

```
In [424... import numpy as np
import lightgbm as lgb
import enum
import pandas as pd
import matplotlib.pyplot as plt
from tqdm import tqdm

import warnings
plt.style.use("dark_background")
warnings.filterwarnings("ignore")
pd.set_option('display.max_columns', None)
```

```
In [425... df = pd.read_csv('/Users/rs/Documents/white parus jun quant/volatility_ta
df['ts'] = pd.to_datetime(df['ts'])
```

```
In [426... df['stock return'] = np.log(df['close']).diff()
df['std_60'] = df['stock return'].rolling(window=60).std()
df['mean_60'] = df['stock return'].rolling(window=60).mean()
df['std_120'] = df['stock return'].rolling(window=120).std()
df['mean_120'] = df['stock return'].rolling(window=120).mean()
df['std_360'] = df['stock return'].rolling(window=360).std()
df['mean_360'] = df['stock return'].rolling(window=360).mean()
df['std_720'] = df['stock return'].rolling(window=720).std()
df['mean_720'] = df['stock return'].rolling(window=720).mean()
df.dropna(inplace = True)
df.drop(['open', 'high', 'low'], axis=1, inplace=True)
df.head()
```

```
Out[426]:
```

	ts	close	stock return	std_60	mean_60	std_120	mean_120	std_360
720	2023-01-01 12:00:00	16556.93	0.000016	0.000096	0.000009	0.000101	0.000009	0.000144
721	2023-01-01 12:01:00	16556.27	-0.000040	0.000094	0.000010	0.000100	0.000011	0.000144
722	2023-01-01 12:02:00	16558.04	0.000107	0.000095	0.000012	0.000100	0.000011	0.000144
723	2023-01-01 12:03:00	16557.38	-0.000040	0.000095	0.000010	0.000100	0.000011	0.000144
724	2023-01-01 12:04:00	16562.56	0.000313	0.000102	0.000017	0.000104	0.000014	0.000145

1. Смоделируем движение цены геометрическим броуновским движением

Geometric Brownian Motion (GBM)

S - стоимость актива, μ - drift, σ - volatility:

$$\frac{dS_t}{S_t} = \mu dt + \sigma dW_t$$

Броуновский член dW_t имеет вид:

$$dW_t = \epsilon \sqrt{dt}$$

где ϵ - нормально распределенная случайная величина $N(0,1)$

```
In [161.. def cross_threshold(n_paths, n_steps, dt, S0, sigma, drift, threshold, plot):
    paths_gbm = np.zeros((n_paths, n_steps+1))
    paths_gbm[:, 0] = S0

    for i in range(1, n_steps+1):
        dW = np.random.normal(0, 1, n_paths)*np.sqrt(dt)
        S = paths_gbm[:, i-1]
        paths_gbm[:, i] = S * (1 + drift * dt + sigma * dW)

    if threshold>0:
        result = np.any(paths_gbm > S0 + threshold, axis=1)
    else:
        result = np.any(paths_gbm < S0 + threshold, axis=1)

    prob = sum(result)/len(result)

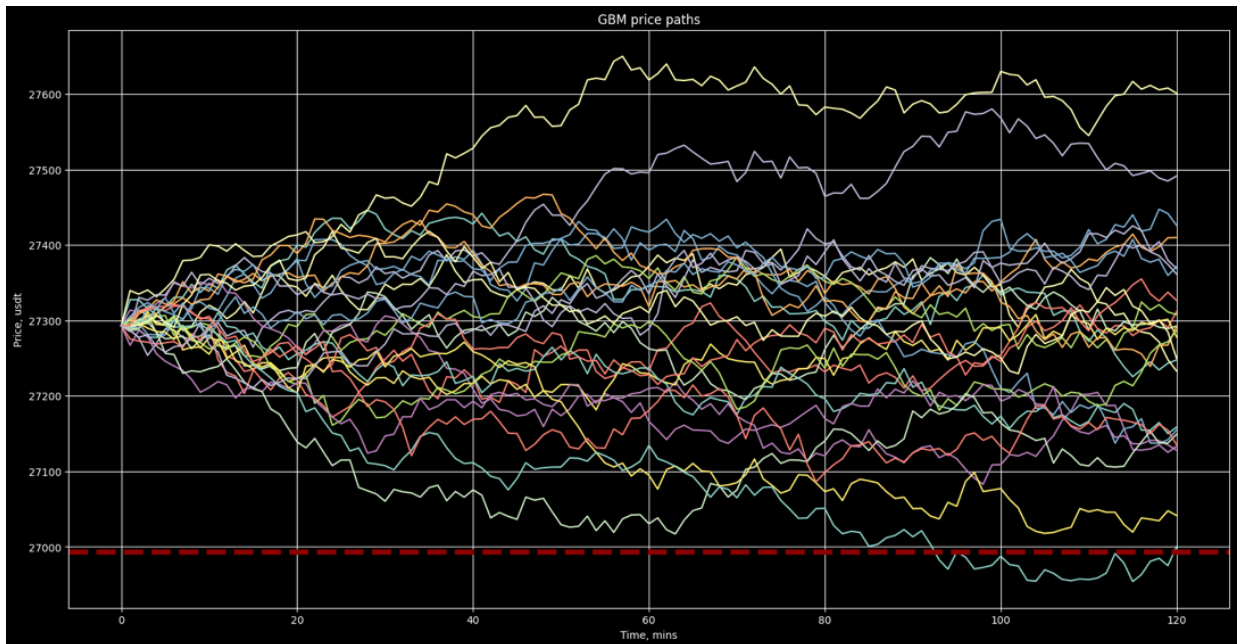
    if plot:
        time_arr = np.linspace(0, n_steps * dt, n_steps + 1)
        plt.figure(figsize=(20, 10))
        for i in range(n_paths_plot):
            plt.plot(time_arr, paths_gbm[i])
        plt.axhline(S0 + threshold, ls='--', label='Strike', c='darkred',
        plt.xlabel('Time, mins')
        plt.ylabel('Price, usdt')
        plt.title('GBM price paths')
        plt.grid()
        plt.show()
        print('Вероятность пересечения границы: ', prob)

    return prob
```

