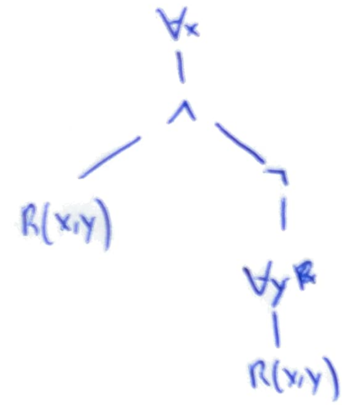
Lenguajes de primer orden

5.1

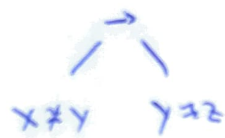
1. $\forall x \, (R(x,y) \land \neg \forall y \, R(x,y))$ →



y~~x~~ → 1 libre y 1 ligada

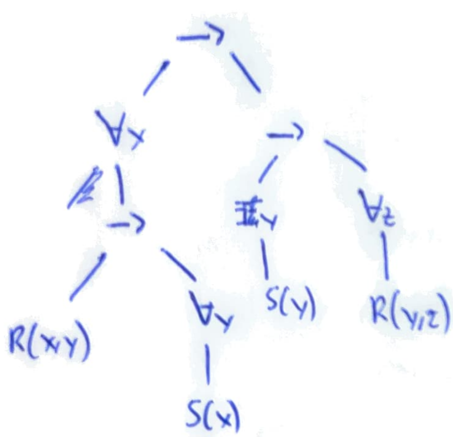
x → 2 ligadas

2. $x \not\approx y \to y \not\approx z$



x, y, z, son libres

3. $\forall x \, (R(x,y) \to \forall y \, S(x)) \to (\exists y \, S(y) \to \forall z \, R(y,z))$

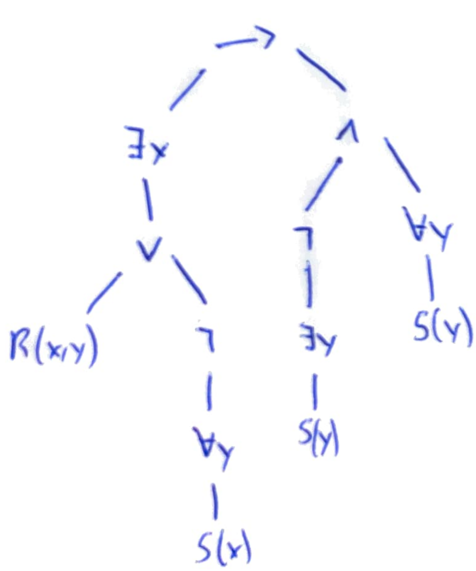


x → 2 ligadas

y → 2 libres y 1 ligada

z → 1 ligada

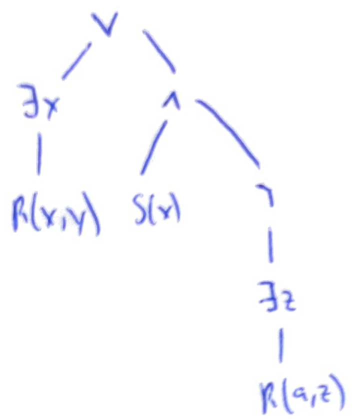
4. $\exists x \, (R(x,y) \lor \neg \forall y \, S(x)) \to (\neg \exists y \, S(y) \land \forall y \, S(y))$



