

Документация к
"Моделирование и визуализация
динамических электромагнитных
полей"

30 ноября 2020 г.

Оглавление

1	Математическая модель	2
1.1	Моделирование движения	2
1.2	Тела	3
1.3	Поля	4
1.3.1	Электрическое поле	4
1.3.2	Магнитное поле	4
1.3.3	Гравитационное поле	5

Глава 1

Математическая модель

В данной программе происходит симуляция движения материальных точек в различных полях с возможностью добавления связей между исследуемыми материальными точками.

Реализовано три вида полей: электрическое, магнитное и гравитационное. Каждое из полей влияет на все тела, присутствующие в симуляции, а также отображаются диаграммы напряженностей этих полей.

Движение всех материальных точек ограничивается одной плоскостью, однако пространство считается трёхмерным, за счёт чего реализовано векторное умножение и магнитное поле.

1.1 Моделирование движения

Каждая материальная точка в симуляции имеет набор параметров:

масса (m), заряд (q), положение (\vec{x}), скорость (\vec{v}), ускорение (\vec{a}).

Симуляция происходит с наперёд заданным шагом по времени dt . Изменение кинематических величин свободных материальных точек задаётся следующими уравнениями:

$$\bar{x}_{i+1} = \bar{x}_i + \bar{v}_{i+1} \cdot dt$$

$$\bar{v}_{i+1} = \bar{v}_i + \bar{a}_{i+1} \cdot dt$$

Если же на точку действует сила \bar{F} , то

$$\bar{a}_{i+1} = \bar{a}_i + \bar{F} \cdot dt$$

где подстрочные индексы i обозначают значения параметров на предыдущем шаге, $i + 1$ - на данном (рассчитываемые)

1.2 Тела

В симуляции имеется возможность объединять материальные точки в тела. Допустим материальные точки с номерами 1, 2, ..., n объединены в тело. Тогда положение центра масс тела определяется следующим образом:

$$\bar{x}_{\text{ц}} = \frac{\sum m_k \bar{x}_k}{\sum m_k}$$

У тела также имеются следующие параметры: линейная ($\bar{v}_{\text{ц}}$), угловая (ω) скорости, линейное ($\bar{a}_{\text{ц}}$) и угловое (ϵ) ускорения, момент инерции.

Момент инерции вычисляется следующим образом:

$$I = \sum m_k r_k^2$$

где r_k - расстояние от k -ой материальной точки данного тела до центра масс.

1.3 Поля

1.3.1 Электрическое поле

Электрическое взаимодействие реализовано следующим образом: Каждая материальная точка, находящаяся на сцене, обладает зарядом и создаёт электрическое поле, напряженность которого задается формулой:

$$\vec{E} = k \frac{q}{|\vec{r}|^3} \cdot \vec{r}$$

где E - напряженность поля в данной точке, создаваемая данным зарядом; k - электрическая постоянная; q - величина заряда; r - вектор с началом в точке с зарядом и концом в исследуемой точке пространства.

При этом сила, действующая на заряд q_1 со стороны поля равна

$$\vec{F} = \vec{E}q_1$$

где E - напряженность электрического поля в данной точке

1.3.2 Магнитное поле

Магнитное поле реализовано аналогично: каждая материальная точка, участвующая в симуляции создаёт напряжённость магнитного поля по всей плоскости симуляции. Вектор напряжённости магнитного поля:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q(\vec{v} \times \vec{r})}{|\vec{r}|^3}$$

При этом на движущийся со скоростью v_1 заряд q_1 со стороны поля действует сила:

$$\vec{F} = \vec{v}_1 \times \vec{B}q_1$$

1.3.3 Гравитационное поле

$$\bar{g} = G \frac{m}{|\bar{r}|^3} \cdot \bar{r}$$