установим значения параметров:

```
In [162.. n_paths = 1000000
horisont = 120
dt = 1 # минута
threshold = -300
sigma = 0.00049 # минутная
S0 = 27293
drift = 1.056e-05 # минутная
```

```
In [163]... cross_threshold(n_paths, horisont, dt, S0, sigma, drift, threshold, n_pat
```



Вероятность пересечения границы: 0.020631

```
Out[163]: 0.020631
```

Теперь главным вопросом становится, какие значения минутных дрефта и волатильности выбрать для модели.

2. Посмотрим на минутные доходности

```
In [165]... def plot_normalized_histogram(data, column_name, bins=30, xlim = 0.01):
    plt.figure(figsize=(5, 3))
    plt.hist(data[column_name], bins=bins, edgecolor='k', density=True)

    plt.title(f'Нормированная гистограмма столбца "{column_name}"', fontw
    plt.xlabel(f'Значения "{column_name}"')
    plt.ylabel('Частота')
    plt.grid(True)
    plt.xlim(-xlim, xlim)

    plt.show()
    return data[column_name].mean(), data[column_name].std()

def plot_close_data(df, num_points=1440):
    plt.figure(figsize=(5, 3))

    plt.plot(df.tail(num_points)['ts'], df.tail(num_points)['close'])
    plt.title('График столбца close')
    plt.xlabel('Время')
    plt.ylabel('Значение close')

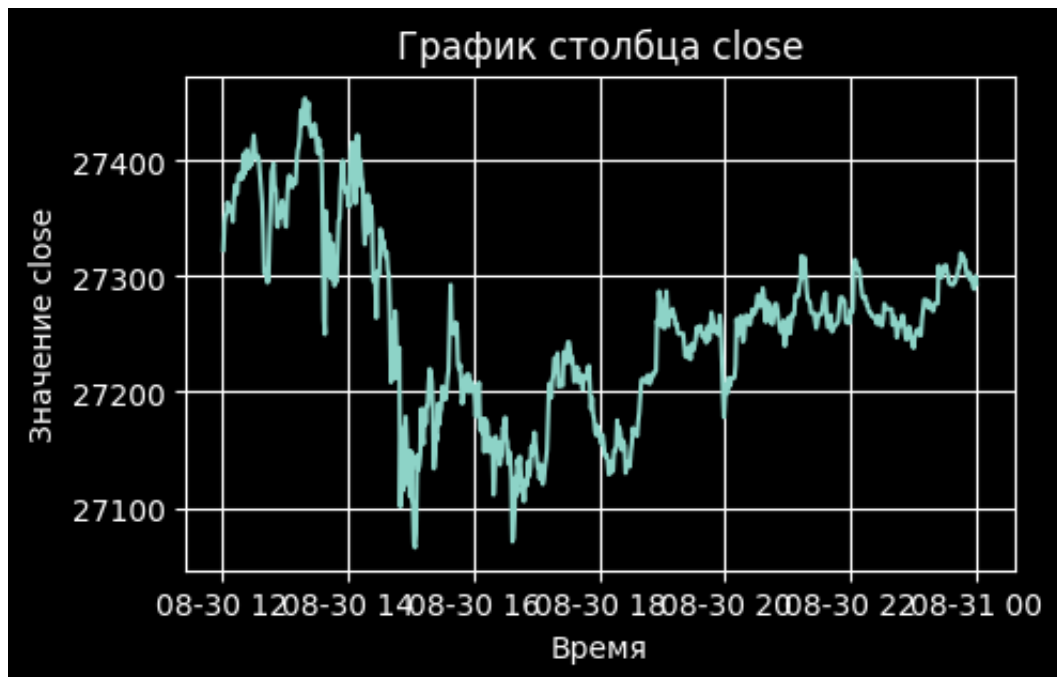
    plt.grid(True)
    plt.show()
```

```
In [166]... plot_normalized_histogram(df.tail(720), 'stock return', bins=40 , xlim =
```



```
Out[166]: (-1.626902194160371e-06, 0.0005928331544111638)
```

```
In [167... plot_close_data(df, num_points=720)
```



