

数学建模

作者：陶理

中三（2）班 28号

上海市实验学校

日期：2022 年 12 月 3 日

1 第一题

1.1 问题分析

分析方式

编程：python语言

所需第三方库：numpy,matplotlib

将题目所给的x、y数据转化为python中的list数据类型（即数组），通过plotfit函数进行多项式拟合。

判断耦合程度

思路来源：方差和标准差

$$s^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (a_i - \bar{a})^2, s = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (a_i - \bar{a})^2} \quad (\bar{a} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n a_i)$$

记原本的数值是 x_i 对应 y_i ($1 \leq x \leq n, x \in \mathbb{Z}^+$)

记拟合函数为 $f(x)$ ，使用拟合函数预测的数值为 $p_i = f(a_i)$ ($1 \leq x \leq n, x \in \mathbb{Z}^+$)

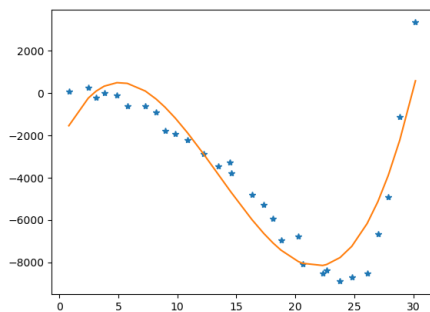
通过 p_i 和 b_i 之间的误差可以判断拟合函数 $f(x)$ 和原曲线的耦合程度，误差越小说明耦合程度越好。

$$\Delta^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (p_i - b_i)^2, \Delta = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (p_i - b_i)^2}$$

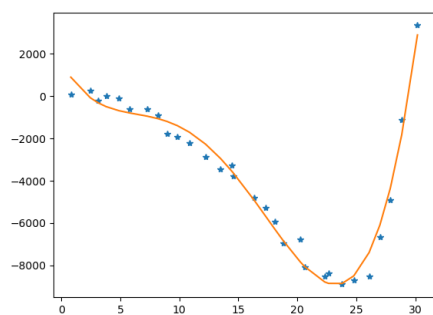
1.2 拟合结果

三次： $y = 3.734x^3 - 150.8x^2 + 1251x - 2447$

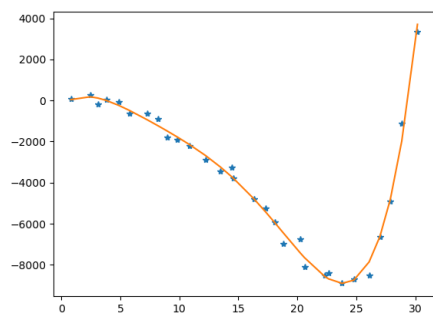
$\Delta_3 = 6146.0500$



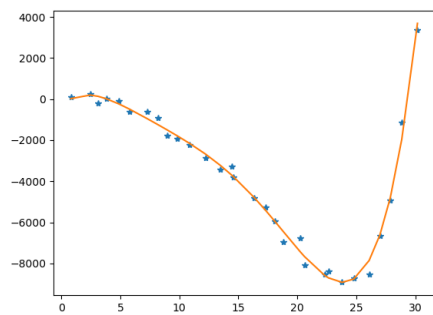
四次: $y = 0.2556x^4 - 12.13x^3 + 169.2x^2 - 1041x + 1633$



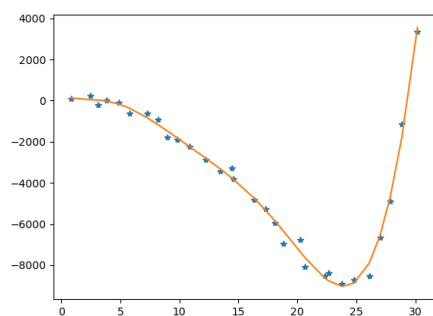
五次: $y = 0.01262x^5 - 0.7224x^4 + 15.01x^3 - 152.9x^2 - 464.9x - 236.6$



六次: $y = -5.661 \times 10^{-5}x^6 + 0.01787x^5 - 0.9075x^4 + 18.09x^3 - 177.4x^2 + 545.3x - 309.3$



七次: $y = -5.622 \times 10^{-5}x^7 + 0.006036x^6 - 0.2443x^5 + 4.778x^4 - 47.04x^3 + 198.1x^2 - 382x + 331.3$



2 第二题

2.1 问题分析

题目：

小旭家现有1千克馄饨/饺子馅，小旭准备自己动手包一些馄饨/饺子，他想知道需要准备多少馄饨/饺子皮。试建立数学模型，讨论对于肉馅或菜肉馅、对于方形的馄饨皮或圆形的饺子皮，1千克馅料分别需要多少面皮可以恰好把所有馅料做成馄饨/饺子？

条件：

- 有1kg的馄饨/饺子馅
- 馄饨皮是方的，饺子皮是圆的
- 馅有两种选择：肉馅或菜肉馅

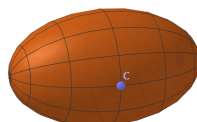
分析：

问1kg馅料分别需要多少面皮可以恰好把所有馅料做成馄饨/饺子，其实可以等效看作1kg的馅料可以包多少馄饨/饺子。而这个问题可以最终看作一个饺子能包多少质量的馅料，即一张面皮对应的馅料的质量。

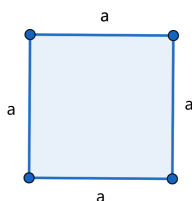
根据化简后问题“一张面皮对应的馅料的质量”以及物理公式 $m = \rho V$, 需要知道馅料的密度以及一张面皮中能放多少体积的馅料。而一张面皮中能放多少体积的馅料取决于面皮的大小，所以需要设定面皮的边长或者直径（或半径）。

2.2 建立模型

将馅料看作一个椭球体（如下图所示）。



将馄饨皮近似看成以a为边长的正方形（如图所示）



将饺子皮近似看成以a为半径的圆