x → 2 ligadas

y → 1 libre y 2 ligadas

5. $\exists x\, R(x,y) \vee (S(x) \wedge \neg \exists z\, R(a,z))$



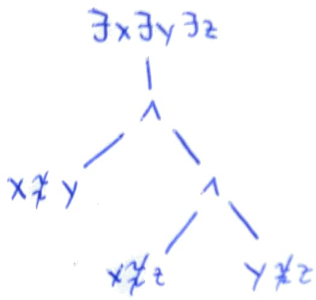
$x \to$ 1 ligada y 1 libre

$y \to$ 1 libre

$z \to$ 1 ligada

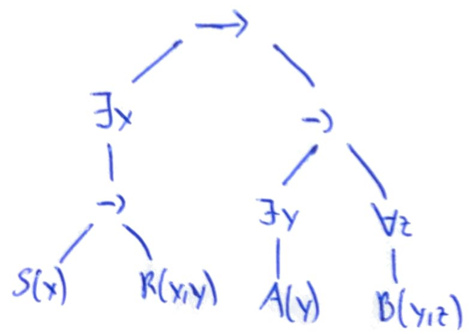
$a \to$ 1 libre

6. $\exists x \exists y \exists z\, (x \not\approx y \wedge x \not\approx z \wedge y \not\approx z)$



$x, y, z \to$ Ligadas

7. $\exists x\, (S(x) \to R(x,y)) \to (\exists y\, A(y) \to \forall z\, B(y,z))$

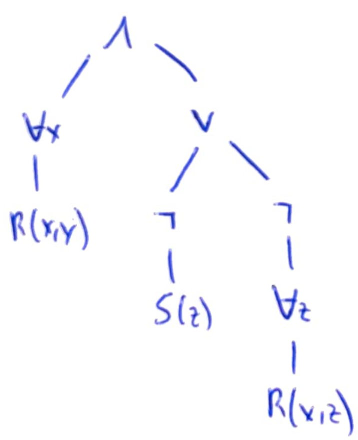


$x \to$ Ligada

$y \to$ 2 libres y 1 ligada

$z \to$ Ligada

8. $\forall x\, R(x,y) \wedge (\neg S(z) \vee \neg \forall z\, R(x,z))$

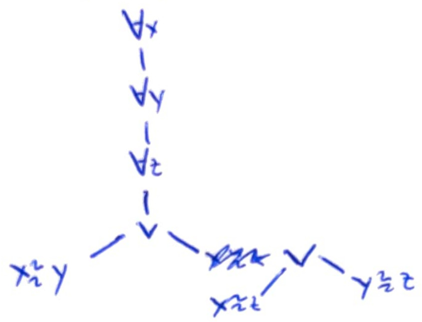


$x \to$ 1 libre y 1 ligada

$y \to$ Libre

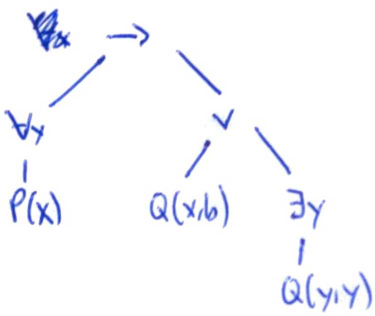
$z \to$ 1 libre y 1 ligada

9. $\forall x \forall y \forall z \, (x \not\approx y \lor x \not\approx z \lor y \not\approx z)$



x, y, z → Ligadas.

10. $\forall x \, P(x) \to Q(x,b) \lor \exists y \, Q(y,y)$

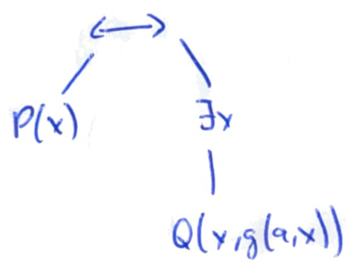


x → Libre y ligada

b → Libre

y → Ligada

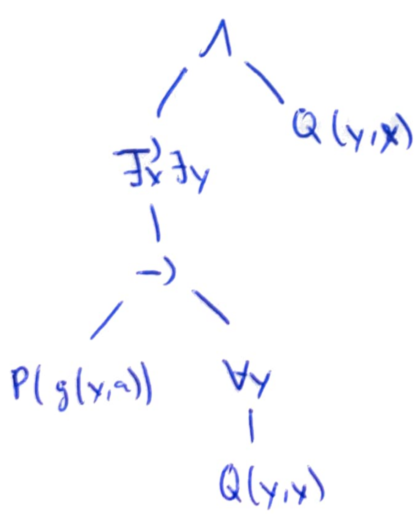
11. $P(x) \leftrightarrow \exists x \, Q(x, g(a,x))$



