

# 磁悬浮球系统的线性自抗扰控制 与参数整定\*

张 璠 豪<sup>1</sup>    张 文 安<sup>1,2</sup>

(1. 浙江工业大学信息工程学院, 杭州 310023; 2. 浙江省嵌入式系统联合重点实验室, 杭州 310023)

**摘要** 研究了磁悬浮球系统的线性自抗扰控制 (linear active disturbance rejection control, LADRC) 及其参数整定问题. 磁悬浮系统固有的非线性、开环不稳定性、系统参数摄动和外界干扰不确定性使得传统的控制方法难以取得良好的控制效果, 对象模型的不确定性又限制了最优控制等现代控制理论的有效应用. 为此, 文章采用 LADRC 实现磁悬浮球系统的控制, 并利用传递函数的方法, 探讨了系统动态特性与控制参数之间的关系. 最后, 通过仿真与实验对比 LADRC 与时间加权绝对误差值积分 (integral time absolute error, ITAE) 最优 PID 控制器的控制效果, 结果表明 LADRC 在响应快速性抑制外部扰动、抑制输出噪声、对模型不确定性的鲁棒性和相位滞后等方面均优于 PID 控制器.

**关键词** 磁悬浮球系统, 线性自抗扰控制, 频域分析, 参数整定.

MR(2000) 主题分类号 93C80

## Linear Active Disturbance Rejection Control to Magnetic Levitation Ball System and Parameters Tuning

ZHANG Junhao<sup>1</sup>    ZHANG Wen-an<sup>1,2</sup>

(1. College of Information Engineering, Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310023;  
2. Zhejiang Provincial United Key Laboratory of Embedded Systems, Hangzhou 310023)

**Abstract** In this paper, linear active disturbance rejection control (LADRC) and parameters tuning for Magnetic Levitation Ball System is studied. The inherent nonlinearity, the open-loop instability, system parameters perturbation and external disturbance uncertainty of the magnetic levitation system make the traditional control methods no longer applicable. Furthermore, model uncertainty limits the application of optimal control and other modern control theories. LADRC is applied to the magnetic levitation ball system, and the relationship between the dynamic characteristics

\* 国家自然科学基金 (61573319), 浙江省杰出青年科学基金 (LR16F030005), 系统控制与信息处理教育部重点实验室 (200240) 资助课题.

收稿日期: 2017-06-02.

编委: 孙振东.

and the controller parameters is discussed using classic frequency response method. Finally, simulation and experiment comparisons are provided for the LADRC and ITAE optimal PID controller, the results demonstrate that LADRC achieves better response rapidity, rejection quality for external disturbance and output noise, robustness for model uncertainty, as well as less phase lag.

**Keywords** Magnetic levitation ball system, linear active disturbance rejection control, frequency analysis, parameters tuning.

## 1 引言

利用磁力使物体处于无接触悬浮状态的设想是人类一个古老的梦想. 近年来, 磁悬浮技术在很多领域得到广泛的应用, 其中具有代表性的是磁悬浮轴承<sup>[1]</sup>、磁悬浮列车<sup>[2]</sup>、磁悬浮天平<sup>[3]</sup>和磁悬浮电机<sup>[4]</sup>. 虽然磁悬浮的应用领域繁多, 系统形式和结构各不相同, 但究其本质都共同具有以下特性: 1) 本质非线性; 2) 不确定性; 3) 开环不稳定性. 磁悬浮系统的上述特点使得传统的 PID 控制技术难以获得令人满意的控制效果, 对象模型的不确定性又限制了最优控制等现代控制理论的有效应用. 如何设计一种简单又不完全依赖系统的精确模型、鲁棒性和适应性强的磁悬浮系统控制器是一个有意义且具有很大挑战性的问题.

目前已有很多成熟的控制方法应用到磁悬浮系统控制当中, 其中有 PID 控制器<sup>[5]</sup>、状态反馈<sup>[6]</sup>、鲁棒控制<sup>[7]</sup>、智能控制<sup>[8]</sup>、滑模控制<sup>[9]</sup>等. 然而, 大部分的结果局限于仿真阶段, 只有 PID 控制、滑模控制此类不依赖于系统精确模型的方法成功应用到磁悬浮系统中. PID 控制器虽然简洁直观, 但要实现高精度、鲁棒性强的磁悬浮控制依然存在很大的局限性, 与神经网络、遗传算法、模糊控制等智能方法结合的人工智能 PID 控制器, 由于神经网络结构和规模的选取不明确、遗传算法的收敛速度低、模糊规则归纳困难等缺点以及过于复杂的算法和结构使得智能控制难以获得广泛的应用; 滑模控制对系统的不确定性、外界干扰具有不敏感性, 采用该方法设计的磁悬浮控制系统具有良好的鲁棒性, 但其设计过程较为复杂, 且滑模控制的非连续切换容易引起系统的震荡. ADRC 在磁悬浮系统中的应用也有一些成果<sup>[10, 11]</sup>, 但是这些结果仅仅限于仿真研究阶段, 尚无实验结果.

文献[12]在非线性 PID 的基础上提出自抗扰控制, 因其所需模型信息少, 结构形式简洁, 受到了研究人员的关注. 其核心思想是把作用于被控对象的所有不确定因素归结为“总和扰动”, 用对象的输入输出信息利用扩张状态观测器 (extended state observer, ESO) 对未知扰动进行估计, 结合控制策略给予补偿, 从而实现干扰抑制, 并且能够获得很强的鲁棒性. 本文采用固高公司的磁悬浮球实验装置, 首先通过机理建模法建立磁悬浮球系统的非线性模型, 在平衡点附近对非线性模型进行泰勒展开并忽略高次项得到线性化模型. 由于对象的固有特点和机械特性, 该装置既无法得到系统的精确模型, 又无法测量不确定性的上界, 因此极点配置、鲁棒控制等方法难以应用到实际. 本文采用选用 ITAE 最优 PID 控制和 LADRC 两种均不完全依赖系统精确模型的控制方法, 通过仿真和实验对两种控制算法的控制性能进行详细的对比. 结果表明, PID 控制器和 LADRC 控制器在磁悬浮球系统的控制中均能取得良好的控制效果, 但 LADRC 在响应快速性、抑制外部扰动、抑制输出噪声、对模型不确定性的鲁棒性等方面的性能均优于 PID 控制器, 且采用 LADRC 可避免钢球跟踪正弦信号

时带来的相位滞后. 此外, 本文还探究了系统动态特性与控制参数之间的关系, 借助数值仿真方法分析补偿增益  $b_0$ 、控制器带宽  $\omega_c$ 、观测器带宽  $\omega_o$  对系统时域和频域性能的影响, 提出一套参数整定的方法并把该参数整定的方法成功应用到本文的磁悬浮球系统控制中. 实际结果表明, 本文的结果对 LADRC 的参数整定具有一定的指导意义, 可降低参数整定对经验的依赖.

