

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего
образования
«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИТМО»

ОТЧЕТ

по лабораторной работе №1
по дисциплине «**Методы оптимизации**»

Авторы: Алиев Руслан
Лыскин Данил
Щелочков Александр
Факультет: ФИТиП



УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

Санкт-Петербург 2021

Задачи: Реализовать алгоритмы одномерной минимизации функции. Протестировать реализованные алгоритмы на задаче:

$$f(x) = 0.2x \lg x + (x - 2.3)^2 \rightarrow \min \text{ на интервале } [0.5; 2.5]$$

Шаг 1: Аналитическое решение.

$$f(x) = 0.2x \lg x + (x - 2.3)^2$$

$$\frac{d}{dx} \left(0.2x \lg x + (x - 2.3)^2 \right) = 0$$

$$0.2 \lg x + \frac{0.2x}{x \ln 10} + 2(x - 2.3) = 0$$

$$0.2 \lg x + 2x = 4.6 - \frac{0.2}{\ln 10}$$

$$\text{Ответ: } x \approx 2.2219, f(x) \approx 0.1602.$$

Шаг 2: Таблица результатов

Метод дихотомии:

i	a	b	$\frac{b_n - a_n}{b_{n-1} - a_{n-1}}$	x_1^n	x_2^n	$f(x_1^n)$	$f(x_2^n)$
0	0,5	2,5000000000000000	–	1,50000	1,5000000000500000	0,692827378455666	0,692827376977743
1	1,4999999995	2,5000000000000000	0,500000000025	2,00000	2,0000000000250000	0,210411998605294	0,210411998152359
2	2,0000000	2,5000000000000000	0,50000000005	2,25000	2,2500000000125000	0,160982133099980	0,160982133157275
3	1,999999999250000	2,2500000000125000	0,5000000	2,12500	2,1250000000187500	0,169752547274797	0,169752547077127
4	2,124999999187500	2,2500000000125000	0,500000002000000	2,18750	2,1875000000156250	0,161383527050469	0,161383526980317
5	2,187499999156250	2,2500000000125000	0,500000004000000	2,21875	2,2187500000140630	0,160187151870148	0,160187151863729
6	2,218749999140630	2,2500000000125000	0,500000007999920	2,23437	2,2343750000132810	0,160335756471089	0,160335756496529
7	2,218749999140630	2,2343750000132810	0,500000015999839	2,22656	2,2265625000136720	0,160199228511763	0,160199228521274
8	2,218749999140630	2,2265625000136720	0,500000031999998	2,22266	2,222656250138670	0,160177633253632	0,160177633255178
9	2,218749999140630	2,222656250138670	0,500000063999352	2,22070	2,220703125139650	0,160178503262032	0,160178503259595
10	2,220703124139650	2,222656250138670	0,500000127999967	2,22168	2,221679687639160	0,160177095941067	0,160177095940622
11	2,221679686639160	2,222656250138670	0,500000255999869	2,22167967888920	2,22167968888920	0,160177121519183	0,160177121519733
12	2,221679686639160	2,22167968888920	0,500000512004596	2,221923827264040	2,221923828264040	0,160177047960455	0,160177047960508
13	2,221679686639160	2,221923828264040	0,500001023997903	2,221801756951600	2,221801757951600	0,160177056758328	0,160177056758131
14	2,221801756951600	2,221923828264040	0,500002047991612	2,221862792107820	2,221862793107820	0,160177048561285	0,160177048561213
15	2,221862792107820	2,221923828264040	0,500004095966448	2,221893309685930	2,221893310685930	0,160177047311344	0,160177047311334