Видим, что сначала волатильность была относительно сильной, потом спала. Но по гистограмме мы этого не заметим. Будем использовать значение минутной волатильности посчитанной по предистории соизмеримой с горизонтом прогноза.

```
In [169... df.head()
```

Out[169]:

	ts	close	stock return	std_60	mean_60	std_120	mean_120	std_360
720	2023-01-01 12:00:00	16556.93	0.000016	0.000096	0.000009	0.000101	0.000009	0.000144
721	2023-01-01 12:01:00	16556.27	-0.000040	0.000094	0.000010	0.000100	0.000011	0.000144
722	2023-01-01 12:02:00	16558.04	0.000107	0.000095	0.000012	0.000100	0.000011	0.000144
723	2023-01-01 12:03:00	16557.38	-0.000040	0.000095	0.000010	0.000100	0.000011	0.000144
724	2023-01-01 12:04:00	16562.56	0.000313	0.000102	0.000017	0.000104	0.000014	0.000145

Если предсказывать нужно на период 10 - 30 минут, то будем использовать std_60, mean_60 (за последние 60 минут);

Если на период 30 - 60, то будем использовать std_120, mean_120; Если на период 60 - 90, то будем использовать std_360, mean_360; Если на период 90 - 120, то будем использовать std_720, mean_720;

3. Бэктест

Разобьем данные на чанки по 60 строк (horisont):

- по первой строке посчитаем вероятность пересечения границы на горизонте в 60 шагов (минут).
- по следующим 59 строкам посмотрим, удалось ли цене пробить границу (True/False)
- запишем эти данные в df_res

In [250...

```
chunk_size = 120
data = []
chunks = np.array_split(df.iloc[:100000], len(df.iloc[:100000]) / chunk
```

```
In [93]: for chunk in tqdm(chunks):

    n_paths = 10000
    horisont = 120
    dt = 1
    threshold = 100
    sigma = chunk.iloc[0].std_60
    S0 = chunk.iloc[0].close
    drift = chunk.iloc[0].mean_60
    prob = cross_threshold(n_paths, horisont, dt, S0, sigma, drift, thres
    close_range = chunk.close.max() - chunk.close.min()
    if threshold > 0:
        data.append([chunk.iloc[0].ts, chunk.iloc[0].close,\
                    chunk.iloc[0].mean_60, chunk.iloc[0].std_60,\
                    close_range, threshold, horisont,\
                    prob, np.any(chunk.close > S0 + threshold)])
    else:
        data.append([chunk.iloc[0].ts, chunk.iloc[0].close,\
                    chunk.iloc[0].mean_60, chunk.iloc[0].std_60,\
                    close_range, threshold, horisont,\
                    prob, np.any(chunk.close < S0 + threshold)])

100%|████████████████████████████████████████| 5794/5794 [03:04<00:00, 31
.45it/s]
```

```
In [94]: df_res = pd.DataFrame(data, columns=['ts', 'close', 'mean', 'std', 'close
```