本文的组织如下, 第 2 节介绍磁悬浮球系统模型和问题描述, 第 3 节介绍 LADRC 的设计并推导系统的传递函数, 第 4 节对系统动态特性与控制参数之间的关系展开研究, 第 5 节设计仿真和实验对比两种控制方法的性能, 最后是结论部分.

## 2 系统模型与问题描述

### 2.1 系统模型

本文采用的固高公司 GML2001 型磁悬浮球系统, 其工作原理如图 1 所示. 该系统利用电磁铁实现被悬浮对象 (以钢球为例) 在平衡位置的悬浮, 激光传感器获取钢球的位置信号  $x$ , 此位置信号作为控制器的输入信号经控制器的控制算法计算输出控制信号, 控制信号经功率放大器转变为控制电流  $i$ , 控制电流驱动电磁铁在钢球上产生电磁力  $F$  以抵抗钢球的重力, 从而使钢球维持在平衡位置实现悬浮.

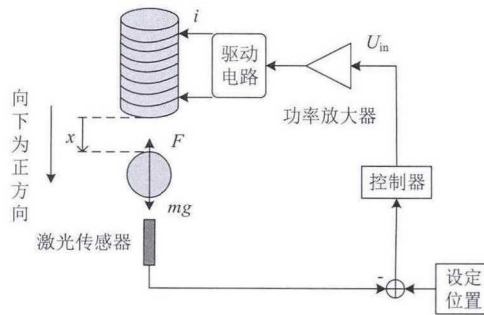


图 1 磁悬浮球系统工作原理示意图

(Figure 1 The diagram of the principle of magnetic levitation ball system)

由图 1 可得磁悬浮球系统的非线性动态方程为

$$\begin{cases} m \frac{d^2 x(t)}{dt^2} = F(i, x) + mg, \\ F(i, x) = K \left( \frac{i}{x} \right)^2, \quad K = -\frac{\mu_0 A N^2}{4}, \\ mg + F(i_0, x_0) = 0, \\ U_{in} = K_a i, \end{cases} \quad (2.1)$$

其中,  $F(i, x)$  表示电磁力,  $F(i_0, x_0)$  为平衡位置处的电磁力,  $U_{in}$  为功率放大器的输入电压, 其余参数说明与取值见表 1.

表 1 磁悬浮球系统参数说明  
(Table 1 Parameters of the magnetic levitation ball system)

符号	含义	取值 (单位)
$m$	钢球重量	0.094kg
$\mu_0$	真空磁导率	$4\pi \times 10^{-7} \text{H/m}$
$A$	磁导截面积	$\pi \times 10^{-4} \text{m}^2$
$N$	电磁铁线圈匝数	2450 匝
$i_0$	平衡电流	0.3943
$x_0$	平衡位移	0.01m
$K_a$	功率放大器增益	6.508

由式 (2.1), 电磁吸力  $F$  与控制电流  $i$ 、钢球位置  $x$  有关, 且它们之间的关系是非线性的, 将电磁力  $F(i, x)$  在平衡点  $(i_0, x_0)$  处进行泰勒展开, 舍去高次项后, 电磁力可以表示为

$$F(i, x) = F(i_0, x_0) + \frac{\mu_0 N^2 i_0 A}{2x_0^2} (i - i_0) - \frac{\mu_0 N^2 i_0^2 A}{2x_0^3} (x - x_0). \quad (2.2)$$

将 (2.2) 代入式 (2.1) 中, 则式 (2.1) 可以转化为

$$m \frac{d^2 x(t)}{dt^2} = \frac{\mu_0 N^2 i_0 A}{2x_0^2} i - \frac{\mu_0 N^2 i_0^2 A}{2x_0^3} x. \quad (2.3)$$

选择  $U_{in}$  作为控制输入, 则可得系统在平衡点处的线性化模型为

$$\frac{d^2 x(t)}{dt^2} = \frac{1}{m} \frac{\mu_0 N^2 i_0 A}{2x_0^2 K_a} U_{in} - \frac{1}{m} \frac{\mu_0 N^2 i_0^2 A}{2x_0^3} x. \quad (2.4)$$

对式 (2.4) 两端进行拉普拉斯变换可得

$$s^2 X(s) = \frac{1}{m} \frac{\mu_0 N^2 i_0 A}{2x_0^2 K_a} U_{in}(s) - \frac{1}{m} \frac{\mu_0 N^2 i_0^2 A}{2x_0^3} X(s). \quad (2.5)$$

将  $X(s)$  作为系统输出信号,  $U_{in}(s)$  作为系统的输入信号, 得到系统的传递函数为

$$G(s) = \frac{\frac{1}{m} \frac{\mu_0 N^2 i_0 A}{2x_0^2 K_a}}{s^2 + \frac{1}{m} \frac{\mu_0 N^2 i_0^2 A}{2x_0^3}}. \quad (2.6)$$

代入表 1 中的参数可得磁悬浮球系统的传递函数为

$$G(s) = \frac{7.6367}{s^2 - 1960}. \quad (2.7)$$

选取系统状态变量为  $x_1 = x(t)$ ,  $x_2 = \dot{x}(t)$ , 取控制输入为  $u = U_{in}(t)$ , 可得磁悬浮球系统的状态空间模型为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = 1960x_1 + 7.6367u + f(x_1, x_2) + w, \\ y = x_1. \end{cases} \quad (2.8)$$

## 2.2 问题阐述

从磁悬浮球系统的传递函数 (2.7) 可以看出, 其极点均位于右半平面, 所以此系统是一个本质不稳定系统, 需要设计控制器使其稳定. 另外, 在得到系统的线性模型过程中, 为了简化推导过程, 存在一些理想的假设

- 1) 假设除气隙外, 磁通全部无漏磁地穿过铁芯, 铁芯的磁阻忽略不计;
- 2) 功率放大器假设为无惯性的放大环节;
- 3) 忽略电磁铁绕组的电感;
- 4) 假设系统工作在平衡点附近.

