地球磁场的西向漂移

徐文耀　魏自刚

（中国科学院地球物理研究所，北京　100101）

摘　要：西向漂移是地球主磁场长期变化最重要的特点之一，任何一个成功的地磁场起源理论都把能否合理地解释西漂作为检验标准之一. 本文简要回顾地磁场西漂研究的历史，对计算西漂的各种方法和结果作了对比分析，对这些方法的物理依据、特点及局限性进行了讨论. 对分离磁场漂移部分和形变部分的新途径进行了探讨，对解释西漂的物理模型也作了简要的评述.

关键词：主磁场；西向漂移；相关分析；地球发电机

文章编号：1004-2903(1999)02-044-014

1 引　言

最近，Glatzmair 和 Roberts(1995a，b，1996，1997)用 MHD 数值方法模拟地磁场起源，他们不仅得到了地球外核流动图案和磁场分布随时间的变化，而且得到了一次地磁场倒转的全过程，对地磁场西向漂移提出了动力学解释. Glatzmair 和 Roberts 的结果表明，在极区靠近内核处，东向角速度(相对于地幔)最大达到 0.5°／年，考虑到内外核的耦合，可以推论出内核相对地幔向东旋转；在赤道带靠近核幔界面处，外核流体相对地幔向西流动，从物理上解释了地面观测到的磁场西漂. 匡伟佳和 Bloxham(1997)也得到了类似的结果，他们得到的核幔界面流动图案显示出赤道带有一东西向展布的西向急流，这一特点与从地面磁场资料反演得到的核幔界面流动图案十分接近(Matsushima，1995). 这些数值结果不仅推动了地磁起源的研究，而且也推动了地磁场长期变化，特别是西漂的进一步深入研究.

地磁场西漂是地磁学中研究最早的课题之一(Langel，1987). 早在 1683 年，E.Halley 分析了当时能够收集到的地磁场测量资料(包括航海家测量的磁偏角数据和陆上磁偏角的复测数据)，发现地磁场有一个整体西移的趋势，西移的速度平均约 0.5°／年，他估计，地磁场漂移一周(360°)大约需要 700 年. 这就是吸引地磁学家研究了三百多年的地磁场西向漂移现象.

随着观测数据的迅速增加，地磁场西漂的事实被更确切地肯定下来，全球磁场西漂

收稿日期：1998年7月16日

基金来源：国家自然科学基金(49734140)

速度约为 0.2°/年，对西漂的详细特征也有了更深入的认识. 分析不同时期不同地区的资料发现，西漂并不是全球一致的现象，不同地区西漂速率不同，最明显的西漂发生在大西洋、欧洲和美国，而东太平洋、西亚、加拿大、澳大利亚和南极洲则几乎没有西漂. 此外，西漂的速率也随时间而变化.

1839 年 Gauss 把球谐分析方法引入地磁场分析，定量地确定了地磁场主要起源于地球内部，其中偶极子磁场占主要部分，其余的非偶极子部分描述了分布在东亚、印度洋、大西洋等几块大尺度的磁异常. 进一步分析表明，西漂主要发生在非偶极子场部分，正是几块大尺度磁异常的西漂构成了地磁场西漂的宏观表象. 作为西漂的另一种表述，1896 年 Carlheims–Gyllenskold 分析了地磁场球谐系数的变化，并认为长期变的大部分是由西漂引起的.

西漂不仅发生在主磁场中，也发生在主磁场的长期变化中，例如在 Y 分量长期变化图中，零变线通过赤道的位置由 1912 年的 15°W 变化到 1980 年的 25°W，平均每年西漂 0.15°.

除了西漂外，人们也注意到地磁场还有缓慢的北漂.

地磁场西漂现象的发现和确认，对地磁场起源理论提出了新的限制. 如果说早期的地磁场起源理论只要解释地磁场的偶极子特征就足够了，那么现在的地磁场起源理论则还必须解释地磁场的西漂和磁极倒转.

最早的西漂机制也是 E.Halley 提出的，他设想地球是由两个同心磁壳组成的，其间可能被流体分开，两个磁壳的偶极子方向相互错开，它们的相对旋转引起了地磁场的西漂. 虽然“磁壳”的假定已被地球内高温状态所否定，但“差动旋转”的思想在近代地磁发电机理论中却得到了支持.

地磁发电机理论是唯一能解释地磁起源和西漂的理论. 近来，Glatzmair & Roberts，匡伟佳和 Bloxham 得到了地磁场倒转和西漂的 MHD 数值模拟结果，使地磁起源和地磁场西漂的研究成为人们注目的焦点. 而固体内核相对地幔转动较快的地震学证据更刺激了人们对地球内部不同圈层耦合的研究.

地球外核中磁流体波的定向传播也曾引起地磁学家的注意. Hide(1966)，Hide & Stewartson(1972)试图用 MHD 波在地核中的传播来解释地磁场的西漂，他们指出，地核中 MHD 波中有一种向西传播的磁模波，与地磁场西漂的特征吻合.

