

四川大学期末考试试题（闭卷）

（2017~2018 学年第 1 学期）

B 卷

课程号: 311153050 课程名称: 离散数学 任课教师: _____

适用专业年级: 软件工程 2016 级 学号: _____ 姓名: _____

考生承诺

我已认真阅读并知晓《四川大学考场规则》和《四川大学本科学生考试违纪作弊处分规定（修订）》，郑重承诺：

- 1、已按要求将考试禁止携带的文具用品或与考试有关的物品放置在指定地点；
- 2、不带手机进入考场；
- 3、考试期间遵守以上两项规定，若有违规行为，同意按照有关条款接受处理。

考生签名: _____

题 号	一(15%)	二(15%)	三(20%)	四(32%)	五(18%)
得 分					
卷面总分		教师签名		阅卷时间	

- 注意事项:** 1. 请务必将本人所在学院、姓名、学号、任课教师姓名等信息准确填写在试题纸和添卷纸上；
 2. 请将答案全部填写在本试题纸上；
 3. 考试结束，请将试题纸、添卷纸和草稿纸一并交给监考老师。

评阅教师	得分

一、单项选择题（本大题共 15 小题，每小题 1 分，共 15 分）

提示：在每小题列出的四个备选项中只有一个是符合题目要求的，请将其代码填写在下表中。错选、多选或未选均无分。

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15					

1. 下列集合中哪个是联结词的最小功能完备集（ ）。
 A、 $\{\sim, \vee, \rightarrow\}$ ； B、 $\{\rightarrow, \sim, \wedge\}$ ； C、 $\{\vee\}$ ； D、 $\{\sim, \vee\}$
2. 在谓词演算中，下列各式哪个是正确的（ ）。
 A、 $\exists x \exists y A(x, y) \Leftrightarrow \exists y \exists x A(x, y)$ ； B、 $\exists x \exists y A(x, y) \Leftrightarrow \forall y \forall x A(x, y)$ ；
 C、 $\exists x \forall y A(x, y) \Leftarrow \forall y \exists x A(x, y)$ ； D、 $A(a) \Rightarrow \forall x A(x)$ 。
3. 某市举行中学数学、物理、生物三科竞赛，结果是数学和物理均优者 11 人，物理和生物均优者 10 人，数学和生物均优者 9 人，至少有两科优秀者共 22 人，则三科均优者有（ ）。
 A、6 人 B、4 人 C、3 人 D、8 人

4. 一个含有 4 个命题变元的命题公式，其主合取范式有 16 项极大项，那么该公式为（ ）。

A、矛盾式； B、永真式； C、可满足式； D、A,B,C 均不正确。

5. 设 $A=\{1, 2, 3, 4\}$ ，下列关系中（ ）为等价关系。

A、 $R_1=\{<1, 1>, <1, 2>, <2, 1>, <3, 3>\}$;

B、 $R_2=\{<1, 1>, <1, 3>, <2, 2>, <3, 1>, <3, 3>, <4, 4>\}$;

C、 $R_3=\{<1, 3>, <2, 2>, <3, 3>, <4, 4>\}$;

D、 $R_4=\{<1, 1>, <1, 3>, <3, 2>, <4, 4>\}$ 。

6. 设 f 和 g 都是 X 上的双射函数，则 $(f \circ g)^{-1}$ 为（ ）。

A、 $f^{-1} \circ g^{-1}$ ； B、 $(g \circ f)^{-1}$ ； C、 $g^{-1} \circ f^{-1}$ ； D、 $g \circ f^{-1}$ 。