在实际中, 虽然铁芯的磁阻和功率放大器的时间常数很小, 电磁铁绕组的电感也很小, 但与实际模型相比, 由于电磁铁为感性负载, 实际上励磁线圈的电感作用将阻止任何时刻电流的突变, 电感的作用不可忽视, 理论模型依然存在不确定性, 由于设备老化等原因, 输入增益往往也是不确定的. 最严重的, 实际中磁悬浮系统的工作点已偏离在出厂时设定的平衡点, 由此带来的系统模型不确定性不可忽略. 另外, 实际环境也不可避免存在风力、抖振等外界因素. 因而, 按照线性化设计的控制器在磁悬浮球系统的实时控制中性能大打折扣, 甚至完全不可用 (实际中线性二次型方法和极点配置等基于系统精确模型的方法无法实现此磁悬浮球系统的稳定控制), 因此有必要设计一种对于系统模型参数不确定性、输入增益不确定和外界干扰等不确定性具有良好抑制作用的控制器.

本文的控制目标为

- 1) 钢球能够稳定在平衡点位置, 设定值发生阶跃变化时, 调节时间  $t_s$  和超调量  $\sigma\%$  满足设计要求, 且控制量发生脉冲扰动时, 系统输出能很快恢复到设定值;
- 2) 钢球悬浮轨迹能够无差跟踪正弦信号;
- 3) 钢球质量在一定范围内发生变化时, 控制目标 2) 依然满足.

LADRC 因其形式简单, 具有出色的抑制外部干扰及模型不确定性的能力, 能够满足磁悬浮球系统的控制需求. 本文主要任务为设计磁悬浮球系统的线性自抗扰控制器, 实现磁悬浮球系统的控制目标. 本文还采用了基于 ITAE 指标最优化的 PID 控制器与 LADRC 的控制效果进行对比.

### 3 线性自抗扰控制器设计

取扩张的状态变量, 即系统被扩张的总和扰动为  $x_3 = f(x_1, x_2) + (7.6367 - b_0)u + w$ , 并令  $\dot{x}_3 = h$ , 则系统的扩张状态空间模型可表示为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = x_3 + b_0 u, \\ \dot{x}_3 = h, \\ y = x_1. \end{cases} \quad (3.1)$$

本文采用的磁悬浮球系统是二阶对象, 对应地需采用二阶的线性扩张状态观测器 (linear extended state observer, LESO) 和线性 PD 反馈控制律, 其控制算法如下 (具体设计步骤可参考文献 [15])

- 1) LESO

$$\begin{cases} e = z_1 - y, \\ \dot{z}_1 = z_2 - \beta_1 e, \\ \dot{z}_2 = z_3 - \beta_2 e + b_0 u, \\ \dot{z}_3 = -\beta_3 e. \end{cases} \quad (3.2)$$

式中:  $e$  表示观测器误差,  $z_1$ ,  $z_2$  和  $z_3$  是系统状态变量及广义扰动的观测值,  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  和  $\beta_3$  表示 LESO 的增益系数.

## 2) 线性 PD 反馈控制律及扰动补偿环节

$$u_0 = k_p(v - z_1) - k_d z_2, \quad (3.3)$$

$$u = \frac{u_0 - z_3}{b_0}, \quad (3.4)$$

其中,  $v$  为设定值,  $k_p$  和  $k_d$  为反馈增益,  $b_0$  为补偿增益.

反馈增益和观测器控制采用文献 [13] 的带宽整定法, 即

$$\begin{cases} \beta_1 = 3\omega_o, & \beta_2 = 3\omega_o^2, & \beta_3 = \omega_o^3, \\ k_p = \omega_c^2, & k_d = 2\omega_c. \end{cases} \quad (3.5)$$

综上, 式 (3.2)–(3.4) 构成磁悬浮系统的线性自抗扰控制器, 且结构如图 2 所示.

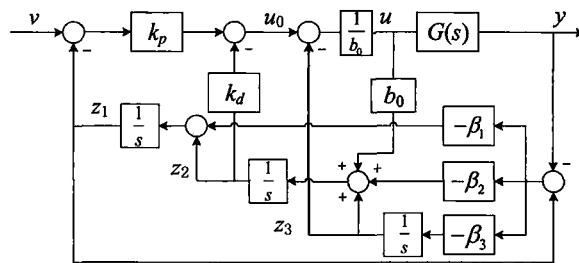


图 2 线性自抗扰控制器结构图

(Figure 2 The structure diagram of the LADRC)

根据式 (3.2) 和式 (3.5) 可得  $z_1$ ,  $z_2$ ,  $z_3$  的传递函数为

$$z_1 = \frac{3\omega_o s^2 + 3\omega_o^2 s + \omega_o^3}{(s + \omega_o)^3} y + \frac{b_0 s}{(s + \omega_o)^3} u, \quad (3.6)$$

$$z_2 = \frac{3\omega_o^2 s^2 + \omega_o^3 s}{(s + \omega_o)^3} y + \frac{b_0(s^2 + 3\omega_o s)}{(s + \omega_o)^3} u, \quad (3.7)$$

$$z_3 = \frac{\omega_o^3 s^2}{(s + \omega_o)^3} y - \frac{b_0 \omega_o^3}{(s + \omega_o)^3} u. \quad (3.8)$$

由式 (3.3)–(3.5) 可得

$$u = \frac{1}{b_0} (\omega_c^2 (v - z_1) - 2\omega_c z_2 - z_3), \quad (3.9)$$

代入 (3.6)–(3.8) 可得

$$u = \frac{1}{b_0} \frac{m_3 s^2 + m_4 s + m_5}{s^3 + m_1 s^2 + m_2 s} \cdot \left( \frac{(s + \omega_o)^3 \omega_c^2}{m_3 s^2 + m_4 s + m_5} v - y \right). \quad (3.10)$$

式 (3.10) 中的系数见附录 2. 将被控对象记为

$$G_p(s) = \frac{b}{s^2 + a_1 s + a_0}. \quad (3.11)$$

对于本文对象:  $a_1 = 0$ ,  $a_0 = -1960$ ,  $b = 7.6367$ . 根据式 (3.9) 和 (3.10), 可将结构图 2 简化为图 3.

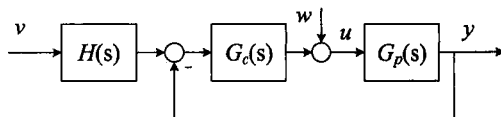


图3 闭环系统简化结构图

(Figure 3 The structure diagram of the simplified closed-loop system)

图3中

$$H(s) = \frac{(s + \omega_o)^3 \omega_c^2}{m_3 s^2 + m_4 s + m_5}, \quad (3.12)$$

$$G_c(s) = \frac{1}{b_0} \frac{m_3 s^2 + m_4 s + m_5}{s^3 + m_1 s^2 + m_2 s}. \quad (3.13)$$

根据结构图3, 系统的开环传递函数  $G_{ol}(s)$  和闭环传递函数  $G_{cl}(s)$  可表示为 (记  $\frac{b}{b_0} = K_G$ )

$$G_{ol}(s) = G_c(s)G_p(s) = \frac{K_G(m_3 s^2 + m_4 s + m_5)}{s(s^2 + m_1 s + m_2)(s^2 + a_1 s + a_0)}, \quad (3.14)$$

$$G_{cl}(s) = \frac{H(s)G_c(s)G_p(s)}{1 + G_c(s)G_p(s)} = \frac{K_G(s + \omega_o)^3 \omega_c^2}{s^5 + A_4 s^4 + A_3 s^3 + A_2 s^2 + A_1 s + A_0}, \quad (3.15)$$

式 (3.14) 和 (3.15) 中的系数见表2.

