

# Электрические цепи постоянного тока

## Закон Ома для участка цепи. Сопротивление

Носителями тока в металлах являются свободные электроны. Наряду со свободными электронами в металлах имеются положительные заряды - ионы, расположенные в узлах кристаллической решетки и не принимающие участия в переносе тока. При отсутствии внешнего электрического поля свободные электроны движутся хаотически (беспорядочно) и ток в металле равен нулю. При наличии электрического поля они приобретают дополнительное упорядоченное движение (дрейф) против поля, создавая электрический ток.

*Электрическим током называется упорядоченное движение электрических зарядов, а сами заряды - носителями тока.* В металлах и полупроводниках носителями тока являются электроны, в жидких проводниках (электролитах) положительные и отрицательные ионы, а в ионизированных газах - как ионы, так и электроны. Ток, возникающий внутри твердого, жидкого или газообразного проводника, называется *током проводимости*. За направление электрического тока условно принято направление упорядоченного движения положительных зарядов.

Для возникновения тока необходимо наличие электрической цепи. *Электрическая цепь - это состоящий из проводников замкнутый путь для тока, т. е. для направленного движения электрических зарядов.*

Для поддержания тока в цепи нужен источник электрической энергии. Он преобразует какую-либо форму энергии (например, химическую или механическую) в электрическую. Полученная от источника электрическая энергия преобразуется в другие формы энергии в различных ее приемниках.

*Источником* электрической энергии может быть батарея гальванических элементов (химических источников тока) или генератор, преобразующий механическую энергию в электрическую. В роли *приемников* электрической энергии могут выступать резисторы (реостаты), электрические лампочки, электролитические ванны, электродвигатели и многие другие устройства, которые преобразуют электрическую энергию в другие виды энергии.

*Количественной характеристикой электрического тока является сила тока. Силой тока называют скалярную величину  $I$ , численно равную заряду  $\Delta q$ , проходящему через поперечное сечение проводника за единицу времени:*

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t}$$

Если сила и направление тока не изменяются со временем, то сила тока равна:

$$I = \frac{q}{t}$$

где  $q$  - заряд, который переносится через поперечное сечение проводника за время  $t$ .

В системе СИ единицей силы тока является *ампер* (А). При токе в 1А через полное сечение проводника за 1 с проходит заряд 1 Кл. Также используют и более мелкие единицы: 1 миллиампер (мА) =  $10^{-3}$  и микроампер =  $10^{-6}$  А. Какие же силы тока встречаются на практике? Человек начинает ощущать проходящий через его тело ток, когда сила тока достигает 0,005А. Ток величиной около 0,05А уже опасен для жизни. Сила тока в лампочках накаливания от 0,2 до 1А, в утюгах и электрокаминах - от 5 до 8А, а в электродвигателях трамваев и троллейбусов - свыше 100 А.

Сила постоянного тока в металлическом проводнике может быть также выражена следующей формулой:

$$I = \frac{q}{t} = \frac{Ne}{t} = \frac{nVe}{t} = \frac{nSle}{t} = nv_{cp}Se$$

где  $Ne$  - заряд, проходящий через сечение проводника  $S$ ,  $n = N/V$  - концентрация электронов,  $N$  - число электронов в объеме  $V$  проводника,  $l$  - длина проводника,  $e$  - заряд электрона,  $v_{cp} l/t$  - средняя скорость упорядоченного движения электронов. Для количественной характеристики электрического тока используют также *плотность тока*, которая равна величине заряда, проходящего в единицу времени через единицу поверхности, перпендикулярной направлению движения зарядов:

$$\vec{j} = \frac{I}{S}$$

*Плотность тока* - это вектор, направление которого совпадает с направлением скорости движения заряженных частиц. Для металлических проводников

$$\vec{j} = en\vec{v}_{cp}$$

Плотность тока измеряется в *амперах на квадратный метр* (А/м<sup>2</sup>).

Если плотность тока и сила тока не меняются во времени, то мы говорим, что в проводнике течет *постоянный*, или *стационарный*, ток. Для постоянного тока сила тока одинакова во всех сечениях проводника. Если сила тока не остается постоянной, то мы говорим об изменяющемся токе. Частным случаем изменяющегося тока является переменный синусоидальный ток, который называют просто *переменным* током.