2 地磁场西漂的主要研究方法和结果

研究地磁场西漂的方法大致可以分为四类:

2.1 地磁图直接比较法

这是最直观最简便的方法，对比不同年代的地磁图，可以清楚地看到，地磁图的某些特征，如焦点、零偏线、零变线等特殊等值线随时间缓慢西移. 这种西漂现象在偏角图中

最为清楚. 这一方面因为等偏线大致沿南北方向，与之垂直的东西向移动最易显示出来，而其他分量图的等值线基本沿东西方向，不易识别西向漂移；另一方面，g_n^0 系数所表示的磁场对称部分在 X，Z 分量图中很强，掩盖了任何可能的西漂迹象，而 Y 分量图中这部分对称场不存在. Bullard 等(1950)用这种方法分析了 1907～1945 年地磁图，得到的西漂速率为 0.226°／年.

2.2 纬度剖面移动法

根据研究的详细程度不同，纬度剖面移动法可以分为三种情况:

(1) 综合纬度剖面移动

如果引起磁场变化的主要因素是西向漂移，则某一时刻的地磁场分布图案可以由前一时刻的图案向西移动一定距离(或经度)而得到.

令 $C(\theta_0, \lambda, t)$是地磁场磁位(或某一要素，或其时间导数)在时刻 t 沿固定纬度圈 $\theta=\theta_0$ 的分布，其中 λ 是经度. 假定漂移是引起地磁场变化的主要原因，那么，由 $t=t_1$，t_2 两条 C 曲线的差可以求出经度漂移量和平均漂移速度

令 $$x=\sum_i \left[C(\theta_0, \lambda_i, t_2)-C(\theta_0, \lambda_i-\Delta\lambda, t_1)\right]^2 \tag{1}$$

对 $\Delta\lambda$ 取极小值，即可求出漂移量 $\Delta\lambda$ 和漂移速率(东漂为正，以下同)

$$\dot{\lambda}(\theta_0)=\frac{\Delta\lambda}{\Delta t} \tag{2}$$

Bullard 等(1950)用这种方法计算了各纬度圈的漂移速度，得到 1907～1945 年期间地磁场平均西漂速度约为 0.180°／年.

(2) 纬度剖面谐波分量的漂移

一个纬度剖面曲线可以分解为它的 Fourier 谐波，研究各个谐波的漂移可以更详细地了解整个纬度剖面漂移的特征及决定漂移的主要因素.

沿某一纬度圈($\theta=\theta_0$)的磁场位剖面可以写成

$$\begin{aligned} U(\theta_0, \lambda, t) &= a\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=0}^{n}(g_n^m(t)\cos m\lambda+h_n^m(t)\sin m\lambda)P_n^m(\cos\theta_0) \\ &= a\sum_{m=1}^{\infty}A_m(t)\cos m(\lambda-\lambda_m(t)) \end{aligned} \tag{3}$$

式中，

$$\begin{aligned} A_m &= \sqrt{(G_m)^2+(H_m)^2} \\ \lambda_m &= \frac{1}{m}\tan^{-1}\left(\frac{H_m}{G_m}\right) \\ G_m &= \sum_{n=m}^{\infty} g_n^m P_n^m(\theta_0) \end{aligned} \tag{4}$$

$$H_m = \sum_{n=m}^{\infty} h_n^m P_n^m(\theta_0)$$

如果磁场西漂，$\lambda_m(t)$则随时间单调减小. Yukutake(1962)分析 1829～1955 年资料得到$\dot{\lambda}_1 = -0.08°$ / 年，$\dot{\lambda}_2 = -0.444°$ / 年，$\dot{\lambda}_3 = -0.091°$ / 年. Malin(1969)得到 1942.5 至 1962.5 的加权平均西漂速度为 0.25° / 年.

(3) 谐波分量中不同球谐分量的漂移

纬度剖面的每一个谐波分量又是由许多球谐分量合成的，所以还可以更详细地研究各球谐分量的漂移特征.

地球内源磁场的位可以写成

$$\begin{aligned} U &= a\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=0}^{n}\left(\frac{a}{r}\right)^{n+1}(g_n^m \cos m\lambda + h_n^m \sin m\lambda)P_n^m(\theta) \\ &= a\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=0}^{n}\left(\frac{a}{r}\right)^{n+1} A_n^m \cos[m(\lambda-\lambda_n^m)]\, P_n^m(\theta) \end{aligned} \tag{5}$$

式中

$$\tan(m\lambda_n^m) = \frac{h_n^m}{g_n^m}$$

$$A_n^m = \sqrt{(g_n^m)^2 + (h_n^m)^2} \tag{6}$$

如果地磁场稳定西漂，λ_n^m 应随时间单调减小，并可近似写成

$$\lambda_n^m(t) = \dot{\lambda}_n^m t + \lambda_{no}^m$$

磁场东漂时$\dot{\lambda}_n^m$为正. 这样可以求出每一个球谐分量的漂移速度. 用这种方法 Bullard 等(1950)得到$\dot{\lambda}_1^1 = -0.003°$ / 年，$\dot{\lambda}_2^1 = -0.235°$ / 年，$\dot{\lambda}_2^2 = -0.363°$ / 年，$\dot{\lambda}_3^1 = 0.080°$ / 年，$\dot{\lambda}_3^2 = 0.080°$ / 年，$\dot{\lambda}_3^3 = -0.243°$ / 年.