- Из всех данных выберем те, где предсказанная вероятность лежит в пределах [a, b]
- Посчитаем в скольких из этих данным цена действительно пробила границу.

```
In [109... df_sliced = df_res[(df_res['probability'] >= 0) & (df_res['probability']
p0 = df_sliced['result'].sum()/len(df_sliced['result'])
```

```
In [110... df_sliced = df_res[(df_res['probability'] >= 0.01) & (df_res['probability']
p1 = df_sliced['result'].sum()/len(df_sliced['result'])
```

```
In [96]: df_sliced = df_res[(df_res['probability'] >= 0) & (df_res['probability']
p1 = df_sliced['result'].sum()/len(df_sliced['result'])
```

```
In [97]: df_sliced = df_res[(df_res['probability'] >= 0.1) & (df_res['probability']
p2 = df_sliced['result'].sum()/len(df_sliced['result'])
```

```
In [98]: df_sliced = df_res[(df_res['probability'] >= 0.2) & (df_res['probability']
p3 = df_sliced['result'].sum()/len(df_sliced['result'])
```

```
In [99]: df_sliced = df_res[(df_res['probability'] >= 0.3) & (df_res['probability']
p4 = df_sliced['result'].sum()/len(df_sliced['result'])
```

```
In [100... df_sliced = df_res[(df_res['probability'] >= 0.4) & (df_res['probability']
p5 = df_sliced['result'].sum()/len(df_sliced['result'])
```

```
In [101... df_sliced = df_res[(df_res['probability'] >= 0.5) & (df_res['probability'  
p6 = df_sliced['result'].sum()/len(df_sliced['result'])
```

```
In [102... df_sliced = df_res[(df_res['probability'] >= 0.6) & (df_res['probability'  
p7 = df_sliced['result'].sum()/len(df_sliced['result'])
```

```
In [103... df_sliced = df_res[(df_res['probability'] >= 0.7) & (df_res['probability'  
p8 = df_sliced['result'].sum()/len(df_sliced['result'])
```

```
In [104... df_sliced = df_res[(df_res['probability'] >= 0.8) & (df_res['probability'  
p9 = df_sliced['result'].sum()/len(df_sliced['result'])
```

```
In [105... df_sliced = df_res[(df_res['probability'] >= 0.9) & (df_res['probability'  
p10 = df_sliced['result'].sum()/len(df_sliced['result'])
```

```
In [135... bins = [0, 0.01, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1.0]  
labels = [0, 0, p2, p3, p4, p5, p6, p7, p8, np.nan, np.nan]  
df_res['res_prob'] = pd.cut(df_res['probability'], bins=bins, labels=labe
```

```
In [480... def chunk_back_test(df_orig, threshold, horisont=60):  
    df = df_orig.copy()  
    data = []  
    dt=1  
    n_paths=10000  
    chunk_size=horisont  
    chunks = np.array_split(df, len(df) / chunk_size)  
  
    for chunk in tqdm(chunks):  
        if 10 <= horisont <= 30:  
            sigma = chunk.iloc[0].std_60  
            drift = chunk.iloc[0].mean_60  
        elif 30 < horisont <= 60:  
            sigma = chunk.iloc[0].std_120  
            drift = chunk.iloc[0].mean_120  
        elif 60 < horisont <= 90:  
            sigma = chunk.iloc[0].std_360  
            drift = chunk.iloc[0].mean_360  
        elif 90 < horisont <= 120:  
            sigma = chunk.iloc[0].std_720  
            drift = chunk.iloc[0].mean_720  
        else:  
            raise ValueError("Недопустимое значение horisont")  
  
        S0 = chunk.iloc[0].close  
        prob = cross_threshold(n_paths, horisont, dt, S0, sigma, drift, t  
        close_range = chunk.close.max() - chunk.close.min()  
  
        if threshold > 0:  
            data.append([chunk.iloc[0].ts, chunk.iloc[0].close,\  
                        chunk.iloc[0].mean_60, chunk.iloc[0].std_60,\  
                        chunk.close.max(), chunk.close.max(),\  
                        close_range, threshold, horisont,\  
                        prob, np.any(chunk.close > S0 + threshold)])  
        else:  
            data.append([chunk.iloc[0].ts, chunk.iloc[0].close,\
```


Записали все шаги описанные выше в одну функцию.

