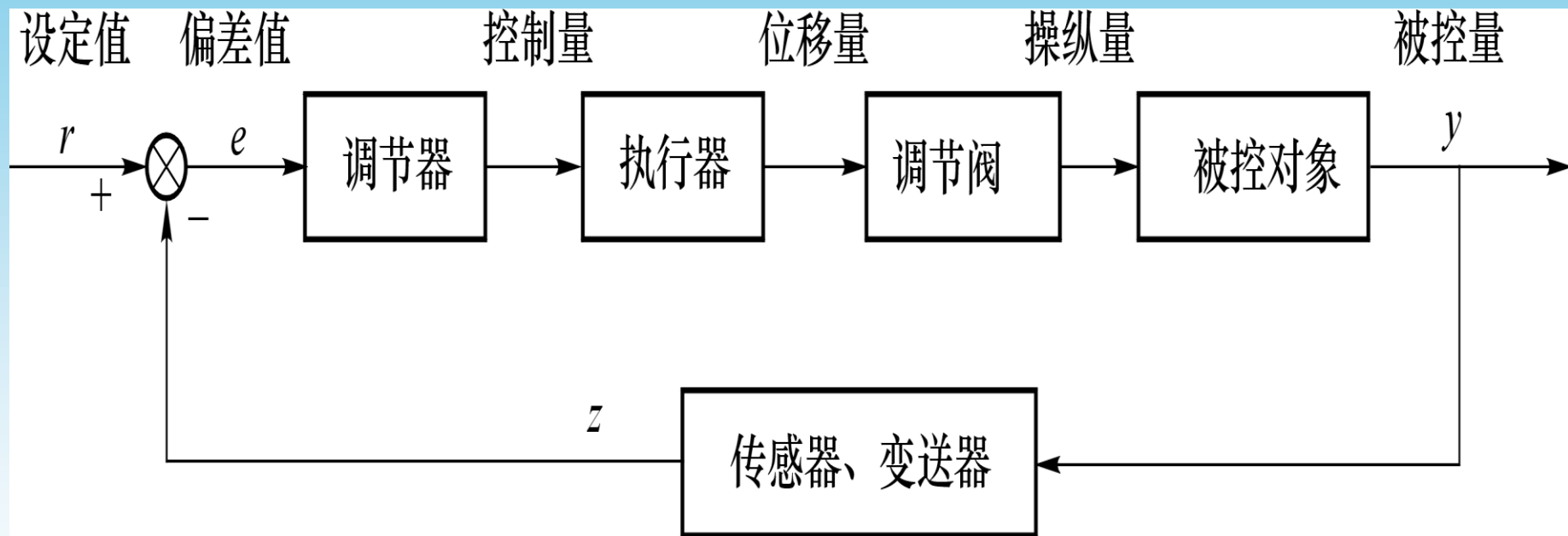




2 生产过程的动态特性

东北大学秦皇岛分校

生产过程的动态特性



生产过程的动态特性

- ❖ **被控对象的动态特性:** 扰动输入, 引起的被控对象输出的变化, 在时域或频域上, 用微分方程或者传递函数表示。
- ❖ **被控对象:** 一般指工业生产中的各种装置和设备, 比如说: 换热器、工业窑炉、蒸汽锅炉、蒸馏塔、反应器等。被调量通常是指温度、压力、液位、成分以及转速等等。

生产过程的动态特性

- ❖ 被控对象慢过程：被调量的变化十分缓慢，
变化的时间尺度以若干
分钟或者是若干小时来计。
- ❖ 被控对象特点：
（1）过程缓慢；（2）不振荡（3）有较大延迟（4）
有非线性和分布参数的特性

生产过程的动态特性

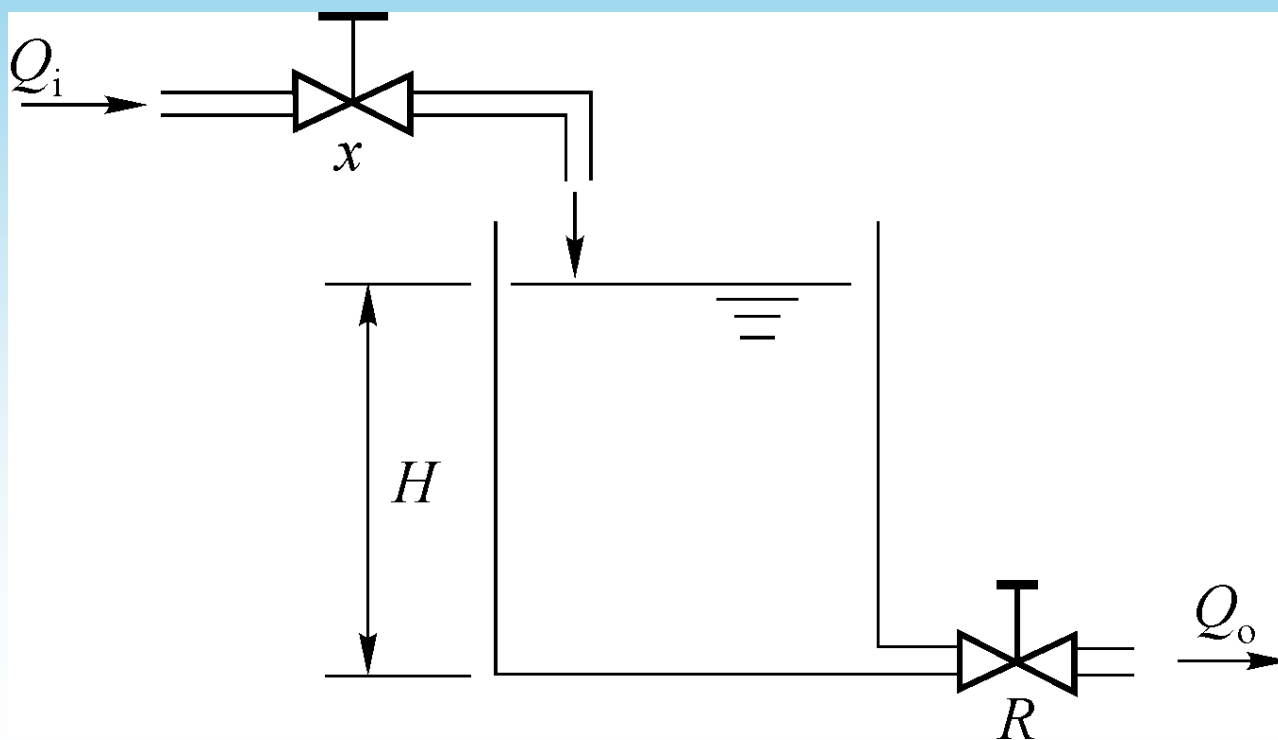
2.1 单容过程的动态特性

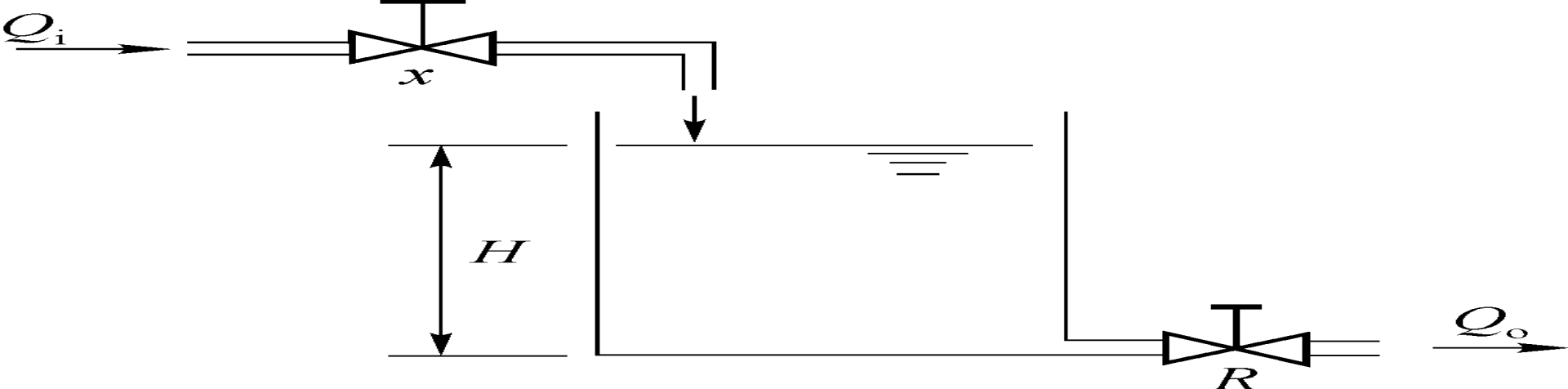
- ❖ 单容过程，是指只有一个贮蓄容量的过程。单容过程。
- ❖ 单容过程典型例子：单容水槽的液位控制过程。
- ❖ 如图：2-1。

生产过程的动态特性

2.1.1 无纯延迟单容过程

•例：简单的单容水槽液位控制过程





❖ 稳态时: $Q_0 = Q_i$; 液位 h 保持不变;

❖ $Q_i > Q_0$ 时, 液位上升;

$$\diamond \quad Q_i - Q_0 = A(dh/dt) \quad (2-1)$$

❖ 物料平衡方程:

$$\diamond \quad dh/dt = (Q_i - Q_0)/A \quad (2-2)$$

$$\diamond \quad Q_i = k_x x \quad (2-3)$$

$$\diamond \quad Q_0 = k\sqrt{h} \quad (2-4)$$

生产过程的动态特性

$$\diamond dh/dt = (k_x x - k\sqrt{h})/A \quad (2-5)$$

◇ 令

$$\diamond \Delta h = h - h_0$$

$$\diamond \Delta Q_i = Q_{i1} - Q_{i0}$$

$$\diamond \Delta Q_o = Q_{o1} - Q_{o0}$$

◇ 将前述物料平衡方程写成增量形式：

$$\diamond d\Delta h/dt = (\Delta Q_i - \Delta Q_o)/A \quad (2-6)$$

生产过程的动态特性

- ❖ 显然: $Q_i = k_x x \rightarrow \Delta Q_i = k_x \Delta x$
- ❖ $Q_o = k \sqrt{h}$ 不能推出: ΔQ_o
- ❖ $\Delta Q_o = Q_o - Q_{o0}$
- ❖ $= k \sqrt{h_1} - k \sqrt{h_0}$
- ❖ $= k(\sqrt{h_1} - \sqrt{h_0})$
- ❖ 由: $\Delta h = h_1 - h_0$
- ❖ ΔQ_o 和 Δh 的关系便可得到:

生产过程的动态特性

$$\begin{aligned}\frac{\Delta Q_o}{\Delta h} &= \frac{k(\sqrt{h_1} - \sqrt{h_0})}{h_1 - h_0} \\ &= \frac{k}{\sqrt{h_1} + \sqrt{h_0}}\end{aligned}$$

近似认为 $h_1=h_0$

$$\frac{\Delta Q_o}{\Delta h} = \frac{k}{2\sqrt{h_0}}$$

生产过程的动态特性

$$\Delta Q_o = \frac{k}{2\sqrt{h_0}} \Delta h$$
$$\Delta Q_i = k_x \Delta x$$

2-7

❖ 代入2-6得到物料平衡方程的增量形式:

生产过程的动态特性

$$\frac{d\Delta h}{dt} = \frac{1}{A} (k_x \Delta x - \frac{k}{2\sqrt{h_0}} \Delta h) \Rightarrow$$

$$(\frac{2\sqrt{h_0}}{k} A) \frac{d\Delta h}{dt} + \Delta h = (k_x \frac{2\sqrt{h_0}}{k}) \Delta x \quad \diamond (2-8)$$

$$\diamond \text{令: } R = \frac{2\sqrt{h_0}}{k}$$

❖ 称之为阀门对流体的阻力，简称流阻。

生产过程的动态特性

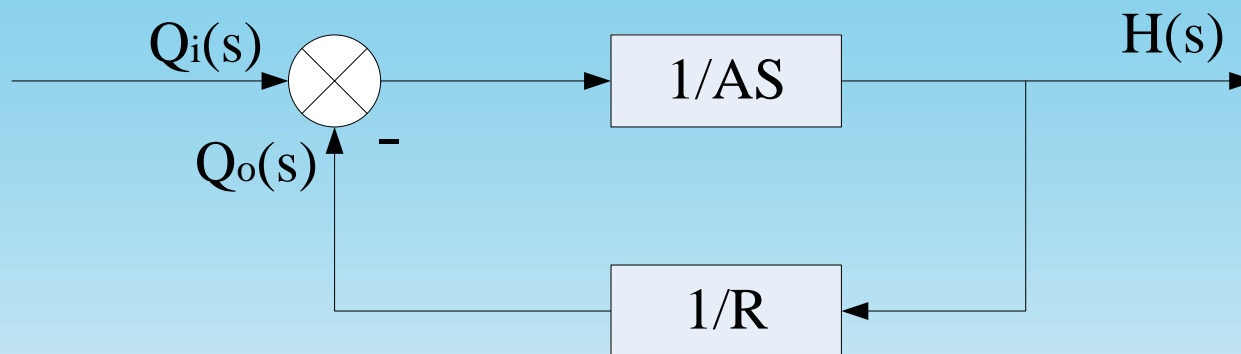
$$(RA) \frac{d\Delta h}{dt} + \Delta h = (k_x R) \Delta x \quad (2-9)$$

由式 (2-9) 可有:

$$A \frac{d\Delta h}{dt} + \frac{1}{R} \Delta h = k_x \Delta x = \Delta Q_i \quad (2-10)$$

$$Q_i(s) - \frac{1}{R} H(s) = AsH(s) \quad (2-11)$$

生产过程的动态特性



系统过程方框图

$$G(s) = \frac{H(s)}{Q_i(s)} = \frac{R}{ARs + 1}$$

生产过程的动态特性

$$(RA) \frac{d\Delta h}{dt} + \Delta h = (k_x R) \Delta x \quad (2-9)$$

$$(RA) \frac{dh}{dt} + h = (k_x R) x \quad (2-12)$$

$$T \frac{dh}{dt} + h = Kx \quad (2-13)$$

生产过程的动态特性

$$T \frac{dh}{dt} + h = Kx$$

- ❖ T ——对象的时间常数， $T=RA$;
- ❖ K ——对象的静态增益。 $K=K_x R$;
- ❖ 拉氏变换后得

- ❖
$$\frac{H(s)}{X(s)} = \frac{K}{Ts + 1}$$

- ❖ 对于阶跃输入，有 $\Delta h = K \Delta x (1 - e^{-t/T})$
- ❖ 当 $T=t$ 时，则有 $\Delta h = K \Delta x (1 - e^{-1}) = 0.632 K \Delta x$