7. 已知 G 是一个连通平面图，则 G 一定是（ ）可着色的。

A. 4； B、2； C、3； D、5；

8. 设 R 为定义在集合 A 上的模 5 同余关系，则 R 在 A 上的划分最多有（ ）个划分块。

A、2 B、5 C、3 D、无法确定

9. 设集合 $A=\{1,2,3,\dots,10\}$ ，下面定义的哪种运算关于集合 A 是不封闭的？（ ）

A、 $x*y=\max\{x,y\}$ B、 $x*y=\min\{x,y\}$

C、 $x*y=\text{GCD}(x,y)$ ，即 x,y 的最大公约数

D、 $x*y=\text{LCM}(x,y)$ ，即 x,y 的最小公倍数

10. 在自然数集 N 上，下列哪种运算是可结合的？（ ）

A. $a*b=a-b$ B. $a*b=\max\{a,b\}$

C. $a*b=a+2b$ D. $a*b=a \cdot b \pmod{3}$

11. 简单平面图 G 中顶点数 $n=8$ ，边数 $m=15$ ， G 的分支数不可能为（ ）

A、3 B、2 C、1 D、无法确定

12. 集合（ ）关于整除关系构成格。

A、 $\{2, 3, 6, 12, 24, 36\}$ ； B、 $\{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12\}$

C、 $\{1, 2, 3, 5, 6, 15, 30\}$ ； D、 $\{3, 6, 9, 12\}$ 。

13. 谓词公式 $G = \exists x p(x)$, $H = \forall x p(x)$, 则谓词公式 $G \rightarrow H$ 是 ().

A、永真式 B、永假式 C、可满足式 D、前束范式

14. G 是 $(10, 30)$ 简单无向连通图, 问至少要删掉 () 条边, 图 G 才可能是平面图

A、 2; B、 4; C、 6; D、 8

15. 设 $S = \{\Phi, \{1\}, \{1, 2\}\}$, 则 2^S 有 () 个元素。

A. 3; B. 6; C. 7; D. 8。

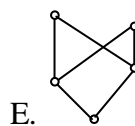
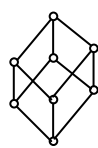
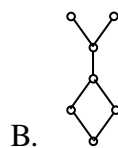
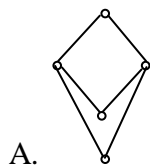
评阅教师	得分

二、多项选择题 (本大题共 5 小题, 每小题 3 分, 共 15 分)

提示: 在每小题列出的五个备选项中有二个至五个是符合题目要求的, 请将其代码填写在下表中。错选、多选、少选或未选均无分。

1	2	3	4	5

1. 下列哈斯图中, 是格的有 ()。



2. 已知 R 是二元关系, 且满足 $R^2 = R$, 则下列关系()具有可传递性

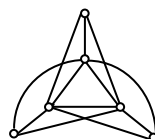
A、 R ; B、 R^2 ; C、 R^3 ; D、 R^4 ; E、 R^5

3. A, B 为 命题合适公式, 且 $A \Leftrightarrow B$, 则 ()。

A、 $A \rightarrow B$ 为重言式; B、 $A \Rightarrow A^*$; C、 $A \Rightarrow B^*$
D、 $A^* \Leftrightarrow B^*$; E、 $A \leftrightarrow B$ 为重言式。

4. 右图所示的图一定不是 ()。

A. 平面图 B. 二部图 C. 欧拉图
D. 哈密尔顿图 E. 树



5. 设 G 是一个 35 阶 群, $a \in G$, 则 a 的周期不可能是 ()。

A、 1 B、 2 C、 3 D、 4 E、 5

评阅教师	得分

三、填空题（本大题共 10 空，每空 2 分，共 20 分）。

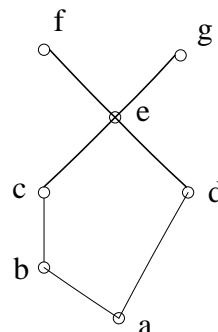
1. 两置换 $\pi_1 = (2\ 3\ 6)\ (4\ 5)$, $\pi_2 = (1\ 2)\ (4\ 5\ 6)$ 复合结果 $\pi_1 \circ \pi_2$ 的“循环的积”表示为_____。
2. 一个简单连通平面图有 16 个顶点，每个顶点的度都为 3，那么这个图可被分割为_____个面。
3. 设有集合 A ，且 $|A|=n$ ，那么 A 上有_____个自反二元关系，有_____个既自反又对称二元关系。
4. 设 A, B 是集合，若 $|A|=n$ ， $|B|=m$ ，则 $|A \times B|$ 为_____。
5. 某校体育用品仓库有足球，篮球，排球各若干。某班派若干同学去仓库拿球，规定每人至少拿一个球，至多拿 2 个球。问最少派_____名同学，才能保证必有 4 名同学拿的球种类相同。
6. 实数集 \mathbb{R} 上有二元运算： $a * b = a + b - ab$ ，则代数系统 $\langle \mathbb{R}, * \rangle$ 的幺元是_____，零元是_____，幂等元有_____。
7. 设 $\langle L, \vee, \wedge \rangle$ 是一个格，公式 $E = (x \wedge y \wedge 1) \vee (x \wedge z) \wedge (y \vee z) \wedge 0$ 的对偶式 $E^* =$ _____。