Когда мы включаем электрическую лампочку, то она загорается сразу, независимо от длины проводов, соединяющих ее с выключателем. Это вовсе не означает, что электроны начали двигаться с огромной скоростью и очень быстро достигли лампочки. Скорость поступательного движения свободных электронов в металлах довольно мала - она называется скоростью дрейфа и составляет доли миллиметра в секунду. Так почему же лампочка загорается сразу? Дело в том, что скорость распространения электрического взаимодействия очень велика - она практически равна скорости света в вакууме, т. е.

300 000 км/с. При замыкании электрической цепи все содержащиеся в проводнике свободные электроны почти одновременно приходят в движение, и ток начинает идти через лампочку. При этом через лампочку сначала проходят ближайšie к ней электроны. Здесь уместна аналогия с водопроводом: когда вы открываете кран, из него начинает течь вода из ближайших труб, а частицы воды из водонапорной станции дойдут до вас совсем не скоро.

Электроны в проводниках движутся не свободно, а испытывают соударения с ионами кристаллической решетки, что тормозит их поступательное движение. Это противодействие проводника направленному движению зарядов, т.е. электрическому току, называется *сопротивлением* проводника. Оно обозначается буквой  $r$  или  $R$ .

Взаимодействуя с ионами, электроны передают решетке избыточную кинетическую энергию, которую они приобретают во время свободного пробега. За счет этого амплитуда колебаний ионов решетки увеличивается, и температура металла возрастает.

В 1826 г. Георг Ом (1787-1854) экспериментально установил, что *сила тока на участке цепи прямо пропорциональна напряжению, приложенному к концам этого участка, и обратно пропорциональна его сопротивлению*:

$$I = \frac{U}{R},$$

где  $U$  - приложенное напряжение, а  $R$  – сопротивление проводника.

*Сопротивление проводника зависит:*

- от материала, из которого изготовлен проводник;
- его размеров и геометрической формы;
- от температуры.

Для однородного проводника постоянного сечения

$$R = \rho \frac{l}{S}$$

где  $\rho$  — *удельное сопротивление*, т.е. сопротивление проводника единичной длины с единичной площадью поперечного сечения,  $l$  - длина проводника,  $S$ - площадь поперечного сечения. Сопротивление измеряется в *омах* (Ом). 1 Ом - это сопротивление проводника, по которому течет ток с силой 1 А при напряжении между его концами 1 В. На практике сопротивление также измеряют в килоомах (1 кОм =  $10^3$  Ом) и в мегаомах (1 МОм =  $10^6$  Ом).

Удельное сопротивление служит для характеристики различных проводящих материалов. Это сопротивление между гранями куба с ребром в 1м, изготовленного из данного материала. Единица удельного сопротивления - Ом·м.

Значения удельных сопротивлений для некоторых проводящих материалов приведены в таблице 1.

Удельное сопротивление и температурный коэффициент сопротивления некоторых проводящих материалов

Таблица 1

Материал	Удельное сопротивление, $\rho$ (Ом · м) · 10 <sup>-8</sup>	Температурный коэффициент сопротивления, $\alpha$ (1/град)
Серебро	1,6	0,0035
Медь	1,7-1,8	0,0041
Алюминий	2,95	0,0040
Сталь	12,5-14,6	0,0057
Железо	9-11	0,0060
Свинец	22,1	0,0039
Вольфрам	5,3	0,0048
Уголь	400-600	0,005
Константен	44-50	0,00005
Нихром	100-110	0,0001
раствор NaCl 10%-ный	8 000 000	-0,02

Мы видим, что наименьшим удельным сопротивлением обладают серебро, медь и алюминий. Поэтому для изготовления электрических проводов используют медь и алюминий (серебро из-за его высокой стоимости используется только для тонкослойного покрытия проводов в высокочастотной электронике). Для изготовления нагревательных приборов используются сплавы с высоким удельным сопротивлением, например нихром.

Устройство, обладающее сопротивлением и используемое для ограничения тока в электрической цепи или в приемнике электроэнергии, называется резистором. Резисторы бывают с постоянным и с переменным (регулируемым) сопротивлением.

Величина  $g$ , обратная сопротивлению, называется проводимостью:

$$g = \frac{1}{R}$$

Единицей проводимости в системе СИ является *сименс* ( $1 \text{ См} = 1 \text{ Ом}^{-1}$ ).

