

Построение оптимального маршрута при заданной модели движения других участников транспортной сети

Разумова Л.Е., 610 группа

Научный руководитель: к.ф.-м.н. Афонин С.А.

15 мая 2022

Кафедра вычислительной математики

Постановка задачи

Неформальная постановка

Рассматривается задача построения оптимального маршрута движения автотранспортного средства (АТС) при условии, что известны:

- дорожная сеть;
- время старта и маршруты движения других участников;
- правила, определяющие модель движения участников.

Маршруты других участников фиксированы. Скорость их движения определяется моделью движения. Задача состоит в прокладывании оптимального маршрута нового участника.

Маршруты движения участников могут пересекаться. Это приводит к изменению скоростного режима и образованию заторов.

Традиционно, задачи прокладывания маршрута решают на основе статистического или исторического прогноза заторов («здесь каждое утро пробка»). В данной работе мы считаем, что маршруты движения всех участников заранее известны.

Модель движения

Дорожная сеть представляется ориентированным графом $G = \langle V, E, l \rangle$, Вершины — перекрестки, ребра — дороги.

Каждое ребро имеет длину, т.е. задана функция $l : E \rightarrow \mathbb{R}$.

Моделью движения АТС назовем

$$M = (n, G, S, F, \{t_i\}_{i=1}^n, \{\varphi_i\}_{i=1}^n),$$

где n — количество участников движения, G — граф дорожной сети, S — множество состояний, которые могут принимать участники, $F \subset S$ — множество заключительных состояний, $t_i : S^n \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$ — функция критического момента движения участника i , $\varphi_i : S^n \times \mathbb{R}_{\geq 0} \rightarrow S$ — функция перехода состояния i -ого участника в некоторый момент времени t .

Модель движения как автомат

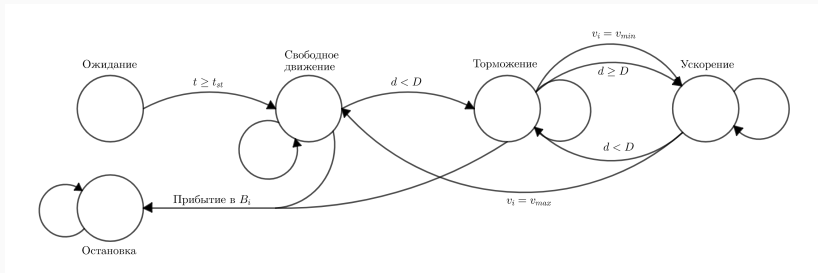


Диаграмма для i -ого участника в модели движения, где d — расстояние до впереди идущего участника, D — максимальное расстояние взаимодействия с впереди идущим участником, v_{max} —максимально возможная скорость, v_{min} —минимально возможная скорость, t_{st} — время старта.

Задача прокладывания маршрута

Пусть $P(A, B)$ есть множество путей из A в B в графе G .

Для заданной модели движения

$M = (n, G, S, F, \{t_i\}_{i=1}^n, \{\varphi_i\}_{i=1}^n)$ на графе дорожной сети $G = (V, E, l)$ при движении n участников по путям p_1, \dots, p_n требуется найти такой путь p^* из A в B , что движение нового участника по этому пути p^* будет *оптимально*, то есть

$$p^* = \operatorname{argmin}_{p \in P(A, B)} T(p),$$

где $T(p)$ есть время прибытия $(n + 1)$ -ого участника в вершину B при движении по маршруту p в соответствии с моделью M .

План решения

Кратчайший путь в динамическом графе

Рассматривается вспомогательная задача поиска пути в графе.

Пусть на каждом ребре $e \in E$ графа $G(V, E)$ определена функция *временных затрат* $\phi_e(t) : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_+$. Если мы оказались в начальной вершине ребра e в момент времени t , то время преодоления ребра будет равняться $\phi_e(t)$.

Задача состоит в нахождении пути p^* с минимальной суммой $\sum_{e \in p^*} \phi_e(t)$.

Модифицированный алгоритм Дейкстры

Пусть \mathcal{A} — алгоритм Дейкстры поиска кратчайшего пути, в котором при посещении каждой вершины фиксируется время ее посещения и пересчитываются значения функции временных затрат на всех ребрах, исходящих из этой вершины.

Теорема

Если

$$\phi_e(t) \leq \Delta + \phi_e(t + \Delta), \quad \Delta \geq 0,$$

то алгоритм \mathcal{A} находит маршрут с минимальной суммой $\sum_{e \in p^} \phi_e(t)$.*

Построение функций $\phi_e(t)$

Значения функций временных затрат $\phi_e(t)$ получаются в процессе симуляции движения АТС согласно модели движения

$$M = (n, G, S, F, \{t_i\}_{i=1}^n, \{\varphi_i\}_{i=1}^n).$$

Для состояния S в момент t вычисляется ближайший критический момент $t' = \min_{i \in \{1, \dots, n\}} t_i(S)$. На промежутке $[t, t']$ движение вычисляется по известным формулам, далее производится изменение состояния и вычисляется следующий критический момент.

Результаты численных экспериментов

Модель следования за лидером

В рамках численных экспериментов была реализована модель следования за лидером, определенная правилами:

- скорость АТС не превышает v_{max} ;
- если расстояние до предыдущего АТС есть $d < D$, то скорость не может быть выше $\frac{d}{D}v_{max}$;
- АТС разгоняется с постоянным ускорением, которое не превышает a_{max} .

Данная модель определяется параметрами (v_{max}, a_{max}, D) .

Вставить картинку.

- Предложена автоматная форма определения модели движения АТС.
- Разработан и реализован алгоритм симуляции движения АТС в соответствии с заданной моделью движения.
- Сформулировано необходимое условие, при котором модифицированный алгоритм Дейкстры приводит к нахождению оптимального решения.
- Показано, что для модели следования за лидером возможно отклонение найденного решения от оптимального.

Спасибо за внимание!