4. Добавим ML для улучшения точности прогноза вероятности

Создадим `train_df` - используя все кроме последних 100000 строк данных.

```
In [357... threshold_values = list(range(-400, 401, 100))
horisont_values = list(range(20, 121, 20))

dfs = []

for threshold in threshold_values:
    for horisont in horisont_values:
        df_name = f'df_{threshold}_{horisont}'
        print(df_name)
        df_name = chunk_back_test(df.iloc[:-100000], threshold=threshold,
        dfs.append(df_name)
```

df_-400_20

100%|██| 12384/12384 [02:39<00:00, 77.54it/s]

df_-400_40

100%|██| 6192/6192 [02:18<00:00, 44.85it/s]

df_-400_60

100%|██| 4128/4128 [02:14<00:00, 30.67it/s]

df_-400_80

100%|██| 3096/3096 [02:06<00:00, 24.39it/s]

df_-400_100

100%|██| 2476/2476 [02:03<00:00, 20.07it/s]

df_-400_120

100%|██| 2064/2064 [02:04<00:00, 16.57it/s]

df_-300_20

100%|██| 12384/12384 [02:38<00:00, 78.30it/s]

df_-300_40

100%|██| 6192/6192 [02:16<00:00, 45.31it/s]

df_-300_60

100%|██| 4128/4128 [02:12<00:00, 31.22it/s]

df_-300_80

[illegible]

[illegible]

```

100%|████████████████████████████████████████| 6192/6192 [02:11<00:00, 47
.20it/s]
df_300_60

100%|████████████████████████████████████████| 4128/4128 [02:16<00:00, 30
.19it/s]
df_300_80

100%|████████████████████████████████████████| 3096/3096 [02:05<00:00, 24
.73it/s]
df_300_100

100%|████████████████████████████████████████| 2476/2476 [02:01<00:00, 20
.41it/s]
df_300_120

100%|████████████████████████████████████████| 2064/2064 [02:07<00:00, 16
.13it/s]
df_400_20

100%|████████████████████████████████████████| 12384/12384 [02:32<00:00, 81
.24it/s]
df_400_40

100%|████████████████████████████████████████| 6192/6192 [02:13<00:00, 46
.54it/s]
df_400_60

100%|████████████████████████████████████████| 4128/4128 [02:17<00:00, 29
.93it/s]
df_400_80

100%|████████████████████████████████████████| 3096/3096 [02:05<00:00, 24
.69it/s]
df_400_100

100%|████████████████████████████████████████| 2476/2476 [02:01<00:00, 20
.43it/s]
df_400_120

100%|████████████████████████████████████████| 2064/2064 [02:02<00:00, 16
.88it/s]

```

```
In [360...] df_train = pd.concat(dfs, axis=0)
```

```
In [442...] df_train.head(2)
```

```
Out[442]:
```

	ts	close	mean	std	close_max	close_min	close_range	threshc
0	2023-01-01 12:00:00	16556.93	0.000009	0.000096	16567.80	16567.80	15.92	-4
1	2023-01-01 12:21:00	16559.18	0.000015	0.000131	16571.27	16571.27	15.02	-4

Обучение модели

```

In [470... import lightgbm as lgb
from sklearn.model_selection import KFold
from sklearn.metrics import mean_squared_error

def train_lgb_regression(df, params, num_folds=5):
    df.columns = df.columns.str.replace(' ', '_')
    features = [col for col in df.columns if col not in {"ts", "result",
    target = 'res_prob'
    X = df[features]
    y = df[target]

    X_val = X.tail(50000).head(25000)
    y_val = y.tail(50000).head(25000)

    X_test = X.head(25000)
    y_test = y.head(25000)

    X_train = X[:-50000]
    y_train = y[:-50000]

    train_data = lgb.Dataset(X_train, label=y_train)
    val_data = lgb.Dataset(X_val, label=y_val, reference=train_data)
    test_data = lgb.Dataset(X_test, y_test)

    model = lgb.train(
        params=params,
        num_boost_round=500,
        train_set=train_data,
        valid_sets=[train_data, test_data, val_data],
        valid_names=('tr', 'test', 'val'),
        early_stopping_rounds=5,
        callbacks=[lgb.log_evaluation(50)]
    )
    print('model.best_iteration', model.best_iteration)
    y_pred = model.predict(X_test, num_iteration=model.best_iteration)

    print(f'Mean RMSE: {mean_rmse}')
    lgb.plot_importance(model, max_num_features=20)

    return model