2.3 全场速度法

一个三维空间的物理场 $U(r, \theta, \lambda, t)$随时间的变化可以一般地写成

$$\frac{dU}{dt} = \frac{\partial U}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \nabla)U \tag{7}$$

其中: dU/dt 是"随流导数"，即随流体运动的观测者看到的变化，$\partial U/\partial t$ 是固定观测点看到的变化. 如果物理场以速度$\vec{V}$作整体移动，而不发生形变，则随之运动的观测者将看不到任何变化，此时

$$\frac{dU}{dt} = \frac{\partial U}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \nabla)U = 0 \tag{8}$$

一般情况下，物理场在整体移动的同时总有一些形变，所以 dU/dt 可以认为是长期变化中除漂移之外的残差，在研究物理场漂移时可以令残差取极小值，

$$\frac{dU}{dt}=\frac{\partial U}{\partial t}+(\vec{V}\cdot V)U=\min \tag{9}$$

方程(8)和(9)就是在不同近似程度下确定磁场漂移的基本条件.

用球谐级数表示地磁场位，我们有

$$\frac{\partial U}{\partial t}=a\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=0}^{n}\left(\frac{a}{r}\right)^{n+1}(\dot{g}_n^m\cos m\lambda+\dot{h}_n^m\sin m\lambda)P_n^m(\theta) \tag{10}$$

$$(\vec{V}\cdot V)U=V_r\frac{\partial U}{\partial r}+V_\theta\frac{\partial U}{r\partial\theta}+V_\lambda\frac{\partial U}{r\sin\theta\partial\lambda} \tag{11}$$

如果只考虑磁场东西向漂移，并用$\dot{\lambda}$表示漂移角速度，则

$$V_\lambda=\dot{\lambda}\cdot r\sin\theta$$

$$(\vec{V}\cdot V)U=\dot{\lambda}\frac{\partial U}{\partial\lambda} \tag{12}$$

由条件(8)可得

$$\dot{\lambda}=-\frac{\partial U}{\partial t}\Big/\frac{\partial U}{\partial\lambda} \tag{13}$$

由(13)式得到的$\dot{\lambda}(\theta,\lambda)$在不同点一般有不同值，这显然是由条件(8)的近似性所造成的. 对得到的值在空间上平均可以求出近似的西漂速度.

由条件(9)可得

$$\frac{\partial}{\partial\dot{\lambda}}\left\{\sum_{k=1}^{n}\left[\frac{\partial U(\theta_k,\lambda_k,t)}{\partial t}+\dot{\lambda}\frac{\partial U(\theta,\lambda,t)}{\partial\lambda}\Big|_{\lambda=\lambda_k}^{\theta=\theta_k}\right]^2\right\}=0 \tag{14}$$

得 $$\dot{\lambda}=-\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{\partial U}{\partial t}\frac{\partial U}{\partial\lambda}\right)\Big/\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{\partial U}{\partial\lambda}\right)^2 \tag{15}$$

如果有几个年代的地磁图则可得到类似的公式

$$\frac{\partial}{\partial\dot{\lambda}}\left\{\sum_{k=1}^{n}\left[\frac{\partial U(\theta,\lambda,t_k)}{\partial t}+\dot{\lambda}\frac{\partial U(\theta,\lambda,t_k)}{\partial\lambda}\right]^2\right\}=0 \tag{16}$$

得 $$\dot{\lambda}=-\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{\partial U}{\partial t}\frac{\partial U}{\partial\lambda}\right)\Big/\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{\partial U}{\partial\lambda}\right)^2 \tag{17}$$

如果除东西漂移外，还考虑磁场的径向膨胀，即假设$V_r\frac{\partial U}{\partial r}$有如下表达式:

$$\alpha r\frac{\partial U}{\partial r}=-\alpha a\sum_{n,m}(n+1)(g_n^m\cos m\lambda+h_n^m\sin m\lambda)P_n^m(\theta) \tag{18}$$

计算$\frac{dU}{dt}$在球面$r=r_0$上的积分:

$$\chi=\iint_s\left(\frac{dU}{dt}\right)^2dS=\iint_s\left(\frac{\partial U}{\partial t}+\alpha r\frac{\partial U}{\partial r}+\dot{\lambda}\frac{\partial U}{\partial\lambda}\right)^2dS \tag{19}$$

令$\frac{\partial\chi}{\partial\alpha}=0$，$\frac{\partial\chi}{\partial\dot{\lambda}}=0$，则可以得到

$$\alpha=\frac{\sum\limits_{n,m}\left[(n+1)/(2n+1)\right]\left[g_n^m\dot{g}_n^m+h_n^m\dot{h}_n^m\right](a/r_0)^{2n}}{\sum\limits_{n,m}\left[(n+1)^2/(2n+1)\right]\left[(g_n^m)^2+(h_n^m)^2\right](a/r_0)^{2n}} \tag{20}$$

$$\dot{\lambda}=\frac{\sum\limits_{n,m}\left[(m+1)/(2n+1)\right]\left[g_n^m\dot{h}_n^m-h_n^m\dot{g}_n^m\right](a/r_0)^{2n}}{\sum\limits_{n,m}\left[m^2/(2n+1)\right]\left[(g_n^m)^2+(h_n^m)^2\right](a/r_0)^{2n}} \tag{21}$$

许多人利用这一方法计算了磁场西漂，James(1968)得到 1945、1960、1965 年西漂速度分别为 0.19°／年、0.18°／年、0.17°／年. Richmond(1969)得到 1965 年地表和核幔边界区磁场西漂速度分别为 0.180°／年和 0.133°／年.

