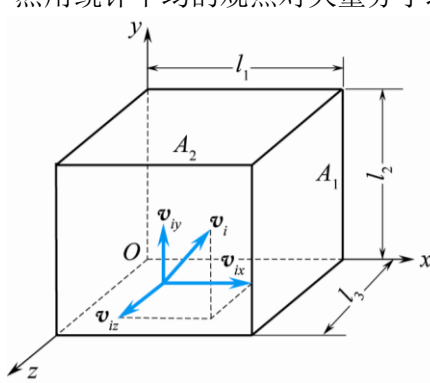
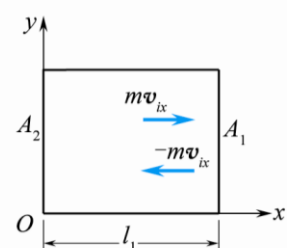


授课章节		第 2 章 气体动理论	授课学时	4
章节题目		2.1 理想气体的压强公式 2.2 温度的统计解释 2.3 能量均分定理 理想气体的内能 2.4 麦克斯韦分子速率分布定律 2.5 玻耳兹曼分布律		
教学目的	掌握内容	理想气体内能和压强公式；能量均分定理；麦克斯韦速率分布规律及分子速率		
	熟悉内容	理想气体内能和压强公式；能量均分定理；麦克斯韦速率分布规律及分子速率		
	了解内容	玻尔兹曼分布律		
教学重点		理想气体内能和压强公式；能量均分定理；麦克斯韦速率分布规律及分子速率		
教学难点		能均分定理；分子的速率分布函数		
教学方法		以教师课堂讲授为主，采用 powerpoint 和板书相结合的教学形式，在课堂讲授过程中采用课堂提问、师生互动等多种方式激发学生的兴趣。		
教学过程				
<div>第 2 章 气体动理论</div> <p>从分子热运动观点出发，运用统计方法研究气体分子热运动的宏观性质和变化规律。寻求宏观量与微观量之间的关系，揭示气体宏观热现象及其规律的微观本质。</p> <div>2.1 理想气体的压强公式</div> <p>气体对器壁的压强是大量分子对容器不断碰撞的统计平均结果。</p> <div>一、理想气体分子模型</div> <p>理想气体分子模型：</p> <div>1、 分子可以看成质点；</div> <div>2、 除碰撞外，分子力可以忽略不计；</div> <div>3、 分子间的碰撞是完全弹性的。</div> <div>二、平衡态时，对理想气体分子的统计假设</div> <div>1、 无外场作用时，气体分子在各处出现的概率相同；</div> <div>2、 分子可以有各种不同的速度，速度取向在各方向上是等概率的，如</div> <div>$\begin{cases} \overline{v_x} = \overline{v_y} = \overline{v_z} \\ \overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2} = \frac{1}{3} \overline{v^2} \end{cases}$</div> <div>三、理想气体的压强公式</div> <p>在平衡态，当重力的影响可以忽略时，容积内分子密度与高度无关。假定每个分子都遵从牛顿的力学规律，然用统计平均的观点对大量分子求统计平均值。如下图</p> <div><div></div><div></div></div> <div>气体压强公式推导图</div>				

1、先考察一个分子（例如分子 i ）一次碰撞中给予器壁的冲量

$$\text{对于分子 } i: \Delta P_{ix} = (-mv_{ix}) - mv_{ix} = -2mv_{ix}$$

由牛顿第三定律，分子 i 每次碰撞给予器壁的冲量为 $I_{ix}=2mv_{ix}$

2、分子 i 在单位时间内施于 A_1 面的平均冲力：

$$\text{分子 } i \text{ 单位时间内与 } A_1 \text{ 面碰撞的次数：} 1/t = \frac{v_{ix}}{2l_1}$$

分子 i 单位时间内施于 A_1 面的总冲量（冲力）

$$\overline{F_{ix}} = 2mv_{ix} \cdot \frac{v_{ix}}{2l_1} = \frac{1}{l_1} mv_{ix}^2$$

3、所有分子在单位时间内对器壁的冲力——对 i 求和

$$\overline{F_{A1}} = \sum_{i=1}^N \frac{m}{l_1} v_{ix}^2 = \frac{m}{l_1} \sum_{i=1}^N v_{ix}^2 \quad \because \sum_{i=1}^N v_{ix}^2 = v_{1x}^2 + v_{2x}^2 + \cdots + v_{Nx}^2$$