Величина  $\lambda$ , обратная удельному сопротивлению, называется удельной проводимостью:

$$\lambda = \frac{1}{\rho}$$

Основным препятствием дрейфу электронов в проводнике являются колеблющиеся ионы. Поскольку амплитуда колебаний ионов зависит от температуры, то и сопротивление проводников также должно зависеть от температуры. Эта зависимость достаточно точно описывается формулой

$$R = R_0(1 + \alpha t)$$

или для удельного сопротивления:

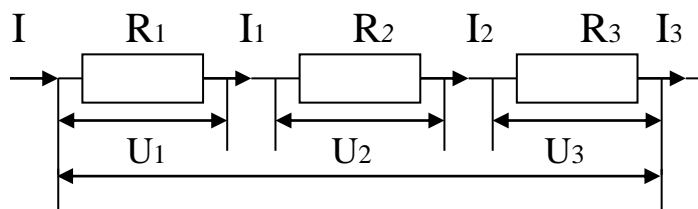
$$\rho = \rho_0(1 + \alpha t),$$

где  $R_0$  и  $\rho_0$  - сопротивление и удельное сопротивление при  $0^\circ\text{C}$ ,  $\alpha$  - температурный коэффициент сопротивления, т.е. изменение сопротивления величиной в 1 Ом при изменении температуры на  $1^\circ\text{C}$ . В таблице 1 приведены значения температурного коэффициента сопротивления для некоторых проводящих материалов.

У металлов температурный коэффициент сопротивления положителен, а у электролитов и графита отрицателен. Для изготовления точных резисторов, используемых в измерительных приборах, разработаны сплавы с очень низким температурным коэффициентом сопротивления. Таким сплавом является, например, константан. Его сопротивление практически не меняется при изменении температуры.

## Соединение потребителей Последовательное соединение

При последовательном соединении конец предыдущего проводника соединяют с началом последующего проводника:



При последовательном соединении сила тока во всех проводниках одинакова:

$$I_1 = I_2 = I_3 = \dots = I$$

Напряжение  $U$  на концах всей цепи равно сумме напряжений на проводниках. Например, для случая трех проводников, указанных на рисунке,

$$U = U_1 + U_2 + U_3$$

по закону Ома для участка цепи

$$U_1 = IR_1; U_2 = IR_2; U = IR_3; U = IR$$

где  $R_1, R_2, R_3$  - сопротивления проводников,  $R$  - общее сопротивление всего участка цепи. Из этого следует:  $IR = I(R_1 + R_2 + R_3)$ , откуда

$$R = R_1 + R_2 + R_3.$$

Для  $n$  последовательно включенных проводников

$$R = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_n.$$

Если все они имеют одинаковое сопротивление  $R_t$ , то

$$R = nR_1$$

При последовательном соединении проводников общее сопротивление равно сумме сопротивлений всех проводников.

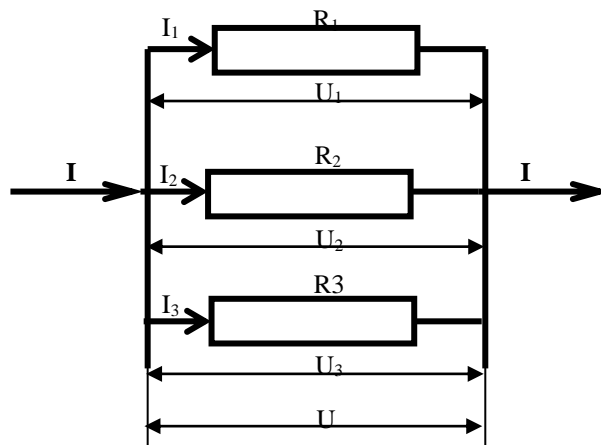
Из соотношений (1) следует, что

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2}$$

Напряжения на последовательно соединенных проводниках прямо пропорциональны их сопротивлениям

## Параллельное соединение

При параллельном соединении начала всех проводников соединяют в одной точке, а их концы - в другой.