表2 式 (3.14)和式 (3.15) 的系数

(Table 2 The coefficients of (3.14) and (3.15))

$m_1 = 2\omega_c + 3\omega_o$	$m_2 = \omega_c^2 + 6\omega_c\omega_o + 3\omega_o^2$
$m_3 = 3\omega_c^2\omega_o + 6\omega_c\omega_o^2 + \omega_o^3$	$m_4 = 3\omega_c^2\omega_o^2 + 2\omega_c\omega_o^3$
$m_5 = \omega_c^2\omega_o^3$	
$A_4 = m_1 + a_1$	$A_3 = a_0 + m_1 a_1 + m_2$
$A_2 = m_1 a_0 + m_2 a_1 + K_G m_3$	$A_1 = m_2 a_0 + K_G m_4$
$A_0 = K_G m_5$	

#### 4 LADRC 参数整定研究

控制器参数选取首先要保证闭环系统稳定, 其次要保证闭环系统具有满意的动态性能, 动态性能包括上升时间、调节时间和超调量等. 本节将讨论 LADRC 参数的整定问题, 系统动态特性与参数  $b_0$ 、 $\omega_c$  和  $\omega_o$  之间的关系.

##### 4.1 系统稳定性与补偿增益 $b_0$

本文研究的对象是非最小相位系统, 其开环传递函数含有一个右半平面的极点, 其余极点和零点均位于虚轴或左半平面, 因此无法通过开环传递函数的相角裕量和增益裕量的正负来判断系统的稳定性. 下文将采用数值仿真的方法, 通过 Matlab 直接求取闭环传递函数极点判断系统的稳定性, 只要保证闭环系统极点均具有负实部, 闭环系统就是稳定的. 对于非最小相位系统, 增益裕量和相角裕量的意义很难解释<sup>[14]</sup>, 但依然可以利用相角裕量和增益裕量的值来判断闭环系统的动态性能. 开环传递函数的相角裕量、增益裕量和带宽与时

域指标中的上升时间、超调量等有着密切的关系. 其中相角裕量和带宽的变化对闭环系统性能影响较大, 一般来说, 相位裕量越大, 超调量越小; 带宽越大, 系统响应的上升时间越短, 即对应快速响应特性. 带宽概念的使用不区分最小相位系统和非最小相位系统, 为了验证对于本文研究的此类含一个右半平面极点的非最小相位系统, 其相位裕量和时域指标中的超调量有着与最小相位系统一样的结论, 本文通过数值仿真的结果 (图 4) 给出以下结论: 对于本文研究的此类含有右半平面极点的系统, 其相角裕量越大, 阶跃响应的超调量越小.

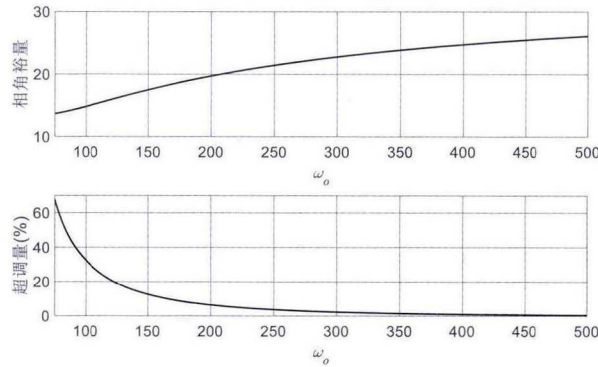


图 4 相角裕量与超调量的关系

(Figure 4 The relationship between phase margin and overshoot)

如果系统不存在输入增益不确定性, 则补偿增益的最佳选择是  $b_0 = b$ , 然而实际中输入增益不确定性往往不可避免的. 控制器的最基本任务是使得系统稳定, LADRC 只有 3 个可调节参数, 经验表明,  $b_0$  是影响系统稳定的一个重要参数, 调节  $b_0$  可使系统获得更好的性能. 从式 (3.15) 可以看出, 系统的闭环传递函数受到  $b$  与  $b_0$  的比值  $K_G$  的影响, 本文通过数值仿真程序给出  $K_G = 0.5, 1, 3, 5$  时,  $\omega_o$  与  $\omega_c$  的稳定域, 如图 5 所示. 结果显示,  $K_G$  增大时, 即  $b_0$  减小时,  $\omega_o - \omega_c$  平面稳定域将随之增大, 有利于参数的整定. 然而  $K_G$  其本身也有一定的稳定域, 并且  $K_G$  的选取对系统的动态性能也有很大的影响, 本文采用同样数值仿真方法给出不同的  $\omega_o - \omega_c$  组合下  $K_G$  的稳定域和频域指标中的相角裕量和带宽, 结果分别如图 6 和 7 所示.

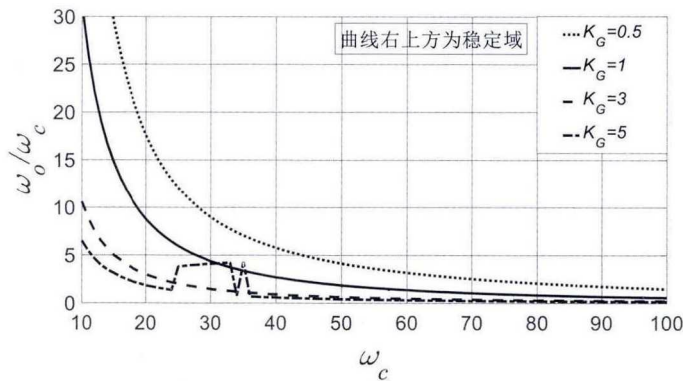


图 5  $\omega_o - \omega_c$  平面稳定域

(Figure 5 The stability domain of  $\omega_o - \omega_c$ )



图 6 的结果表明, 不同的  $\omega_o - \omega_c$  组合下,  $K_G$  均有一定的稳定域, 且  $K_G$  太大或太小时, 闭环系统往往是不稳定的. 图 7 的结果表明,  $K_G$  增大时 (即  $b_0$  减小), 系统的增益裕量和带宽先增大后减小, 对于本系统来说,  $K_G$  大致在 1-3 之间取值时能保证良好的动态性能. 综上所述,  $b_0$  的选择是一个稳定性与动态性能的权衡过程.

