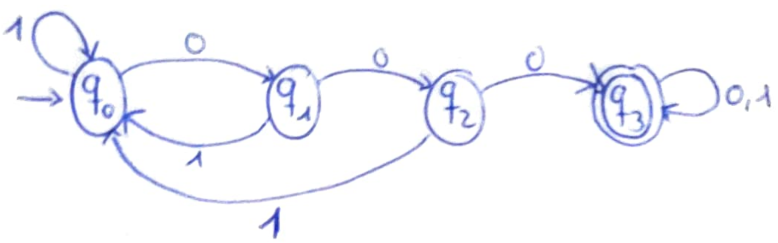
Práctica 4

RAÚL CASTRO MORENO

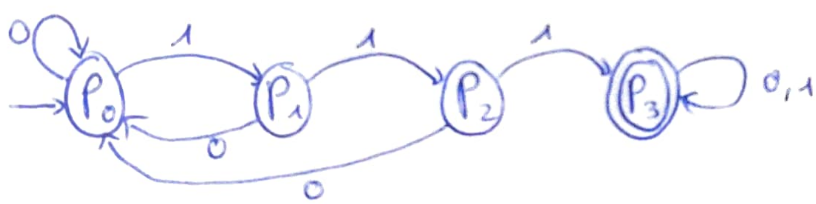
3º A - A2

Ejercicio 1

Primero vamos a realizar el autómata que acepte cadenas que contengan la subcadena 000, vamos a usar q_i, $i=0,1,\dots,n$, para sus estados.



Ahora realizamos el autómata que acepte cadenas las cuales contengan la subcadena 111, usando ahora p_i con $i=0,1,\dots,n$.



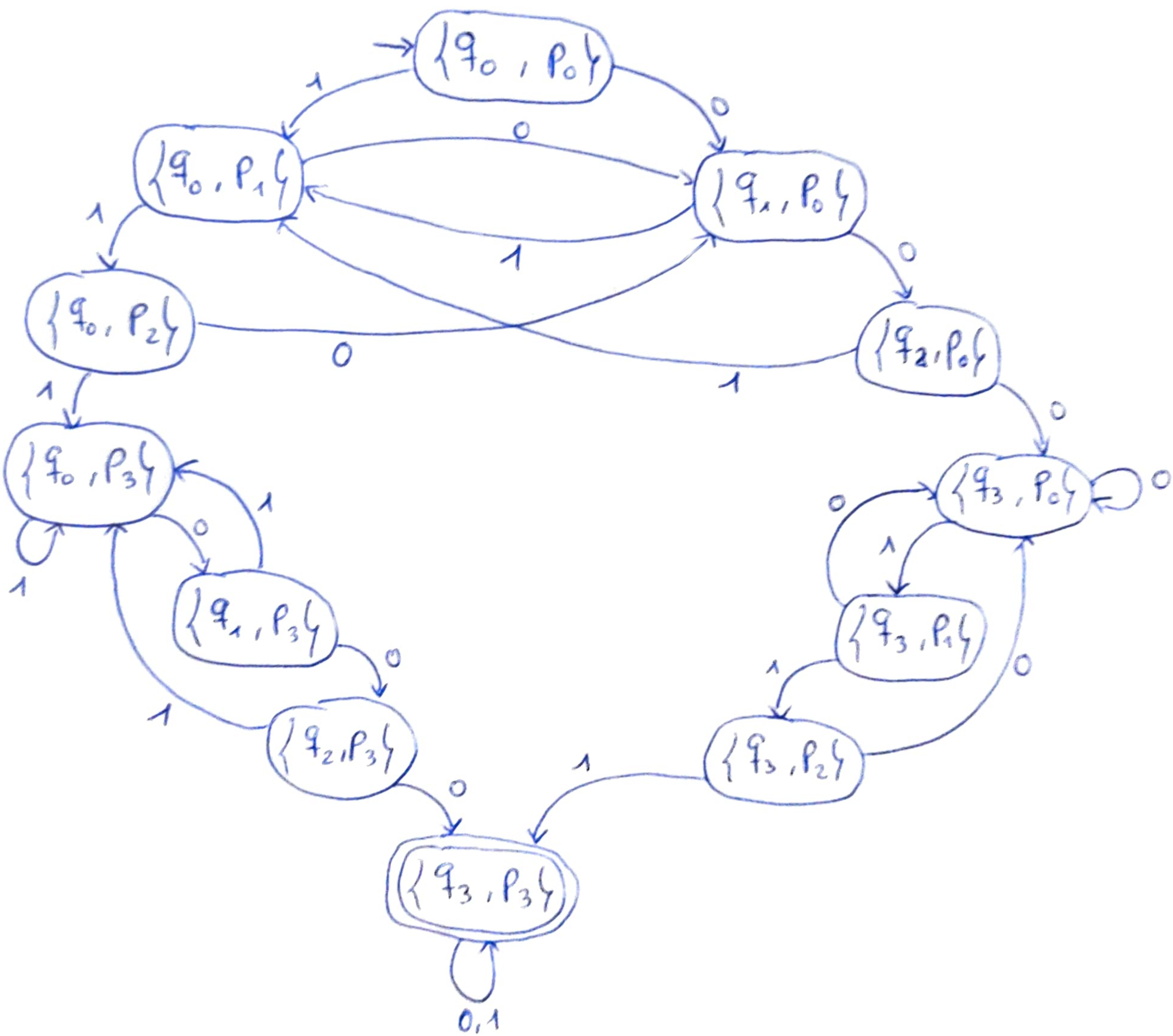
Voy a realizar ahora la tabla del producto