i	a	b	$\frac{b_n - a_n}{b_{n-1} - a_{n-1}}$	x_1^n	x_2^n	$f(x_1^n)$	$f(x_2^n)$
16	2,221893309685930	2,221923828264040	0,500008191865788	2,221908568474980	2,221908569474980	0,160177047398518	0,160177047398539
17	2,221893309685930	2,221908569474980	0,500016383299320	2,221900939080460	2,221900940080460	0,160177047295586	0,160177047295591
18	2,221893309685930	2,221900940080460	0,500032766180342	2,221897124383190	2,221897125383190	0,160177047288628	0,160177047288626
19	2,221897124383190	2,221900940080460	0,500065528066476	2,221899031731830	2,221899032731830	0,160177047288398	0,160177047288400
20	2,221897124383190	2,221899032731830	0,500131038959493	2,221898078057510	2,221898079057510	0,160177047287586	0,160177047287586
21	2,221898078057510	2,221899032731830	0,500262006632080	2,221898554894670	2,221898555894670	0,160177047287760	0,160177047287761
22	2,221898078057510	2,221898555894670	0,500523738818071	2,221898316476090	2,221898317476090	0,160177047287615	0,160177047287615
23	2,221898078057510	2,221898317476090	0,501046381574844	2,221898197266800	2,221898198266800	0,160177047287586	0,160177047287586
24	2,221898078057510	2,221898198266800	0,502088392638533	2,221898137662150	2,221898138662150	0,160177047287582	0,160177047287582
25	2,221898078057510	2,221898138662150	0,504159370710866	2,221898107859830	2,221898108859830	0,160177047287583	0,160177047287583
26	2,221898107859830	2,221898138662150	0,508250193384533	2,221898122760990	2,221898123760990	0,160177047287582	0,160177047287582
27	2,221898122760990	2,221898138662150	0,516232543522696	2,221898130211570	2,221898131211570	0,160177047287582	0,160177047287582
28	2,221898122760990	2,221898131211570	0,531444246834822	2,221898126486280	2,221898127486280	0,160177047287582	0,160177047287582
29	2,221898126486280	2,221898131211570	0,559167536429452	2,221898128348930	2,221898129348930	0,160177047287582	0,160177047287582
30	2,221898128348930	2,221898131211570	0,605812553303607	2,221898129280250	2,221898130280250	0,160177047287582	0,160177047287582

Метод Золотого сечения:

i	a	b	$\frac{b_n - a_n}{b_{n-1} - a_{n-1}}$	x_1^n	x_2^n	$f(x_1^n)$	$f(x_2^n)$
0	0,5000000000000000	2,5000000000000000	–	1,263932022500210	1,736067977499790	1,099151226699970	0,401200150441420
1	1,263932022500210	2,5000000000000000	0,618033988749895	1,736067977499790	2,027864045000420	0,401200150441420	0,198584580801751
2	1,736067977499790	2,5000000000000000	0,618033988749894	2,027864045000420	2,208203932499370	0,198584580801751	0,160368251592025
3	2,027864045000420	2,5000000000000000	0,618033988749896	2,208203932499370	2,319660112501050	0,160368251592025	0,169918579963121
4	2,027864045000420	2,319660112501050	0,618033988749892	2,139320225002100	2,208203932499370	0,167131128555099	0,160368251592025
5	2,139320225002100	2,319660112501050	0,618033988749902	2,208203932499370	2,250776405003790	0,160368251592025	0,161027232024084
6	2,139320225002100	2,250776405003790	0,618033988749932	2,181892697506520	2,208203932499370	0,161808954227967	0,160368251592025
7	2,181892697506520	2,250776405003790	0,618033988749888	2,208203932499370	2,224465170010940	0,160368251592025	0,160183765696941
8	2,208203932499370	2,250776405003790	0,618033988749912	2,224465170010940	2,234515167492220	0,160183765696941	0,160339342398235
9	2,208203932499370	2,234515167492220	0,618033988749850	2,218253929980650	2,224465170010940	0,160190587253827	0,160183765696941
10	2,218253929980650	2,234515167492220	0,618033988750013	2,224465170010940	2,228303927461940	0,160183765696941	0,160218882722865
11	2,218253929980650	2,228303927461940	0,618033988750201	2,222092687431650	2,224465170010940	0,160177085877121	0,160183765696941
12	2,218253929980650	2,224465170010940	0,618033988750088	2,220626412559940	2,222092687431650	0,160178696189081	0,160177085877121
13	2,220626412559940	2,224465170010940	0,618033988749388	2,222092687431650	2,222998895139220	0,160177085877121	0,160178282634827