如果我们不是计算磁位漂移，而是计算矢量磁场$\vec{B}$的漂移，则可得

$$\dot{\lambda}_B=\frac{\sum\limits_{n,m}m(n+1)\left[g_n^m\dot{h}_n^m-h_n^m\dot{g}_n^m\right]}{\sum\limits_{n,m}m^2(n+1)\left[(g_n^m)^2+(h_n^m)^2\right]} \tag{22}$$

James(1968)用这一方法得到的结果是，对于 1945、1960、1965 年，$\dot{\lambda}_B$分别为−0.16°／年、−0.15°／年、−0.14°／年.

如果进一步细化，假定对于不同球谐分量的α和$\dot{\lambda}$各不相同，则可用α_n^m和$\dot{\lambda}_n^m$代替(19)式中的α和$\dot{\lambda}$，利用类似于(19)的公式和极小值条件

$$\frac{\partial\chi}{\partial\alpha_n^m}=0,\quad \frac{\partial\chi}{\partial\dot{\lambda}_n^m}=0 \tag{23}$$

可得

$$\alpha_n^m=\frac{g_n^m\dot{g}_n^m+h_n^m\dot{h}_n^m}{(n+1)\left[(g_n^m)^2+(h_n^m)^2\right]}$$

$$\dot{\lambda}_n^m=\frac{g_n^m\dot{h}_n^m-h_n^m\dot{g}_n^m}{m\left[(g_n^m)^2+(h_n^m)^2\right]} \tag{24}$$

事实上(21)式中的$\dot{\lambda}$是(24)式中的$\dot{\lambda}_n^m$的某种加权平均. Adam 等(1964)将这种方法用于 1954～1959 年的资料，得到$\dot{\lambda}_2^1=-0.23$°／年，$\dot{\lambda}_2^2=-0.21$°／年，$\dot{\lambda}_3^1=-0.14$°／年，$\dot{\lambda}_3^2=-0.01$°／年，$\dot{\lambda}_3^3=-0.11$°／年，$\dot{\lambda}_4^1=0.12$°／年，$\dot{\lambda}_4^2=-0.06$°／年，$\dot{\lambda}_4^3=-0.06$°／年，$\dot{\lambda}_4^4=-0.03$°／年.

如果地磁场长期变化完全是由西漂引起的，则$\alpha_n^m=0$，由(24)第一式得

$$g_n^m\dot{g}_n^m+h_n^m\dot{h}_n^m=0 \tag{25}$$

代入(24)第二式，得

$$\dot{\lambda}_n^m = \frac{\dot{h}_n^m}{mg_n^m} = \frac{-\dot{g}_n^m}{mh_n^m} \tag{26}$$

上面的方法也可用于一个固定纬度圈 $\theta=\theta_0$，此时我们有

$$U = a\sum_{m=0}^{\infty}\left[G_m\cos m\lambda + H_m\sin m\lambda\right] \tag{27}$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} = a\sum_{m=0}^{\infty}\left[\dot{G}_m\cos m\lambda + \dot{H}_m\sin m\lambda\right] \tag{28}$$

利用同样的方法可得

$$\dot{\lambda}\big|_{\theta=\theta_0} = \frac{\sum_m m\left[G_m\dot{H}_m - H_m\dot{G}_m\right]}{\sum_m m^2\left[(G_m)^2+(H_m)^2\right]} \tag{29}$$

若考虑$\dot{\lambda}$对 m 的变化，可得

$$\dot{\lambda}_m = \frac{G_m\dot{H}_m - H_m\dot{G}_m}{m\left[(G_m)^2+(H_m)^2\right]} \tag{30}$$

利用这种方法 Yukutake(1962)得到$\dot{\lambda}_m=-0.221°$／年(1920～1925 年)；Nagata 得到的值是−0.180°／年(1940～1945)，−0.226°／年(1955～1960 年).

2.4 漂移–非漂移成分分离法

上述三种方法都假定主磁场长期变化是由西漂引起的，在计算中将非西漂部分的贡献作为“残差”处理，这在某些西漂不占优势的地区将会得到不可信的结果. Nagata(1962)，Yukutake & Tachinaka(1969)建议把磁场分成漂移部分和非漂移部分，即将磁位写成

$$U(a,\ \theta,\ \lambda,\ t) = a\sum_{n,m}U_n^m(\lambda,\ t)P_n^m(\theta) \tag{31}$$

$$U_n^m(\lambda,\ t) = F_n^m\cos m(\lambda+\lambda_n^m) + K_n^m\cos m\left[\lambda+v_n^m(t-t_n^m)\right] \tag{32}$$

由此可以得到

$$g_n^m = F_n^m\cos m\lambda_n^m + K_n^m\cos mv_n^m(t-t_n^m)$$

$$-h_n^m = F_n^m\sin m\lambda_n^m + K_n^m\sin mv_n^m(t-t_n^m)$$

$$\dot{g}_n^m = -mv_n^m K_n^m\sin mv_n^m(t-t_n^m)$$

$$\dot{h}_n^m = -mv_n^m K_n^m\cos mv_n^m(t-t_n^m)$$

将上式代入(24)式得

$$\dot{\lambda}_n^m = -v_n^m\left[1-\frac{(F_n^m)^2+F_n^mK_n^m\cos[mv_n^m(t-t_n^m)-\lambda_n^m]}{(F_n^m)^2+(K_n^m)^2+2F_n^mK_n^m\cos[mv_n^m(t-t_n^m)-\lambda_n^m]}\right] \tag{33}$$

为了求出 F_n^m 和 K_n^m，Yukutake 用到剖面移动法得到的结果，用最小二乘法得 F_n^m 和 K_n^m，二者大小属同一量级.