	0	1
$\rightarrow q_0,p_0$	q_1,p_0	q_0,p_1
q_1,p_0	q_2,p_0	q_0,p_1
q_0,p_1	q_1,p_0	q_0,p_2
q_2,p_0	q_3,p_0	q_0,p_1
q_0,p_2	q_1,p_0	q_0,p_3
q_3,p_0	q_3,p_0	q_3,p_1
q_0,p_3	q_1,p_3	q_0,p_3
q_3,p_1	q_3,p_0	q_3,p_2
q_1,p_3	q_2,p_3	q_0,p_3

	0	1
q_2,p_3	q_3,p_3	q_0,p_3
q_3,p_2	q_3,p_0	q_3,p_3
q_3,p_3	q_3,p_3	q_3,p_3

Al ser una intersección, (q_3,p_3) será el estado terminal

Una vez hecha la tabla, solo queda dibujar el autómata.

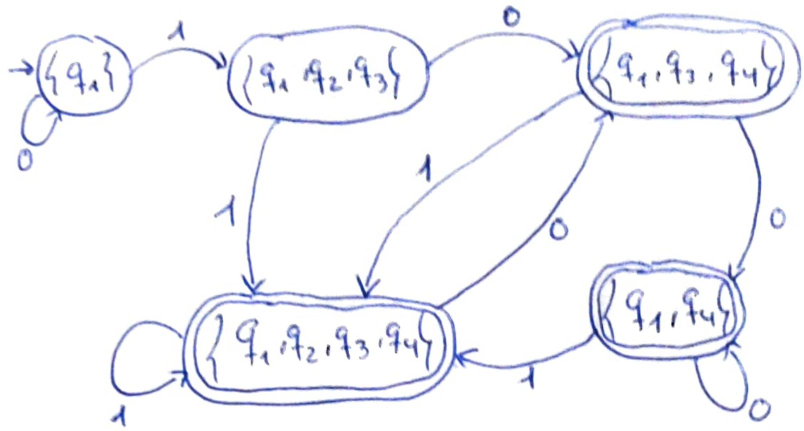


Ejercicio 2

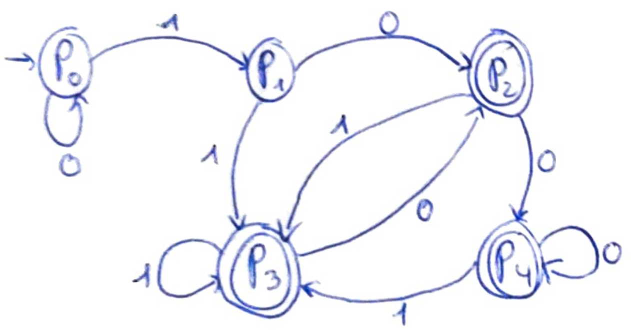
Primero vamos a calcular el AFD. Hacemos la tabla de estados.

	0	1
$\rightarrow q_1$	q_1	q_1, q_2, q_3
q_1, q_2, q_3	q_1, q_3, q_4	q_1, q_2, q_3, q_4
q_1, q_3, q_4	q_1, q_4	q_1, q_2, q_3, q_4
q_1, q_2, q_3, q_4	q_1, q_3, q_4	q_1, q_2, q_3, q_4
q_1, q_4	q_1, q_4	q_1, q_2, q_3, q_4

Vemos que tenemos 5 estados. Dibujamos el autómata.



Todos los estados que contienen a q_4 son terminales. Ahora vamos a simplificar el autómata, usando los estados P_0, P_1, P_2, P_3, P_4.



Ahora, para hacerlo minimal, vamos a construir la tabla

P_1	X			
P_2	X	X		
P_3	X	X		
P_4	X	X		
	P_0	P_1	P_2	P_3

Una vez construida, tachamos primero, los estados en los cuales uno es terminal, y el otro no.

Estos son: $(P_0, P_2), (P_0, P_3), (P_0, P_4), (P_1, P_2), (P_1, P_3), (P_1, P_4)$

Después de esto, comprobamos los demás estados.

	P_0	P_1
0	P_0	P_2
1	P_1	P_3

Se marca

	P_2	P_3
0	P_4	P_2
1	P_3	P_3

Se deja libre

	P_2	P_4
0	P_4	P_4
1	P_3	P_3

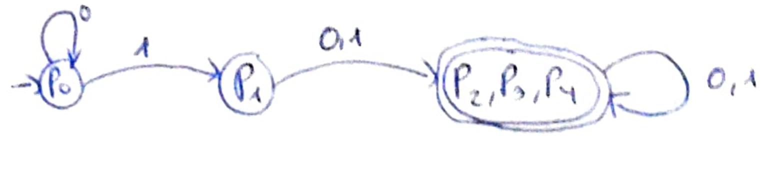
Se deja libre

	P_3	P_4
0	P_2	P_4
1	P_3	P_3

Se deja libre

Por lo tanto, P_2, P_3 y P_4 son estados equivalentes.

El autómata minimal resultante sería entonces $\longrightarrow$



Ejercicio 3

Para realizar estos apartados vamos a usar el lema de Bombeo donde ~~existe~~ z si $|z| \geq n$ con $n \in \mathbb{N}$ y $\forall z \in L$, se puede expresar de la forma $z = uvw$, cumpliendo que $-|uv| \leq n$, $-|v| \geq 1$, $-(\forall i \geq 0)\ uv^iw \in L$.

a) Cogemos una palabra del lenguaje.

$Z = (aa)^n b^{m+1}$, como $z = uvw$, la separamos

$u = (aa)^j$, $v = (aa)^k$, $w = (aa)^{n-j-k} b^{m+1}$.

De esto hay que tener en cuenta que $j + k \leq n$ y $k \geq 1$, debido a que $|uv| \leq n$ y $|v| \geq 1$ respectivamente.

Obtenemos lo siguiente: $z = (aa)^j (aa)^k (aa)^{n-j-k} b^{m+1} = uvw$

Falta verificar la última propiedad por lo que probamos con un $i \geq 0$.

Demostración con $i = 2$.

$uv^2w = \cancel{(aa)^j} (aa)^{2k} (aa)^{n-\cancel{j}-k} b^{m+1}$

$uv^2w = (aa)^{n+k} b^{m+1} \notin L_1$ por lo tanto podemos afirmar que L_1 no es un lenguaje regular

puesto que $n \neq n+k$

b) Cogemos una palabra del lenguaje

$z = 1^n 1^n$

$z = uvw \longrightarrow u = 1^j, v = 1^k, w = 1^{n-j-k} 1^n$

Sabemos que $j+k \leq n$ y $k \geq 1$.

Pasamos a la demostración de la última propiedad con $i=2$

$z = uvw = 1^j 1^k 1^{n-j-k} 1^n$

Con $i = 2$

$uv^2w = \cancel{1^j} 1^{2k} 1^{n-\cancel{j}-k} 1^n = 1^{n+k} 1^n$

Luego $uv^2w = 1^{n+k} 1^n \in L_2$ por lo que afirmamos que L_2 no es un lenguaje regular.

c) Realizamos los mismos pasos que en los anteriores apartados.

$z = a^{2^n} \rightarrow u = a^j, v = a^k, w = a^{2^n-j-k}$

$uvw = a^j a^k a^{2^n-j-k}$ con $j+k \leq n$ y $k \geq 1$

Hacemos la demostracion con $i=2$

$uv^2w = \cancel{a^j} a^{2k} a^{2^n-\cancel{j}-\cancel{k}} = a^{2^n+k}$

Puesto que $k \geq 1$, cuando $k = 1$, se tendrá 2^n+1, entonces hará que exponente sea impar, por ejemplo con $n=1$ y $k=1$ tendríamos que $a^{2+1} = a^3$ y eso no pertenece al lenguaje.

Por tanto $a^{2^n+k} \notin L_3$, confirmando así que L_3 no es un lenguaje regular.