i	a	b	$\frac{b_n - a_n}{b_{n-1} - a_{n-1}}$	x_1^n	x_2^n	$f(x_1^n)$	$f(x_2^n)$
14	2,220626412559940	2,222998895139220	0,618033988748616	2,221532620267510	2,222092687431650	0,160177183501855	0,160177085877121
15	2,221532620267510	2,222998895139220	0,618033988749028	2,222092687431650	2,222438827975080	0,160177085877121	0,160177345347734
16	2,221532620267510	2,222438827975080	0,618033988752165	2,221878760810930	2,222092687431650	0,160177047670370	0,160177085877121
17	2,221532620267510	2,222092687431650	0,618033988743952	2,221746546888230	2,221878760810930	0,160177070716415	0,160177047670370
18	2,221746546888230	2,222092687431650	0,618033988747598	2,221878760810930	2,221960473508950	0,160177047670370	0,160177051249334
19	2,221746546888230	2,221960473508950	0,618033988755908	2,221828259586240	2,221878760810930	0,160177052265923	0,160177047670370
20	2,221828259586240	2,221960473508950	0,618033988780898	2,221878760810930	2,221909972284260	0,160177047670370	0,160177047430386
21	2,221828259586240	2,221909972284260	0,618033988744361	2,221859471059570	2,221878760810930	0,160177048811885	0,160177047670370
22	2,221859471059570	2,221909972284260	0,618033988764382	2,221878760810930	2,221890682532900	0,160177047670370	0,160177047344242
23	2,221859471059570	2,221890682532900	0,618033988711968	2,221871392781550	2,221878760810930	0,160177048016833	0,160177047670370
24	2,221859471059570	2,221878760810930	0,618033988849190	2,221866839088960	2,221871392781550	0,160177048286309	0,160177048016833
25	2,221859471059570	2,221871392781550	0,618033989008348	2,221864024752160	2,221866839088960	0,160177048473995	0,160177048286309
26	2,221859471059570	2,221866839088960	0,618033988912062	2,221862285396370	2,221864024752160	0,160177048598067	0,160177048473995
27	2,221859471059570	2,221864024752160	0,618033988325337	2,221861210415370	2,221862285396370	0,160177048677832	0,160177048598067
28	2,221859471059570	2,221862285396370	0,618033989861402	2,221860546040570	2,221861210415370	0,160177048728308	0,160177048677832
29	2,221859471059570	2,221861210415370	0,618033989393167	2,221860135434370	2,221860546040570	0,160177048759953	0,160177048728308
30	2,221859471059570	2,221860546040570	0,618033987065786	2,221859881665780	2,221860135434370	0,160177048779683	0,160177048759953
31	2,221859471059570	2,221860135434370	0,618033993158949	2,221859724828160	2,221859881665780	0,160177048791943	0,160177048779683
32	2,221859471059570	2,221859881665780	0,618033992258587	2,221859627897190	2,221859724828160	0,160177048799545	0,160177048791943
33	2,221859471059570	2,221859724828160	0,618033979564021	2,221859567990550	2,221859627897190	0,160177048804252	0,160177048799545
34	2,221859471059570	2,221859627897190	0,618034012798826	2,221859530966210	2,221859567990550	0,160177048807166	0,160177048804252
35	2,221859471059570	2,221859567990550	0,618033989549191	2,221859508083910	2,221859530966210	0,160177048808967	0,160177048807166
36	2,221859471059570	2,221859530966210	0,618033986657310	2,221859493941870	2,221859508083910	0,160177048810082	0,160177048808967
37	2,221859471059570	2,221859508083910	0,618033994228353	2,221859485201610	2,221859493941870	0,160177048810770	0,160177048810082
38	2,221859471059570	2,221859493941870	0,618033974407106	2,221859479799830	2,221859485201610	0,160177048811196	0,160177048810770
39	2,221859471059570	2,221859485201610	0,618034026299804	2,221859476461350	2,221859479799830	0,160177048811459	0,160177048811196
40	2,221859471059570	2,221859479799830	0,618033890442963	2,221859474398060	2,221859476461350	0,160177048811622	0,160177048811459
41	2,221859471059570	2,221859476461350	0,618034246120825	2,221859473122870	2,221859474398060	0,160177048811723	0,160177048811622
42	2,221859471059570	2,221859474398060	0,618035166185961	2,221859472334760	2,221859473122870	0,160177048811785	0,160177048811723
43	2,221859471059570	2,221859473122870	0,618033901554296	2,221859471847680	2,221859472334760	0,160177048811823	0,160177048811785
44	2,221859471059570	2,221859472334760	0,618034217030970	2,221859471546650	2,221859471847680	0,160177048811847	0,160177048811823

Комбинаторный метод Брента:

i	a	b	$\frac{b_n - a_n}{b_{n-1} - a_{n-1}}$	v_n, w_n	$f(v_n), f(w_n)$	x_n, u_n	$f(x_n), f(u_n)$	Параболическая аппроксимация
0	0,5000000000	2,5000000000	—	1,2639320225; 1,2639320225	1,0991512267; 1,0991512267	1,7360679775; 1,2639320225	0,4012001504; 1,0991512267	false
1	1,2639320225	2,5000000000	0,6180339888	1,2639320225; 1,2639320225	1,0991512267; 1,0991512267	2,0278640450; 1,7360679775	0,1985845808; 0,4012001504	false