故若令 $\overline{v_x^2} = \frac{v_{1x}^2 + v_{2x}^2 + \cdots + v_{Nx}^2}{N}$ 表示分子在 x 方向速度平方的

平均值，那么 $\sum_{i=1}^N v_{ix}^2 = N\overline{v_x^2}$

于是所有分子在单位时间内施于 A_1 面的冲力为

$$\overline{F_{A1}} = \frac{m}{l_1} N\overline{v_x^2}$$

4、求压强的统计平均值

$$p=F/S \text{ 所以 } P = \frac{\overline{F_{A1}}}{l_2 l_3} = \frac{N}{l_1 l_2 l_3} m\overline{v_x^2}$$

令 $n = \frac{N}{l_1 l_2 l_3}$ ——为分子数密度（即单位体积内的分子数）

又由统计平均的观点有 $\overline{v_x^2} = \frac{1}{3} \overline{v^2}$

所以，有 $P = \frac{1}{3} n m \overline{v^2} = \frac{2}{3} n \left(\frac{1}{2} m \overline{v^2} \right)$

引入分子平均平动动能 $\overline{w} = \frac{1}{2} m \overline{v^2}$ ，则

$$P = \frac{2}{3} n \overline{w} \quad \text{理想气体压强公式}$$

物理意义：

- ① 这就是压强的微观解释，或者说，这就是宏观量 p 与微观量 \bar{w} 之间的关系——即压强是对大量分子的分子数密度和分子平均平动动能的统计平均结果。
- ② 气体压强是指：容器壁的单位面积上受到的大量分子碰撞冲力的时间平均值。因此，个别或少量分子的压强是无意义的。

2.2 温度的统计解释

一、温度的统计解释

由 $pV = \frac{M}{M_{mol}}RT$ 出发，有： $p = \frac{M}{VM_{mol}}RT$

因为 $M/M_{mol} = N/N_A$ (N_A 为阿伏加德罗常数)，都是材料的物质的量。

$$\text{则 } p = \frac{M}{VM_{mol}}RT = \frac{NR}{VN_A}T$$

分子数密度 $n = \frac{N}{V}$ ，且 $k = \frac{R}{N_A}$ —— 称为玻尔兹曼常量

在 SI 制中， $k = \frac{8.31}{6.022 \times 10^{23}} = 1.38 \times 10^{-23} \text{ (J/K)}$ ，则有：

$$p = nkT$$

$$\therefore p = \frac{2}{3}n\bar{w} \quad \therefore \bar{w} = \frac{3}{2}kT$$

宏观量 T 与微观量 \bar{w} 的关系，这说明

1、宏观量温度 T 是大量分子热运动的集体表现，是分子平均平动动能的量度，是分子无规则热运动的量度。

2、零点能的问题：按 $\bar{w} = \frac{3}{2}kT$ ，热力学温度零度是理想气体分子热运动停止时的温度。但近代量子理论证实，即使在热力学温度零度、组成固体点阵的粒子也保持着某种振动的能量，称为零点能。

3、上式结果与分子的种类无关，即只要温度相同，则分子的平均平动动能就相同。

二、气体分子的方均根速率

均方根速率指的是各点速度的平均差异，描述的是速率分布的均匀性。

平均速度是各点速度的平均值，可以用来描述整体速度状态。

$$\therefore \frac{1}{2}m\bar{v}^2 = \frac{3}{2}kT$$

$$\therefore \sqrt{\bar{v}^2} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3RT}{M_{mol}}} \text{ (其数量级是 } 10^2 \text{ m/s)}$$

由公式可见，对于同一种气体，温度越高、方均根速率越大；

在同一温度下，气体分子质量或摩尔质量越大、方均根速率越小。

在 0℃ 时，氢的方均根速率为 1830 m/s，氧为 461 m/s，氮为 491 m/s，空气为 485 m/s。

2.3 能均分定理 理想气体的内能

理想气体可分为单原子分子、双原子分子、多原子分子气体。这样，气体分子除平动外，还有转动和分子内原子之间的振动。为了确定分子各种形式运动能量所遵从的统计规律，首先介绍自由度的概念。