В этом случае сила тока в неразветвленной цепи равна сумме сил токов в параллельно соединенных проводниках:

$$I = I_1 + I_2 + I_3.$$

Напряжение на концах всех проводников одинаково:

$$U=U_1=U_2=U_3.$$

По закону Ома (для случая трех проводников)

$$I_1 = \frac{U}{R_1}; I_2 = \frac{U}{R_2}; I_3 = \frac{U}{R_3}; I = \frac{U}{R}$$

где  $R_1, R_2, R_3$  - сопротивления проводников,  $R$  - общее сопротивление участка. Из этих формул следует

$$\frac{U}{R} = \frac{U}{R_1} = \frac{U}{R_2} = \frac{U}{R_3}$$

откуда

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} = \frac{1}{R_2} = \frac{1}{R_3}$$

*При параллельном соединении величина, обратная общему сопротивлению цепи, равна сумме величин, обратных сопротивлениям всех проводников.*

Если имеется  $n$  параллельно соединенных проводников, имеющих одинаковое сопротивление  $R$ , то общее сопротивление цепи

$$R_n = \frac{R}{n}$$


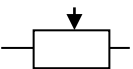



Из соотношений следует, что

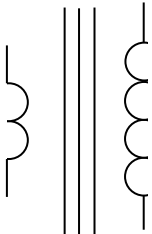


$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}$$

*Силы токов в параллельно соединенных проводниках обратно пропорциональны их сопротивлениям.* В таблице 2 приведены условные графические обозначения элементов электрических цепей.

## Условные графические обозначения элементов электрических цепей

Таблица 2

Наименование	Обозначение
Постоянный резистор	
Переменный резистор (реостат)	
Катушка индуктивности	
Конденсатор	
Переменный конденсатор	

Наименование	Обозначение
Трансформатор	
Источник тока	
Выключатель	

## ***Работа и мощность электрического тока.***

### ***Закон Джоуля-Ленца***

Как уже говорилось, работа при перемещении заряда  $q$  между некоторыми точками цепи равна произведению этого заряда на напряжение между этими точками. Если к концам проводника приложено напряжение  $U$ , то за время  $t$  из одного конца проводника в другой переносится заряд:

$$q = It$$

Следовательно, работа, произведенная электрическим током за время  $t$ :

$$A = UIt$$

В системе СИ работа измеряется в джоулях ( $1\text{Дж} = 1\text{В}\cdot\text{А}\cdot\text{с}$ ).

Скорость совершения работы характеризуется мощностью. Мощностью  $P$  называется отношение работы  $A$  к промежутку времени  $t$ , за который она совершена. Таким образом, в электрической цепи

$$P = \frac{A}{t} = UI$$

В системе СИ мощность измеряется в ваттах ( $1\text{Вт} = 1\text{Дж/с}$ ). 1 Ватт - это мощность, при которой за 1 с совершается работа в 1 Дж.

С помощью закона Ома выражения для работы и мощности можно записать в следующем виде:

$$A = UIt = \frac{U^2}{R}t = I^2Rt$$

$$P = UI = \frac{U^2}{R} = I^2R$$

Для поддержания в цепи постоянного тока необходимо совершать работу. Энергия электрического тока в проводнике непрерывно расходуется и переходит в другие формы энергии. В случае, когда проводник неподвижен и химических превращений в нем не происходит, работа тока затрачивается на увеличение внутренней энергии проводника, в

результате чего проводник нагревается. При этом количество выделившейся теплоты

$$Q = IUt = I^2 Rt$$

Это соотношение было установлено Д. Джоулем (1818-1889), подтверждено опытами Э. Х. Ленца (1804-1865) и носит название закона Джоуля-Ленца.

Количество теплоты, выделяющееся в проводнике при прохождении по нему постоянного тока, прямо пропорционально квадрату силы тока, сопротивлению проводника и времени его прохождения.

### **Расчет проводов на потерю напряжения**

Одним из практически важных расчетов электрических цепей является расчет проводов на потерю напряжения

При таком расчете обычно задаются: напряжение источника  $U$ , расстояние от этого источника до приемника электроэнергии  $l$ , сила тока  $I$  или мощность нагрузки  $P$  и номинальное напряжение  $U_N$ , которое необходимо для нормальной работы приемников электроэнергии (например, электродвигателей, ламп накаливания и т.п.) .

Задача состоит в расчете такого сечения проводов, при котором обеспечивается номинальное напряжение на зажимах приемников электроэнергии.

Согласно закону Ома, напряжение источника электроэнергии равно сумме падения напряжения на проводах и напряжения на нагрузке:

$$U = Ir_n + U_M$$

Сопротивление проводов линии

$$r_n = \frac{\rho \cdot 2l}{S}$$

где  $2l$  - общая длина линии;  $\rho$  - удельное сопротивление материала проводов;  $S$  - искомое сечение проводов:

$$S = \frac{I\rho 2l}{\Delta U}$$

где  $\Delta U = U - U_N$  - потеря напряжения в линии.

