_matrix(const sparse_matrix_t *matrix_1, const sparse_matrix_t *matrix_2,
        sparse_matrix_t *out);

// Печатает подробную информацию о структуре матрицы.
void sp_print_info(const sparse_matrix_t *matrix);

// Печатает матрицу в виде матрицы.
void sp_print(const sparse_matrix_t *matrix);
```

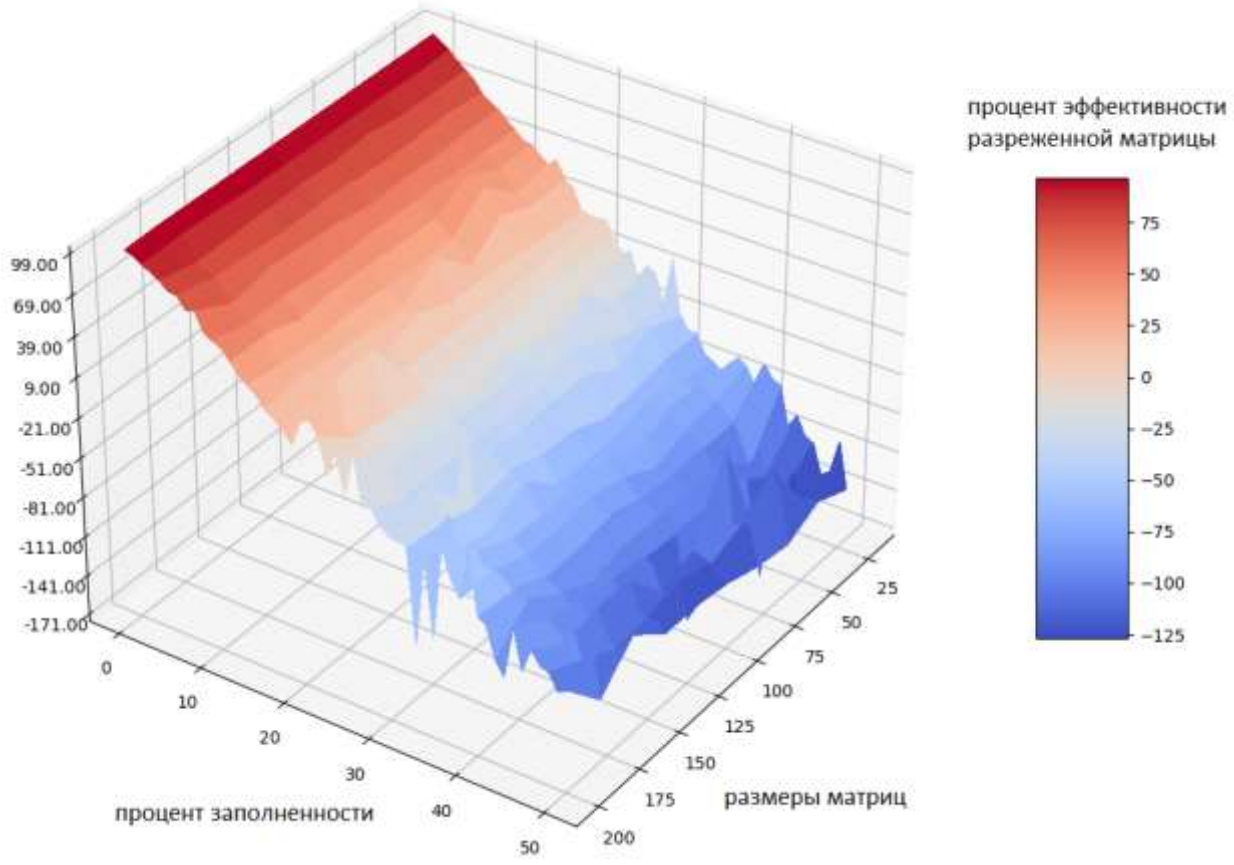
Описание алгоритма обработки данных

Ключевая идея алгоритма умножения двух разреженных матриц состоит в том, чтобы умножать только ненулевые элементы матриц.

Для упрощения и ускорения работы алгоритма необходимо предварительно транспонировать вторую матрицу.