x → 1 libre y 2 ligadas

a → Libre

12. $\exists x \exists y \, (P(g(x,a)) \to \forall y \, Q(y,x)) \land Q(y,x)$



x → Ligada y 1 libre

y → 2 ligadas y 1 libre

a → Libre

5.2

1.) $P(M(b), c)$

2.) $Hr(M(b), P(x,a))$

3.) $P(H(a), P(x,b))$

4.) $P(a, P(x, M(b)))$

5.) $\forall x \exists y (P(y,x) \wedge H(y))$

6.) $\forall x (\exists y P(y,x) \wedge \exists z P(z,x)) \wedge z \neq y)$

7.) $\neg \exists x P(x,x) \vee \forall x \neg P(x,x)$

8.) $\exists x \forall y \neg Hr(x,y)$

9.) $\forall x (A(x,b) \leftrightarrow A(x,c))$

10.) $\exists x \exists y P(x,y) \wedge \exists x \forall y \neg P(x,y)$

11.) $\forall x \forall y (Hr(x,y) \longleftrightarrow \forall z (P(z,x) \wedge P(z,y)))$

12.) $\exists x (P(a,x) \wedge Hr(b,x) \wedge M(b) \wedge H(x))$

13.) $\forall y \forall x \forall z (P(z,y) \wedge A(y,x) \to A(z,y))$

14.) $\forall x \forall y (H(y) \wedge P(y,x) \to A(y,x))$

15.) $\forall x \neg \exists y (Hr(y,x) \wedge P(x,y))$

16.) $\forall x (\exists y (P(y,x) \wedge M(y)) \wedge \neg \exists z (M(z) \wedge P(z,x) \wedge z \neq y)$

17.) $\exists x (P(b,x) \wedge P(x,c) \wedge M(x) \wedge M(b))$

18.) $\exists x \exists y (P(c,x) \wedge P(x,y) \wedge P(y,a) \wedge M(c))$

19.) $\forall x \exists y \exists z (P(y,x) \wedge P(z,y) \wedge H(z))$

20.) $\forall x \exists y \exists z \exists t (P(t,z) \wedge P(z,y) \wedge P(y,x) \wedge H(t))$

21.)

