数学建模

作者: 陶理 中三(2)班 28号

上海市实验学校

日期: 2022年12月3日

1 第一题

1.1 问题分析

分析方式

编程: python语言

所需第三方库: numpy,matplotlib

将题目所给的x、y数据转化为python中的list数据类型(即数组),通过plotfit函数进行多项式拟合。

判断耦合程度

思路来源: 方差和标准差

$$s^{2} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (a_{i} - \bar{a})^{2}, s = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (a_{i} - \bar{a})^{2}} \qquad (\bar{a} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} a_{i})$$

记原本的数值是 x_i 对应 y_i ($1 \le x \le n, x \in \mathbb{Z}^+$)

记拟合函数为f(x),使用拟合函数预测的数值为 $p_i = f(a_i)$ $(1 \le x \le n, x \in \mathbb{Z}^+)$

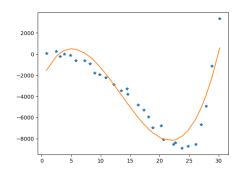
通过 p_i 和 b_i 之间的误差可以判断拟合函数f(x)和原曲线的耦合程度,误差越小说明耦合程度越好。

$$\Delta^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (p_i - b_i)^2, \Delta = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (p_i - b_i)^2}$$

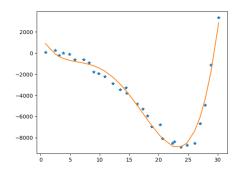
1.2 拟合结果

三次:
$$y = 3.734x^3 - 150.8x^2 + 1251x - 2447$$

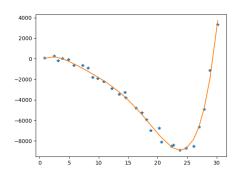
 $\Delta_3 = 6146.0500$



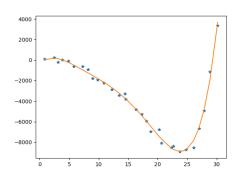
四次: $y = 0.2556x^4 - 12.13x^3 + 169.2x^2 - 1041x + 1633$



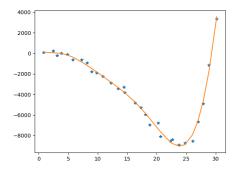
五次: $y = 0.01262x^5 - 0.7224x^4 + 15.01x^3 - 152.9x^2 - 464.9x - 236.6$



六次: $y = -5.661 \times 10^{-5} x^6 + 0.01787 x^5 - 0.9075 x^4 + 18.09 x^3 - 177.4 x^2 + 545.3 x - 309.3$



七次: $y = -5.622 \times 10^{-5}x^7 + 0.006036x^6 - 0.2443x^5 + 4.778x^4 - 47.04x^3 + 198.1x^2 - 382x + 331.3$



2 第二题

2.1 问题分析

题目:

小旭家现有1千克馄饨/饺子馅,小旭准备自己动手包一些馄饨/饺子,他想知道需要准备多少馄饨/饺子皮。试建立数学模型,讨论对于肉馅或菜肉馅、对于方形的馄饨皮或圆形的饺子皮,1千克馅料分别需要多少面皮可以恰好把所有馅料做成馄饨/饺子?

条件:

- 有1kg的馄饨/饺子馅
- 馄饨皮是方的,饺子皮是圆的
- 馅有两种选择: 肉馅或菜肉馅

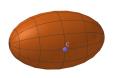
分析:

问1kg馅料分别需要多少面皮可以恰好把所有馅料做成馄饨/饺子,其实可以等效看作1kg的馅料可以包多少馄饨/饺子。而这个问题可以最终看作一个饺子能包多少质量的馅料,即一张面皮对应的馅料的质量。

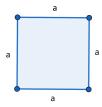
根据化简后问题"一张面皮对应的馅料的质量"以及物理公式 $m = \rho V$,需要知道馅料的密度以及一张面皮中能放多少体积的馅料。而一张面皮中能放多少体积的馅料取决于面皮的大小,所以需要设定面皮的边长或者直径(或半径)。

2.2 建立模型

将馅料看作一个椭球体(如下图所示)。



将馄饨皮近似看成以a为边长的正方形(如图所示)



将饺子皮近似看成以a为半径的圆