生产过程的动态特性

$$\frac{H(s)}{X(s)} = \frac{K}{Ts + 1}$$

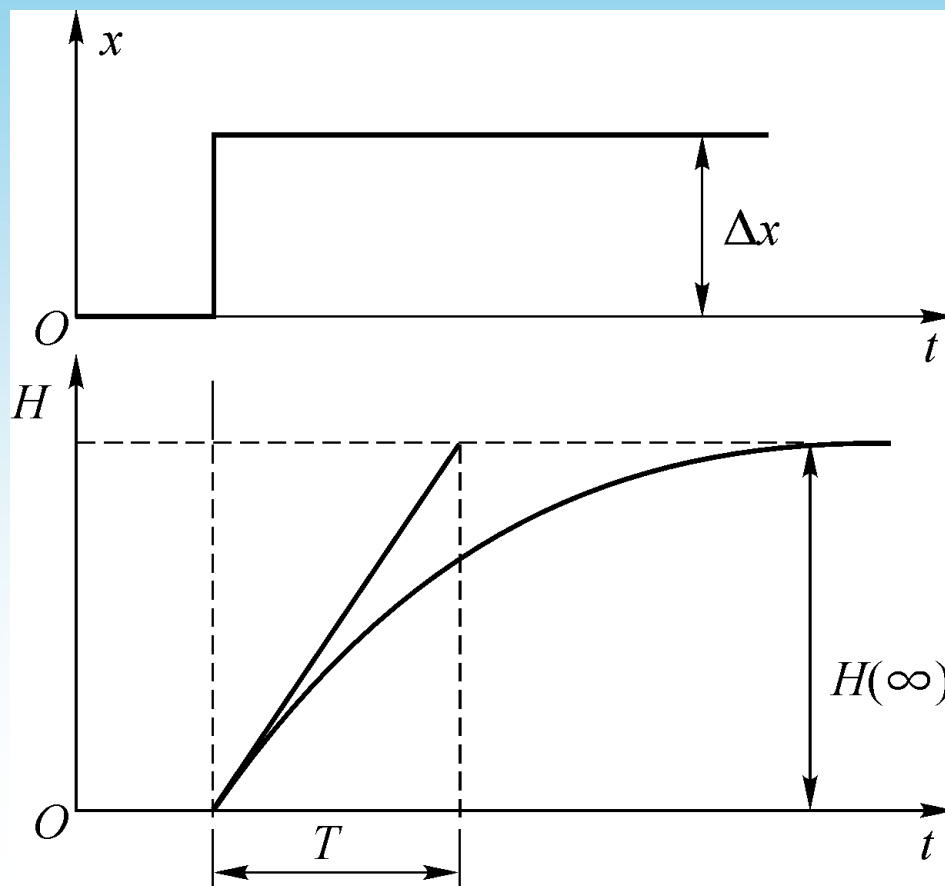
$$(RA) \frac{dh}{dt} + h = (k_x R)x$$

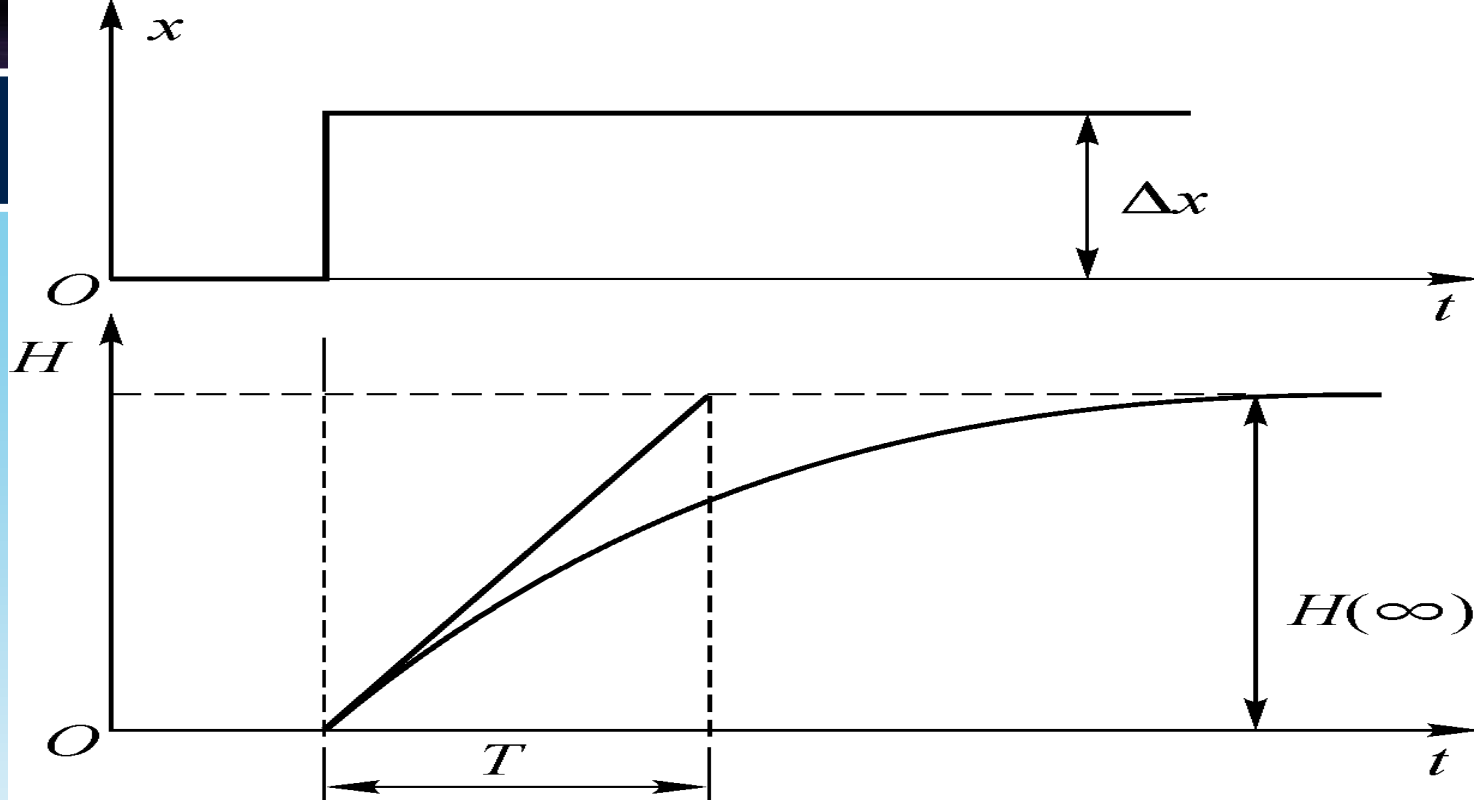
$$T \frac{dh}{dt} + h = Kx$$

$$R = \Delta h / \Delta Q_o$$

生产过程的动态特性

- ❖ 这就是单容对象的阶跃响应，其曲线如图所示，对象的特性与静态增益 K 和时间常数 T 有关。





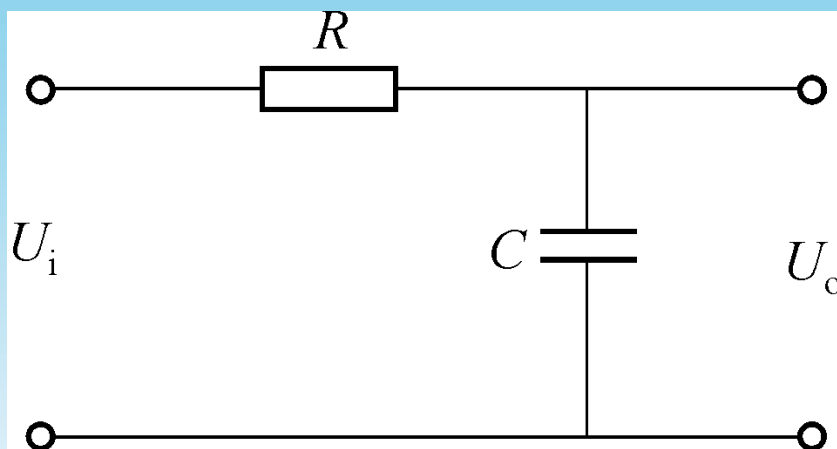
❖ 静态增益：对象输出量变化的新稳定值与输入值变化之比。

$$K = \frac{\Delta h(\infty)}{\Delta x} \quad (2-15)$$

❖ 时间常数：被控量保持起始速度不变，而达到稳定值所需的时间。

生产过程的动态特性

2.1.2 容量、阻力与纯延迟



2-4

水容

$$C = A$$

水阻

$$R = \frac{2\sqrt{h_0}}{h}$$

时间常数

$$T = \frac{2\sqrt{h_0}}{k} A = R_{\text{水}} C_{\text{水}}$$

$$R = \frac{u}{i}$$

$$C = i \frac{du}{dt}$$

$$T = RC$$

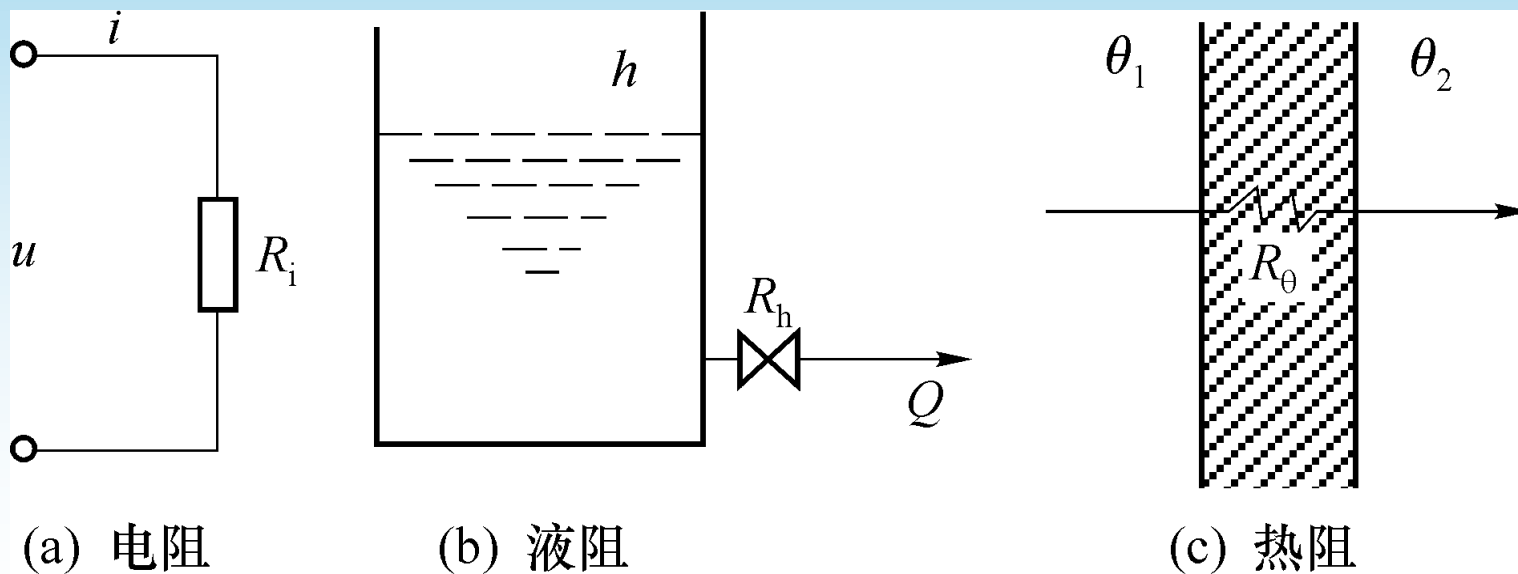
生产过程的动态特性

❖ 时间常数是由容量与阻力决定的动态参数。

❖ 1. 阻力R

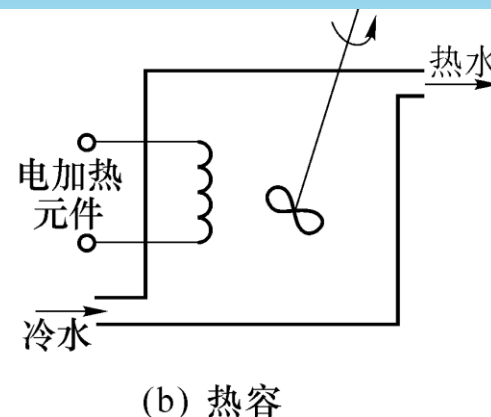
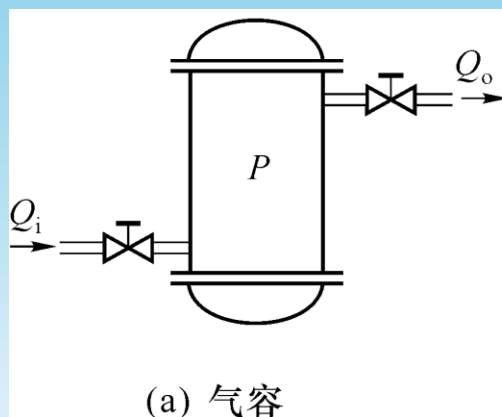
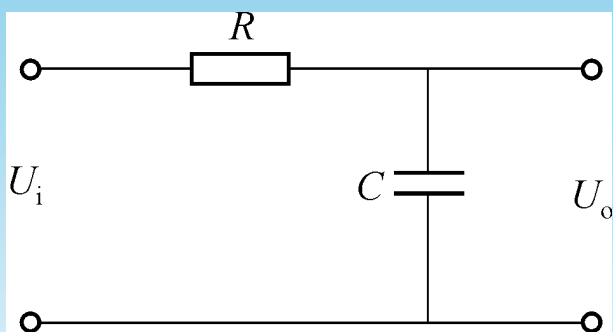
图2-5 几种不同形式的阻力

a) 电阻 b) 液阻 c) 热阻



生产过程的动态特性

❖ 2. 容量C：引起被控量单位变化时对象贮存量变化的大小。



电容：被控量为电容两端电压，贮存量为电荷； $C=dq/duo$

气容：被控量为气体绝对压力，贮存量为容器内贮存气体的重量； $C=dw/dp$

热容：被控量为温度，贮存量为热流量； $C=dQ/d\theta$

液容：被控量为流量，贮存量为体积。 $C=dV/dQ$ ，容器的断面积

生产过程的动态特性

❖ 容量C与过控系统传递函数关系:

❖ 电容: 被控量为输出电压 u_o ; 控制量为输入电流 i 。

$$u_o = \frac{1}{C} \int_0^t i(t) dt$$

$$\frac{du_o(t)}{dt} = \frac{1}{C} i(t)$$

$$sU_o(s) = \frac{1}{C} I(s)$$

$$G(s) = \frac{U_o(s)}{I(s)} = \frac{1}{Cs}$$

生产过程的动态特性

- ❖ 同理：对于气容被控量为：绝对压力**P**，控制量为气体流量。

$$G(s) = \frac{P(s)}{Q(s)} = \frac{RT}{V_0 s} = \frac{1}{C_g s}$$

- ❖ 热容：被控量为温度，控制量为热流量。

$$G(s) = \frac{\theta(s)}{Q(s)} = \frac{1}{C_\theta s}$$

- ❖ 液容：被控量为液位**h**，控制量为流量。

$$G(s) = \frac{H(s)}{Q(s)} = \frac{1}{As}$$

生产过程的动态特性

❖ 3. 纯延迟

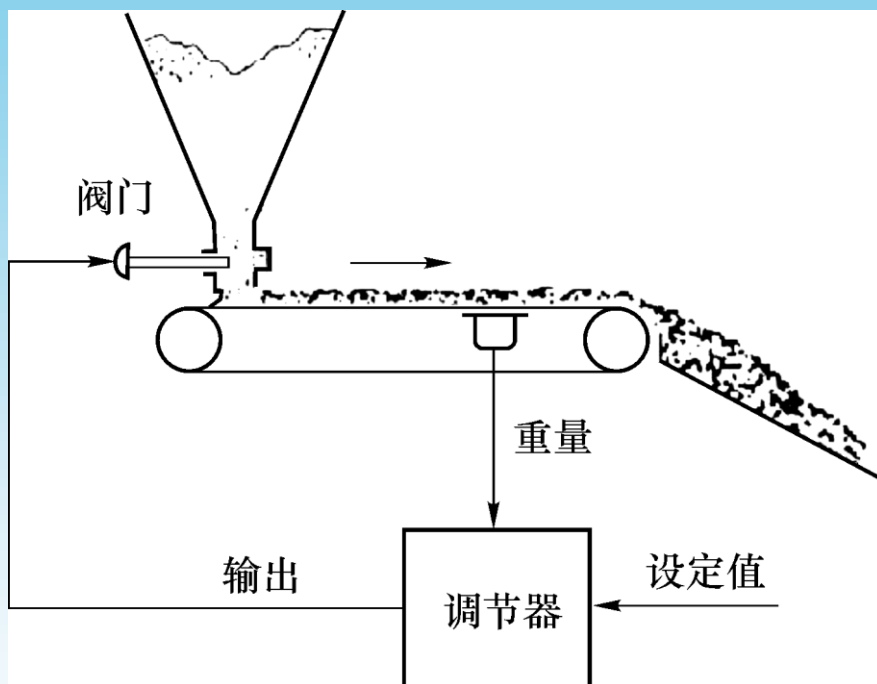


图2-7 传送带输送物料的重量控制系统

生产过程的动态特性

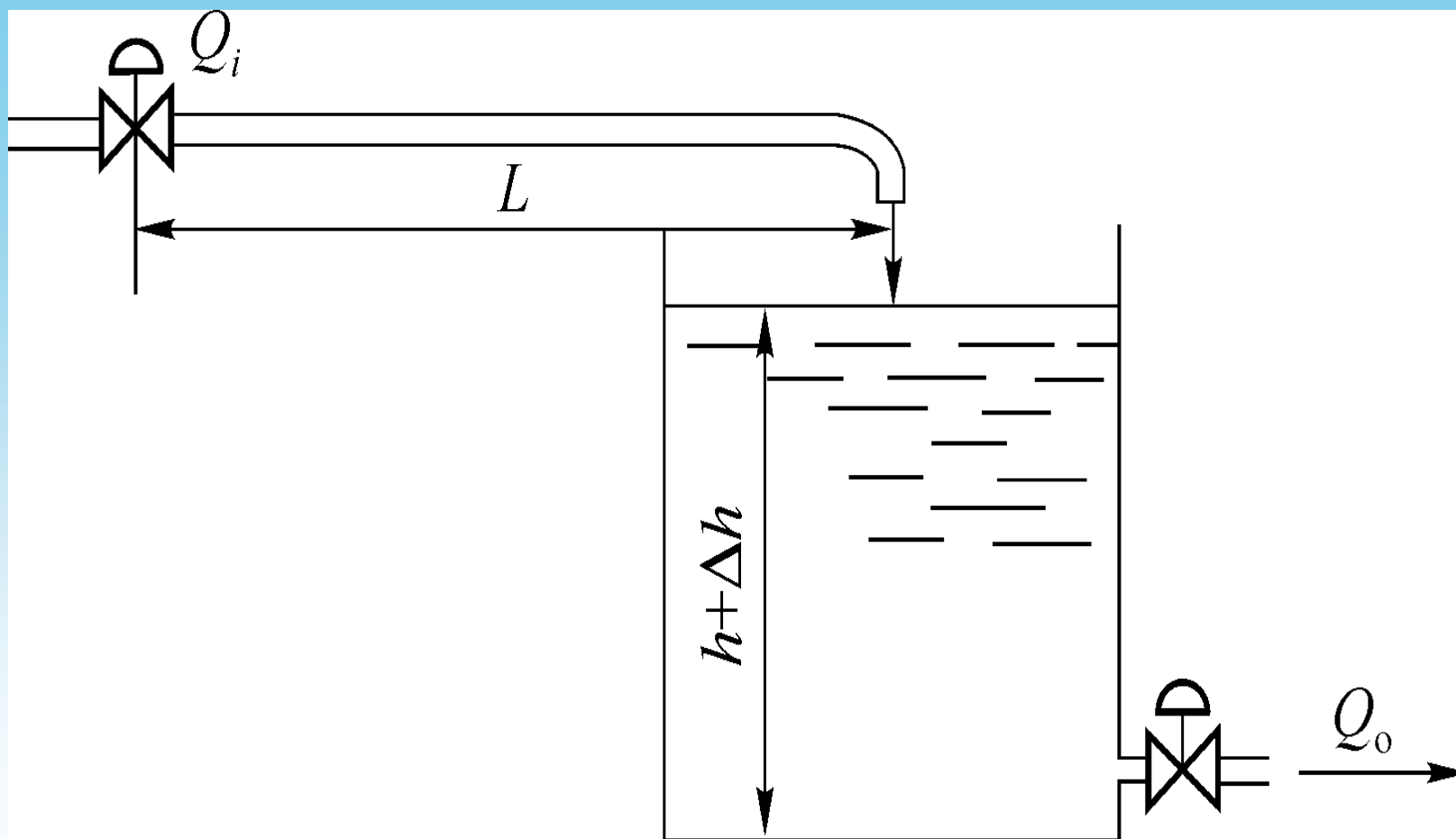


图2-8 有纯滞后单容对象

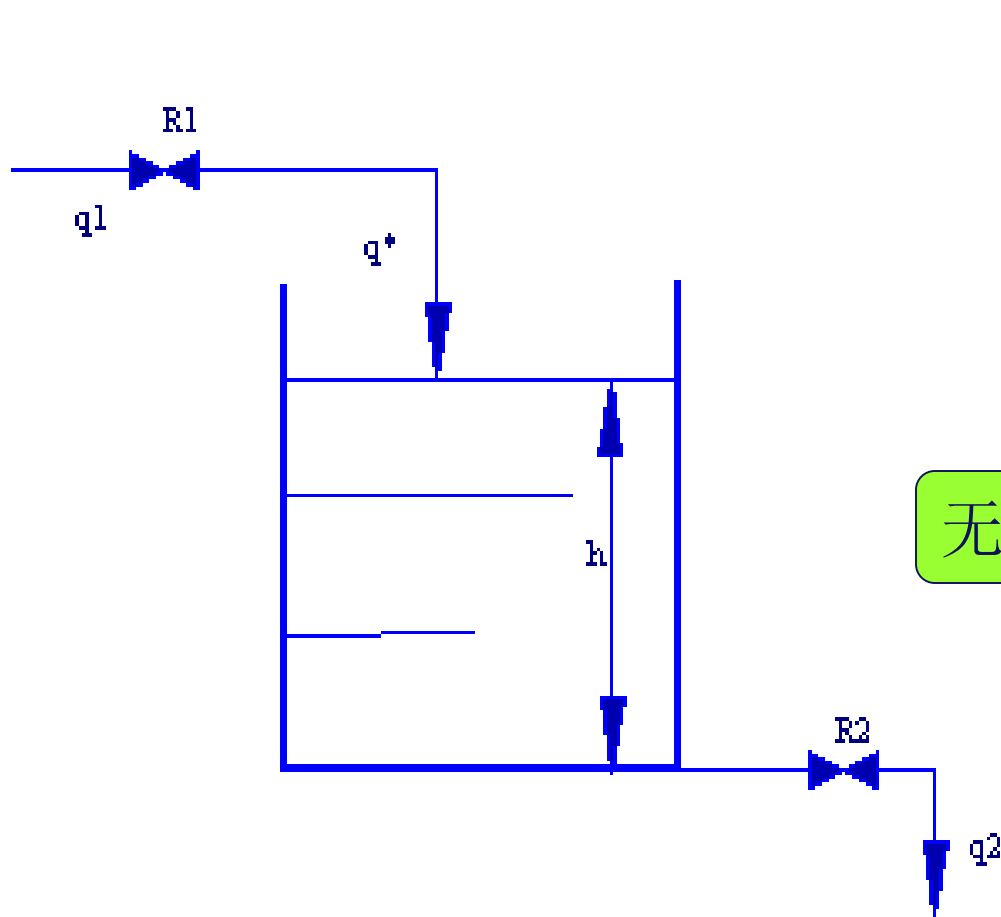
生产过程的动态特性

❖ 具有纯延迟单容对象的微分方程通常表示为

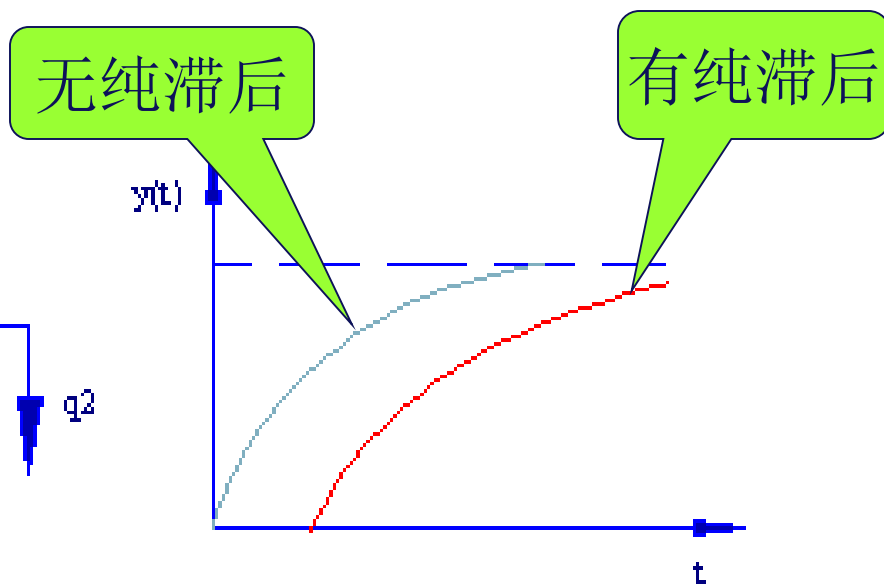
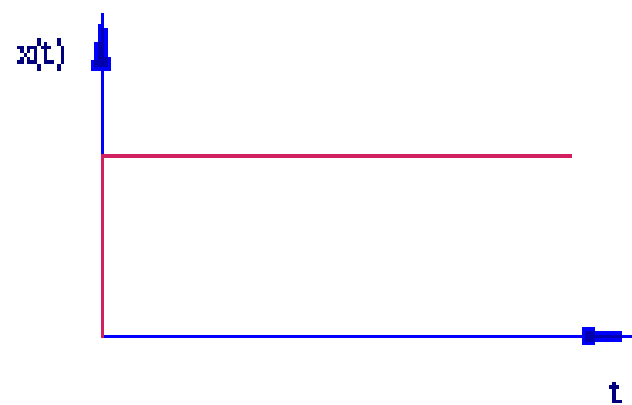
$$T \frac{d\Delta h}{dt} + \Delta h = K \Delta x(t - \tau_0)$$