5.3

1.) $P(0) = 1 \to$ Verdadero

2.) $\neg P(1) = \neg 0 = 1 \to$ Verdadero

3.) $P(0) \wedge P(1) = 1 \cdot 0 = 0 \to$ Falso

4.) $P(0) \to \neg Q(1) = 1 \to 1 = 1 \to$ Verdadero

5.) $\exists x\, Q(x) \to$ Es falsa

6.) $\neg(\exists x\, Q(x)) \to$ Verdadero

7.) $\exists x\, \neg Q(x) \to$ Verdadero

8.) $\exists x\, (P(x) \wedge Q(x)) \to$ Falsa

9.) $\forall x\, Q(x) \to$ Falso

10.) $\forall x\, (P(x) \to Q(x)) \to$ Falso

11.) $\forall x\, (Q(x) \to \neg P(x)) \to$ Verdadero

12.) $\forall x\, (Q(x) \to \exists y\, (P(x) \vee Q(y))) \to$ Verdadero

13.) $\forall x\, R(c,x) \to$ Falsa

14.) $\forall x\, S(c,x) \to$ Verdadero

15.) $\forall x\, (R(c,x) \to S(c,x)) \to$ Verdadero

16.) $\forall x\, (R(c,x) \to S(c,x)) \to$ Verdadero

17.) $\forall x \exists y\, R(x,y) \to$ Verdadero

18.) $\forall x \exists y\, S(x,y) \to$ Falso

19.) $\exists y\, \forall x\, R(x,y) \to$ Verdadero

20.) $\exists y\, \forall x\, S(x,y) \to$ Falso

21.) $\exists y\, \forall x\, R(y,x) \to$ Verdadero

22.) $\forall x \forall y\, (R(x,y) \to S(x,y)) \to$ Falso

23.) $\forall x\, (P(x) \to \exists y\, (S(x,y) \wedge R(y,x))) \to$ Falsa

24.) $\forall x \forall y\, (R(x,y) \to \exists z\, S(x,z)) \to$ Falso

25.) $\forall x\, (P(x) \to \exists y\, R(x,y)) \longrightarrow$ Verdadero

26.) $\forall x\, (P(x) \to \exists y\, R(y,x)) \to$ Verdadero

27.) $\forall x\, ((x \neq c) \to \exists y\, R(y,x)) \to$ Verdadero

28.) $\forall x\, (Q(x) \to \exists y\, (P(x) \vee Q(y))) \to$ Verdadero

29.) $\forall x \forall y \forall z ((S(x,y) \land S(y,z)) \to R(x,z)) \to$ Falso

30.) $\forall x \forall y (R(x,y) \to \neg R(y,x)) \to$ Falso

31.) $\forall x (\exists y R(y,x) \to P(x)) \to$ Falso

32.) $\forall x ((x \doteq d) \leftrightarrow R(c,x)) \to$ Falso

33.) $\forall x \forall y (\neg S(x,y) \to \neg S(x,y)) \to$ Verdadero

34.) $\forall x \forall y (\exists z (R(x,z) \land S(z,y)) \to R(x,y)) \to$ Falso

35.) $\forall x \forall y (\exists z (R(x,z) \land R(z,y)) \to R(x,y)) \to$ Falso

36.) $\forall x \forall y (\forall z (R(x,z) \land R(z,y)) \to R(x,y)) \to$ Verdadero

37.) $\forall x \forall y (\exists z (S(x,z) \land R(z,y)) \to R(x,y)) \to$ Falso

38.) $\forall x \forall y (\exists z (R(x,z) \land R(z,y)) \to S(x,y)) \to$ Falso

5.4

1.) $\{\forall x P(x)\} \models P(a)$ es Verdad, debido a que si para cualquier valor, $P(x)$ es verdadero, a es uno de esos valores y será verdad.

2.) $\{\exists x P(x)\} \models P(a)$ es Falso, porque que exista un x en el cual $P(x)$ sea verdad, no significa que a sea uno de esos valores de x que hacen verdad a $P(x)$.

3.) $\models \exists x P(x) \to P(a)$, por teorema de la deducción $= \exists x P(x) \models P(a)$, resuelto antes, es falso.

4.) $\models \forall x P(x) \to P(a) = \forall x P(x) \models P(a)$. Verdadero, resuelto antes

5.) $\models \forall x (P(x) \to P(a))$ es falso.

$D = \{0,1\}$ $P(x) = \{1\}$, $a = 0$

X	P(x)	P(a)	P(x) → P(a)	∀x (P(x) → P(a))
0	0	0	1	0
1	1	0	0	

6.) $\models P(a) \to \exists x P(x)$ es Verdadero.

$D = \{0,1\}$ $P = \{1\}$ $a = 1$

x	$P(a)$	$P(x)$	$\exists x P(x)$	$P(a) \to \exists x P(x)$
0	1	0	1	1
1	1	1		

7.) $\{\exists x \forall y R(x,y)\} \models \forall x \exists y R(x,y)$ es Falso

$D = \{0,1\}$ $R = (1,1)$

x	y	$R(x,y)$	$\exists y R(x,y)$	$\forall x \exists y R(x,y)$	$\forall y R(x,y)$
0	0	0	1	0	0
0	1	0			
1	0	0			
1	1	1			

8.) $\{\forall x \exists y R(x,y)\} \models \exists x \forall y R(x,y)$ es Falso, porque para todos los y no existe un x donde se cumpla.

9.) $\{\forall x P(x) \to Q(a)\} \models Q(a)$ es Verdadera. ya que si $Q(a)$ fuera falso, la izquierda de la consecuencia lógica podría ser falsa también

10.) $\{\forall x P(x) \to Q(a)\} \models \forall x (P(x) \to Q(a))$ es Verdadero, basándose en lo ~~de~~ anterior solo que aquí, influye en la flecha, pero la haría siempre verdad.