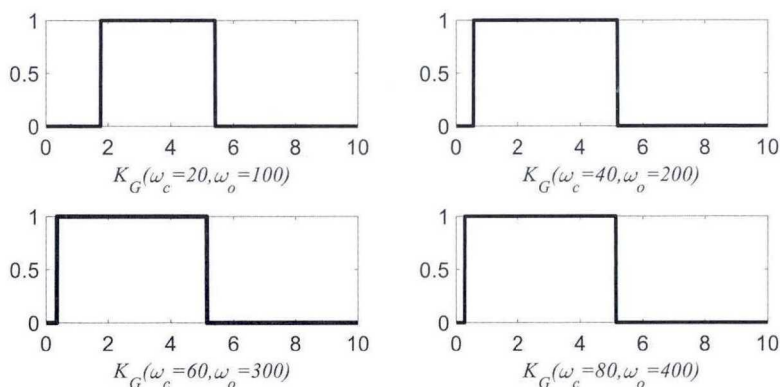


图 6 不同  $\omega_o - \omega_c$  组合下  $K_G$  稳定域

(Figure 6 The stability domain of  $K_G$  with different  $\omega_o - \omega_c$ )

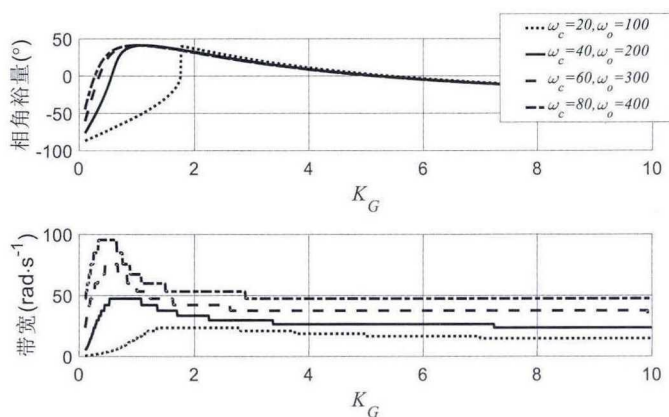


图 7 不同  $\omega_o - \omega_c$  组合下系统增益裕量和带宽的变化

(Figure 7 The change of gain margin and bandwidth with different  $\omega_o - \omega_c$ )

## 4.2 PD 控制器带宽 $\omega_c$

文献 [15] 说明 LESO 能实现系统状态变量和广义扰动的无差估计且收敛速度快, 因此可忽略  $z_3$  对  $x_3$  的估计误差, 则原系统可简化为一个双积分串联结构

$$\ddot{y} = u_0. \quad (4.1)$$

结合式 (3.3) 和式 (3.5) 可得系统的近似闭环传递函数为

$$\hat{G}_{cl}(s) = \frac{\omega_c^2}{(s + \omega_c)^2}. \quad (4.2)$$

式 (4.2) 对单位阶跃信号的响应为

$$Y(s) = \frac{\omega_c^2}{(s + \omega_c)^2} \frac{1}{s} = \frac{1}{s} - \frac{1}{s + \omega_c} - \frac{\omega_c}{(s + \omega_c)^2}. \quad (4.3)$$

对上式进行反拉氏变换, 可得

$$y(t) = 1 - (1 + \omega_c t) e^{-\omega_c t}. \quad (4.4)$$

由式 (4.4) 可以看出,  $y(t)$  单调上升无超调, 而调节时间  $t_s$  主要受参数  $\omega_c$  的影响, 因此 PD 控制器带宽的整定任务为选择合适  $\omega_c$ , 使系统获得满意的调节时间.

注 4.1 由于式 (4.2) 是忽略 LESO 估计误差得到的近似闭环传递函数, 没有考虑 LESO 收敛过程中的超调, 因此  $y(t)$  也未出现超调. 事实上, LESO 对状态变量和广义扰动的跟踪过程存在超调<sup>[15]</sup>, 上述超调现象是线性观测器的本质特征. 下文将提到, 适当增大  $\omega_c$  可增大系统的相角裕度, 可适当减小超调, 因此整定  $\omega_c$  时不考虑超调量是合理的.

由调节时间的定义, 有

$$|y(t_s - y(\infty))| = (1 + \omega_c t_s) e^{-\omega_c t_s} \leq \Delta\%. \quad (4.5)$$

通过求解以下超越方程可求得调节时间  $t_s$ .

$$(1 + \omega_c t_s) e^{-\omega_c t_s} = \Delta\%. \quad (4.6)$$

通过数值解法求得

$$\begin{cases} t_s = \frac{4.74}{\omega_c}, & \Delta = 2, \\ t_s = \frac{5.83}{\omega_c}, & \Delta = 5. \end{cases} \quad (4.7)$$

选择  $\Delta = 2$  并保留一定的裕量, 实际设计中可令<sup>[16]</sup>

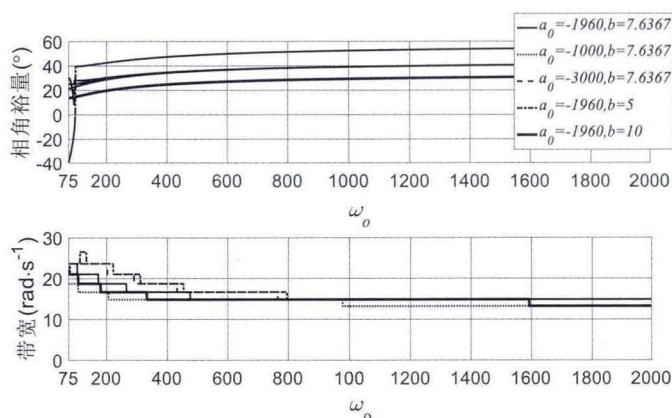
$$t_s = \frac{(8 - 10)}{\omega_c}. \quad (4.8)$$

选择预期的调节时间  $t_s$ , 通过上式可计算得 PD 控制器带宽  $\omega_c$ . 同时,  $\omega_c$  的选择要权衡系统的抗噪能力,  $\omega_c$  越大, 噪声传递函数的高频带增益随之增大, 系统的抗噪能力变差<sup>[15]</sup>.