```

```

In [471... params = {
    'objective': 'regression',
    'metric': 'rmse',
    'num_leaves': 31,
    'learning_rate': 0.05,
    'feature_fraction': 0.9,
    'bagging_fraction': 0.8,
    'bagging_freq': 5,
    'verbose': 0,
    'force_row_wise': True
}

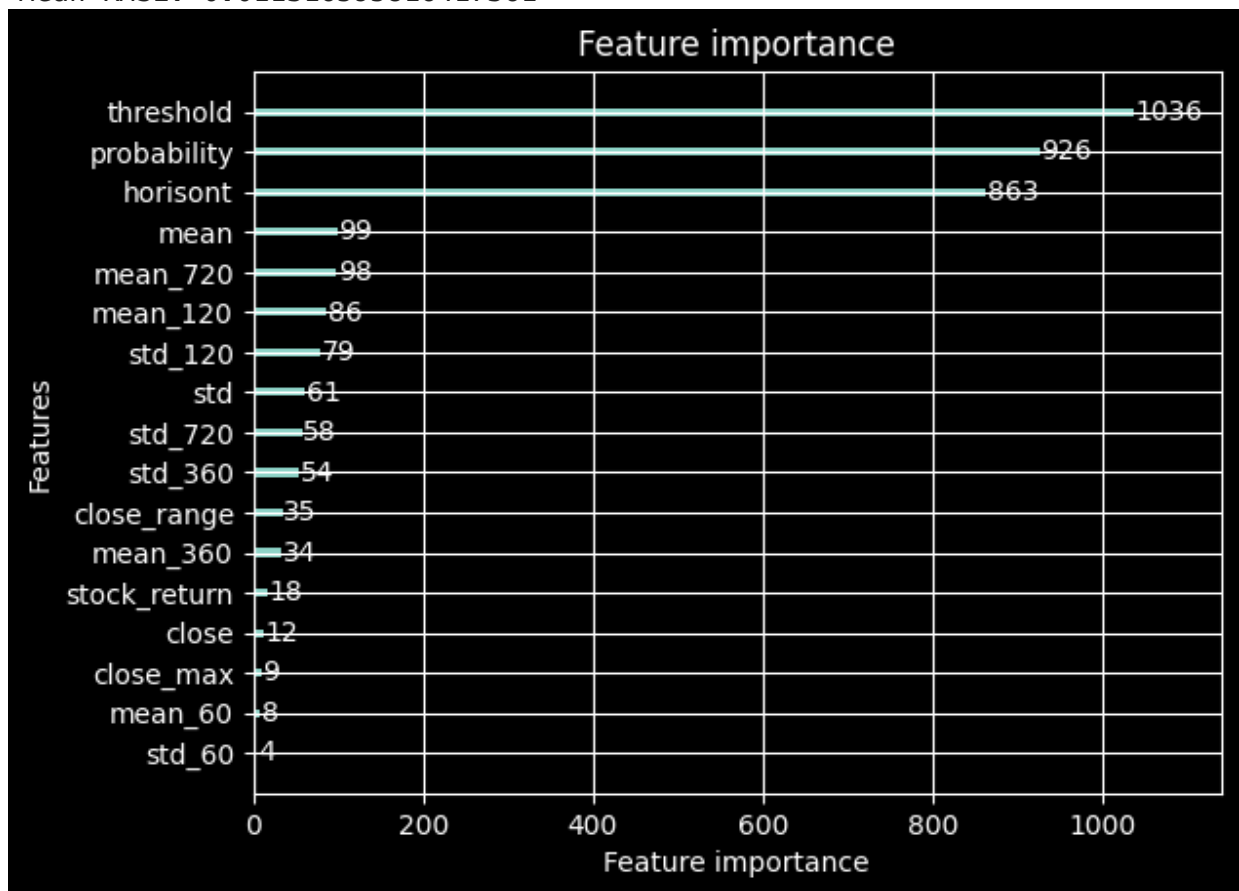
model = train_lgb_regression(df_train, params)