5.5

1.) $\forall x (R(x,y) \land \neg \forall y R(x,y))$

$\forall x \exists z (R(x,y) \land \neg R(x,z)) \to$ FNP

$\forall x (R(x,y) \land \neg R(x, f(x))) \to$ FNS

2.) ~~$\forall x$~~ $x \neq y \to y \neq z \to$ FNS

3.) $\forall x (R(x,y) \to \forall y S(x)) \to (\exists y S(y) \to \forall z R(y,z))$

$\exists w \forall x \forall z ((R(x,y) \to S(x)) \to (S(w) \to R(y,z))) \to$ FNP

$\forall x \forall z ((R(x,y) \to S(x)) \to (S(a) \to R(y,z))) \to$ FNS

4.) $\exists x\,(R(x,y) \lor \neg \forall y\, S(x)) \to (\neg \exists y\, S(y) \land \forall y\, S(y))$

$\exists x\, \forall z\, ((R(x,y) \lor \neg S(x)) \to (S(z) \land \neg S(z))) \to$ FNP

$\forall z\, ((R(a,y) \lor \neg S(a)) \to (S(z) \land \neg S(z))) \to$ FNS

5.) $\exists x\, R(x,y) \lor (S(x) \land \neg \exists z\, R(a,z))$

$\exists u\, \forall z\, (R(u,y) \lor (S(x) \land \neg R(a,z))) \to$ FNP

$\forall z\, (R(b,y) \lor (S(x) \land \neg R(a,z))) \to$ FNS

6.) $\cancel{\forall x}$ Está ya en prenexa. $a \not\equiv b \land a \not\equiv c \land b \not\equiv c \to$ FNS

7.) $\exists x\, (S(x) \to R(x,y)) \to (\exists y\, A(y) \to \forall z\, B(y,z))$

$\exists x\, \exists u\, \forall z\, ((S(x) \to R(x,y)) \to (A(u) \to B(y,z))) \to$ FNP

$\forall z\, ((S(a) \to R(a,y)) \to (A(b) \to B(y,z))) \to$ FNS

8.) $\forall x\, R(x,y) \land (\neg S(z) \lor \neg \forall z\, R(x,z))$

$\exists w \forall u\, (R(u,y) \land (\neg S(z) \lor \neg R(x,w))) \to$ FNP

$\forall u\, (R(u,y) \land (\neg S(z) \lor \neg R(x,a))) \to$ FNS

9.) Esta ya en prenexa y Skolem

10.) $\forall x\, P(x) \to Q(x,b) \lor \exists y\, Q(y,y)$

$\exists y\, \forall u\, (P(u) \to Q(x,b) \lor Q(y,y)) \to$ FNP

$\forall u\, (P(u) \to Q(x,b) \lor Q(a,a)) \to$ FNS

11.) $P(x) \leftrightarrow \exists x\, Q(x, g(a,x))$

$\cancel{\exists u\, (P(x) \leftrightarrow Q(u, g(a,u)))}$

$\exists y\, \exists z\, ((P(x) \to Q(y, g(a,y))) \land (Q(z, g(a,z)) \to P(x))) \to$ FNP

$\cancel{\exists y \exists z}\; P(x) \to Q(b, g(a,b)) \land (Q(c, g(a,c)) \to P(x)) \to$ FNS

12. $\exists x \exists y \, (P(g(x,a)) \to \forall y \, Q(y,x)) \wedge Q(y,y)$

$\exists u \exists v \, (\{P(g(u,a)) \to Q(v,x)) \wedge Q(y,x) \to$ FNP

$(P(g(b,a)) \to Q(c,x)) \wedge Q(y,x) \to$ FNS

5.6

1. $\forall x \, S(x) \to \exists z \forall y \, R(z,y)$

$\exists z \forall x \forall y \, (S(x) \to R(z,y)) \to$ FNP

$\forall x \forall y \, (S(x) \to R(a,y)) \to$ FNS

$\forall x \forall y \, (\neg S(x) \vee R(a,y)) \to$ FNC

2. $\exists x \, (R(x) \to \neg \exists y \, T(x,y)) \wedge \neg \exists z \, (\forall u \, P(u,z) \to \forall u \, Q(v,z))$