❖ 其传递函数为

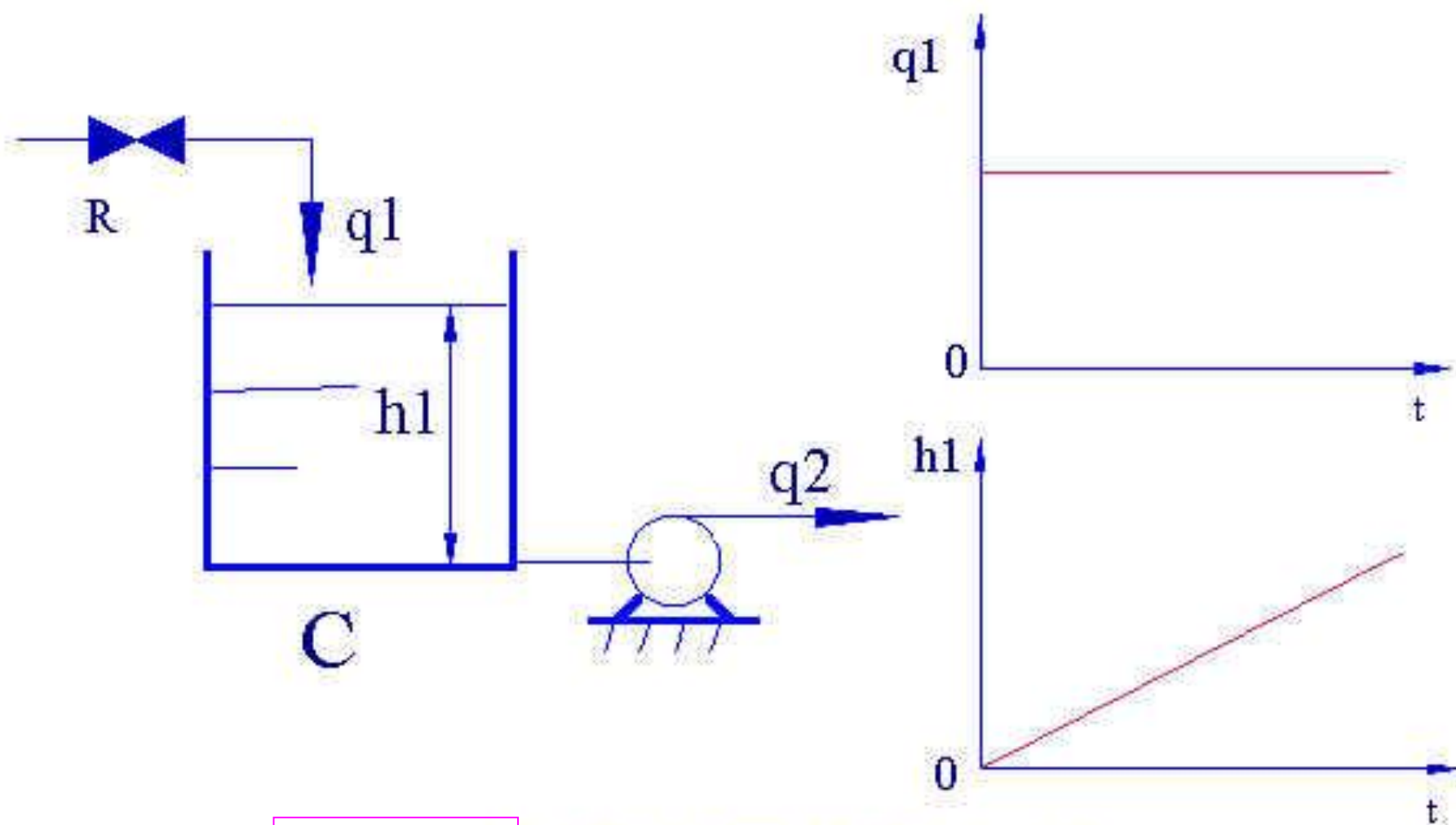
$$G(s) = \frac{K}{Ts + 1} e^{-\tau_0 s}$$



a) 液位过程



b) 阶跃响应



图

单容过程及其响应

生产过程的动态特性

无自衡过程(图2-8)下, 故

$$C \frac{d\Delta h}{dt} = \Delta q_1$$

对象微分方程:

$$C \frac{d\Delta h}{dt} = \Delta Q_1 = K_x \Delta x,$$

$$CsH(s) = Q_1(s) = k_x X(s)$$

生产过程的动态特性

$$\text{传递函数 } W(s) = \frac{H(s)}{x(s)} = \frac{K_x}{Cs} = \frac{\varepsilon}{s} = \frac{1}{T_a s}$$

$$\varepsilon = \frac{K_x}{C} = \frac{dh/dt}{\Delta x}, \text{对象的响应速度 (飞升速度)}$$

$$\text{所以, } \frac{d\Delta h}{dt} = \frac{K_x}{C} \Delta x = \varepsilon \Delta x$$

单位阶跃扰动下被控量的变化速度

$$T_a = \frac{1}{\varepsilon} = \frac{C}{K_x}, \text{对象的积分时间常数 (响应时间)}$$

生产过程的动态特性

对象具有纯滞后时

$$W(s) = \frac{H(s)}{X(s)} = \frac{\varepsilon}{s} = \frac{1}{T_a s} e^{-\tau_0 s}$$

生产过程的动态特性

2.2 多容过程的动态特性

❖ 例：换热器是较有代表性的多容对象

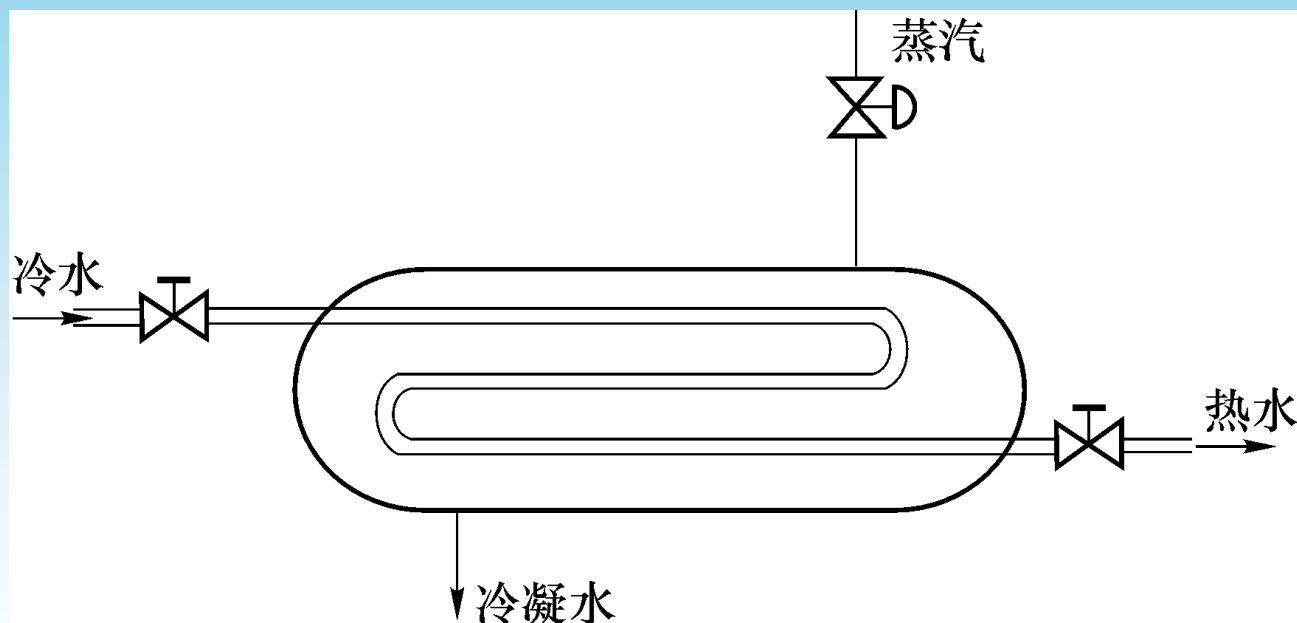


图2-9 换热器

生产过程的动态特性

蒸汽输入
中的热量

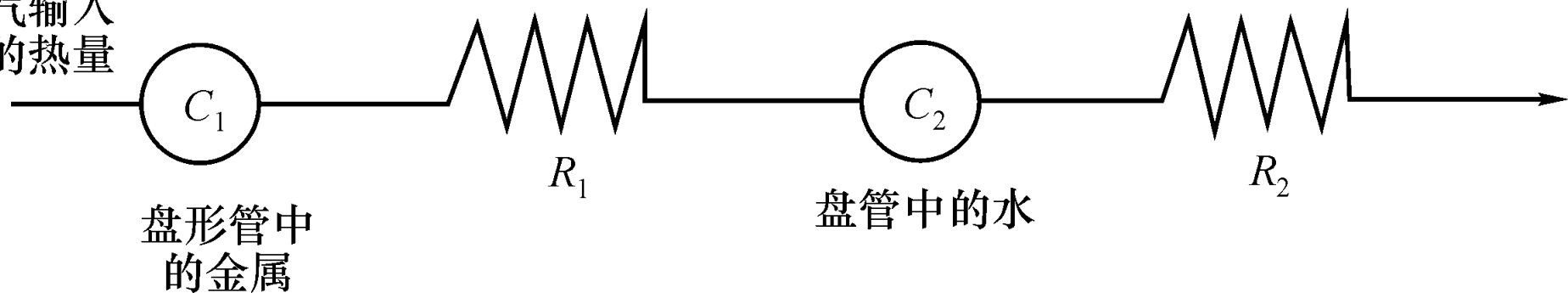
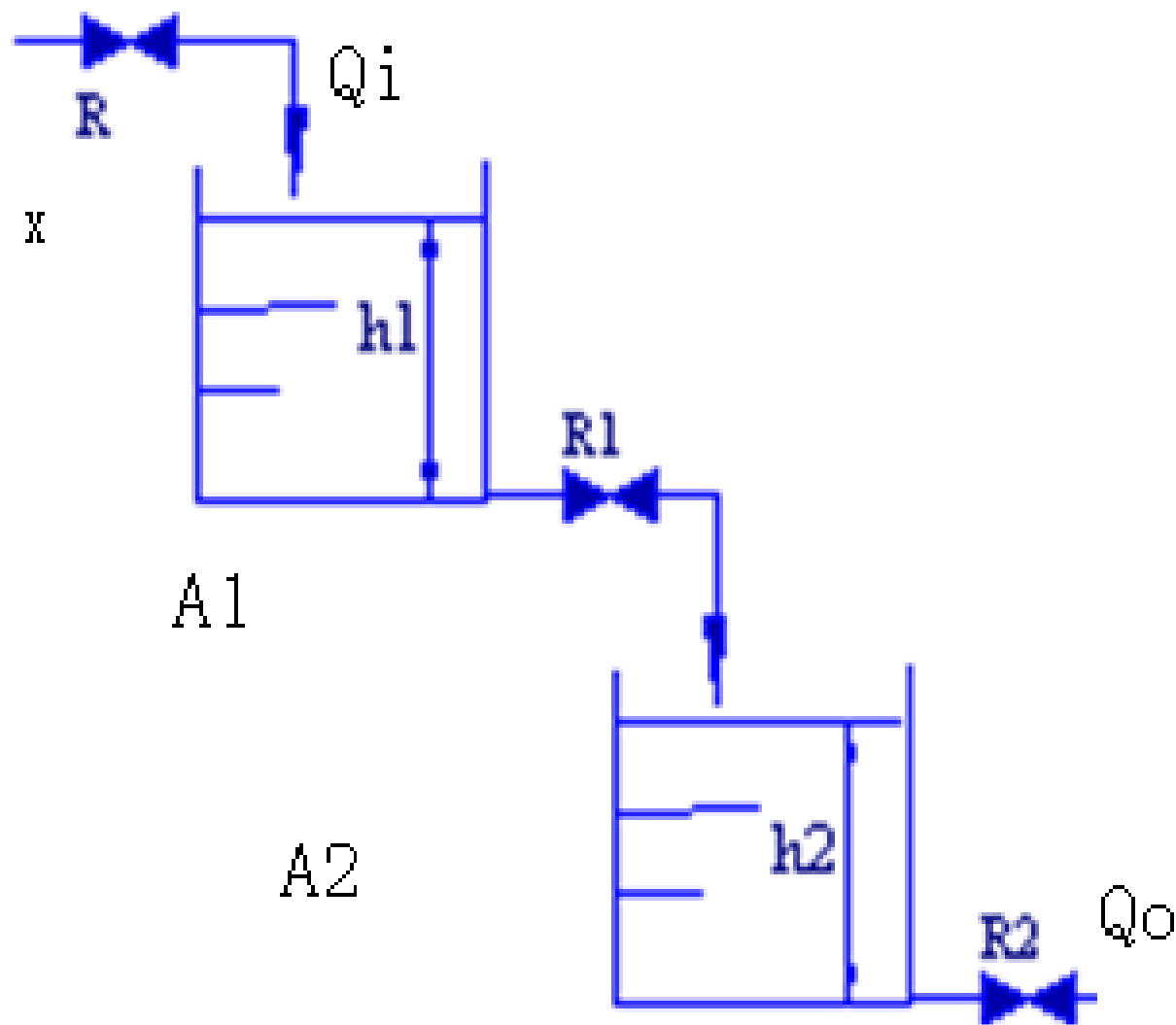
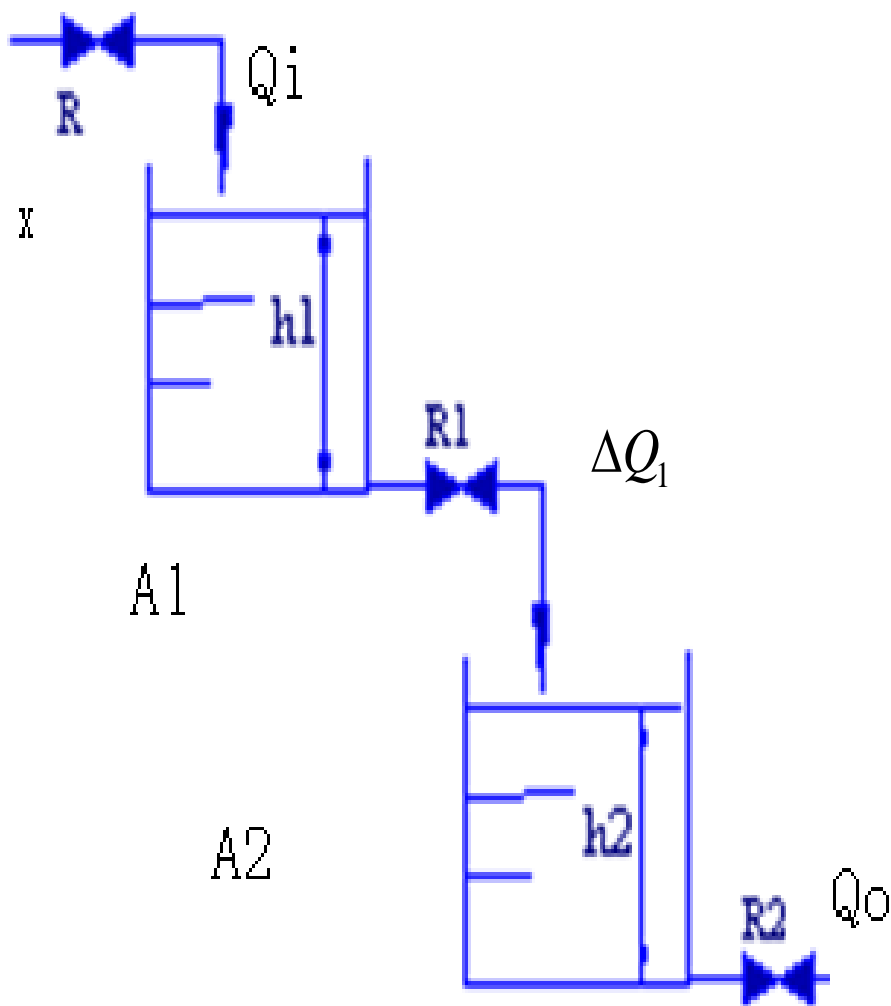