### 4.3 观测器带宽 $\omega_o$

观测器带宽主要通过影响 LESO 的性能影响整个闭环系统的性能, 由图 4 中  $\omega_o - \omega_c$  稳定域可知, 在保证系统稳定的前提下,  $\omega_o$  有很大的选择余地, 然而仅仅保证系统的稳定是远远不够的, 下一步应该考虑如何调整观测器带宽使得闭环系统具有满意的性能. 本小节通过数值仿真给出不同的参数  $a_0$  和  $b$  组合下 (考虑模型参数不确定性和输入增益不确定性), 变化时系统的相角裕量和带宽, 结果如图 8 所示.

当  $\omega_o$  增大时, 系统的相角裕量增大, 带宽减小, 因此增大  $\omega_o$  可使输出的超调量减小, 但会使系统的响应速度变慢. 仔细观察可知, 当  $\omega_o$  大于 600 后, 相角裕量和带宽均不会出现明显的增大, 因此选取参数  $\omega_o$  时无需太大. 在输出被量测噪声污染时, 观测器带宽的选择还受到系统抗噪能力的约束. 综合分析可得, 对于本磁悬浮系统,  $\omega_o \approx 200$  时动态性能较好, 实际中不可避免会受到输出噪声的影响,  $\omega_o$  应比该值小.

图 8  $\omega_o$  变化时系统增益裕量和带宽的变化(Figure 8 The change of gain margin and bandwidth with different  $\omega_o$ )

#### 4.4 参数整定小结

LADRC 的补偿增益  $b$ 、带宽  $\omega_c$  和  $\omega_o$  对系统的稳定性、暂态性能、鲁棒性、抗干扰性能和输出噪声抑制能力等具有重要的影响, 调节参数时需要权衡各性能之间的关系. 根据以上分析, 结合仿真和实验过程中的经验, 本文提出以下参数配置方法

1) 选择  $b_0$  的调节初值. 对于线性化模型已知的被控对象, 根据其状态空间模型确定  $b_0$  的初值, 由于实际中控制输入增益存在不确定性, 为了调节方便, 一般选择  $b_0 < b$ . 如果难以建立被控对象的线性化模型, 可利用“时间尺度”模型辨识方法初步选取  $b_0$ ;

2) 选择  $\omega_c$  和  $\omega_o$  调节初值. 根据实际要求选择调节时间  $t_s$ , 由式 (4.8) 计算  $\omega_c$  的调节初值, 并令  $\omega_o = (5 - 10)\omega_c$ ;

3) 保持  $\omega_o$  不变, 上下小范围调节  $\omega_c$ , 直至系统稳定, 如果系统不能稳定, 说明此时  $\omega_c$  的范围不在稳定域内, 则可按相同的比例同时减小或增大  $\omega_c$  和  $\omega_o$ , 再在新的基础上适当调节  $\omega_c$ ;

4) 保持  $\omega_c$  不变, 逐渐减小  $\omega_o$ , 在保证系统稳定性的前提下, 权衡暂态性能、噪声抑制能力之间的关系, 选择合适的  $\omega_o$ . 由前文分析可知,  $\omega_o$  过大对于系统性能的提高影响不大, 因此只要能够保证系统的性能, 实际中  $\omega_o$  应选择较小的值, 如因输出噪声影响无法取得满意的控制的效果时, 可在 LESO 前置滤波器, 再转到 2);

5) 如果无论怎样调节  $\omega_c$  和  $\omega_o$  都无法使系统稳定或调节过程中系统的动态过程出现较大的抖动, 可从  $b_0$  的初值开始逐渐增大, 直至系统稳定且暂态性能良好. 反复调节 3 个参数, 权衡各性能之间的关系, 选取一组最佳的参数.

本文对阶跃响应的调节时间和超调量的期望指标分别为 0.5s 和 20%, 参考以上参数整定的步骤, 经过反复的试凑, 得到下文中仿真和实验过程中采用的 LADRC 参数分别为

$$\begin{cases} b_0 = 2.75, & \omega_c = 20, & \omega_o = 200; \\ b_0 = 5.65, & \omega_c = 20, & \omega_o = 100. \end{cases} \quad (4.9)$$

注 4.2 观察式 (4.9), 仿真和实验过程的控制器参数采用了同样的  $\omega_c$ , 说明上文对  $\omega_c$  的整定非常有效. 两者的  $b_0$  和  $\omega_o$  取值不同, 说明实际中输入增益存在很大不确定性, 仿真过程

中按照线性模型选择的  $b_0$  在实际中不一定适用, 需要根据实际情况加以调节; 本文采用的磁悬浮球系统未对系统输出滤波, 噪声污染较为严重, 因此实际中选取的观测器带宽要小于仿真值.

## 5 仿真与实验

### 5.1 仿真研究

为了与 LADRC 的控制效果进行对比, 本文还设计了 PID 控制器, 采用误差信号的 ITAE<sup>[17]</sup> 指标对 PID 控制器的参数进行优化, 得到指标 ITAE 最优时 PID 控制器的参数为

$$K_p = 1000, \quad K_i = 5000, \quad K_d = 45. \quad (5.1)$$

仿真验证分为以下几个步骤

- 1) 钢球位置对幅值为 0.01m 的阶跃信号的跟踪, 模拟平衡位置处的稳定控制, 5s 时在控制输入端加入幅值为 1V, 持续 1s 的脉冲扰动;
- 2) 跟踪幅值为 0.005m, 频率为 1rad/s 的正弦信号;
- 3) 钢球质量变为原来的 1.5 倍时, 跟踪幅值为 0.005m, 频率为 1rad/s 的正弦信号;

仿真结果分别如图 9 和图 10 所示, 每幅图中 (a)–(c) 分别为步骤 1)–3) 的结果, (d) 为截取图 (b) 中 2s–4s 的结果.

仿真结果表明, PID 控制器和 LADRC 均能满足本文对调节时间和超调量的期望, 并且在钢球质量发生变化时均能很好地跟踪正弦信号, 说明两种控制器对本文的磁悬浮球系统均有较好的控制效果. 仔细观察仿真结果可得 LADRC 的优势在于: (a) 虽然采用 PID 控制器时阶跃响应上升时间较小, 但调节时间要稍长于后者, 仿真中发现采用 PID 控制器时, 阶跃初始时刻的控制量远大于 LADRC, 实际中必须对控制量进行限幅以防止控制量的突变损坏执行器, 而采用 LADRC 则不需要此步骤; (b) 控制输入端出现脉冲扰动时, 采用 LADRC 时系统输出几乎不发生变化, 比 PID 控制器具有更好的抑制输入端扰动的效果; (c) 从跟踪正弦信号的结果中可以看出, 采用 PID 控制器时系统输出有一定的相位滞后, 而采用 LADRC 可使得系统输出几乎无差跟踪正弦信号.