$\exists x \forall y \exists v \forall u \, ((R(x) \to \neg T(x,y)) \wedge (P(u,y) \wedge \neg Q(v,y))) \to$ FNP

$\forall y \forall u \, ((R(a) \to \neg T(a,y)) \wedge (P(u,y) \wedge \neg Q(f(y),y))) \to$ FNS

$\forall y \, (\neg R(a) \vee \neg T(a,y)) \wedge \forall y \forall u \, P(u,y) \wedge \forall y \, \neg Q(f(y),y) \to$ FNC

3. $\forall x \, (P(x) \to (Q(x) \vee \neg R(x))) \wedge \exists y \, Q(y)$

$\exists y \forall x \, ((P(x) \to Q(x) \vee \neg R(x)) \wedge Q(y)) \to$ FNP

$\forall x \, ((P(x) \to Q(x) \vee \neg R(x)) \wedge Q(a)) \to$ FNS

$\forall x \, (\neg P(x) \vee Q(x) \vee \neg R(x)) \wedge Q(a) \to$ FNC

4. $\forall x \, (P(x) \to Q(x)) \to (\forall y \, P(y) \to \forall z \, Q(z))$

$\forall x \forall y \forall z \, ((P(x) \to Q(x)) \to (P(y) \to P(z))) \to$ FNP $\to$ FNS

$\forall x \forall y \forall z \, (P(x) \vee \neg P(y) \vee P(z)) \wedge \forall x \forall y \forall z \, (\neg Q(x) \vee \neg P(y) \vee P(z)) \to$ FNC

5. $\forall_x P(x) \to \exists_x Q(x)$

$\exists x \, (P(x) \to Q(x)) \to$ FNP

$P(a) \to Q(a) \to$ FNS

$\neg P(a) \vee Q(a) \to$ FNC

6. $\forall x \forall y \, (\exists z \, (P(x,z) \wedge P(y,z)) \to \exists u \, Q(x,y,u))$

$\forall x \forall y \exists z \exists u \, ((P(x,z) \wedge P(y,z)) \to Q(x,y,u)) \to$ FNP

$\forall x \forall y \, (P(x, g(x,y)) \wedge P(y, g(x,y)) \to Q(x,y,h(x,y))) \to$ FNS

$\forall x \forall y \, (\neg P(x, g(x,y)) \vee \neg P(y, g(x,y)) \vee Q(x,y,h(x,y))) \to$ FNC

7. $\forall x \, (P(x) \wedge \forall y \, (\neg Q(x,y) \to \forall z \, R(a,x,y)))$

$\forall x \forall y \, (P(x) \wedge (Q(x,y) \vee R(a,x,y))) \to$ FNP, FNS

$\forall x P(x) \wedge \forall x \forall y \, (Q(x,y) \vee R(a,x,y)) \to$ FNC

8. $\forall x \forall y \, (\exists z \, P(z) \wedge \exists u \, (Q(x,u) \to \exists v \, Q(y,v)))$

$\exists z \forall x \forall y \exists u \exists v \, (P(z) \wedge (Q(x,u) \to Q(y,v))) \to$ FNP

$\forall x \forall y \, (P(a) \wedge (Q(x, g(x,y)) \to Q(y, h(x,y))) \to$ FNS

$P(a) \wedge \forall x \forall y \, (\neg Q(y, g(x,y)) \vee Q(y, h(x,y))) \to$ FNC

11. $\neg \exists y \, (P(x) \wedge C(x))$

$\forall x \, (\neg P(x) \vee \neg C(x)) \to$ FNP, FNS, FNC

12. $\forall x \, (P(x) \to \neg V(x)) \to$ FNP, FNS

$\forall x \, (\neg P(x) \vee \neg V(x)) \to$ FNC

19. $\forall x \, (P(x) \to \exists y \, R(y))$

$\forall x \exists y \, (P(x) \to R(y)) \to$ FNP

$\forall x \, (P(x) \to R(a)) \to$ FNS

$\forall x \, (\neg P(x) \vee R(a)) \to$ FNC