图2-10 换热器的容积分布

生产过程的动态特性



生产过程的动态特性



$$\Delta Q_i - \Delta Q_1 = A_1 \frac{d\Delta h_1}{dt}$$

$$\Delta Q_1 - \Delta Q_o = A_2 \frac{d\Delta h_2}{dt}$$

$$\Delta Q_1 = \frac{\Delta h_1}{R_1}$$

$$\Delta Q_o = \frac{\Delta h_2}{R_2}$$

$$\Delta Q_i = k_1 \Delta x$$

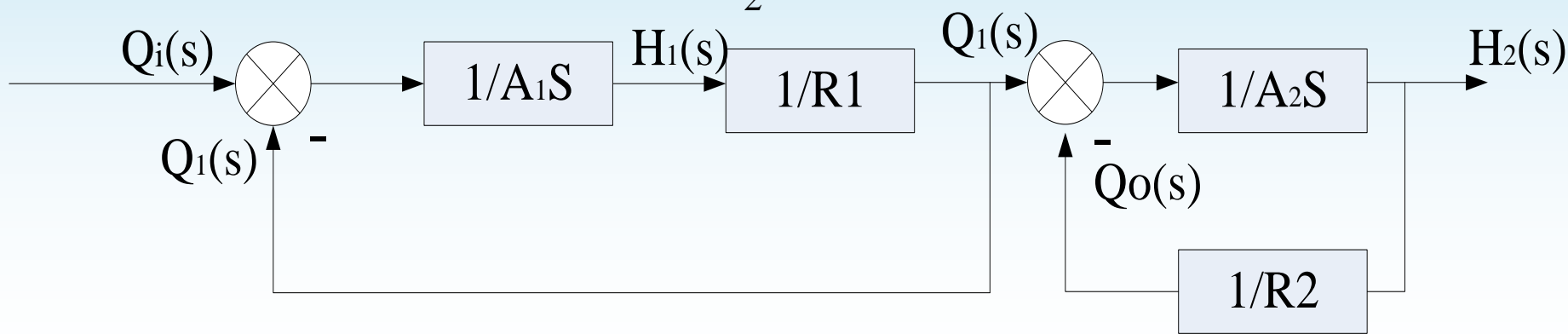
生产过程的动态特性

$$Q_i(s) - Q_1(s) = A_1 s H_1(s)$$

$$Q_1(s) - Q_o(s) = A_2 s H_2(s)$$

$$Q_1(s) = \frac{H_1(s)}{R_1}$$

$$Q_o(s) = \frac{H_2(s)}{R_2}$$



生产过程的动态特性

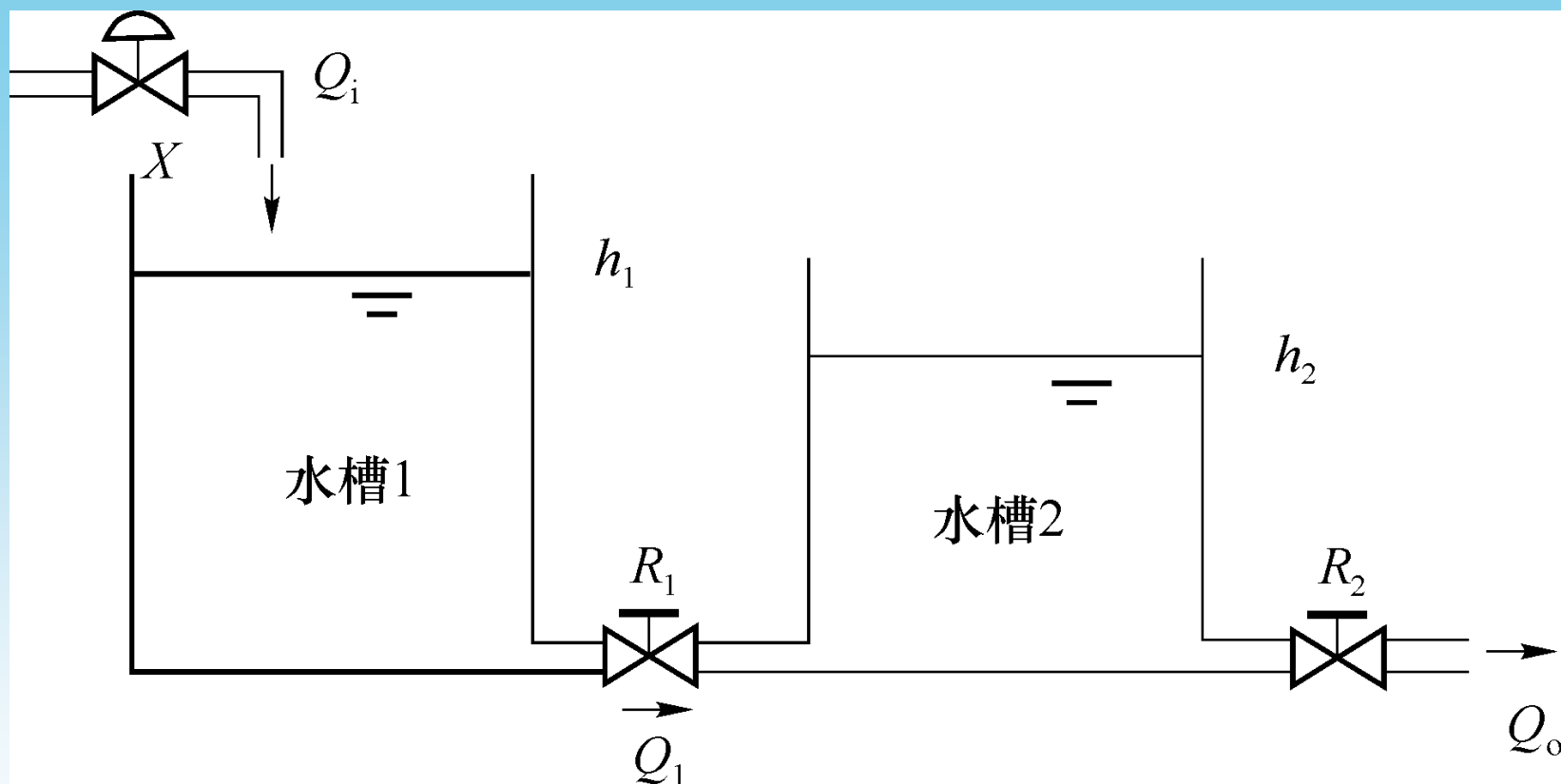


图2-12 双容水槽

生产过程的动态特性

❖ 两个水槽的物料平衡方程式为

❖
$$A_1 \frac{d\Delta h_1}{dt} = \Delta Q_i - \Delta Q_1$$

❖
$$A_2 \frac{d\Delta h_2}{dt} = \Delta Q_1 - \Delta Q_o$$

❖
$$\Delta Q_i = k_1 \Delta x$$

$$\Delta Q_o = \frac{\Delta h_2}{R_2}$$

生产过程的动态特性

$$\Delta Q_1 = \Delta Q_{11} - \Delta Q_{12}$$

$$\Delta Q_{11} = \frac{\Delta h_1}{R_1}$$

$$\Delta Q_{12} = \frac{\Delta h_2}{R_1}$$

$$\Delta Q_1 = \frac{\Delta h_1 - \Delta h_2}{R_1}$$

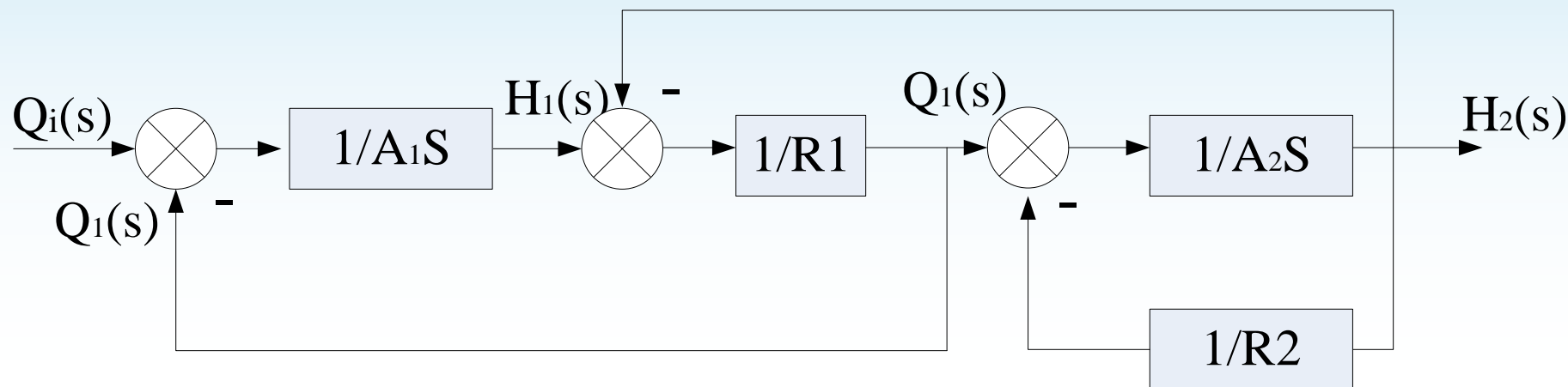
生产过程的动态特性

$$Q_i(s) - Q_1(s) = A_1 s H_1(s)$$

$$Q_1(s) - Q_o(s) = A_2 s H_2(s)$$

$$Q_1(s) = \frac{H_1(s) - H_2(s)}{R_1}$$

$$Q_o(s) = \frac{H_2(s)}{R_2}$$



生产过程的动态特性

❖ 整理可得：

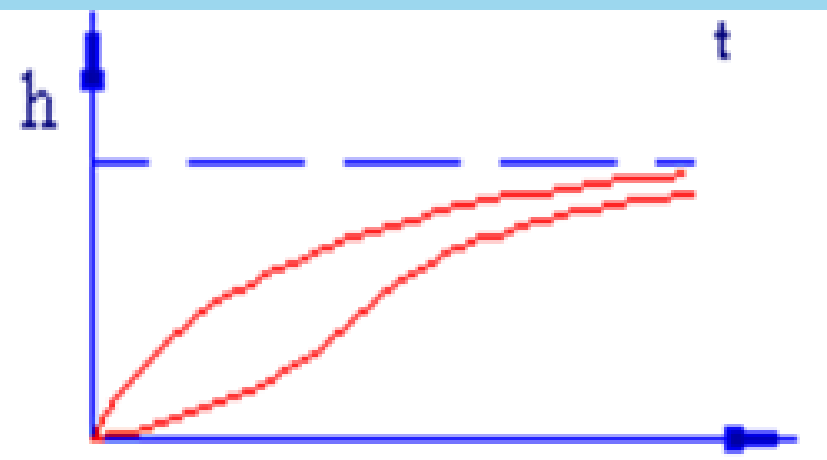
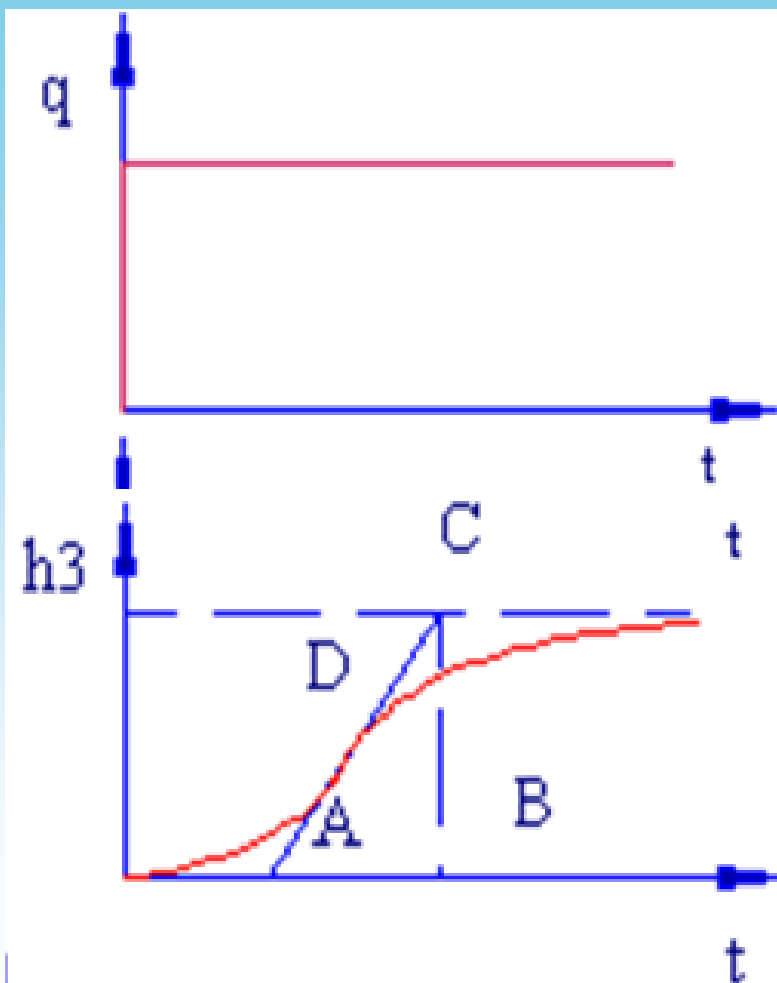
$$T_1 \frac{d\Delta h_1}{dt} + \Delta h_1 - \Delta h_2 = k_1 R_1 \Delta x \quad T_2 \frac{d\Delta h_2}{dt} + \Delta h_2 - r\Delta h_1 = 0$$

$$\text{❖ } T_1 = A_1 R_1, \quad T_2 = A_2 \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}, \quad r = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

❖ 消去 Δh_1 ，得

$$T_1 T_2 \frac{d^2 \Delta h_2}{dt^2} + (T_1 + T_2) \frac{d\Delta h_2}{dt} + (1 - r)\Delta h_2 = r K_1 R_1 \Delta x$$

生产过程的动态特性



生产过程的动态特性

$$T_1 T_2 \frac{d^2 \Delta h_2}{dt^2} + (T_1 + T_2) \frac{d\Delta h_2}{dt} + (1-r)\Delta h_2 = rK_1 R_1 \Delta x$$

❖ 这是一个二阶微分方程式。传递函数为

$$G(s) = \frac{H_2(s)}{x(s)} = \frac{K}{T_1 T_2 s^2 + (T_1 + T_2)s + 1}$$

❖ 如果输入量经一段距离L，以速度进入对象则有纯滞后，其传递函数为

$$G(s) = \frac{K}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)} e^{-\tau_0 s}$$