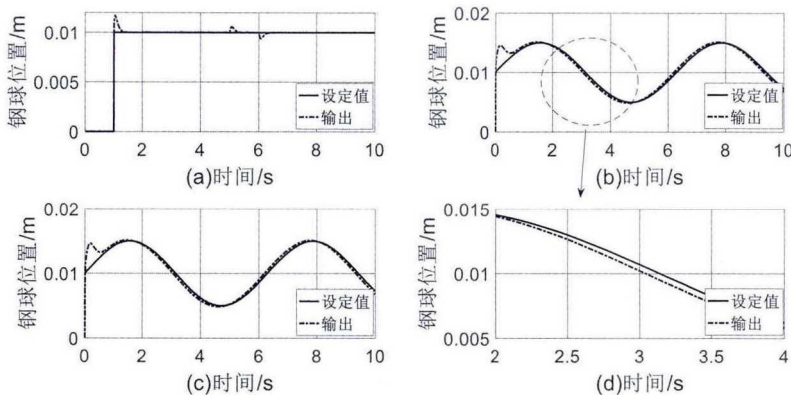


图 9 PID 磁悬浮球位置输出仿真图

(Figure 9 Magnetic suspension ball's position output of PID)

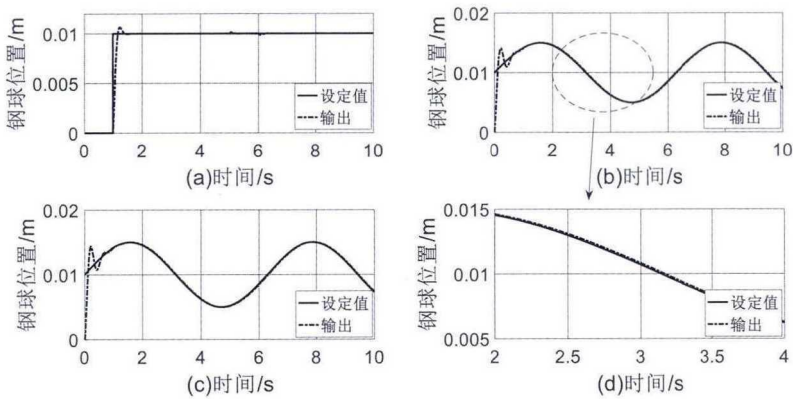


图 10 LADRC 磁悬浮球位置输出仿真图  
(Figure 10 Magnetic suspension ball's simulation position output of LADRC)

5.2 实验研究

实际中经过不断的试凑,最后选定的一组最佳的PID 控制器参数为

$$K_p = 200, \quad K_i = 833.3, \quad K_d = 6.67. \tag{5.2}$$

实验验证步骤参考仿真过程,步骤 1) 中钢球初始放置位置就在平衡点附近,故不再进行阶跃信号的跟踪,且由于实际设备的限制,实际中只能在 5s 时在控制输入端加入幅值为 0.125V,持续 1s 的脉冲扰动;步骤 2) 中由于实际中钢球工作范围的限制,正弦信号幅值为 0.001m;步骤 3) 中在钢球两端吸附 4 块磁铁以改变钢球的质量,其余验证步骤均不变,实验结果如图 11 和 12 所示.

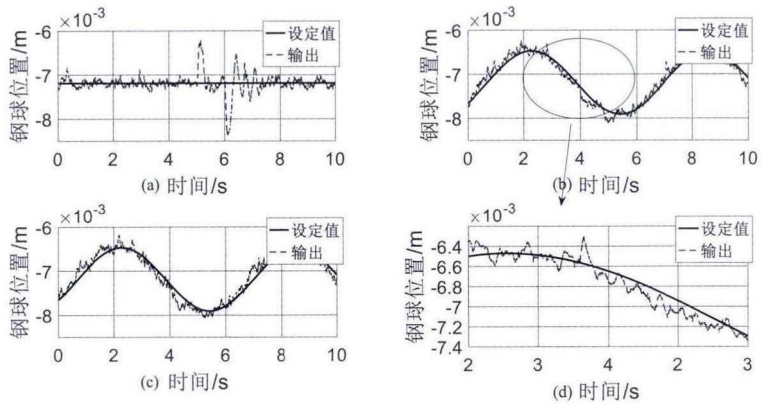


图 11 PID 磁悬浮球位置输出实验图  
(Figure 11 Magnetic suspension ball's experimental position output of PID)

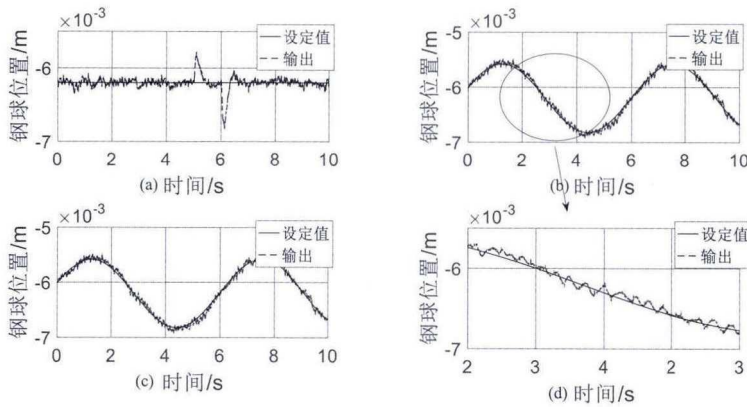


图 12 LADRC 磁悬浮球位置输出实验图

(Figure 12 Magnetic suspension ball's experimental position output of LADRC)

实验结果表明, PID 控制器和 LADRC 控制器在磁悬浮球系统的实际控制中均能取得良好的控制效果, 与仿真结果相似, 当控制输入端出现脉冲扰动时, 采用 LADRC 时, 系统输出波动较小且收敛速度较快, 不会出现剧烈的抖动; 观察图 11 的 (d), 实际控制中, 采用 PID 控制器时, 系统输出也存一定的相位滞后, 而采用 LADRC 时不存在相位滞后。

实际环境中不可避免会存在风力等干扰, 钢球易产生横向的抖动, 钢球的位置是通过激光传感器来获得的, 一旦球的位置产生了横向的偏移, 则通过激光传感器获得的位置信号就会产生误差, 从而使得图 11 和 12 中的系统输出存在噪声污染的现象。图 13 给出了采用两种控制器时, 系统输出与设定值之间的偏差。结果表明, 采用 LADRC 时, 系统输出与设定值之间的偏差抖动幅度较小, 对输出噪声有更好的抑制能力。