Нагрузка в линии обычно бывает непостоянной, и ее колебания вызывают соответствующие изменения  $\Delta U$  в проводах. Поэтому нужно рассчитывать отклонения напряжения на нагрузке от номинального значения при максимальном и минимальном режимах нагрузки.

Рассмотрим, как влияет напряжение на распределение мощности в линии электропередачи. Напряжение источника электроэнергии равно сумме падения напряжения на проводах и напряжения на нагрузке. Умножив это уравнение на силу тока  $I$ , получим уравнение распределения мощности в цепи:

$$UI = I^2 r_n + U_M I$$

где  $UI$  - мощность, отдаваемая источником электроэнергии;  $I^2 r_n$  - потери мощности в проводах линии на нагревание;  $U_M I$  - мощность, потребляемая нагрузкой.

Если повысить в 2 раза напряжение источника электроэнергии, то сила тока в линии при той же передаваемой мощности уменьшится в 2 раза, а потери мощности в проводах линии уменьшатся в 4 раза, поскольку они пропорциональны  $I^2$ . Следовательно, для уменьшения потерь в линиях передачи желательно передавать электроэнергию при возможно более высоком напряжении.



## **Источники электрического тока. Электродвижущая сила. Закон Ома для замкнутой цепи.**

Для поддержания в проводнике постоянного тока в течение определенного времени необходимо, чтобы напряженность электрического поля внутри проводника была отлична от нуля и не изменялась со временем. Если создать в проводнике электрическое поле, то перемещение зарядов приведет к исчезновению этого поля, т.е. к исчезновению разности потенциалов на концах проводника и, следовательно, к исчезновению тока.

Для поддержания тока необходимо отводить заряды от конца проводника с меньшим потенциалом  $\varphi_2$  и подводить их снова к концу проводника с большим потенциалом  $\varphi_1$  т.е. необходимо осуществить круговое движение зарядов.

Движение положительных зарядов в сторону убывания потенциала осуществляется электростатическими (кулоновскими) силами. Движение положительных зарядов в сторону возрастания потенциала не может осуществляться электростатическими силами (так как это движение происходит против электростатических сил). Это возможно лишь с помощью сил неэлектростатического происхождения. Их называют *сторонними силами*. Они могут быть обусловлены химическими процессами, диффузией носителей тока в неоднородной среде или через границу двух разнородных веществ, электрическими (но не электростатическими) полями, порождаемыми меняющимися во времени магнитными полями и т.д. Устройства, в которых возникают сторонние силы, называют *источниками тока*.

Работа сторонних сил, отнесенная к единице положительного заряда, называется электродвижущей силой (ЭДС)  $e$ :

$$e = \frac{A}{q}$$

Следует отметить, что ни сторонние силы, ни электродвижущая сила не являются силами в механическом смысле - эти названия сложились исторически. Измеряется ЭДС в вольтах.

Рассмотрим замкнутую электрическую цепь, состоящую из источника тока с ЭДС  $e$  и внутренним сопротивлением  $r$  и сопротивления нагрузки  $R$ . Из закона сохранения энергии следует, что запас работы сторонних сил в источнике тока расходуется на полную работу тока в цепи, т.е. превращается в тепло как на внешнем сопротивлении нагрузки, так и на внутреннем сопротивлении источника тока. Приравнявая эти величины, получим

$$eq = I^2 R t + I^2 r t$$

Разделив обе части этого уравнения на величину заряда  $q = It$ , получим

$$I = \frac{e}{R + r}$$

Это закон Ома для замкнутой цепи: сила тока в замкнутой цепи прямо пропорциональна ЭДС источника тока и обратно пропорциональна сумме сопротивлений внешнего и внутреннего участков цепи. Сумму внешнего и внутреннего сопротивлений  $(R + r)$  называют *полным сопротивлением цепи*.

### **Разветвленные цепи. Правила Кирхгофа**

Два правила Кирхгофа полностью определяют электрическое состояние цепей и дают основу для их расчета. Оба эти правила установлены на основе многочисленных опытов и являются следствием закона сохранения энергии.

Согласно первому правилу Кирхгофа алгебраическая сумма токов в любом узле электрической цепи равна нулю:

$$\sum_{k=1}^n I_k = 0.$$

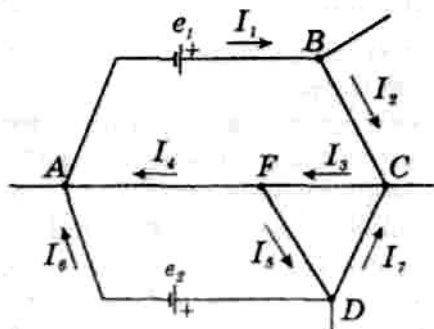
Т.е. в любом узле цепи сумма приходящих токов равна сумме уходящих токов.

$$I_1 + I_2 + I_5 = I_3 + I_4 \text{ или } I_1 + I_2 + I_5 - I_3 - I_4 = 0$$

Например, для узла:

Алгебраическая сумма токов - это заряд, приходящий в данный узел за единицу времени. Если в данной цепи токи постоянны, то эта сумма токов должна равняться нулю, так как в противном случае в узле стал бы накапливаться заряд и его потенциал стал бы изменяться со временем, а значит, изменялись бы и токи в цепи.

Рассмотрим теперь разветвленную цепь:



Выделим в этой разветвленной цепи какой-либо замкнутый контур, например, контур ABCFA. Согласно второму правилу Кирхгофа в любом замкнутом электрическом контуре сумма всех падений напряжения равна сумме всех ЭДС в нем:

$$\sum_{k=1}^n I_k R_k = \sum_{k=1}^n e_k$$

Оба правила Кирхгофа весьма полезны при расчете разветвленных цепей. Применяя их к точкам разветвления и к различным замкнутым контурам, входящим в сложную цепь, мы получаем уравнения для определения всех неизвестных токов. Можно показать, что число независимых уравнений при этом всегда равно числу неизвестных токов, и поэтому правила Кирхгофа дают общий метод расчета разветвленных цепей.

При составлении уравнений с помощью правил Кирхгофа следует тщательно соблюдать правило знаков: если при выбранном направлении обхода ЭДС приходится от минуса к плюсу, то она записывается со знаком плюс; если направление тока не совпадает с направлением обхода контура, то падение напряжения записывается со знаком минус.

В связи с этим правилом знаков возможны затруднения при составлении уравнений. Ведь направления токов заранее не известны и должны быть найдены из решения задачи, тогда как само составление уравнений требует их знания. Однако в действительности все очень просто. Дело в том, что направления токов на каждом участке можно выбирать произвольно. Так же произвольно выбираются направления обхода контуров. Действительное направление токов будет определено после решения задачи: если какой-либо ток окажется положительным, это значит, что его направление совпадает с тем, которое мы предположили; если же ток окажется отрицательным, это значит, что он направлен противоположно.

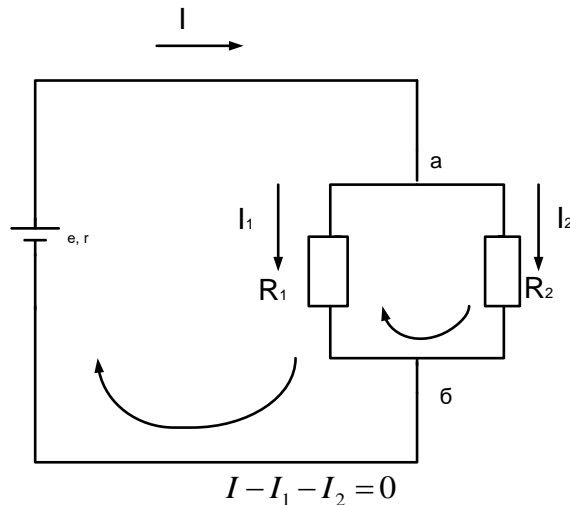
Метод Кирхгофа приводит к необходимости решения системы алгебраических уравнений первого порядка. В случае сложных цепей количество уравнений в ней может быть довольно большим, что затрудняет ее решение. Поэтому существуют вспомогательные приемы, которые позволяют уменьшить число уравнений системы. Рассмотрим примеры применения правил Кирхгофа для расчета различных электрических цепей.

## Методы расчета электрических цепей

### Пример 1. Параллельное соединение сопротивлений. Шунтирование.

Пусть в цепь источника тока с ЭДС  $e$  и внутренним сопротивлением  $r$  параллельно включены два сопротивления  $R_1$  и  $R_2$ .

Вычислим токи в цепи. Выберем направления токов и направления обхода контуров такими, какими они показаны на рисунке. Для точки а первое правило Кирхгофа дает:



Применив второе правило Кирхгофа к контурам  $aR_2бR_1a$  и  $aR_1bea$ , получим следующие уравнения:

$$-I_1R_1 + I_2R_2 = 0,$$

$$Ir + I_1R_1 = e$$

Итак, мы получили три уравнения для определения трех неизвестных токов. Исключая из уравнений ток  $I_1$  имеем:

$$\frac{I_2}{I} = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

а исключая из тех же уравнений ток  $I_2$ , получим:

$$\frac{I_1}{I} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

Поделив одно на второе имеем:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}$$

т.е. отношение сил токов в двух проводниках, соединенных параллельно, обратно пропорционально отношению их сопротивлений. Подставляя выражение для  $I$  в уравнение, мы получим:

$$I\left(r + \frac{R_1R_2}{R_1 + R_2}\right) = e$$

Сравнивая это выражение с законом Ома для замкнутой цепи, мы видим, что общее сопротивление двух параллельно соединенных проводников

$$R_{общ} = \frac{R_1R_2}{R_1 + R_2}$$

Этот результат можно записать в более удобном виде:

$$\frac{1}{R_{общ}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

Полученное уравнение легко обобщить на произвольное количество параллельно соединенных проводников:

$$\frac{1}{R_{общ}} = \sum \frac{1}{R_n}$$

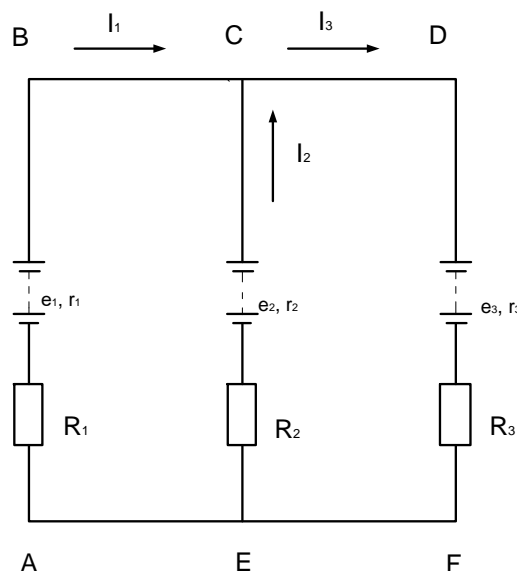
Параллельное соединение сопротивлений используют для расширения пределов измерения амперметров, так называемого шунтирования. Шунтирование - это создание обходного пути для тока. Пусть требуется определить силу тока в цепи с помощью амперметра с недостаточно большим пределом измерения. В этом случае параллельно амперметру включают сопротивление, которое называется шунтом.

Тогда согласно формуле отношение силы тока через амперметр  $I_A$  к измеряемой силе тока в цепи

$$\frac{I_A}{I} = \frac{R}{R + R_A}$$

где  $R_A$  - сопротивление амперметра, а  $R$  - сопротивление шунта.

Следовательно, если мы хотим измерять ток, величина которого в  $n$  раз больше тока, на который рассчитан амперметр -  $I = nI_A$ , то мы должны параллельно амперметру подключить шунт с сопротивлением



$$\frac{I_A}{nI_A} = \frac{R}{R + R_A} \Rightarrow R = \frac{R_A}{n - 1}$$

### Пример 2. Разветвленная цепь.

Рассмотрим теперь более сложную цепь, изображенную на рисунке. Требуется найти токи во всех участках цепи при заданных параметрах составляющих ее элементов.

Для составления уравнений Кирхгофа сначала необходимо разметить предполагаемые направления токов и составить уравнения для узлов цепи согласно первому правилу. Далее надо выбрать контуры обхода таким образом, чтобы в каждый из них входило не менее одной ветви, не вошедшей в предыдущие контуры. При этом условии полученные уравнения будут независимы. Потом надо установить направления обхода контуров и записать для этих контуров уравнения согласно второму правилу Кирхгофа, учитывая

правило знаков.

Выберем направления токов так, как это показано на рисунке. Если мы ошиблись в выборе направления какого-либо тока, то при решении уравнений он получится отрицательным; если же случайно выбрано правильное направление тока, то он получится положительным.

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0$$

В данной схеме два узла: точки С и Е. Применим первое правило Кирхгофа к узлу С: Для узла Е первое правило Кирхгофа дает точно такое же уравнение.

В данной схеме три замкнутых контура: ABCEA, ECDFE и ABCDFEA. Рассмотрим контур ABCEA и будем обходить его по часовой стрелке, учитывая правило знаков: если направления ЭДС (от минуса к плюсу) и тока совпадают с направлением обхода, то они берутся со знаком плюс. В противном случае ЭДС и ток берут со знаком минус. ЭДС  $e_1$  проходится от минуса к плюсу и поэтому берется со знаком плюс. ЭДС  $e_2$  проходится от плюса к минусу и поэтому берется со знаком минус. Ток  $I_1$  проходит через резисторы  $r_1$  и  $R_1$  и его направление совпадает с направлением обхода контура. Ток  $I_2$  проходит через резисторы  $r_2$  и  $R_2$  и направлен против направления обхода. Следовательно, ток  $I_1$  берется со знаком плюс, а ток  $I_2$  - со знаком минус. Итак, второе правило Кирхгофа для контура ABCEA дает следующее уравнение:

$$I_2(r_1 + R_1) - I_2(r_2 + R_2) = e_1 - e_2$$

Теперь рассмотрим контур ECDFE. Для него второе правило Кирхгофа при обходе по часовой стрелке дает следующее уравнение:

$$I_2(r_2 + R_2) + I_3(r_3 + R_3) = e_2 - e_3$$

Уравнения образуют систему из трех независимых уравнений, и ее решение даст нам токи  $I_1$ ,  $I_2$  и  $I_3$ . Контур ABCDFEA можно не рассматривать, поскольку его обход даст нам уравнение, вытекающее из двух предыдущих.

Для проверки правильности расчетов можно использовать энергетическое условие: алгебраическая сумма мощностей, отдаваемая источниками ЭДС, должна быть равна сумме мощностей, поглощаемых всеми приемниками (резисторами):

$$\sum_{k=1}^n e_k I_k = \sum_{k=1}^n I_k^2 r_k$$

Если у какого-либо источника электроэнергии действительное направление тока противоположно направлению ЭДС, то мощность такого источника следует считать отрицательной - он является не источником, а приемником энергии (например, заряжающийся аккумулятор).

Пример 3. Соединение источников тока.

Пусть  $n$  одинаковых источников тока соединены последовательно и замкнуты на внешнюю цепь. Обозначим ЭДС каждого источника  $e_1$ , его внутреннее сопротивление -  $r_1$ , а сопротивление внешней цепи -  $R$ .

Тогда второе правило Кирхгофа дает:

$$I(nr_1 + R) = ne_1$$

Сравнивая эту формулу с законом Ома для замкнутой цепи, мы видим, что батарея действует как один источник тока, у которого ЭДС  $e$  и внутреннее сопротивление  $r$  имеют значения:

$$e = ne_1, \quad r = nr_1$$

При последовательном соединении  $n$  одинаковых источников тока ЭДС батареи и ее внутреннее сопротивление в  $n$  раз больше, чем у одного источника.

Рассмотрим теперь параллельное соединение источников тока.

В этом случае все положительные полюсы отдельных источников и все отрицательные полюсы соединяются между собой и образуют два полюса (а и б) батареи. Выберем положительные направления токов, как показано, и применим к этой цепи оба правила Кирхгофа. Первое правило для точки а дает:

$$I = I_1 + I_2 + \dots + I_m$$

Применяя второе правило к отдельным простым контурам цепи, получим:

$$I_1 r_1 - I_2 r_1 = e_1 - e_1 = 0$$

$$I_2 r_1 - I_3 r_1 = 0$$

$$I_{m-1} r_1 - I_m r_1 = 0$$

$$IR + I_m r_1 = e_1$$

Из этих уравнений, кроме последнего, мы найдем:

$$I_1 = I_2 = I_3 = \dots = I_m = \frac{I}{m}$$

Последнее же уравнение после этого дает:

$$I(R + \frac{r_1}{m}) = e_1$$

Отсюда видно, что такая батарея действует как один источник, для которого

$$e = e_1 \quad \text{и} \quad r = \frac{r_1}{m}$$

При параллельном соединении  $m$  одинаковых источников тока ЭДС батареи равна ЭДС одного источника, а внутреннее сопротивление батареи в  $m$  раз меньше, чем у одного источника.

Пользуясь соединением источников тока в батареи, можно изменять ЭДС и внутреннее сопротивление в широких пределах и получать такие их значения, которые необходимы для питания данной внешней цепи.