i	a	b	$\frac{b_n - a_n}{b_{n-1} - a_{n-1}}$	v_n, w_n	$f(v_n), f(w_n)$	x_n, u_n	$f(x_n), f(u_n)$	Параболическая аппроксимация
2	1,7360679775	2,5000000000	0,6180339887	1,2639320225; 1,7360679775	1,0991512267; 0,4012001504	2,2082039325; 2,0278640450	0,1603682516; 0,1985845808	false
3	2,0278640450	2,5000000000	0,6180339888	1,7360679775; 2,0278640450	0,4012001504; 0,1985845808	2,3196601125; 2,2082039325	0,1699185800; 0,1603682516	false
4	2,0278640450	2,3196601125	0,6180339887	2,0278640450; 2,3196601125	0,1985845808; 0,1699185800	2,1393202250; 2,2082039325	0,1671311286; 0,1603682516	false
5	2,1393202250	2,3196601125	0,6180339888	2,3196601125; 2,1393202250	0,1699185800; 0,1671311286	2,2507764050; 2,2082039325	0,1610272320; 0,1603682516	false
6	2,1393202250	2,2507764050	0,6180339887	2,1393202250; 2,2507764050	0,1671311286; 0,1610272320	2,1818926975; 2,2082039325	0,1618089542; 0,1603682516	false
7	2,1818926975	2,2507764050	0,6180339888	2,1818926975; 2,2507764050	0,1618089542; 0,1610272320	2,2244651700; 2,2082039325	0,1601837657; 0,1603682516	false
8	2,2082039325	2,2507764050	0,6180339887	2,2507764050; 2,2082039325	0,1610272320; 0,1603682516	2,2345151675; 2,2244651700	0,1603393424; 0,1601837657	false
9	2,2082039325	2,2345151675	0,6180339890	2,2082039325; 2,2345151675	0,1603682516; 0,1603393424	2,2182539300; 2,2244651700	0,1601905873; 0,1601837657	false
10	2,2182539300	2,2345151675	0,6180339881	2,2345151675; 2,2182539300	0,1603393424; 0,1601905873	2,2283039275; 2,2244651700	0,1602188827; 0,1601837657	false
11	2,2182539300	2,2283039275	0,6180339903	2,2283039275; 2,2182539300	0,1602188827; 0,1601905873	2,2220926874; 2,2244651700	0,1601770859; 0,1601837657	false
12	2,2182539300	2,2244651700	0,6180339846	2,2182539300; 2,2244651700	0,1601905873; 0,1601837657	2,2206264126; 2,220926874	0,1601786962; 0,1601770859	false
13	2,2206264126	2,2244651700	0,6180339836	2,2244651700; 2,2206264126	0,1601837657; 0,1601786962	2,2229988951; 2,220926874	0,1601782826; 0,1601770859	false
14	2,2206264126	2,2229988951	0,6180339763	2,2206264126; 2,2229988951	0,1601786962; 0,1601782826	2,2215326203; 2,220926874	0,1601771835; 0,1601770859	false
15	2,2215326203	2,2229988951	0,6180339792	2,2229988951; 2,2215326203	0,1601782826; 0,1601771835	2,2224388280; 2,220926874	0,1601773453; 0,1601770859	false
16	2,2215326203	2,2224388280	0,6180340138	2,2224388280; 2,2215326203	0,1601773453; 0,1601771835	2,2218787608; 2,220926874	0,1601770477; 0,1601770859	false
17	2,2215326203	2,220926874	0,6180339231	2,2215326203; 2,220926874	0,1601771835; 0,1601770859	2,2217465469; 2,2218787608	0,1601770707; 0,1601770477	false
18	2,2217465469	2,220926874	0,6180339820	2,220926874; 2,2217465469	0,1601770859; 0,1601770707	2,2219604735; 2,2218787608	0,1601770512; 0,1601770477	false
19	2,2217465469	2,2219604735	0,6180340064	2,2217465469; 2,2219604735	0,1601770707; 0,1601770512	2,2218282596; 2,2218787608	0,1601770523; 0,1601770477	false
20	2,2218282596	2,2219604735	0,6180339425	2,2218282596; 2,2219604735	0,1601770523; 0,1601770512	2,2219099723; 2,2218787608	0,1601770474; 0,1601770477	false
21	2,2218787608	2,2219604735	0,6180341099	2,2219604735; 2,2218787608	0,1601770512; 0,1601770477	2,2219292620; 2,2219099723	0,1601770483; 0,1601770474	false
22	2,2219099723	2,2219604735	0,6180336716	2,2218787608; 2,2219099723	0,1601770477; 0,1601770474	2,2219411838; 2,2219292620	0,1601770492; 0,1601770483	false
23	2,2219292620	2,2219604735	0,6180348190	2,2219099723; 2,2219292620	0,1601770474; 0,1601770483	2,2219485518; 2,2219411838	0,1601770499; 0,1601770492	false
24	2,2219411838	2,2219604735	0,6180318152	2,2219292620; 2,2219411838	0,1601770483; 0,1601770492	2,2219531055; 2,2219485518	0,1601770504; 0,1601770499	false
25	2,2219485518	2,2219604735	0,6180344951	2,2219411838; 2,2219485518	0,1601770492; 0,1601770499	2,2219559198; 2,2219531055	0,1601770507; 0,1601770504	false
26	2,2219531055	2,2219604735	0,6180326631	2,2219485518; 2,2219531055	0,1601770499; 0,1601770504	2,2219576592; 2,2219559198	0,1601770509; 0,1601770507	false