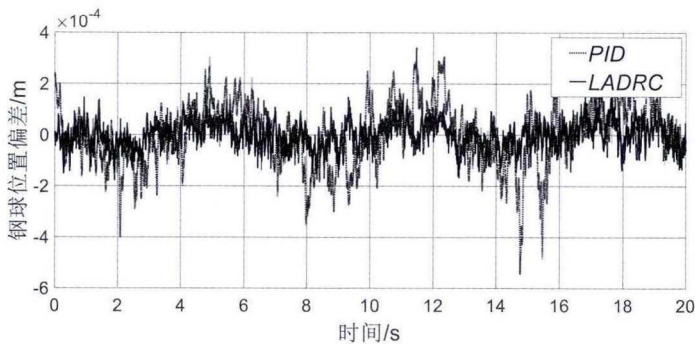


图 13 PID 与 LADRC 钢球位置输出偏差对比图

(Figure 13 Steel ball's position output deviation comparison of PID and LADRC)

## 6 结 论

本文首先通过机理建模法得到磁悬浮球系统的数学模型, 分析了此系统的非线性、开环不稳定性、模型不确定性和外部扰动不确定性等特点, 对这类系统设计一种简单又不完全依赖系统的精确模型、鲁棒性和适应性强的控制器是一个难题。本文将线性自抗扰控制



方法应用于磁悬浮球的实际控制中, 仿真和实验结果表明 LADRC 在控制性能上比 PID 控制器有更好的优越性. 此外, 本文还利用传递函数的方法, 探讨了系统动态特性与控制参数之间的关系, 提出一套参数整定的方法并把该参数整定的方法成功应用到磁悬浮球系统控制中, 该方法具有很强的指导意义, 可降低参数整定对经验的依赖.

线性自抗扰控制本质是在扩张状态观测器对不确定系统反馈线性化的基础上设计了 PD 反馈控制控制律, 形式较为简单. 进一步, 可在反馈线性化基础上应用其他先进控制方法, 比如极点配置、 $H_\infty$  控制等具有重要的研究意义, 可进一步提高磁悬浮系统的控制性能.

### 参 考 文 献

- [1] Zheng S, Han B, Guo L. Composite hierarchical antidisturbance control for magnetic bearing system subject to multiple external disturbances. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2014, **61**(12): 7004–7012.
- [2] Lee H W, Kim K C, Ju L. Review of maglev train technologies. *IEEE Transactions on Magnetics*, 2006, **42**(7): 1917–1925.
- [3] Weireld G D, Frre M, Jadot R. Automated determination of high-temperature and high-pressure gas adsorption isotherms using a magnetic suspension balance. *Measurement Science & Technology*, 2006, **42**(7): 117–126.
- [4] 曹建荣, 虞烈, 谢友柏. 磁悬浮电动机的状态反馈线性化控制. 中国电机工程学报, 2001, **21**(9): 22–26.  
(Cao J R, Yu L, Xie Y B. Dynamic feedback linearization control for induction-type bearingless motor. *Proceedings of the Chin. Soc. for Elec. Eng.*, 2001, **21**(9): 22–26.)
- [5] 张占军, 林小玲. 磁悬浮系统控制器的分析设计. 机电工程, 2007, **24**(1): 19–21.  
(Zhang Z J, Lin X L. The analysis and design of the controller of magnetic levitation ball system. *Mechanical & Electrical Engineering Magazine*, 2007, **24**(1): 19–21.)
- [6] 汤洁, 李训铭. 单自由度磁悬浮系统的状态反馈控制. 计算机测量与控制, 2005, **13**(5): 472–473.  
(Tang J, Li X M. States feedback control of single-degree-freedom magnetism suspension system. *Computer Measurement & Control*, 2005, **13**(5): 472–473.)
- [7] 孟范伟, 何朕, 王毅, 等. 磁悬浮系统的  $H_\infty$  状态反馈控制. 电机与控制学报, 2009, **13**(2): 282–286.  
(Meng F W, He Z, Wang Y, et al.  $H_\infty$  state feedback design of an electronic magnetic suspension system. *Electric Machines and Control*, 2009, **13**(2): 282–286.)
- [8] Li X, Yu W. Neural sliding mode control for magnetic levitation systems. IEEE International Conference on Control Applications, 2010, 615–619.
- [9] 曹广忠. 磁悬浮系统控制算法及实现. 北京: 清华大学出版社, 2013.  
(Cao G Z. Control Algorithms and Their Realization in the Magnetic Levitation Systems. Beijing: Tsinghua University Press, 2013.)
- [10] Beltran Carbajal F, Valderrabano Gonzalez A, Favela Contreras A R, et al. Active disturbance rejection control of a magnetic suspension system. *Asian Journal of Control*, 2015, **17**(3): 842–854.
- [11] 何凌云. 磁悬浮系统的自抗扰控制. 硕士论文. 国防科学技术大学, 安徽, 2006.  
(He L Y. Active disturbance rejection control for magnetic levitation systems. Master Thesis. National University of Defense Technology, Anhui, 2006.)
- [12] 韩京清. 自抗扰控制器及其应用. 控制与决策, 1998, (1): 19–23.  
(Han J Q. Active Disturbance Rejection Controller and its Application. *Control and Decision*, 1998, (1): 19–23.)

- [13] Gao Z. Scaling and Bandwidth-Parameterization based Controller Tuning. Proceedings of the American Control Conference, 2003, 4989–4996.
- [14] Ogata K, 卢伯英, 于海勋. 现代控制工程 (第三版). 北京: 电子工业出版社, 2000.  
(Ogata K, Lu B Y, Yu H X. Modern Control Engineering (Third Edition). Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2000.)
- [15] 袁东, 马晓军, 曾庆含, 等. 二阶系统线性自抗扰控制器频带特性与参数配置研究. 控制理论与应用, 2013, **30**(12): 1630–1640.  
(Yuan D, Ma X J, Zeng Q H, et al. Research on frequency-band characteristics and parameters configuration of linear active disturbance rejection control for second-order systems. *Control Theory & Applications*, 2013, **30**(12): 1630–1640.)
- [16] 陈星. 自抗扰控制器参数整定方法及其在热工过程中的应用. 硕士论文. 清华大学, 北京, 2008.  
(Chen X. Active Disturbance rejection controller tuning and its applications to thermal processes. Master Thesis. Tsinghua University, Beijing, 2008.)
- [17] 徐峰, 李东海, 薛亚丽. 基于 ITAE 指标的 PID 参数整定方法比较研究. 中国电机工程学报, 2003, **23**(8): 206–210.  
(Xu F, Li D H, Xue Y L. Comparing and optimum seeking of PID tuning methods based on ITAE index. *Proceedings of the Chin. Soc. for Elec. Eng.*, 2003, **23**(8): 206–210.)