```

```

[50]    tr's rmse: 0.0274565    test's rmse: 0.0199982    val's rmse: 0.02
89304
[100]   tr's rmse: 0.0116416    test's rmse: 0.00909668    val's rmse: 0.02
14989
model.best_iteration 116
Mean RMSE: 0.011316595816417361

```



Бәктест

```
In [512... df_test = df.tail(100000)
```

```
In [513... def print_res_prob(df_res, col_name='probability'):
    probability_ranges = [(0, 0.01), (0.01, 0.1), (0.1, 0.2), (0.2, 0.3),
                          (0.5, 0.6), (0.6, 0.7), (0.7, 0.8), (0.8, 0.9),
                          (0.9, 1.0)]
    res_prob = []

    for range_start, range_end in probability_ranges:
        df_sliced = df_res[(df_res[col_name] >= range_start) & (df_res[col_name] < range_end)]
        result = df_sliced['result'].sum() / len(df_sliced['result'])
        res_prob.append(result)
        print(f"Для диапазона [{range_start}, {range_end}]: {result}")
```

```
In [542... def predict_and_print_res_prob(df_test, model, threshold=100, horisont=60
    if df_test.shape[0] < horisont:
        raise ValueError("Длина df_test должна быть больше horisont прогн

    df_test_res = chunk_back_test(df_test, threshold=threshold, horisont=
    features = [col for col in df_test_res.columns if col not in {"ts", "
    target = 'res_prob'
    X_test = df_test_res[features]
    y_test = df_test_res[target]
    df_test_res['prob_GBM_and_LGB'] = model.predict(X_test)
    print_res_prob(df_test_res, col_name='prob_GBM_and_LGB')
```

```
In [560... predict_and_print_res_prob(df_test, model, threshold=50, horisont=100)
```

```
100%|███████████| 1000/1000 [00:53<00:00, 18  
.66it/s]
```

```
Для диапазона [0, 0.01]: nan
Для диапазона [0.01, 0.1]: 0.058823529411764705
Для диапазона [0.1, 0.2]: 0.14814814814814814
Для диапазона [0.2, 0.3]: 0.375886524822695
Для диапазона [0.3, 0.4]: 0.40236686390532544
Для диапазона [0.4, 0.5]: 0.526595744680851
Для диапазона [0.5, 0.6]: 0.5531914893617021
Для диапазона [0.6, 0.7]: nan
Для диапазона [0.7, 0.8]: nan
Для диапазона [0.8, 0.9]: nan
Для диапазона [0.9, 1.0]: nan
```

Описание полученных результатов

- `df_test` разбивается на 1000 промежутков по 100 минут
- считается вероятность по 1 строке и проверяется по следующим 99 строкам произошел ли пробив границы (True/False)
- видим что посчитанные вероятности (в зависимости от дрифта и волатильности) - считаются в пределах от 0.01 до 0.6 для введенных `threshold=50`, `horisont=100`.
- если модель предсказывает вероятность $[0.1, 0.2]$, то среди этих строк - пробив границы происходим в 0.148 случаях из всех (назовем это `true_probability`) - аналогично по остальным промежуткам
- значения `nan` означают что таких вероятностей предсказано не было для этих данных.
- видим что после добавления LGB в модель - значения `true_probability` лучше попадают в диапазон предсказанной вероятности.

```
In [561]: predict_and_print_res_prob(df_test.tail(60), model, threshold=100, horiso
```

```
100%|██████████| 1/1 [00:00<00:00, 23  
.48it/s]
```

```

Для диапазона [0, 0.01]: nan
Для диапазона [0.01, 0.1]: nan
Для диапазона [0.1, 0.2]: 0.0
Для диапазона [0.2, 0.3]: nan
Для диапазона [0.3, 0.4]: nan
Для диапазона [0.4, 0.5]: nan
Для диапазона [0.5, 0.6]: nan
Для диапазона [0.6, 0.7]: nan
Для диапазона [0.7, 0.8]: nan
Для диапазона [0.8, 0.9]: nan
Для диапазона [0.9, 1.0]: nan