生产过程的动态特性

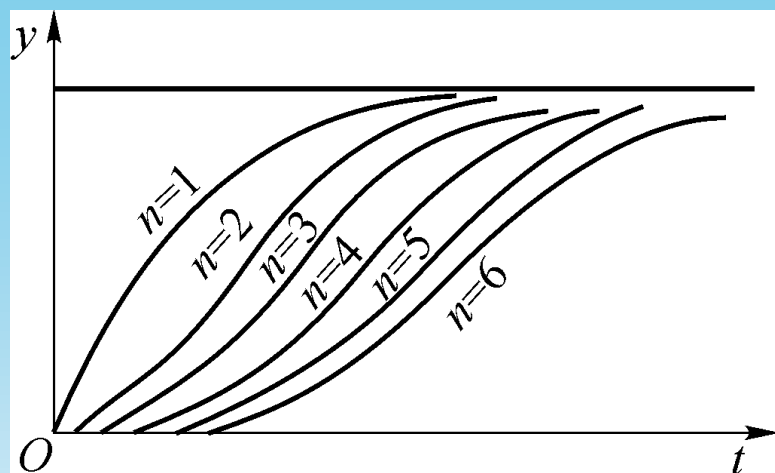
❖ 工业生产中大多是多容对象，其传递函数一般表示为

❖
$$G(s) = \frac{K}{(T_1s + 1)(T_2s + 1) \cdots (T_ns + 1)} e^{-\tau_0 s}$$

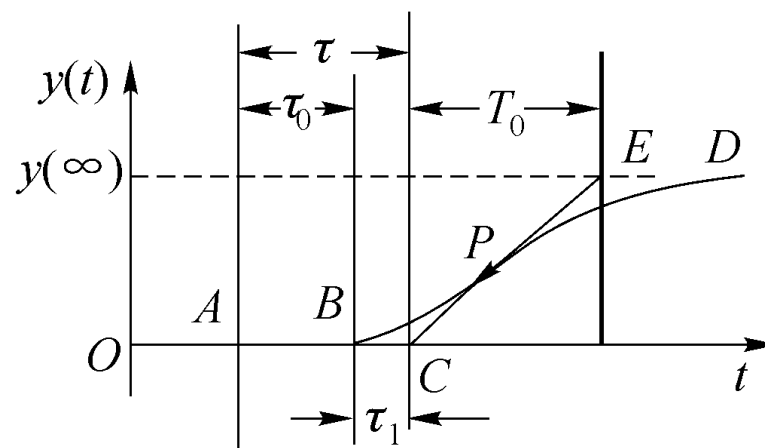
❖ 为简化问题，一般采用等容环节串联来近似 n 阶多容对象，这时可以认为 $T_1 = T_2 = \cdots T_n = T$ ，则 n 阶多容对象的传递函数可简单表示为

$$G(s) = \frac{K}{(T_s + 1)^n} e^{-\tau_0 s}$$

生产过程的动态特性



(a)



(b)

图中 n 为多容对象的容积个数。图2-11(b)中，通过曲线拐点 P 作切线，与稳态值 $y(\infty)$ 交于 E 点，与横坐标交于 C 点，即得等效时间常数 T ，容量延迟 τ_1 及纯延迟 τ_0 。总的延迟时间 $\tau = \tau_1 + \tau_0$ 。

生产过程的动态特性

2.3 过程数学模型及其建立方法

❖ 2.3.1 过程数学模型

❖ 被控对象的数学模型：

❖ 指工业生产过程的数学模型（特别是动态模型），对象在各个输入量（包括控制量和干扰量）作用下，相应输出量（被控量）变化关系的数学表达式。

生产过程的动态特性

❖ 2.3.2 建立过程数学模型的两个基本方法

- ❖ 1、机理法
- ❖ 2、测试法：
 - ❖ (1) 经典辨识法
 - ❖ (2) 现代辨识法

生产过程的动态特性

- ❖ 获得对象数学模型的两种方法：机理法，测试法。
- ❖ ● **机理法**：根据对象内在机理，通过静态和动态物料平衡或能量平衡关系，以及反应流体流动，传热，化学反应等基本规律的运动方程，物性参数方程和某些设备的特征方程等，从中获得所需的数学模型形式。
- ❖ ● **测试法**：根据对象输入输出的实验数据，通过过程辨识与参数估计的方法，建立对象的数学模型，完全从外特性上测试和描述对象动态特性。

生产过程的动态特性

❖ 2.3.3 几个常用的经典辨识法

❖ 1、由阶跃响应确定传递函数

❖ 几种典型的工业过程传递函数

❖ (1) 一阶惯性环节加纯延迟:

$$G(s) = \frac{K}{Ts + 1} e^{-\tau s}$$

❖ (2) 二阶或n阶惯性环节加纯延迟:

$$G(s) = \frac{K}{(T_1s + 1)(T_2s + 1)} e^{-\tau s}$$

生产过程的动态特性

❖ (3) 用有理分式表示的传递函数:

$$G(s) = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + 1} e^{-\tau s} \quad n > m$$

生产过程的动态特性

- ❖ 阶跃响应曲线的测定注意事项:
- ❖ 扰动信号大小要合适(一般为正常输入信号的**15%**)
- ❖ 输入扰动前系统必须稳定
- ❖ 记录数据要准确
- ❖ 在不同设定值处多测试几次。

生产过程的动态特性

- ❖ 由阶跃响应曲线确定传递函数
- ❖ 思路:
- ❖ 只要由阶跃响应曲线获得对象动态特性的特征参数（静态增益 K 、时间常数 T 和纯延迟时间 τ ）则可以得到对象的数学模型

生产过程的动态特性

- ❖ 确定传递函数参数的几种方法：
- ❖ （1）作图法：适用于一阶传递函数
- ❖ 一阶对象的传递函数具有如下形式

$$G(s) = \frac{K}{Ts + 1} e^{-\tau s}$$

- ❖ 一阶非周期过程比较简单，只需确定静态增益K、时间常数T和纯延迟时间 τ 即可计算传递函数。

生产过程的动态特性

❖ (1) 静态增益 K

$$K = \frac{y(\infty) - y(0)}{\Delta x}$$

❖ (2) 时间常数 T

❖ (3) 纯延迟时间 τ

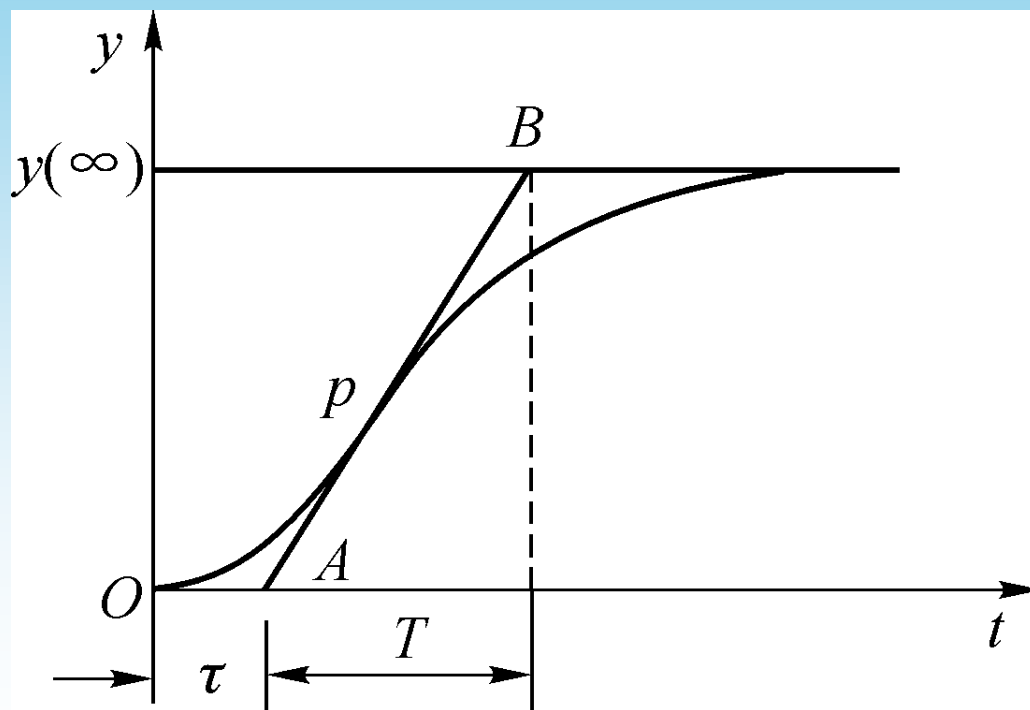


图2-13 作图法确定参数 T 、 τ

生产过程的动态特性

(2)两点法：适用于一阶传递函数

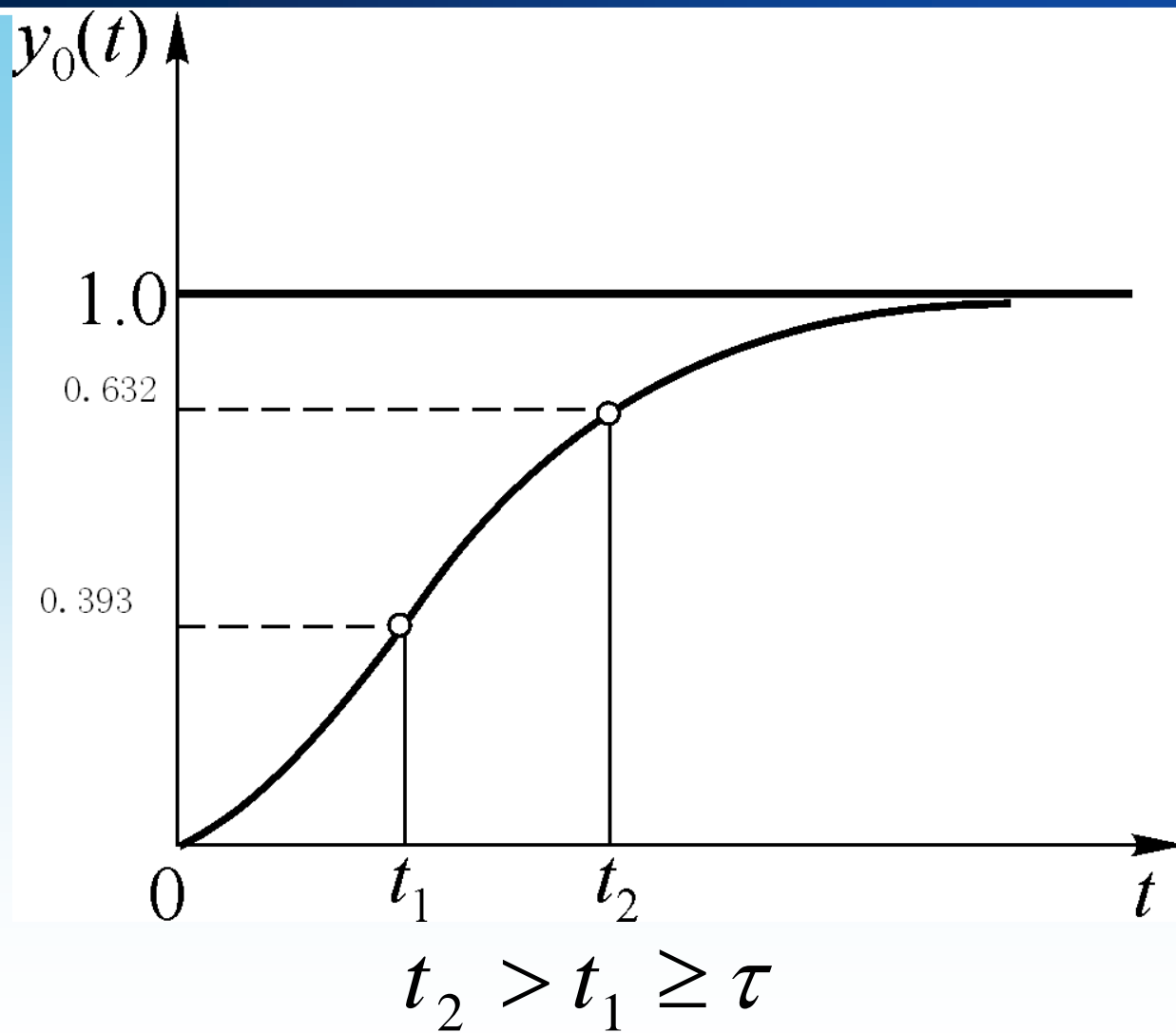
$$G(s) = \frac{K}{Ts + 1} e^{-\tau s}$$

所谓两点法，就是利用阶跃响应上的两个点来计算T和 τ ，首先把 $y(t)$ 变成无量纲形式：

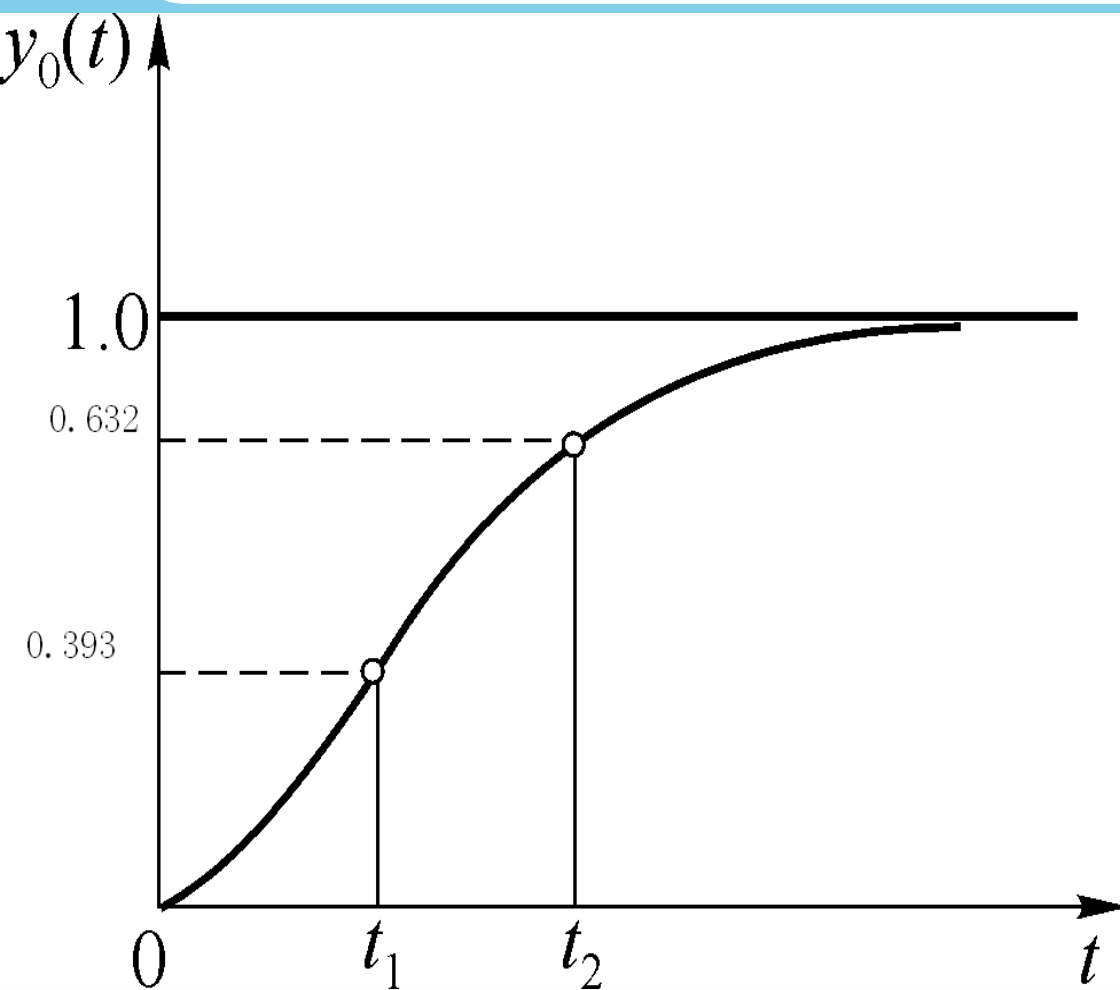
$$y_0(t) = \frac{y(t)}{y(\infty)}$$

$$y_0(t) = \begin{cases} 0, & t < \tau \\ 1 - e^{-(t-\tau)/T}, & t \geq \tau \end{cases}$$

生产过程的动态特性



生产过程的动态特性



$$\begin{cases} y_0(t_1) = 1 - e^{-\frac{t_1 - \tau}{T}} \\ y_0(t_2) = 1 - e^{-\frac{t_2 - \tau}{T}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \ln[1 - y_0(t_1)] = -\frac{t_1 - \tau}{T} \\ \ln[1 - y_0(t_2)] = -\frac{t_2 - \tau}{T} \end{cases}$$

生产过程的动态特性

$$T = \frac{t_2 - t_1}{\ln[1 - y_0(t_1)] - \ln[1 - y_0(t_2)]}$$

$$\tau = \frac{t_2 \ln[1 - y_0(t_1)] - t_1 \ln[1 - y_0(t_2)]}{\ln[1 - y_0(t_1)] - \ln[1 - y_0(t_2)]}$$

一般取值

$$y_0(t_1)=0.393, y_0(t_2)=0.632,$$

$$T=2(t_2-t_1), \tau=2t_1-t_2$$

生产过程的动态特性

❖ 验算:

❖ $T_3 < \tau$ 时, $Y(t) = 0$

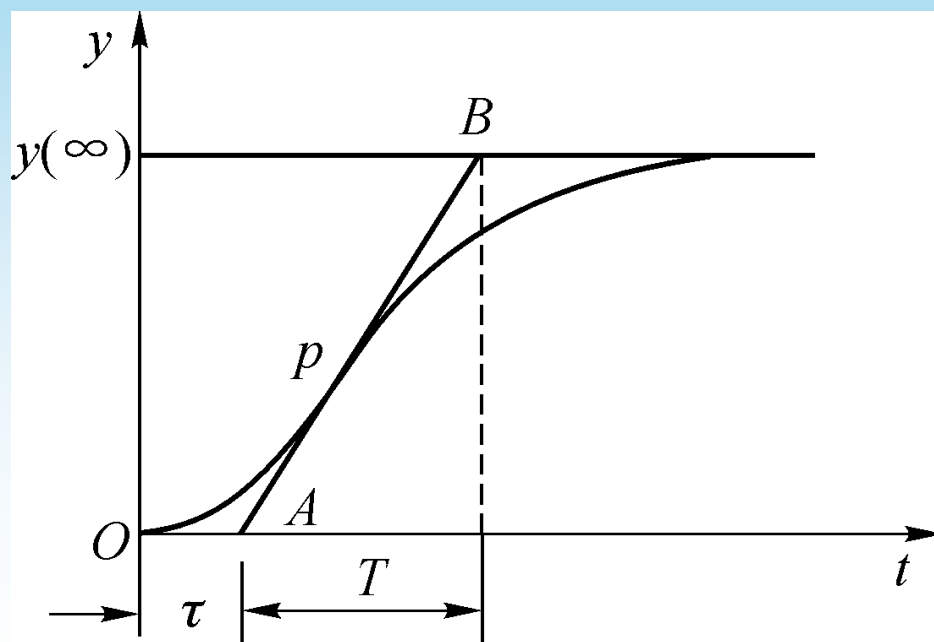
❖ $T_4 = (0.8T + \tau)$ 时, $y(t) = 0.55$

❖ $T_5 = (2T + \tau)$ 时, $y(t) = 0.865$

生产过程的动态特性

- ❖ (3) .二阶对象的传递函数
- ❖ 二阶对象的传递函数具有如下形式

$$G(s) = \frac{K}{(T_1s + 1)(T_2s + 1)} e^{-\tau s}$$



如果阶跃响应是如图所示的s形单调曲线，仍然可以用计算法合阶跃响应曲线。它也可以用上式去拟合。

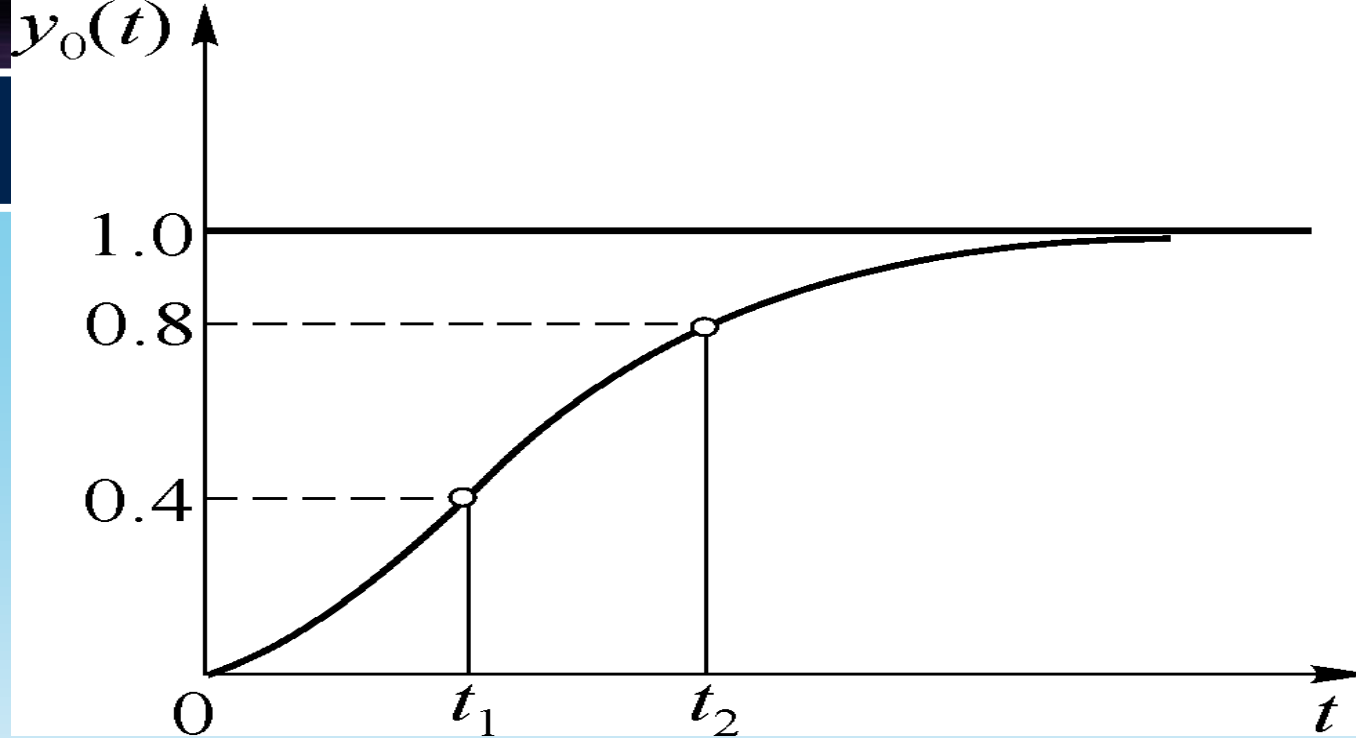
生产过程的动态特性

$$G(s) = \frac{K}{(T_1s + 1)(T_2s + 1)}, T_1 \geq T_2$$

$$y_0(t) = 1 - \frac{T_1}{T_1 - T_2} e^{-\frac{t}{T_1}} - \frac{T_2}{T_2 - T_1} e^{-\frac{t}{T_2}}$$

或

$$1 - y_0(t) = \frac{T_1}{T_1 - T_2} e^{-\frac{t}{T_1}} - \frac{T_2}{T_1 - T_2} e^{-\frac{t}{T_2}}$$



$$\frac{T_1}{T_1 - T_2} e^{-\frac{t_1}{T_1}} - \frac{T_2}{T_1 - T_2} e^{-\frac{t_1}{T_2}} = 0.6$$

$$\frac{T_1}{T_1 - T_2} e^{-\frac{t_2}{T_1}} - \frac{T_2}{T_1 - T_2} e^{-\frac{t_2}{T_2}} = 0.2$$

生产过程的动态特性

$$T_1 + T_2 \approx \frac{1}{2.16} (t_1 + t_2)$$

$$\frac{T_1 T_2}{T_1 + T_2} \approx (1.74 \frac{t_1}{t_2} - 0.55)$$

根据上式计算出 T_1 和 T_2 然后检验正确性。根据两组经验值：

当 $T_2=0$ 时： $t_1/t_2=0.32$ ； $t_1+t_2=2.12T_1$

当 $T_1=T_2$ 时： $t_1/t_2=0.46$ ； $t_1+t_2=2.18*2T_1$

生产过程的动态特性

❖ 表2-1 高阶惯性对象 $1/(Ts+1)^n$ 中阶数 n 与比值 t_1/t_2 的关系

n	t_1/t_2	n	t_1/t_2
1	0.32	8	0.685
2	0.46	9	
3	0.53	10	0.71
4	0.58	11	
5	0.62	12	0.735
6	0.65	13	
7	0.67	14	0.75

生产过程的动态特性

- ❖ (4) 以有理分式表示的传递函数
- ❖ 在截去纯延迟部分后，被控对象的单位阶跃响应 $h(t)$ 假定如图2-15所示。现在要用下述传递函数去拟合：

$$G(s) = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + 1} \quad n > m$$

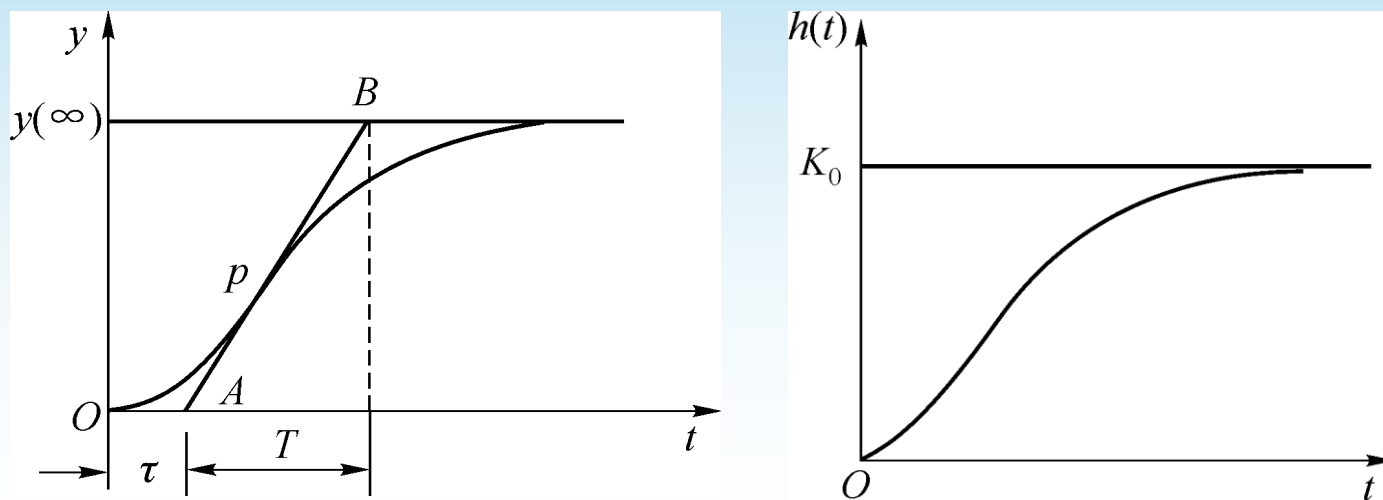


图2-15 截去延迟部分后的 单位阶跃响应

生产过程的动态特性

❖ 利用拉式变换终值定理：

$$\begin{aligned} K_0 &= \lim_{t \rightarrow \infty} h(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sH(s) \\ &= \lim_{s \rightarrow 0} sG(s)X(s) = \lim_{s \rightarrow 0} sG(s) \frac{1}{s} \\ &= \lim_{s \rightarrow 0} G(s) \\ &= b_0 \end{aligned}$$

生产过程的动态特性

$$\begin{aligned}h_1(t) &= \int_0^t [K_0 - h(\tau)] d\tau \\&= K_0 t - \int_0^t [h(\tau)] d\tau \\L\{h_1(t)\} &= \frac{K_0}{S^2} - \frac{H(s)}{S} \\&= \frac{K_0 - SH(s)}{S^2} = \frac{K_0 - G(s)}{S^2} \\&= \frac{G_1(s)}{S}\end{aligned}$$

