

Лаба С - advanced условие

Виды аннотирования

- $[n. Ax. sch. k]$, где n — номер выражения, а k — номер схемы аксиом: либо число от 1 до 12 (предикатные), либо A9 (из формальной арифметике (см ниже)).
- $[n. Ax. k]$, где k — значение от A1 до A8 (формальной арифметике).
- $[n. M.P. k, l]$, $[n. ?-intro k]$, $[n. @-intro k]$ — для правил вывода. Смысл индексов для $M.P.$: если доказательство представлено формулами δ_i , то запись слева означает $\delta_l \equiv \delta_k \rightarrow \delta_n$.

Тонкости

- Аннотации перечислены в порядке предпочтения: если выражение может быть обосновано, допустим, как аксиома A8 или как M.P., в ответе должно быть указано Ax. A8.
- В случае пересечения аксиом/схем указывайте аксиому/схему с минимальным номером; арифметические аксиомы/схемы идут после логических.
- Если выражение может быть получено при помощи одного правила вывода несколькими способами, предпочтение должно отдаваться наиболее ранним ссылкам в лексикографическом порядке: M.P. 1,10 предпочтительнее M.P. 10,1.
- Modus Ponens предпочтительнее правил с кванторами, правило с квантором существования предпочтительнее правила с квантором всеобщности (даже если номер исходной формулы для правила с квантором существования меньше) (т.е. $[n. M.P. k, l] > [n. ?-intro k] > [n. @-intro k]$).
- Аксиомы предпочтительнее правил вывода

- В выражениях должны быть расставлены все скобки в точности по одному разу (т.е. скобки вокруг всех унарных и бинарных выражений — кроме апострофов).

- Если доказательство некорректно, выведите одну из следующих строк, в зависимости от типа ошибки. Ваша программа должна находить первое некорректное выражение в доказательстве, и для него указывать тип ошибки с минимальным номером (в соответствии со списком ниже):

1. **Expression n: variable v occurs free in ?-rule.** - для правила вывода \exists - ставим когда x начинает входить свободно в ϕ
2. **Expression n: variable v occurs free in @-rule.** - для правила вывода \forall - ставим когда x начинает входить свободно в ϕ
3. **Expression n: variable v is not free for term t in ?-axiom.** - схема аксиом 12 - тут проблема в том, что хотя бы одна свободная переменная, которая была в θ , стала связанной в $\exists x.\phi$
4. **Expression n: variable v is not free for term t in @-axiom.** - схема аксиом 11 - тут проблема в том, что хотя бы одна свободная переменная, которая была в θ , стала связанной в $\phi[x := \theta]$
5. **Expression n is not proved.** - это если у нас не получилось строку заматчить со всем, то есть написана какая-то дичь
6. **The proof proves different expression.** - это надо выводить в $n + 1$ строке. То есть, если тебе дали на вход полностью корректное доказательство размера n , то ты все строки правильно аннотируешь, а затем в самом конце пишешь -
The proof proves different expression.

- Все строки доказательства, предшествующие некорректной, должны быть проаннотированы.

Пример

Смотри ТГ - кинул переписку с Машей

стандартный ввод
-a+0=a (((a)+0))=a (@y.y+0*0'=y)->(?x.@y.x=y)
стандартный вывод
-((a+0)=a) [1. Ax. A5] ((a+0)=a) Expression 2: variable x is not free for term (y+(0*0')) in ?-axiom.

Аксиомы (с учетом порядка)

Предикатные

Аксиома 10 схем аксиом:

- 1) $\alpha \rightarrow \beta \rightarrow \alpha$
- 2) $(\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow (\alpha \rightarrow \beta \rightarrow \gamma) \rightarrow (\alpha \rightarrow \gamma)$
- 3) $\alpha \rightarrow \beta \rightarrow \alpha \ \& \ \beta$
- 4) $\alpha \ \& \ \beta \rightarrow \alpha$
- 5) $\alpha \ \& \ \beta \rightarrow \beta$
- 6) $\alpha \rightarrow \alpha \vee \beta$
- 7) $\beta \rightarrow \alpha \vee \beta$
- 8) $(\alpha \rightarrow \gamma) \rightarrow (\beta \rightarrow \gamma) \rightarrow (\alpha \vee \beta \rightarrow \gamma)$
- 9) $(\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow (\alpha \rightarrow \neg \beta) \rightarrow \neg \alpha$
- 10) $\neg \neg \alpha \rightarrow \alpha$

$$\left. \begin{array}{l} (\text{сх. 11}) \quad (\forall x. \varphi) \rightarrow \varphi[x := \theta] \\ (\text{сх. 12}) \quad \varphi[x := \theta] \rightarrow \exists x. \varphi \end{array} \right\} *$$

Формальной арифметики

$$(A1) \quad a = b \rightarrow a' = b'$$

$$(A2) \quad a = b \rightarrow a = c \rightarrow b = c$$

$$(A3) \quad a' = b' \rightarrow a = b$$

$$(A4) \quad \neg a' = 0$$

$$(A5) \quad a + b' = (a + b)'$$

поменять местами

$$(A6) \quad a + 0 = a$$

$$(A7) \quad a \cdot 0 = 0$$

$$(A8) \quad a \cdot b' = a \cdot b + a$$

(A9) Схема аксиом индукции

$$(\psi[x:=0]) \& (\forall x. \psi \rightarrow (\psi[x:=x'])) \rightarrow \psi$$

x входит свободно в ψ

Правила вывода

Handwritten logical inference rules on a grid background:

(пр. \forall)
$$\frac{\varphi \rightarrow \psi}{\varphi \rightarrow \forall x. \psi}$$

(пр. \exists)
$$\frac{\psi \rightarrow \varphi}{(\exists x. \psi) \rightarrow \varphi}$$

A large right curly bracket groups the two rules, with the text: x не входит свободно в φ

GL BUDDY