刚性分子：分子内原子间距保持不变，(不振动)，称为**刚性分子**。本节只讨论刚性分子的自由度。

一、自由度

1、什么叫自由度？决定一个物体在空间位置所需的最少的独立坐标数。

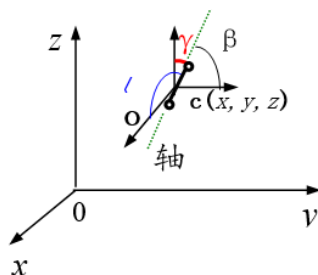
一个自由质点的自由度是 $3 \rightarrow 3$ 个平动自由度

一个自由刚体的自由度是 $6 \rightarrow 3$ 个平动自由度，3 个转动自由度。当物体运动受限时（即约束体），其自由度将减少。

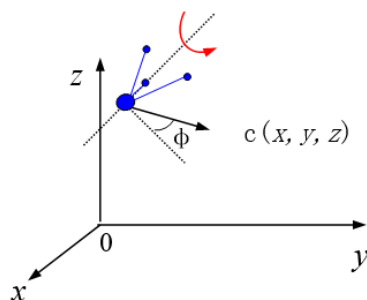
2、气体分子的自由度：——与气体分子的结构有关

(1) 单原子分子（如惰性气体）；视作质点，—— 3 个平动自由度

(2) 双原子分子（如氢、氧、氮等）——可视为轻杆哑铃



③ 多原子分子（如 H_2O , NH_3 等）



本教材只讨论刚性分子。

二、能量均分原理

1、平均平动动能按自由度均分：分子的平均平动动能平均地分配在每一个平动自由度上，且每一个平动自由度上的平均平动动能的大小都是 $\frac{1}{2}kT$

$$\therefore \frac{1}{2} m \overline{v^2} = \frac{3}{2} kT$$

$$\text{又有} \quad \overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2} = \frac{1}{3} \overline{v^2}$$

$$\therefore \text{有} \quad \frac{1}{2} m \overline{v_x^2} = \frac{1}{2} m \overline{v_y^2} = \frac{1}{2} m \overline{v_z^2} = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2} m \overline{v^2} \right) = \frac{1}{3} \left(\frac{3}{2} kT \right) = \frac{1}{2} kT$$

2、能均分原理：

在平衡态下，分子热运动能量，平均地分配在每一个自由度上，每一个自由度的能量均为 $\frac{1}{2}kT$ 。

3、气体分子的平均总动能，气体分子的热运动能量：

一个自由度为 i 刚性分子所具有平均总动能 $\bar{\varepsilon}_k = \frac{i}{2} kT$ 。

单原子分子: $\bar{\varepsilon}_k = \frac{3}{2} kT$ ——全为平均平动动能;

双原子分子 (刚性): $\bar{\varepsilon}_k = \frac{5}{2} kT$ ——平均平动动能为 $\frac{3}{2} kT$, 平均转动动能为 $\frac{2}{2} kT$;

多原子分子 (刚性): $\bar{\varepsilon}_k = \frac{6}{2} kT$ ——平均平动动能为 $\frac{3}{2} kT$, 平均转动动能为 $\frac{3}{2} kT$;

三、理想气体的内能

1、什么是内能: 是指所有分子的热运动能量和分子间相互作用产生的势能总和。

2、内能是态函数, 是热力学状态参量 P, V, T 的函数, 即

$E=E(P, V, T)$, 是相对量。——因为状态参量是相对量。

3、理想气体的内能:

由于理想气体不计分子间相互作用力, 分子势能可忽略不计, 因此内能仅为所有分子热运动动能总和。

1 mol 理想气体的内能, 则 N_A 个分子的平均总动能之总和, 即内能

$$E_0 = N_A \left(\frac{i}{2} kT \right) = \frac{i}{2} RT$$

质量为 M 理想气体的内能:

$$E = \frac{M}{M_{mol}} E_0 = \frac{M}{M_{mol}} \frac{i}{2} RT$$

这说明理想气体的内能仅为温度的单值函数, 因此当理想气体的状态发生变化时, 其内能的增量仅与始末状态的温度有关, 而与过程无关, 即

$$\Delta E = \frac{M}{M_{mol}} \frac{i}{2} R \Delta T$$

2.4 麦克斯韦分子速率分布定律

几个概念的说明:

1、概率的概念:

$$P(A) = \frac{\text{得到A的结果数}(m)}{\text{所有可能试验结果总数}(N)}$$

2、统计分布律: 一种对于大量偶然事件的整体起作用的规律。

3、概率和统计值都遵从涨落规律

一、气体分子速率分布 分布函数

1、速率统计分布:

我们将气体分子在平衡态下, 所有可能的运动速率 ($0 \rightarrow \infty$), 按照从小到大的排列, 分列一系列相等的速率区间, 例如从: $0 - 100 \text{ m/s}$, $100 - 200 \text{ m/s}$, $200 - 300 \text{ m/s}$, ...

(i) 对于个别分子, 在某一瞬间, 到底在哪个速率区间运动, 完全是偶然的, 无规则的。

(ii) 而对于大量分子的整体, 在某一平衡态下, 分布在各个速率区间内的分子总 ΔN 占总分子数

N 的百分比是存在确切的统计规律的。

2、速率分布函数：

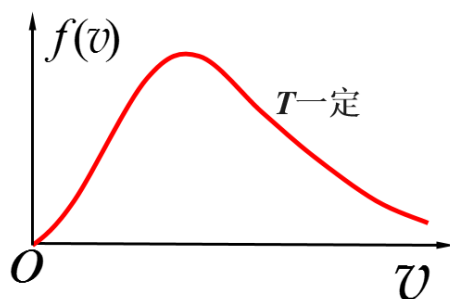
分布在相等间隔的速率区间 $v \rightarrow v + \Delta v$ 内的分子数 ΔN 占总分子数的百分比 $\frac{\Delta N}{N}$ 除以 Δv ，即得 $\frac{\Delta N}{N \cdot \Delta v}$ ，取极限即表示单位速率区间内分子数占总分子数的百分比，并以 $f(v)$ 表示，称为速率分布函数。即

$$f(v) = \lim_{\Delta v \rightarrow 0} \frac{\Delta N}{N \Delta v} = \frac{1}{N} \frac{dN}{dv} \quad \text{—— 速率分布函数的定义}$$

速率分布函数满足归一化条件：
$$\int_0^{\infty} f(v) dv = 1$$

3、速率分布曲线： $f(v) - v$ 曲线叫做气体分子速率分布曲线。

例如：麦克斯韦速率分布曲线为



由分布函数的归一化条件可知曲线下的面积等于 1。

二、麦克斯韦速率分布律

1、麦克斯韦速率分布函数：

一定质量的理想气体，在温度一定的平衡态下，气体分子按速率分布的分布函数 $f(v)$ 是麦克斯韦在 1860 年导出的：

$$f(v) = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} \cdot e^{-\frac{mv^2}{2kT}} \cdot v^2$$

式中 m 是分子的质量， T 为气体的热力学温度，

$$k = \frac{R}{N_0} = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \text{ 为玻尔兹曼常量。}$$

由此式可得，分子在 $v \rightarrow v + dv$ 区间内的概率为

$$\frac{dN}{N} = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} \cdot e^{-\frac{mv^2}{2kT}} v^2 dv$$

三、分子速率的三个统计值：

1、最概然速率 v_p ：

分子速率分布函数的极大值对应的速率叫分子的最概然速率，

用 v_p 表示。由极值条件 $\frac{df}{dv} = 0$ 可求得

$$v_p = \sqrt{\frac{2kT}{m}} = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}} \approx 1.41 \sqrt{\frac{RT}{\mu}}$$

2、平均速率 \bar{v} :

平均速率的定义为 $\bar{v} = \frac{\int_0^{\infty} v dN}{N} = \int_0^{\infty} v \frac{dN}{N} = \int_0^{\infty} v f(v) dv$

把麦克斯韦速率分布函数 $f(v)$ 代入, 可得理想气体速率从 0 到 ∞ 的算术平均速率为

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi \mu}} \approx 1.60 \sqrt{\frac{RT}{\mu}}$$

3、方均根速率 $\sqrt{\overline{v^2}}$:

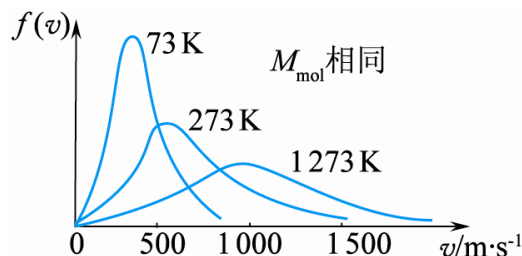
$\sqrt{\overline{v^2}}$ 为分子速率平方值的平方根。根据 $\overline{v^2} = \frac{\int_0^{\infty} v^2 dN}{N} = \int_0^{\infty} v^2 \frac{dN}{N} = \int_0^{\infty} v^2 f(v) dv$

可得 $\sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}} \approx 1.73 \sqrt{\frac{RT}{\mu}}$

四、麦氏速度分布曲线的性质:

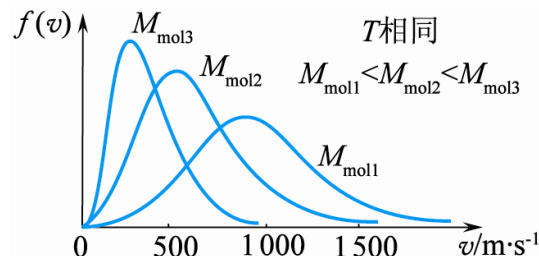
1、温度与分子速率:

同一种分子, 温度越高最概然速率越大; 速率分布曲线宽度越大、高度越小。



2、分子质量与分子速率:

相同的温度下, 分子质量大的气体分子最概然速率小; 速率分布曲线宽度变窄、高度增大。



2.5 玻耳兹曼分布律

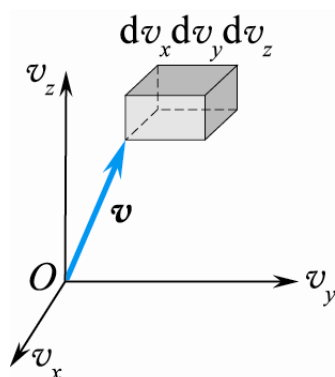
麦氏分布律是在没有考虑外力场作用时的分布律, 这时空间的气体分子密度是均匀的。如果考虑外力场的作用 (例如重力场、电场、磁场等), 分子在空间各处的分布将怎样变化呢?

1、玻耳兹曼对麦氏分布的推广:

①在外力场中的分子应以总能量 E 代替麦氏分布中的动能 $mv^2/2$,

②粒子的分布不仅按速率区间 $v \sim v+dv$ 分布, 还应按位置区间 $x \sim x+dx, y \sim y+dy, z \sim z+dz$ 分布。

2、玻耳兹曼分布律



$$dN' = n_0 e^{-\frac{E_p}{kT}} dx dy dz$$

dN' 为气体分子处在空间小体元 $dx dy dz$ 中的气体分子数, n_0 为 $E_p=0$ 处的分子数密度。

$$\text{令 } n = \frac{dN'}{dx dy dz} \rightarrow n = n_0 e^{-\frac{E_p}{kT}}$$

可得, 分子数密度的玻耳兹曼分布。

玻耳兹曼推导过程中用了如下假定, 假定任一宏观小体元($dx dy dz$)内的分子数 $dN' = n dx dy dz$ 仍含有各种速度, 并且体元中的分子遵守麦克斯韦速度分布。

设在 dN' 个总分子数中, 速率位于 $v_x \sim v_x + dv_x, v_y \sim v_y + dv_y, v_z \sim v_z + dv_z$ 中的分子数为 dN 个, 则由麦克斯韦分布可知有:

$$\frac{dN}{dN'} = f(v) dv_x dv_y dv_z, \text{ 即 } dN = dN' f(v) dv_x dv_y dv_z$$

$$dN = n_0 e^{-\frac{E_p}{kT}} \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} \cdot e^{-\frac{m}{2kT}(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)} dv_x dv_y dv_z dx dy dz$$

$$\text{即: } dN = n_0 \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} \cdot e^{-\frac{(E_k + E_p)}{kT}} dv_x dv_y dv_z dx dy dz$$

上式即为分子既按速率区间分布又按位置区间分布的玻耳兹曼分布。

3、玻耳兹曼分布律的意义

玻耳兹曼分布是描述理想气体在受保守外力作用或保守外立场的作用不可忽略时, 处于平衡态下的气体分子按能量($E=E_k+E_p$)的分布规律。在等宽的区间内, 若 $E_1 > E_2$, 则能量大的粒子数 dN_1 小于能量小的粒子数 dN_2 , 即 $dN_1 < dN_2$ 。换句话说, 粒子优先占据能量小的状态, 这是玻耳兹曼分布律的一个重要结果。

需要指出的是玻耳兹曼分布律适用于分子、原子、布朗粒子, 但不适用于电子、光子组成的系统。

例题与作业	例题: 课件典型例题 作业: 2.20; 2.21; 2.22; 2.24
教学反思	