i	a	b	$\frac{b_n - a_n}{b_{n-1} - a_{n-1}}$	v_n, w_n	$f(v_n), f(w_n)$	x_n, u_n	$f(x_n), f(u_n)$	Параболическая аппроксимация
27	2,2219559198	2,2219604735	0,6180374593	2,2219531055; 2,2219559198	0,1601770504; 0,1601770507	2,2219587342; 2,2219576592	0,1601770510; 0,1601770509	false
28	2,2219576592	2,2219604735	0,6180249028	2,2219559198; 2,2219576592	0,1601770507; 0,1601770509	2,2219593985; 2,2219587342	0,1601770511; 0,1601770510	false
29	2,2219587342	2,2219604735	0,6180222435	2,2219576592; 2,2219587342	0,1601770509; 0,1601770510	2,2219598091; 2,2219593985	0,1601770512; 0,1601770511	false
30	2,2219593985	2,2219604735	0,6180647387	2,2219587342; 2,2219593985	0,1601770510; 0,1601770511	2,2219600629; 2,2219598091	0,1601770512; 0,1601770512	false
31	2,2219598091	2,2219604735	0,6180465116	2,2219593985; 2,2219598091	0,1601770511; 0,1601770512	2,2219602197; 2,2219600629	0,1601770512; 0,1601770512	false
32	2,2219600629	2,2219604735	0,6180012041	2,2219598091; 2,2219600629	0,1601770512; 0,1601770512	2,2219603167; 2,2219602197	0,1601770512; 0,1601770512	false
33	2,2219602197	2,2219604735	0,6181198246	2,2219600629; 2,2219602197	0,1601770512; 0,1601770512	2,2219603766; 2,2219603167	0,1601770512; 0,1601770512	false
34	2,2219603167	2,2219604735	0,6178092987	2,2219602197; 2,2219603167	0,1601770512; 0,1601770512	2,2219604136; 2,2219603766	0,1601770512; 0,1601770512	false
35	2,2219603766	2,2219604735	0,6179846939	2,2219603167; 2,2219603766	0,1601770512; 0,1601770512	2,2219604365; 2,2219604136	0,1601770512; 0,1601770512	false
36	2,2219604136	2,2219604735	0,6181630547	2,2219603766; 2,2219604136	0,1601770512; 0,1601770512	2,2219604506; 2,2219604365	0,1601770512; 0,1601770512	false
37	2,2219604365	2,2219604735	0,6176961603	2,2219604136; 2,2219604365	0,1601770512; 0,1601770512	2,2219604594; 2,2219604506	0,1601770512; 0,1601770512	false
38	2,2219604506	2,2219604735	0,6189189189	2,2219604365; 2,2219604506	0,1601770512; 0,1601770512	2,2219604648; 2,2219604594	0,1601770512; 0,1601770512	false
39	2,2219604594	2,2219604735	0,6157205240	2,2219604506; 2,2219604594	0,1601770512; 0,1601770512	2,2219604681; 2,2219604648	0,1601770512; 0,1601770512	false

Метод Фибоначчи

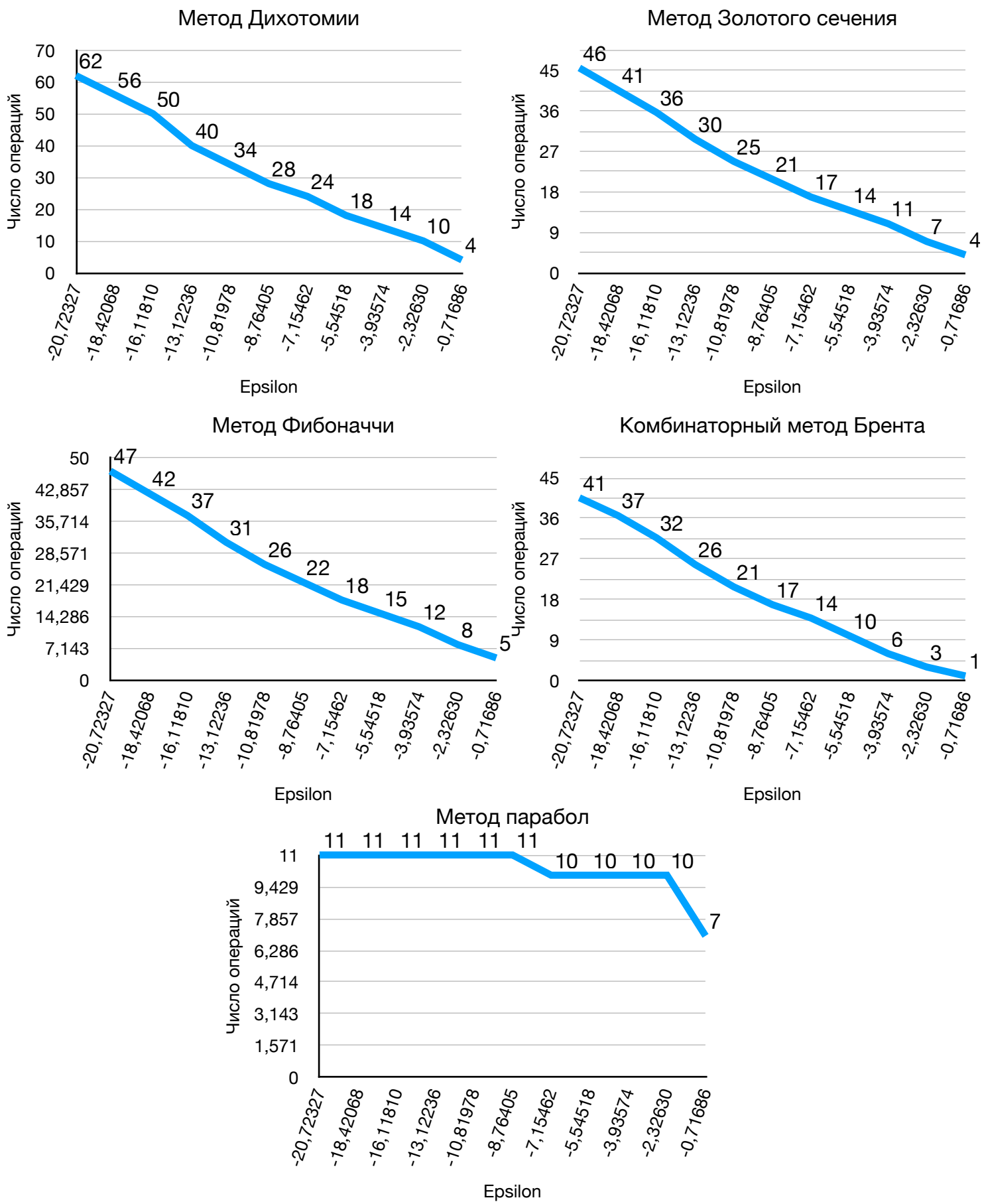
i	a	b	$\frac{b_n - a_n}{b_{n-1} - a_{n-1}}$	x_1^n	x_2^n	$f(x_1^n)$	$f(x_2^n)$
0	0,5	2,5	—	—	—	—	—
1	1,2639320225002093	2,5	0,618033988749895	1,2639320225002093	1,7360679774997907	1,0991512266999701	0,4012001504414192
2	1,7360679774997907	2,5	0,618033988749894	2,0278640450004186	2,0278640450004186	0,19858458080175195	0,19858458080175195
3	2,0278640450004186	2,5	0,618033988749898	2,208203932499372	2,208203932499372	0,1603682515920246	0,1603682515920246
4	2,0278640450004186	2,3196601125010465	0,618033988749886	2,3196601125010465	2,208203932499372	0,16991857996312054	0,1603682515920246
5	2,139320225002093	2,3196601125010465	0,618033988749918	2,139320225002093	2,208203932499372	0,16713112855510082	0,1603682515920246
6	2,139320225002093	2,2507764050037675	0,618033988749834	2,2507764050037675	2,208203932499372	0,16102723202408303	0,1603682515920246
7	2,1818926975064885	2,2507764050037675	0,618033988750055	2,1818926975064885	2,208203932499372	0,1618089542279693	0,1603682515920246
8	2,208203932499372	2,2507764050037675	0,618033988749476	2,224465170010884	2,224465170010884	0,16018376569694034	0,16018376569694034
9	2,208203932499372	2,2345151674922556	0,618033988750995	2,2345151674922556	2,224465170010884	0,16033934239823625	0,16018376569694034
10	2,2182539299807438	2,2345151674922556	0,618033988747012	2,2182539299807438	2,224465170010884	0,16019058725382612	0,16018376569694034
11	2,2182539299807438	2,2283039274621155	0,618033988757437	2,2283039274621155	2,224465170010884	0,1602188827228673	0,16018376569694034
12	2,2182539299807438	2,224465170010884	0,618033988730159	2,2220926874319753	2,2220926874319753	0,16017708587712098	0,16017708587712098
13	2,2206264125596524	2,224465170010884	0,618033988801581	2,2206264125596524	2,2220926874319753	0,16017869618908182	0,16017708587712098
14	2,2206264125596524	2,222998895138561	0,618033988614579	2,222998895138561	2,2220926874319753	0,16017828263482534	0,16017708587712098

i	a	b	$\frac{b_n - a_n}{b_{n-1} - a_{n-1}}$	x_1^n	x_2^n	$f(x_1^n)$	$f(x_2^n)$
15	2,2206264125596524	2,2220926874319753	0,618033989104115	2,221532620266238	2,221532620266238	0,1601771835018558	0,1601771835018558
16	2,2211864797253895	2,2220926874319753	0,618033987822603	2,2211864797253895	2,221532620266238	0,16017756364442512	0,1601771835018558
17	2,221532620266238	2,2220926874319753	0,618033991177797	2,2217465468911266	2,2217465468911266	0,1601770707164139	0,1601770707164139
18	2,2217465468911266	2,2220926874319753	0,618033982393922	2,221878760807087	2,221878760807087	0,16017704767037014	0,16017704767037014
19	2,221878760807087	2,2220926874319753	0,618034005389182	2,221960473516015	2,221960473516015	0,1601770512493349	0,1601770512493349
20	2,221960473516015	2,2220926874319753	0,618033945187208	2,222010974723047	2,222010974723047	0,16017706026872358	0,16017706026872358
21	2,222010974723047	2,2220926874319753	0,618034102800767	2,222042186224943	2,222042186224943	0,16017706844324323	0,16017706844324323
22	2,222042186224943	2,2220926874319753	0,618033690164562	2,2220614759300794	2,2220614759300794	0,16017707448855065	0,16017707448855065
23	2,2220614759300794	2,2220926874319753	0,618034770454842	2,222073397726839	2,222073397726839	0,16017707860415817	0,16017707860415817
24	2,222073397726839	2,2220926874319753	0,618031942219158	2,2220807656352157	2,2220807656352157	0,16017708129258834	0,16017708129258834
25	2,2220807656352157	2,2220926874319753	0,618039346654666	2,2220853195235986	2,2220853195235986	0,1601770830095799	0,1601770830095799
26	2,2220853195235986	2,2220926874319753	0,618019961694701	2,2220881335435925	2,2220881335435925	0,16017708409171263	0,16017708409171263
27	2,2220881335435925	2,2220926874319753	0,618070712877083	2,2220898734119814	2,2220898734119814	0,1601770847688579	0,1601770847688579
28	2,2220898734119814	2,2220926874319753	0,617937849449392	2,2220909475635864	2,2220909475635864	0,1601770851899923	0,1601770851899923
29	2,2220909475635864	2,2220926874319753	0,61828572386534	2,2220916132803703	2,2220916132803703	0,1601770854521757	0,1601770854521757
30	2,2220916132803703	2,2220926874319753	0,617375205994238	2,2220920217151914	2,2220920217151914	0,16017708561347946	0,16017708561347946
31	2,2220920217151914	2,2220926874319753	0,619760544788275	2,2220922789971542	2,2220922789971542	0,16017708571526282	0,16017708571526282
32	2,2220922789971542	2,2220926874319753	0,613526398879786	2,2220924301500125	2,2220924301500125	0,16017708577512335	0,16017708577512335
33	2,2220924301500125	2,2220926874319753	0,629921714576358	2,222092536279117	2,222092536279117	0,16017708581718115	0,16017708581718115
34	2,2220924301500125	2,222092536279117	0,412501145999497	2,2220925813028707	2,2220925813028707	0,1601770858350305	0,1601770858350305
35	2,2220924301500125	2,2220925813028707	1,42423568833562	2,222092385126259	2,222092385126259	0,16017708575728787	0,16017708575728787
36	2,222092385126259	2,2220925813028707	1,29786901839743	2,2220926263266243	2,2220926263266243	0,16017708585288395	0,16017708585288395
37	2,222092385126259	2,2220926263266243	1,22950622507872	2,2220923401025052	2,2220923401025052	0,16017708573945652	0,16017708573945652
38	2,2220923401025052	2,2220926263266243	1,18666536323028	2,222092671350378	2,222092671350378	0,16017708587074156	0,16017708587074156
39	2,2220923401025052	2,222092671350378	1,15730244481692	2,2220922950787516	2,2220922950787516	0,16017708572162934	0,16017708572162934
40	2,2220922950787516	2,222092671350378	1,13592163843776	2,2220927163741315	2,2220927163741315	0,16017708588860333	0,16017708588860333

Метод парабол:

i	x_1^n	x_2^n	x_3^n	$f(x_1^n)$	$f(x_2^n)$	$f(x_3^n)$
0	0.5	2.0278640450004204	2,50	3.2098970004336014	0.19858458080175126	0.23897000433601887
1	2.0278640450004204	2.2223375361164166	2,50	0.19858458080175126	0.1601772441324255	0.23897000433601887
2	2.0278640450004204	2.221974508168713	2.221974508168713	0.19858458080175126	0.16017705323408993	0.16017705323408993

Шаг 3: Графики зависимости количества вычислений от $\ln \varepsilon$



Шаг 4: Результаты вычислений. Вывод.

Метод Дихотомии

ε	x
0,000000001	2,2218981302
0,00000001	2,2218981386
0,00000001	2,2218981322
0,0000002	2,2218973570
0,000002	2,2218937209
0,00015625	2,2219284582
0,00078125	2,2221299171
0,00390625	2,2231941223
0,01953125	2,2194671631
0,09765625	2,2431030273
0,48828125	2,0668945313

Метод Золотого сечения

ε	x
0,000000001	2,2218594717
0,00000001	2,2217465540
0,00000001	2,2215326987
0,0000002	2,2197216120
0,000002	2,2144307783
0,00015625	2,2083108958
0,00078125	2,1826258349
0,00390625	2,1424258450
0,01953125	2,0410196625
0,09765625	1,8262379212
0,48828125	1,6458980338

Метод парабол

ε	x
0,000000001	2,22197450816871
0,000000001	2,22197450816871
0,000000001	2,22197450816871
0,0000002	2,22197450816871
0,000002	2,22197450816871
0,00015625	2,22197450816871
0,00078125	2,22197450816871
0,00390625	2,22197450816871
0,01953125	2,22197450816871
0,09765625	2,22100256102349
0,48828125	0,0

Комбинаторный метод Брента

ε	x
0,000000001	2,2219604681
0,000000001	2,2220926507
0,000000001	2,2220922553
0,0000002	2,2220854099
0,000002	2,2243794427
0,00015625	2,2250080384
0,00078125	2,2108003114
0,00390625	2,3026978966
0,01953125	2,3885438200
0,09765625	2,0278640450
0,48828125	1,2639320225

Метод Фибоначчи

ε	x
0,000000001	2,221960444367433
0,00000001	2,22196044436743
0,0000001	2,22196040598038
0,000002	2,22196031690406
0,00002	2,22195909879398
0,00015625	2,22195670571074
0,00078125	2,22195730700664
0,00390625	2,22191835925487
0,01953125	2,22193840687702
0,09765625	2,22189666301518
0,48828125	2,22193600703421

Вывод: Все методы показывают хорошую точность при достаточно малых ε , что свидетельствует об их эффективности. Но из-за различного числа вычислений значения функции в точках и числа итераций, можно выделить наиболее подходящий для данной задачи - метод парабол.

Шаг 5: Тестирование написанных алгоритмов на примере многомодальной функции:

$$f(x) = x^2 \sin x$$

Результат на промежутке $[-5 : 5]$

Аналитический метод: $x = 5; f(x) = 25 \sin(5\text{rad}) = -23.97;$

Метод дихотомии: $x \approx -2.2889297060; f(x) \approx -3.9453016253;$

Метод золотого сечения: $x \approx -2.2889520602; f(x) \approx -3.9453016232;$

Метод Фибоначчи: $x \approx -2.288892840376483; f(x) \approx -3.94530161952625;$

Метод парабол: $x \approx 10.437007577432878; f(x) \approx -92.37529345476789;$

Комбинаторный метод Брента: $x \approx -2.2889510678; f(x) \approx -3.9453016234.$

Результат на промежутке $[-20 : 20]$

Аналитический метод: $x = -20; f(x) = -400 \sin(20\text{rad}) = -365.2;$

Метод дихотомии: $x \approx -2.2889297318; f(x) \approx -3.9453016253;$

Метод золотого сечения: $x \approx 11.1727008401; f(x) \approx -122.8761735123;$

Метод Фибоначчи: $x \approx 11.17263966330821; f(x) \approx -122.8761732316849;$

Метод парабол: $x \approx 31.782150985925128; f(x) \approx 361.711385796901;$

Комбинаторный метод Брента: $x \approx 11.1727092037; f(x) \approx -122.8761735132.$

Анализ полученных результатов:

Можно заметить, что данные методы находят локальные минимумы, но не глобальные на данных отрезках. Из этого можно сделать вывод, что методы подходят для поиска минимума, если он единственный.

Шаг 6: Листинг кода:

Репозиторий с кодом алгоритмов и визуализацией.