生产过程的动态特性

$$G_1(s) = \frac{K_0 - G(s)}{s}$$

$$K_0 = \lim_{t \rightarrow \infty} h(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sH(s)$$

$$= \lim_{s \rightarrow 0} G_1(s)$$

$$= K_0 a_1 - b_1$$

同理，计算出：

$$K_2 = K_1 a_1 - K_0 a_2 + b_2$$

生产过程的动态特性

❖ 依此类推：

$$K_r = K_{r-1}a_1 - K_{r-2}a_2 + \cdots + (-1)^r b_r$$

$$K_0 = b_0$$

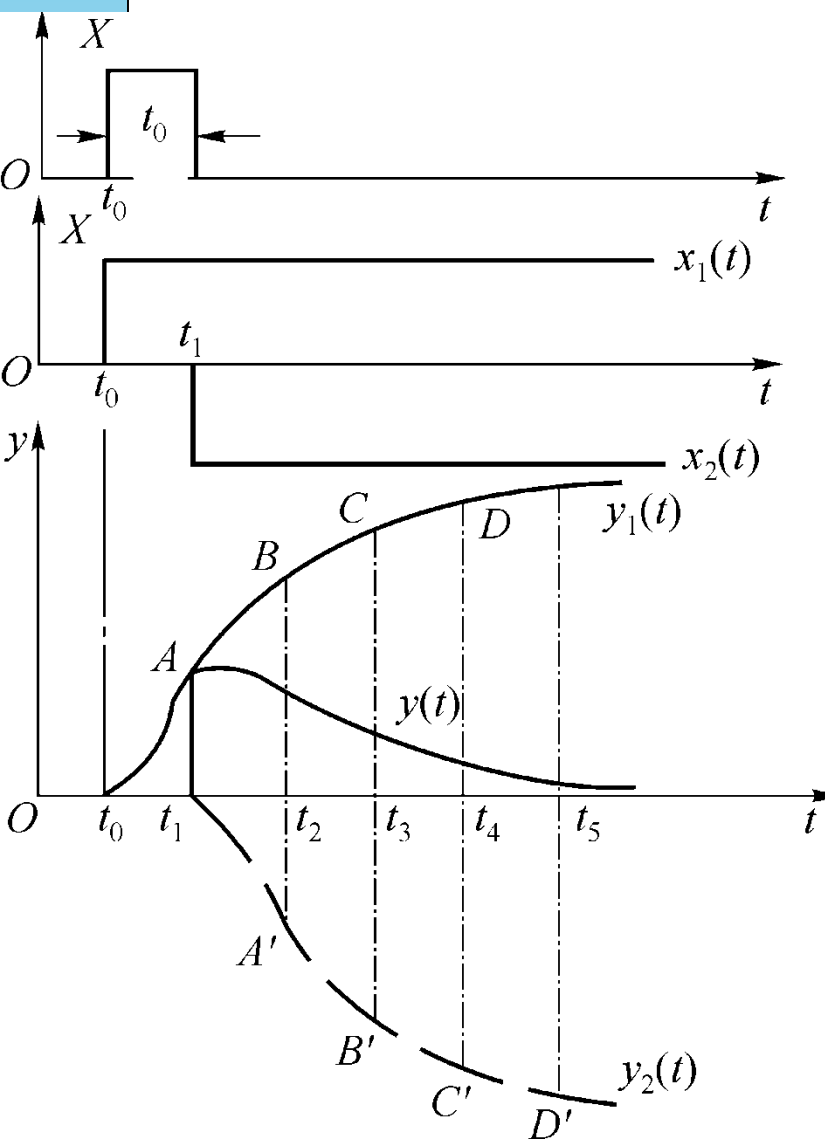
$$K_1 = K_0a_1 - b_1$$

M

$$K_r = K_{r-1}a_1 - K_{r-2}a_2 + \cdots + (-1)^r b_r$$

生产过程的动态特性

2.3.2 由脉冲响应计算阶跃响应



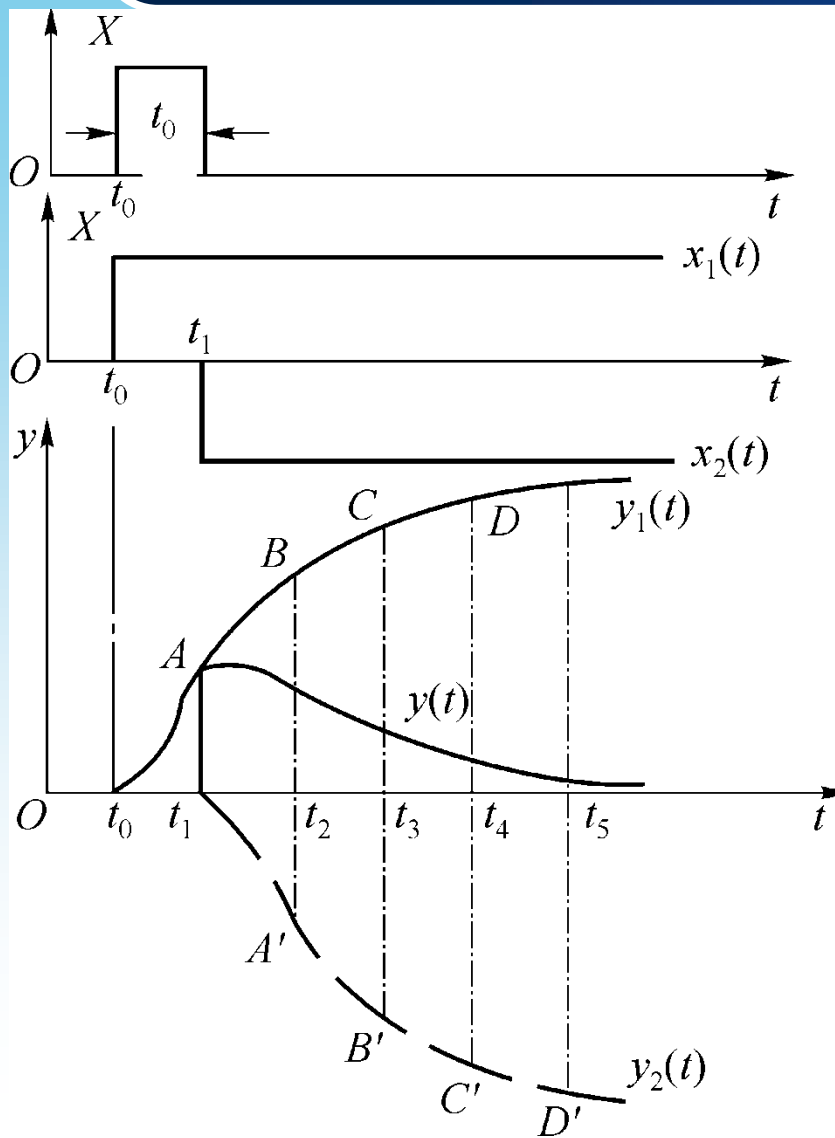
$$x(t) = x_1(t) + x_2(t)$$

$$\diamond x_2(t) = -x_1(t - t_0)$$

$$\diamond x(t) = x_1(t) - x_1(t - t_0)$$

图2-16 由矩形脉冲曲线求阶跃响应曲线

生产过程的动态特性



矩形脉冲曲线

$$y_p(t) = y_s(t) - y_s(t - t_0)$$

阶跃响应曲线

$$y_s(t) = y_p(t) + y_s(t - t_0)$$

生产过程的动态特性

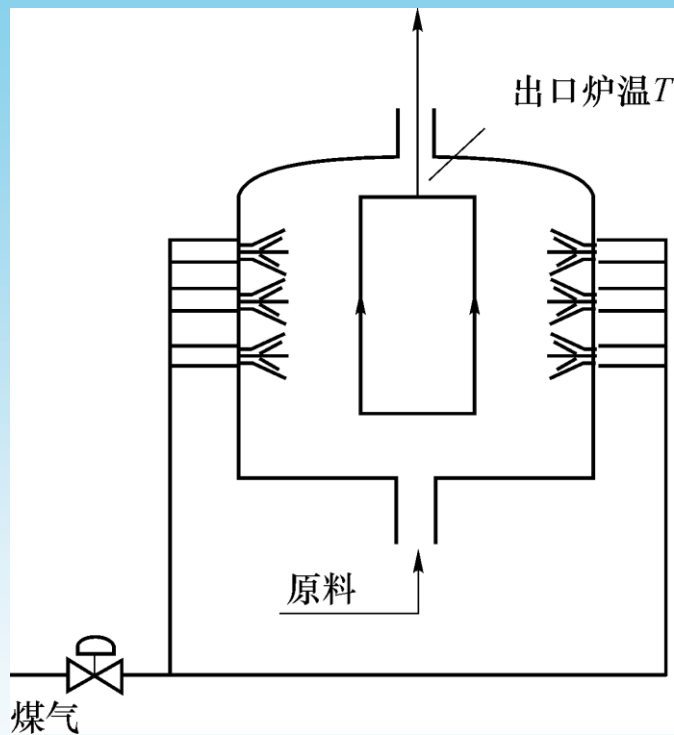


图2-17 煤气加热炉

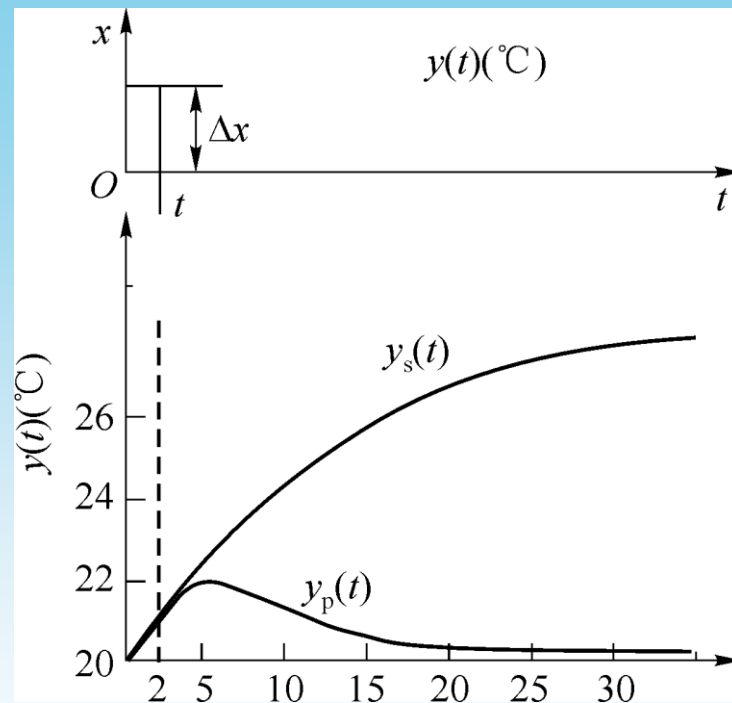


图2-18 加热炉原料出口温度响应曲线

生产过程的动态特性

❖ 对应的 $t=0,1,2$ 时间内, $y_s(t)=y_p(t)$

$$y_s(t) = y_p(t) + y_s(t - t_0)$$

❖ $t=3$

❖ $y_s(3)=y_p(3)+y_s(1)-y_s(0)$

❖ $=21.2+20.5-20=21.7$

❖ 依此类推, 一直计算到 $t=29$, 根据这些坐标点, 就可以绘出对象的阶跃响应曲线。

生产过程的动态特性

表2-2 矩形脉冲法测响应曲线

t(min)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
yp(°C)	20	20.5	20.96	21.2	21.38	21.22	21.12	21.02	21.94	21.86
ys(°C)	20	20.5	20.96	21.7	22.34	22.92	23.46	23.94	25.4	25.8
t(min)	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
yp(°C)	21.78	21.72	20.66	20.6	20.54	20.48	20.44	20.4	20.36	20.32
ys(°C)	27.18	27.52	27.84	28.12	28.38	28.6	28.82	29	211.18	211.32
t(min)	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
yp(°C)	20.3	20.28	20.26	20.24	20.22	20.2	20.18	20.16	20.1	20.02
ys(°C)	211.48	211.6	211.74	211.84	211.96	30.04	30.14	30.2	30.24	30.22

生产过程的动态特性

2.3.3 相关统计法获得脉冲响应

❖ 脉冲响应：

$$\delta(t) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \delta_{\varepsilon}(t)$$

- ❖ 理想脉冲是一种极限的概念，只能近似的实现，测定脉冲响应时，尽量持续时间短，脉冲幅度尽量大，但可靠性低。相关分析法测取脉冲响应可滤去随机干扰的影响，结果比较可靠。

生产过程的动态特性

❖ 1. 随机信号的相关函数

$$R_{xx}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t)x(t+\tau)dt$$

$$R_{xy}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t)y(t+\tau)dt$$

❖ 2. 相关统计法辨识原理

$$R_{xy}(\tau) = \int_0^{\infty} g(t)R_x(t-\tau)dt$$

生产过程的动态特性

- ❖ 当输入 $x(t)$ 是均值为零、方差为 σ_x^2 的白噪声时，有

$$R_{xx}(\tau) = \sigma_x^2 \delta(\tau)$$

- ❖ 可见，这时的 R_{xx} 与 δ 函数成正比，根据卷积定理，式(11-49)的等号右侧成为

$$\int_0^{\infty} g(t) \sigma_x^2 \delta(t - \tau) dt = \sigma_x^2 g(\tau)$$

- ❖ 从而得

$$g(\tau) = \frac{1}{\sigma_x^2} R_{xy}(\tau)$$

本章小结

建模的原理一般可分为机理法和测试法。

1、机理法建模就是根据所研究系统各部件的生产过程中实际发生的变化机理，写出多种有关的平衡方程，分析过程的内在联系，消去中间变量，写出输入与输出变量之间的关系。

2、单容对象指只有一个储能部件的对象，是由一阶传递函数所描述。该单容对象有、无平衡能力可分别用一阶惯性环节或积分环节来描述。对于有些对象中某些变量不能瞬时跟踪变化，需要一定的延时 τ_0 ，因而在数学模型中以纯延时环节 $e^{-\tau_0 s}$ 来表示。

过程控制系统建模方法

3、多容对象是指有多个储能部件的对象，它对应的数学模型是高阶传递函数。

4、测试法建模，它是根据过程的输入和输出的实测数据进行某种数学处理后得到的模型。

它完全从外特性上测试和描述它的动态性质，可以不要求掌握其内部机理。采用测试法时注意输入信号的选择和测试数据的准确性。

5、测定动态特性的时域方法。

根据对被控对象施加阶跃输入，测绘出对象输出量随时间变化的响应曲线，

或施加脉冲输入测绘出输出的脉冲响应曲线。
由响应曲线的结果分析，确定出被控对象的传递函数。

过程控制系统建模方法

使用这种方法可首先确定被测系统的模型阶次，选择合适的标准模型类型，然后采取一种方法确定出参数。

7、测定动态特性的统计相关法。

对被控对象施加某种随机信号或直接利用对象输入端本身存在的随机噪音进行观察和记录，可以在生产过程正常运行状态下进行在线辨识，精度较高。