3 西漂研究新方法探讨

在大气、海洋、空间物理以及无线电等学科中经常遇到一个物理场(或一个图案)既有移动又有变形的情形. 天空的云团、电离层的电流体系、热层非均匀结构、海洋中的暖流、太阳风中的等离子体团等等，都可看作一个图案在以某平均速度移动的同时，其形状也发生着随机变化，这种图案称作"移动变形图案". 在分析这样的运动图案时，平均移动速度是要确定的最重要的物理量，但也常常要求确定描述图案空间特征的参数及其随机变化.

1968 年 B.H.Briggs 提出一种分析移动随机变形图案的方法，我们简称为"移动变形图案相关分解法". 这种方法可以用来分析地磁场长期变化的两类观测资料，第一类是两个固定台站的时间连续观测资料，第二类是两个时刻的地磁图(空间连续的观测资料).

3.1 一维图案

设有随机函数 $F(x, t)$在静止坐标系 ox 中以速度 V 沿 x 轴运动，同时其形状也在发生着随机变化. 在以速度 V 随曲线一起运动的坐标系 $o'x'$中，相对静止的观测者只能看到曲线的随机变化，而看不到曲线的整体移动. 设位于 x'和 $x'+\xi'$两处的观测者看到的曲线值为 $F(x', t)$和 $F(x'+\xi', t+\tau)$，则两点观测值的"时间一空间"相关函数是:

$$\rho(\xi', \tau)=\frac{\sum_{i=1}^{N}[F(x', t_i)-\overline{F(x', t_i)}][F(x'+\xi', t_i+\tau)-\overline{F(x'+\xi', t_i+\tau)}]}{\sqrt{\sum_{i=1}^{N}[F(x', t_i)-\overline{F(x', t_i)}]^2}\sqrt{\sum_{i=1}^{N}[F(x'+\xi', t_i+\tau)-\overline{F(x'+\xi', t_i+\tau)}]^2}} \tag{34}$$

$\rho(\xi', \tau)$ 在坐标原点取得极大值 $\rho(0, 0)=1$. 由极值点附近展开的泰勒多项式可知，当 ξ', τ 较小时，$\rho(\xi', \tau)=const$ 等值线是一系列围绕原点的同心椭圆.

$$\frac{\xi'^2}{d^2}+\frac{\tau^2}{\tau_c^2}=const \tag{35}$$

式中: d 和 τ_c 分别称作特征长度和特征时间，图案随机变化部分的重要性可用二者的比值来表征

$$V_c=\frac{d}{\tau_c} \tag{36}$$

这个量与漂移速度有相同的量纲. 于是相关函数可写成

$$\rho(\xi', \tau)=f(\xi'^2+V_c^2\tau^2) \tag{37}$$

转换到固定坐标系 ox，可得

$$\rho(\xi, \tau)=f\{(\xi-V\tau)^2+V_c^2\tau^2\} \tag{38}$$

由此可见在(ξ, τ)坐标系中，等值线 $\rho(\xi, \tau)=const$ 是一系列倾斜的同心椭圆. 由方程(38)可得到同一测点相隔时间 τ 的观测值的相关系数

$$\rho(0, \tau)=f(V^2\tau^2+V_c^2\tau^2) \tag{39}$$

可见 $\rho(0, \tau)$同时包含移动部分和随机变形部分的贡献，V_c/V 是二者相对重要性的度量. 如果 $V_c/V=0$，则表明曲线只有移动而无随机变形；如果 $V_c/V=\infty$，则表明曲线无移动而只有随机变形.

(1) 对于第一类资料一两点连续观测

如果两测点间距离为 ξ_0，则 $\rho(\xi, \tau)$变为 $\rho(\xi_0, \tau)$，它表示直线 $\xi=\xi_0$ 与椭圆族相交得到的一个剖面，当$\frac{\partial\rho(\xi_0, \tau)}{\partial\tau}=0$，即$\tau=\tau_{\max}=\frac{\xi_0 V}{V^2+V_c^2}$时$\rho(\xi_0, \tau)$有极大值$\rho_m$，由此我们可以得到通过两测点的“视速度”$V_a$.

$$V_a=\frac{\xi_0}{\tau_{\max}}=V+\frac{V_c^2}{V} \tag{40}$$

视速度总是大于真速度. 如果没有随机变形，即 $V_c=0$，则视速度等于真速度，如果图案没有移动而只有随机变形，即 $V_c=\infty$. 对每个测点的观测值作自相关可得 $\rho(0, \tau)$，可以求得 V 和 V_c.