```

- если мы ходим посчитать разовый прогноз, по подадим на вход срез равный горизонту прогноза
- видим что вероятность лежит в пределах [0.1, 0.2], значение 0 указывает, что граница не пересечена

```
In [515... predict_and_print_res_prob(df_test, model, threshold=100, horisont=60)
```

```

100%|████████████████████████████████████████| 1666/1666 [00:54<00:00, 30
.56it/s]

```

```

Для диапазона [0, 0.01]: nan
Для диапазона [0.01, 0.1]: 0.04296875
Для диапазона [0.1, 0.2]: 0.12792792792792793
Для диапазона [0.2, 0.3]: 0.20772946859903382
Для диапазона [0.3, 0.4]: 0.30612244897959184
Для диапазона [0.4, 0.5]: 0.36666666666666664
Для диапазона [0.5, 0.6]: 0.75
Для диапазона [0.6, 0.7]: nan
Для диапазона [0.7, 0.8]: nan
Для диапазона [0.8, 0.9]: nan
Для диапазона [0.9, 1.0]: nan

```

```
In [516... predict_and_print_res_prob(df_test, model, threshold=-100, horisont=100)
```

```

100%|████████████████████████████████████████| 1000/1000 [00:53<00:00, 18
.53it/s]

```

```

Для диапазона [0, 0.01]: nan
Для диапазона [0.01, 0.1]: 0.06289308176100629
Для диапазона [0.1, 0.2]: 0.16
Для диапазона [0.2, 0.3]: 0.19402985074626866
Для диапазона [0.3, 0.4]: 0.31716417910447764
Для диапазона [0.4, 0.5]: 0.3625
Для диапазона [0.5, 0.6]: nan
Для диапазона [0.6, 0.7]: nan
Для диапазона [0.7, 0.8]: nan
Для диапазона [0.8, 0.9]: nan
Для диапазона [0.9, 1.0]: nan

```

```
In [517... predict_and_print_res_prob(df_test, model, threshold=50, horisont=100)
```

```

100%|████████████████████████████████████████| 1000/1000 [00:54<00:00, 18
.40it/s]

```


Для диапазона [0, 0.01]: nan
Для диапазона [0.01, 0.1]: 0.058823529411764705
Для диапазона [0.1, 0.2]: 0.14814814814814814
Для диапазона [0.2, 0.3]: 0.36764705882352944
Для диапазона [0.3, 0.4]: 0.40058479532163743
Для диапазона [0.4, 0.5]: 0.5289473684210526
Для диапазона [0.5, 0.6]: 0.5681818181818182
Для диапазона [0.6, 0.7]: nan
Для диапазона [0.7, 0.8]: nan
Для диапазона [0.8, 0.9]: nan
Для диапазона [0.9, 1.0]: nan

In [518... predict_and_print_res_prob(df_test, model, threshold=500, horisont=100)

100%|██| 1000/1000 [00:51<00:00, 19.42it/s]

Для диапазона [0, 0.01]: nan
Для диапазона [0.01, 0.1]: 0.005070993914807302
Для диапазона [0.1, 0.2]: 0.07142857142857142
Для диапазона [0.2, 0.3]: nan
Для диапазона [0.3, 0.4]: nan
Для диапазона [0.4, 0.5]: nan
Для диапазона [0.5, 0.6]: nan
Для диапазона [0.6, 0.7]: nan
Для диапазона [0.7, 0.8]: nan
Для диапазона [0.8, 0.9]: nan
Для диапазона [0.9, 1.0]: nan

In [554... predict_and_print_res_prob(df_test.tail(300), model, threshold=50, horiso

100%|██| 3/3 [00:00<00:00, 13.54it/s]

Для диапазона [0, 0.01]: nan
Для диапазона [0.01, 0.1]: nan
Для диапазона [0.1, 0.2]: nan
Для диапазона [0.2, 0.3]: nan
Для диапазона [0.3, 0.4]: nan
Для диапазона [0.4, 0.5]: 0.3333333333333333
Для диапазона [0.5, 0.6]: nan
Для диапазона [0.6, 0.7]: nan
Для диапазона [0.7, 0.8]: nan
Для диапазона [0.8, 0.9]: nan
Для диапазона [0.9, 1.0]: nan

In []: