Лекция №1.

Основные этапы решения задач ИСО.

Несмотря на большое разнообразие задач ИСО, им всем присущи следующие основные этапы:

1. Постановка задачи.
2. Построение мат. модели.
3. Нахождение метода решения.
4. Проверка и корректировка модели.
5. Реализация найденного решения на практике.

Постановка задачи – чрезвычайно ответственный этап ИСО. Первоначально задача формулируется заказчиком- оперирующей стороной. Такая постановка задачи обычно не бывает окончательной. Во время анализа исследуемой операции задача уточняется. Здесь роль исследователя состоит в проведении тщательного обследования объекта, формулировании цели операции, изучении множества факторов, влияющих на результаты. Исследователь операции совместно с заказчиком выделяет совокупность существенных факторов, и уточняет окончательную содержательную постановку задачи.

Построение математической модели. Представляет процесс формализации содержательной постановки задачи. В общем случае модели принятия решений сводятся к моделям задач математического программирования вида:

$$\begin{aligned} &F = f(\overline{X},\overline{Y}) \Rightarrow ext \\ &g_i(\overline{X},\overline{Y}) \le b_i \quad (i=\overline{1..m}) \\ &\overline{X} \in \Omega_X \\ &\overline{Y} \in \Omega_Y \end{aligned} \qquad (1)$$

где F- целевая функция (критерий эффективности операции),

$\overline{X}$ - вектор контролируемых (управляемых) факторов,

$\overline{Y}$ - вектор неконтролируемых (неуправляемых) факторов,

g_i -функция потребления i-того ресурса,

b_i - количество активных средств i-того ресурса.

<u>Нахождение метода решения.</u> Для нахождения оптимального решения $\overline{X}_{\text{опт}}$ задачи (1) в зависимости от структуры целевой функции F и ограничений применяют те или иные методы теории мат. программирования:

1. Линейное программирование. $f(\overline{X},\overline{Y})$, $g_i(\overline{X},\overline{Y})$- линейные функции относительно своих переменных $\overline{X}$ и $\overline{Y}$.
2. Нелинейное программирование, если хотя бы одна из $f(\overline{X},\overline{Y})$, $g_i(\overline{X},\overline{Y})$- нелинейная.
3. Динамическое программирование, если $f(\overline{X},\overline{Y})$ явл. аддитивной (сепарабельной) или мультипликативной функцией своих аргументов.

$$f(\overline{X},\overline{Y}) = \sum_{i=1}^{k} f_i(\overline{X}_i,\overline{Y}_i)$$
$$f(\overline{X},\overline{Y}) = \prod_{i=1}^{k} f_i(\overline{X}_i,\overline{Y}_i)$$

4. Дискретное (целочисленное) программирование, если на переменные $\overline{X}$ и $\overline{Y}$ наложено условие дискретности или целочисленности.
5. Геометрическое программирование, если целевая функция выражается соотношениями $f(\overline{X}) = \sum_{j=1}^{n} u_j, u_j = c_j \prod_{i=1}^{m} x_i^{a_{ji}}, j = \overline{1,n}$, или $f(\overline{X}) = \sum_{i=1}^{n} c_i x_1^{a_{i1}} x_2^{a_{i2}} .. x_m^{a_{im}}$, а ограничения $g_i(\overline{X}) \le 1$, $i = \overline{1,n}$. Здесь коэффициенты C_i и показатели степени a_{ij} являются произвольными константами, а независимые переменные $x_j>0$, j=1,m. Функции приведенного вида называются сигналами, а в случае $x_j>0$– позиномами.
6. Стохастическое программирование, если вектор $\overline{Y}$- случайная

величина, а целевая функция выражается мат. ожиданием. (Вместо $f(\overline{X},\overline{Y})$ рассматривают $M_Y[f(\overline{X},\overline{Y})]$).

7. Эвристическое программирование применяют для решения тех задач, в которых точный оптимум найти алгоритмическим путем невозможно из-за большой размерности исходной задачи или отсутствия методов решения. В таких случаях отказываются от поиска оптимального решения и отыскивают удовлетворительное с точки зрения практики решение. При этом пользуются специальными методами-эвристиками, основанными на опыте, знаниях и интуиции исследователя и позволяющими значительно сократить число просматриваемых планов.

Проверка и корректировка модели. В сложных системах ММ лишь частично отражает реальный процесс. Поэтому необходима проверка степени соответствия, или адекватности, между моделью и реальным объектом (процессом). Проверку производят сравнением предсказанного поведения на модели с фактическим (измеренным). Если их разница в пределах допустимого, то модель считается адекватной, в противном случае необходимо скорректировать модель. Корректировка может потребовать дополнительных исследований объекта, уточнения структуры модели. Четыре названных выше этапа повторяют многократно до тех пор, пока будет достигнуто удовлетворительное соответствие между выходом объекта и модели.

Реализация найденного решения на практике. Является важнейшим этапом, завершающим операционное исследование. Полученное решение в виде отчетов, инструкций и рекомендаций представляется заказчику. Опер. сторона принимает окончательное решение с учетом неформализуемой информации.

С точки зрения реализации оптимального решения на практике ИСО занимает особое место в проблематике АСУ различного назначения. Известно, что внедрение АСУ эффективно для решения таких задач управления, которые невозможно было решать при сложившейся ранее практике управления. Поэтому в настоящее время выдвинут т.н. принцип новых задач АСУ, под которым понимается поиск и постановка на производстве действительно новых задач оптимального управления, позволяющих создавать рентабельные АСУ.

ИСО является методологической основой для нахождения таких задач, разработки их моделей и алгоритмов решения, а также для практического внедрения оптимального решения.

Детерминированные линейные модели.

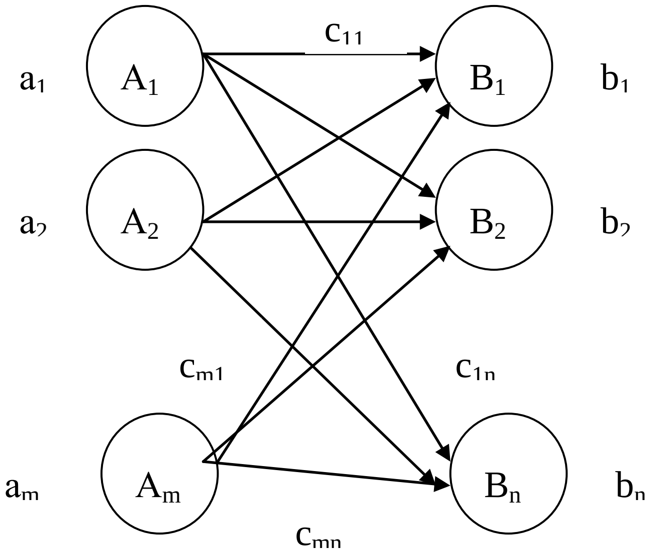
Детер. модели занимают в ИСО одно из главных мест. Это связано с тем, что в них отражены разнообразные проблемы распределения ограниченных ресурсов в экономике, военном деле, при проектировании новой техники и т.д. Пути решения подобных проблем состоят в планировании целенаправленной деятельности, без которого невозможны согласованные действия производственных коллективов. Планирование должно рассматриваться как основа управления сложными объектами.

1. ***Классическая транспортная задача. (КТЗ)***

В настоящее время задачи транспортного типа или задача прикрепления поставщиков к потребителям стала типовой для промышленных предприятий, имеющих в своем составе несколько фирм, складов, оптовых баз и рынков сбыта. Эти задачи применяются для выбора оптимальных маршрутов доставки продукции от поставщиков к потребителям.

1.1 <u>*Постановка задачи.*</u> Имеются пункты производства $A_i, i=\overline{1,m}$ некоторой однородной продукции. В каждом пункте A_i объем производства составляет a_i. Эта продукция поставляется в пункты потребления $B_j, j=\overline{1,n}$, причем потребность пункта B_j равна b_j. Перевозка продукции возможна из любого пункта A_i в любой пункт B_j, при этом стоимость перевозки единицы продукции определяется величиной c_{ij}. Требуется найти такой план перевозки продукции, при котором запросы всех пунктов потребления будут полностью удовлетворяться, запасы продукции из всех пунктов производства полностью вывозиться, а суммарная стоимость перевозки была бы минимальной.

Замечание. Очевидно, что при такой постановке решение задачи будет существовать только если выполняется условие баланса: $\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j$. Такая КТЗ называется *закрытой..* Графическая интерпретация задачи представлена на рис.1.



1.2Математическая модель КТЗ.

Пусть x_{ij} - количество продукции, перевезенной из пункта A_i в B_j. Тогда ММ КТЗ запишется в виде:

$$\sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij} \Rightarrow \min \qquad (1)$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = a_i \quad (i = \overline{1, m}) \qquad (2)$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j \quad (j = \overline{1, n}) \qquad (3)$$

$$x_{ij} \geq 0 \qquad (4)$$

Здесь целевая функция (1) отражает суммарные транспортные расходы. Ограничения (2) требуют, чтобы вся продукция была вывезена, а ограничения (3) –

чтобы потребности всех пунктов потребления были удовлетворены. Условие (4) вытекает из физического смысла введенных переменных.

Ограничения (2)-(4) задают планы перевозок $(x_{ij})_{mxn}$. Т.О., ММ КТЗ относится к классу ЗЛП. В этой задаче a_i- активные средства, b_j, c_{ij}- определенные (фиксированные) неконтролируемые факторы, а матрица плана перевозок $X = \left|x_{ij}\right|_{m\times n}$- стратегии оперирующей стороны. Цель операции задается целевой функцией (1). Если некоторая матрица $X^* = \left|x^*_{ij}\right|_{m\times n}$ является решением ЗЛП (1)-(4), то она является оптимальной (наилучшей) стратегией оперирующей стороны. Т.к. КТЗ относится к классу ЗЛП, то она может быть решена стандартными методами ЛП. Однако, учитывая особенности КТЗ, можно модифицировать общие алгоритмы решения ЗЛП таким образом, чтобы получить более эффективные алгоритмы. Для решения КТЗ используется алгоритм, разработанный в соответствии с методом потенциалов.