(2) 对于第二类资料一两个不同时刻的图案

如果两幅图案的时间间隔是 τ_0，则 $\rho(\xi, \tau)$变为 $\rho(\xi, \tau_0)$，当 $\partial\rho(\xi, \tau_0/\partial\xi=0$，即 $\xi=\xi_{\max}=V\tau_0$ 时 $\rho(\xi, \tau_0)$有极大值 ρ_m，由此可直接求出曲线移动速度，不管曲线有无随机变化. 如果曲线没有随机变形，则应有 $\rho_m=1$，因此，可以说实际上求得的 ρ_m 与 1 的差别表征了曲线的随机变化. 为了求出表征随机变化的 V_c，将 $\tau=\tau_0$ 和 $\xi=\xi_{\max}=V\tau_0$ 代入方程(38)，可得

$$\rho_m=\rho(\xi_{\max}, \tau_0)=f(V_c^2\tau_0^2) \tag{41}$$

对任一图案计算空间自相关函数 $\rho(\xi, 0)$，找到使 $\rho=\rho_m$ 的 ξ 值 ξ_m

$$\rho(\xi_m, 0)=f(\xi_m^2)=\rho_m \tag{42}$$

对比二式可得

$$V_c=\frac{\xi_m}{\tau_0} \tag{43}$$

于是我们得到描述随机变化与移动相对重要性的参数

$$\frac{V_c}{V}=\frac{\xi_m}{\xi_{\max}} \tag{44}$$

3.2 二维图案

二维移动一变形图案的有关公式可从一维情况简单地推论出来. 动坐标系 $o'x'y'$中的空间一时间相关函数变为

$$\rho(\xi',\ \eta',\ \tau)=f(A\xi'^2+B\eta'^2+K\tau^2+2H\xi'\eta') \tag{45}$$

即 $\rho(\xi',\ \eta',\ \tau)=const$ 等值面是一系列同心椭球面，它们的一个主轴沿 τ 轴，另外两主轴在 $\xi'\eta'$平面内，但不定沿 ξ'轴和 η'轴. 对于某一确定的 $\tau=\tau_0$，相关函数是 $\tau=\tau_0$ 平面与椭球面族交线所构成的同心椭圆族，其中心在原点.

转换到定坐标系 oxy 中，利用

$x=x'+V_x t$

$y=y'+V_y t$

$\xi=\xi'+V_x t$

$\eta=\eta'+V_y t$

可以得到

$$\rho(\xi,\ \eta,\ \tau)=f\{A(\xi-V_x\tau)^2+B(\eta-V_y\tau)^2+K\tau^2+2H(\xi-V_x\tau)(\eta-V_y\tau)\} \tag{46}$$

$\rho(\xi,\ \eta,\ \tau)=const$ 等值面是中心在原点的同心椭球面族，与 $\rho(\xi',\ \eta',\ \tau)=const$ 不同的是，椭球面的三个主轴都不与坐标轴重合，$\tau=\tau_0$ 平面与椭球面族相交得到的相关函数椭圆族 $\rho(\xi,\ \eta,\ \tau_0)$，它在椭圆族的中心($\xi_0$，$\eta_0$)处大到极大值 ρ_m. ξ_0，η_0 可由 $\rho(\xi,\ \eta,\ \tau_0)$的极大值条件求得. 令

$$\frac{\partial\rho}{\partial\xi}=\frac{\partial\rho}{\partial\eta}=0 \tag{47}$$

得

$$\xi_0=V_x\tau_0$$

$$\eta_0=V_y\tau_0 \tag{48}$$

由(46)式还可以看到图案漂移和图案随机变对固定点记录到的变化的贡献. 令 $\xi=\eta=0$，我们得到

$$\rho(0,\ 0,\ \tau)=f\{(AV_x^2+BV_y^2+2HV_xV_y)\tau^2+K^2\tau^2\}$$

右面大括号中前三项表示图案漂移的贡献，第四项表示随机变化的贡献，二者对固定点观测到的变化的相对贡献可表示为$\dfrac{(V_c)^2}{V^2}=\dfrac{K^2}{AV_x^2+BV_y^2+2HV_xV_y}$. 值得指出的是，与一维图案不同，二维图案漂移的贡献并不简单地与漂移速度$V=\sqrt{V_x^2+V_y^2}$有关，它还与漂移方向与椭圆轴的夹角有关，而后者反映了图案的不等轴特性(anisometric)，即图案的

等值线不是圆形，而是沿某一方向伸展.

现在我们来求 V_c，显然，如果图案只有漂移而无随机变形，则 $\rho_m=1$. 由于随机变形的时间尺度有限，所以通常 $\rho_m<1$. 将 $\tau=\tau_0$，$\xi=\xi_0=V_x\tau_0$，$\eta=\eta_0=V_y\tau_0$ 代入(43)式得

$$\rho_m=\rho(\xi_0,\ \eta_0,\ \tau)=f(K\tau_0^2) \tag{49}$$

另一方面，我们可以从空间相关函数 $\rho(\xi,\ \eta,\ 0)$等值椭圆族中沿漂移方向量出使 $\rho=\rho_m$ 的距离 l，于是可以求出

$$V_c=\frac{l}{\tau_0} \tag{50}$$

3.3 移动变形图案的频散分析

在上述方法中，我们假定整个图案有一共同移动速度，但是实际上，整体图案往往是由空间尺度不同、漂移速度各异的成分组成的，例如图案的移动可能是由某种形式的波的传播产生的，而波又有频散，即付氏分量的速度是波长的函数. 因此，我们不仅需要确定整体图案的平均漂移速度，有时也需要分别确定组成图案的不同成分的漂移速度.