评阅教师	得分

四、演算分析题（本大题共 4 小题，每题 8 分，共 32 分）

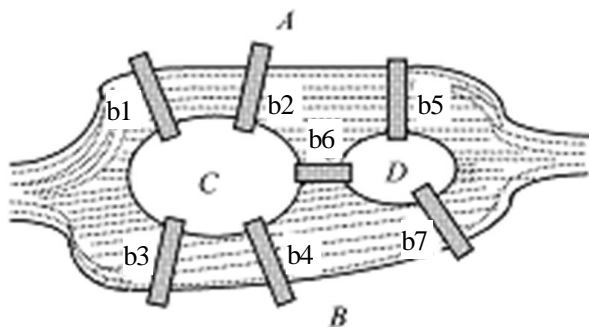
1. 下图为的偏序关系 A 的 哈斯图，

- 1) 求 A 的（最）极大元，（最）极小元，
- 2) 求 A 的子集 $B = \{b, c, d\}$ 的最（极）大元、最（极）小元、上界，最小上界，下界，最大下界。



2. 设 $E(x_1, x_2, x_3) = (x_1 \wedge \bar{x}_2) \vee (x_2 \wedge \bar{x}_3) \vee (\bar{x}_1 \wedge x_3)$ 是布尔代数 $\langle \{0,1\}, \vee, \wedge, \bar{} \rangle$ 上的一个布尔表达式，求 E 的主析取范式和主合取范式。

3. 某古城有一条横贯全城的河，城的各部分之间有七座古桥联接，如下图所示。住在 C 地的某游人希望能一次“遍游”所有古桥，即从 C 地出发对每座桥走且仅走一次，之后又能回到 C 地。问：他的愿望能实现吗？如果能，请帮他规划一条线路，如果不能，请帮他规划一条重复走最少桥的路线。



4. 判断下列 2 个推理过程是否正确，若不正确，请指出错误步骤，并说明理由

1) 前提： $\{ (\exists x) P(x), (\exists x) Q(x) \}$ 结论： $(\exists x) [P(x) \wedge Q(x)]$

证： (1) $(\exists x) P(x)$ P
 (2) $P(c)$ ES(1)
 (3) $(\exists x) Q(x)$ P
 (4) $Q(c)$ ES (3)
 (5) $P(c) \wedge Q(c)$ T (2) (4) I
 (6) $(\exists x) [P(x) \wedge Q(x)]$ EG(5)

得证！

2) 前提： $\{ (\exists x) P(x), (\forall x) Q(x) \}$ 结论： $(\exists x) [P(x) \wedge Q(x)]$

证： (1) $(\exists x) P(x)$ P
 (2) $P(c)$ ES(1)
 (3) $(\forall x) Q(x)$ P
 (4) $Q(c)$ ES (3)
 (5) $P(c) \wedge Q(c)$ T (2) (4) I
 (6) $(\exists x) [P(x) \wedge Q(x)]$ EG(5)

得证！

评阅教师	得分

五、 证明题（本大题共 2 小题，每题 9 分，共 18 分）

1. 已知 $\langle R, * \rangle$ 是一个代数系统, $*$ 是 R 上的二元运算, 即对 $\forall a, b \in R, a * b = a + b + a \cdot b$, $+$, \cdot 是普通加法和乘法运算。证明 1) 0 是其么元; 2) $\langle R, * \rangle$ 是含么半群。

2. 若 $f : A \rightarrow B$ 是从 A 到 B 的函数, 定义一个函数 $g : B \rightarrow 2^A$ 对任意 $b \in B$ 有 $g(b) = \{x \mid (x \in A) \wedge (f(x) = b)\}$, 证明: 若 f 是 A 到 B 的满射, 则 g 是从 B 到 2^A 的单射。