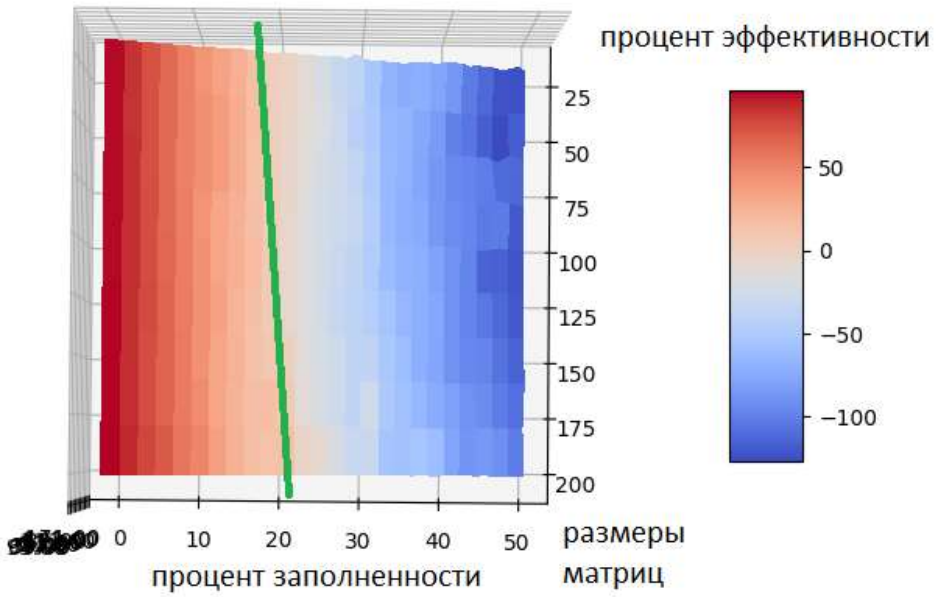
Далее - пройти по каждому столбцу в перемножаемых матрицах и рассчитать произведения элементов только на тех позициях, где оба элемента ненулевые. Полученные произведения записать в соответствующую позицию в результирующей матрице.

Результаты тестирования скорости в виде графика (без учёта времени на транспонирование матрицы):

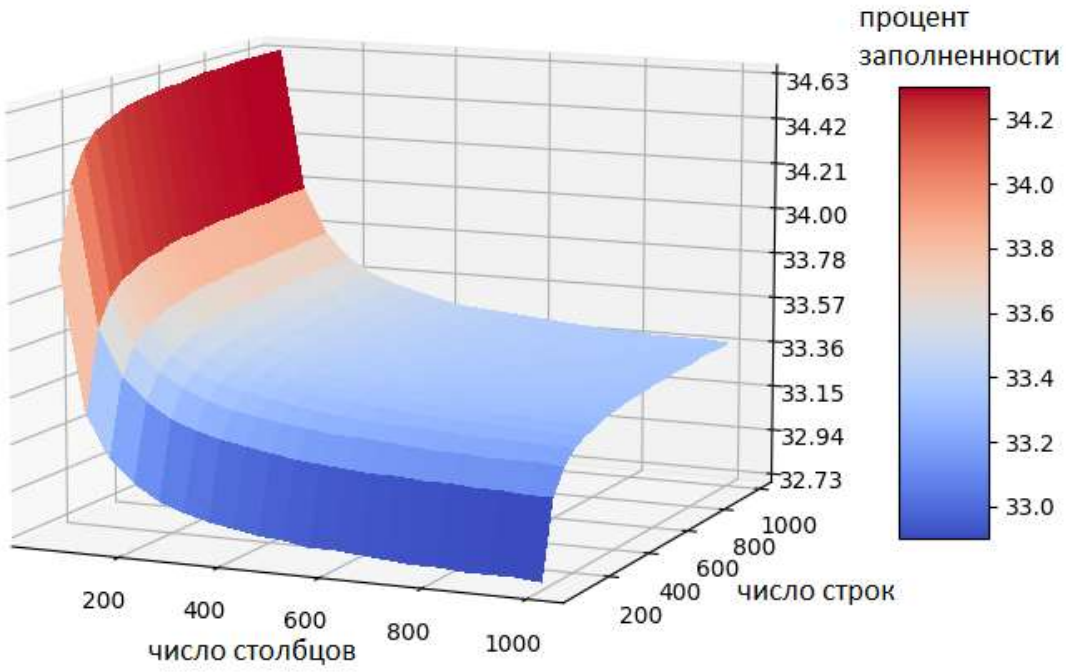


Как видно, при достижении отметки в ~20% оба алгоритма умножения становятся одинаково эффективными. При заполненности матрицы менее 20% эффективнее разреженный алгоритм, а при заполнении матрицы более чем на 20% более эффективным становится обычный алгоритм умножения.

Также можно заметить, что с ростом размеров матриц, разреженная версия матрицы обрабатывается чуть-чуть хуже.



Сравнение эффективности по памяти для переменных размеров матриц:



По данным тестирования можно утверждать, что выбранное решение хранения данных разреженных матриц является эффективнее обычного метода в среднем при проценте заполненности матрицы менее чем 33-34%.

При большем проценте заполненности хранить матрицу в разреженной форме становится менее эффективно.

набор тестов

№	Описание теста	Входные данные	Выходные данные
1	неверный выбор опции меню	a	Повторное отображение главного меню
2	Неверный формат при вводе матрицы	1 4	Сообщение об ошибке. Переход в главное меню
3	Неверный ввод данных матрицы	1 1 one three	Отображение сообщения об ошибке. Переход в главное меню
4	Неверный ввод размеров матриц при авто тестировании	3 10 -20	Сообщение об ошибке и переход в главное меню
5	Указание неверного процента	4 -10	Сообщение об ошибке и переход в главное меню
6	Умножение матрицы на вектор	1 <ввод матрицы>	Вывод введённых данных и результата умножения

		<ввод вектора>	
7	Умножение матрицы на матрицу	2 <ввод матрицы> <ввод матрицы>	Вывод введённых данных и результата умножения
8	Автоматическое заполнение по заданным размерам матриц	in.txt 3 100 120 150	Отображение таблицы эффективности для заданной размерности матриц
9	Автоматическое заполнение по заданному проценту	4 20	Отображение таблицы эффективности для данного процента заполненности матриц
10	Сравнительная характеристика	5	Вывод на экран таблицу со значениями эффективности как функции от двух параметров
11	Графическое отображение	6	Выводит на экран окошко с графиком указанным в алгоритмической части данного отчета

Выводы по проделанной работе

В ходе работы я познакомился с формой хранения разреженных матриц и самостоятельно реализовал алгоритмы по их обработке.

Разреженная матрица показывает себя с лучшей стороны при не слишком больших размерах матриц и при проценте заполнения ненулевыми элементами не более 20%. При данных значениях алгоритмы обработки разреженных матриц работают эффективнее как по времени так и по памяти в сравнении с классическими алгоритмами.

Однако как только процент заполненности превышает значение в 20%, а размеры матриц становятся довольно большими, обрабатывать разреженные матрицы становится неэффективно по времени, но все ещё эффективно по памяти.

Но уже после 34% заполненности ненулевыми элементами от разреженных матриц в среднем нет никакой пользы. Они начинают уступать плотным матрицам как по времени, так и по памяти.

Контрольные вопросы

1. Что такое разреженная матрица, какие схемы хранения таких матриц Вы знаете?

Разреженная матрица это структура данных, в которой хранятся только ненулевые элементы матрицы, и информация об их позиции в матрице. Такой информацией может быть, например явное указание строки и столбца (координатная форма), а может быть только индекс строки, но вместе с ненулевыми элементами тогда хранится список индексов элементов с которых начинается тот или иной столбец в матрице (Йельский формат).

Также, в ряде случаев работа происходит только с симетричными матрицами. Тогда нам достаточно хранить только половину от всех ненулевых элементов матрицы.

Существует и множество других форматов, которые разрабатывались для определённой конфигурации матриц, и подходящие для очень узкого круга задач, например, можно хранить матрицу блоками.

2. *Каким образом и сколько памяти выделяется под хранение разреженной и обычной матрицы?*

Для хранения матрицы в обычном представлении память выделяется сразу под все элементы матрицы.

Для хранения разреженной матрицы память выделяется по мере необходимости и только для ненулевых элементов матрицы.

3. *Каков принцип обработки разреженной матрицы?*

Принцип обработки разреженной матрицы заключается в том, чтобы обходить только ненулевые элементы матрицы, а не все возможные, тем самым облегчая сложность алгоритма с $O(N^2)$ до $O(K)$ где N - размерность матрицы, а K - число ненулевых элементов в ней.

4. *В каком случае для матриц эффективнее применять стандартные алгоритмы обработки матриц? От чего это зависит?*

Это зависит от выбранного формата хранения разреженной матрицы, а также в неменьшей степени от процента заполненности матрицы. Чем он меньше (разреженность выше), тем эффективнее использование алгоритмов, работающих с разреженными матрицами.

Однако, если процент заполненности матрицы превосходит 20-30% то стандартные алгоритмы обработки оказываются не только проще, но и эффективнее нестандартных.