在无线电科学中可以用三个非共线台站测定某一图案的位移的速度，在地磁场情况下，往往是给定两个(或多个)时刻的地磁图，要求出其移动速度，此时我们可以对每一时刻的地磁图作二维付氏分析，然后使用上面所述的方法求出每个付氏分量的漂移速度.

假设两张地磁图可以表示成 $F_1(x,\ y,\ t_1)$，$F_2(x,\ y,\ t_2)$，使用类似于(31)式的公式求出空间互相关函数 $\rho_{12}(\xi,\ \eta,\ \tau_0)$，其中 $\tau_0=t_2-t_1$. 为方便计，假定先从 F_1，F_2 中减去其平均值，则有

$$\rho_{12}(\xi,\ \eta,\ \tau_0)=\frac{\sum\limits_{i,j}F_1(x_i,\ y_j)F_2(x_i,\ y_j)}{\sqrt{\sum\limits_{i,j}F_1^2(x_i,\ y_j)}\sqrt{\sum\limits_{i,j}F_2^2(x_i,\ y_j)}} \tag{51}$$

上式可写成 $F_1(x,\ y)$和 $F_2(x,\ y)$的卷积形式(差一个归一化常数，即分母)

$$\rho_{12}(\xi,\ \eta,\ \tau_0)\propto F_1(x,\ y)*F_2(-x,\ -y) \tag{52}$$

根据卷积定理，$\rho_{12}(\xi,\ \eta,\ \tau_0)$的付氏变换正比于 $F_1(x,\ y)$和 $F_2(-x,\ -y)$付氏变换的乘积，于是

$$A_1(v_1,\ v_2)\exp\{i\varphi_1(v_1,\ v_2)\}=\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}F_1(x,\ y)\exp\{2\pi i(v_1x+v_2y)\}\,dxdy$$

$$A_2(v_1,\ v_2)\exp\{-i\varphi_2(v_1,\ v_2)\}=\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}F_2(-x,\ -y)\exp\{2\pi i(v_1x+v_2y)\}\,dxdy$$

$$W_{12}(v_1,\ v_2)\exp\{i\Delta\varphi_{12}(v_1,\ v_2\}=\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\rho_{12}(\xi,\ \eta)\exp\{2\pi i(v_1\xi+v_2\eta)\}\,dxdy \tag{53}$$

$$W_{12}(v_1,\ v_2)\exp\{i\Delta\varphi_{12}(v_1,\ v_2)\}=A_1(v_1,\ v_2)A_2(v_1,\ v_2)\exp\{i\varphi_1(v_1,\ v_2)-i\varphi_2(v_1,\ v_2)\} \tag{54}$$

所以

$$\Delta\varphi_{12}(v_1,\ v_2)=\varphi_1(v_1,\ v_2)-\varphi_2(v_1,\ v_2) \tag{55}$$

相应于波数 v_1，v_2 的付氏分量在 t_1 时刻可写成

$$A_1(v_1, v_2)\exp\{-2\pi i(v_1 x + v_2 y) + i\varphi_1(v_1, v_2)\} \tag{56}$$

波阵面方程是

$$-2\pi(v_1 x + v_2 y) + \varphi_1(v_1, v_2) = const \tag{57}$$

波长 $$\lambda = \frac{1}{\sqrt{v_1^2 + v_2^2}} \tag{58}$$

波阵面移动的速度

$$V(v_1, v_2) = \frac{\Delta\varphi_{12}(v_1, v_2)}{2\pi(t_2 - t_1)\sqrt{v_1^2 + v_2^2}} \tag{59}$$

4 讨 论

在用地磁资料计算西漂并加以物理解释时可能存在以下问题:

4.1 分区西漂计算中可能出现的错误

地磁场不同部分西漂速度不同，这引导人们去分区计算漂移速度，但在这种计算中往往会走入误区.

例如，假设有一个正异常区，它没有漂移但强度随时间不断增大，此时它的等值线会不断向外扩展，如果将第二节的方法用于局部地区，则会得到异常区西部的场向西移，异常区东部的场向东移，南部的场向南漂，北部的场向北漂，这样的漂移运动不是真实的漂移. 所以在选择计算区域时应该包含整个异常区而不是它的一部分.

4.2 漂移和形变的分离

在第二节所述的前三类方法中，都假定地磁场长期变主要是由西漂引起的，但在某些西漂速度很小的地区(如太平洋)，西漂不是长期变的主要部分，使用这些方法的假设前提不存在了. 因此，较为合理的方法是先把漂移和变形分离开来，然后分别研究其分布及变化特征，以及对地磁场长期变化的贡献. 第四种方法考虑到这种分离的重要性，但只是把移动部分和非移动部分作了分离，并使用了剖面移动法的结果. 王 文和祁贵仲(1983)发展了 Yukutake 的分离法，假设非漂移部分随时间发生线性变化，这种假设是对真实的磁场随机变化的一种近似.

4.3 球谐分量西漂所对应的物理过程

地磁场球谐级数中各球谐分量并不一一对应着地球内部特定的物理过程，特别是高阶偶极子项. 从本质上说，球谐级数只是球面非均匀磁场分布特征的数学表达，每一球谐分量的西漂速度，并不一一对应着地核内部的物理过程. Yukuake(1973)认为地磁场西漂可以用偏心偶极子的西漂来解释，但偏心偶极子也仅仅是一种数学表述. 西漂机制的最后解

决依赖于对地核发电机过程的认识.

参 考 文 献

〔1〕 Glatzmair, G.A. & Roberts, P.H., A three-dimentional convective dynamo solution with rotating and finitely conducting inner core and mantle, Phys. Earth Plane Inter., 91, 63~75, 1995a.

〔2〕 Glatzmair, G.A. & Roberts, P.H., A three-dimentional self-consistent computer simulation of geomagnetic field reversal, Nature, 377, 203~209, 1995b.

〔3〕 Glatzmair, G.A. & Roberts, P.H., Rotation and magnetism of Earth's inner core, Science, 274, 1887~1891, 1996.

〔4〕 Glatzmair, G.A. & Roberts, P.H., Simulating the geodynamo, Contemporary Phys., 38, 269~288, 1997.

〔5〕 Kuang, W. & Bloxham, J., An earth-like numerical dynamo model, Nature, 389, 371~374, 1997.

〔6〕 Matsushima, M., Velocity and magnetic fields in the Earth's core estimated from the geomagnetic field, Phys. Earth Planet. Inter., 91, 99~115, 1995.

〔7〕 Langel, R.A., The main field, in Geomagnetism, Vol.1, edited by J.A. Jacobs, Academic Press, London, 249~512, 1987.

〔8〕 Hide, R., Free hydromagnetic oscillation of the Earth's core and the theory of the geomagnetic secular variation, Phil. Trans. R. Soc. Lond, A 259, 615~650, 1996.

〔9〕 Hide, R., and Stewartson, K., Hydromagnetic oscillation of the Earth's core, Rev. Geophys. Space Phys., 10, 579~598, 1972.

〔10〕 Bullard, E.C., Freedman, C., Gellman, M. & Nixon, J., The westward drift of Earth's magnetic field, Phil. Trans. Roy. Soc., A243, 67~92, 1950.

〔11〕 Yukutake, T., The westward drift of the magnetic field of the Earth, Bull. Earthquake Res. Inst., 40, 1~165, 1962.

〔12〕 Malin, S.R.C., Geomagnetic secular variation and its changes, 1942.5 to 1962.5, Geophys. J.R.Astr. Soc. 17, 415~441, 1969.

〔13〕 James, R.W., An equation for estimating westward drift, J.Geomagn.Geoelectr., 20, 429~431, 1968.

〔14〕 Richmond, A.D., Relation of the westward drift of the geomagnetic field to the rotation of the Earth's core, J. Geophys. Res., 74, 3013~3018, 1969.

〔15〕 Adam, N.V., Benkova, N.P. and Tyurmina, L.O., Western drift of the geomagnetic field, Geomag. & Aeron., 4, 434~441, 1964.

〔16〕 Nagata, T., Main characteristics of recent geomagnetic secular variation, J. Geomagn. Geoelectr., 17, 263~276, 1965.

〔17〕 Nagata, T., Two main aspects of geomagnetic secular variation-westward drift and non-drifting

components, Proc. Benedum Earth Magnetism Symp., 39～55, 1962.
[18] Yukutake, T., and Tachinaka, H., Separation of the earth's magnetic field into the drifting and standing parts, Bull. Earthquake Res. Inst., 47, 65～97, 1969.
[19] Briggs B.H., On the analysis of moving pattern in geophysics—Ⅰ. Correlation analysis, J. Atmos. Terr. Phys., 30, 1777～1788, 1968a.
[20] Briggs B.H., On the analysis of moving pattern in geophysics—Ⅱ, Dispersion analysis, J. Atmos. Terr. Phys., 30, 1789～1794, 1968b.
[21] Wang T.-W. & Qi, G.-Z., The model of the geomagnetic non-dipole field, J. Geomagn. Geoelectr., 35, 255～280, 1983.
[22] Yukutake, T., The eccentrie dipole, an inadequate representation of movement of the geomagnetic field as a whole., J. Geomagn. Geoelectr., 25, 231～235, 1973.

ON WESTWARD DRIFT OF THE EARTH'S MAGNETIC FIELD

Xu Wen-yao Wei Zi-gang
(Institute of Geophysics, Chinese Academy of Science, Beijing 100101)

Abstract

The westward drift is one of the most important features in the main magnetic field of the Earth. Any theory about the geomagnetic field origin should plausibly explain this feature. In this paper we briefly reviewed the history of researches on the westward drift. A comparative analysis is given on calculation methods of the westward drift. Then we discussed the physical background and characteristics of each method. A new scheme is proposed for separating the drift part and deformation part in the secular variation of the main geomagnetic field.

Key words: Main magnetic field; Westward drift; Correlation analysis; Geodynamo

Manuscript received by editor July 16, 1998
Project 49734140 Supported by NSFC