

Электрические цепи переменного тока

Получение переменного тока

Переменный ток имеет ряд преимуществ по сравнению с постоянным:

1. генератор переменного тока значительно проще и дешевле генератора постоянного тока;
2. переменный ток можно трансформировать;
3. переменный ток легко преобразуется в постоянный;
4. двигатели переменного тока значительно проще и дешевле, чем двигатели постоянного тока.

До конца XIX в. использовались только источники постоянного тока - химические элементы и генераторы. Это ограничивало возможности передачи электрической энергии на большие расстояния. Как известно, для уменьшения потерь в линиях электропередачи необходимо использовать очень высокое напряжение. Однако получить достаточно высокое напряжение от генератора постоянного тока практически невозможно. Проблема передачи электрической энергии на большие расстояния была решена только при использовании переменного тока и трансформаторов.

В принципе переменным током можно назвать всякий ток, который с течением времени изменяет свою величину, но в технике переменным током называют такой ток, который периодически изменяет и величину, и направление.

Среднее значение силы такого тока за период T равно нулю. Периодическим переменный ток называется потому, что через промежутки времени, кратные T , характеризующие его физические величины принимают одинаковые значения. Русское название «переменный» не вполне точно отражает это обстоятельство (более точен английский термин «alternating» - чередующийся). При изучении электричества и электротехники вам встретятся различные токи, которые изменяются (не периодически) по величине, а не по направлению - они переменными в указанном смысле не являются. Например, токи замыкания и размыкания цепей постоянного тока, содержащих индуктивности и (или) емкости, нельзя считать переменными.

В электротехнике наибольшее распространение получил синусоидальный переменный ток, т.е. ток, величина которого изменяется по закону синуса (или косинуса), обладающий рядом достоинств по сравнению с другими периодическими токами.

Переменный ток промышленной частоты получают на электростанциях с помощью генераторов переменного тока (трехфазных синхронных генераторов). Это довольно сложные электрические машины, которые мы будем изучать в конце курса электротехники. Сейчас мы рассмотрим только физические основы их действия, т.е. идею получения переменного тока.

Пусть в однородном магнитном поле постоянного магнита равномерно вращается с угловой скоростью ω рамка площадью S . Магнитный поток через рамку

$$\Phi = BS \cos \alpha,$$

где α - угол между нормалью к рамке \vec{n} и вектором магнитной индукции \vec{B} .

Поскольку при равномерном вращении рамки угловая скорость $\omega = \frac{\alpha}{t}$ то угол α будет изменяться по закону $\alpha = \omega t$, и формула примет вид

$$\Phi = BS \cos \omega t$$

Величину ω также называют *круговой частотой*.

Поскольку при вращении рамки пересекающий ее магнитный поток все время меняется, то по закону электромагнитной индукции в ней будет наводиться ЭДС индукции

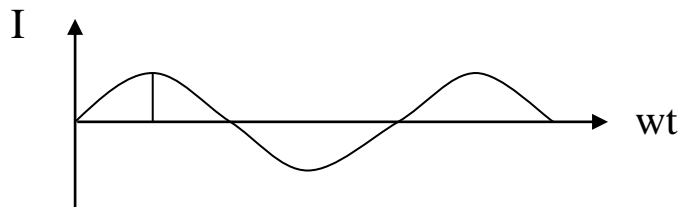
$$E = \frac{d\Phi}{dt} = BS\omega \sin \omega t = E_0 \sin \omega t,$$

где $E_0 = BS\omega$ - амплитуда синусоидальной ЭДС. Таким образом, в рамке возникнет синусоидальная ЭДС, а если замкнуть рамку на нагрузку, то в цепи потечет синусоидальный ток.

Значение переменной ЭДС (а также тока и напряжения) в данный момент времени называется мгновенным значением.

Величину $\omega t = \frac{2\pi}{T}t = 2\pi ft$ стоящую под знаком синуса или косинуса, называют *фазой колебаний*, описываемых этими функциями. Фаза определяет значение ЭДС в любой момент времени t . Фаза измеряется в градусах или в радианах. Величина f называется *частотой* колебаний, и она связана с круговой частотой соотношением $\omega = 2\pi f$.

Время T одного полного изменения ЭДС (это время одного оборота рамки) называют *периодом* ЭДС. Изменение ЭДС со временем может быть изображено на временной диаграмме.



Частота колебаний связана с периодом соотношением $f = \frac{1}{T}$. Если период измеряется в секундах, то частота в *герцах* (Гц). В большинстве стран, включая Россию, промышленная частота переменного тока составляет 50 Гц (в США и Японии - 60 Гц).

Величина промышленной частоты переменного тока обусловлена технико-экономическими соображениями. Если она слишком низка, то увеличиваются габариты электрических машин и, следовательно, расход материалов на их изготовление; заметным становится мигание света в электрических лампочках. При слишком высоких частотах увеличиваются потери энергии в сердечниках электрических машин и трансформаторах. Поэтому наиболее оптимальными оказались частоты 50-60 Гц. Однако в некоторых случаях используются переменные токи как с более высокой, так и с более низкой частотой. Например, в самолетах применяется частота 400 Гц. На этой частоте можно значительно уменьшить габариты и вес трансформаторов и электромоторов, что для авиации более существенно, чем увеличение потерь в сердечниках. На железных дорогах используют переменный ток с частотой 25 Гц и даже 16,66 Гц.

Действующие значения тока и напряжения

Для описания характеристик переменного тока необходимо избрать определенные физические величины. Мгновенные и амплитудные значения для этих целей неудобны, а средние значения за период равны нулю. Поэтому вводят понятие *действующих значений тока и напряжения*. Они основаны на тепловом действии тока, не зависящем от его направления.

Действующими значениями тока и напряжения называют соответствующие параметры такого постоянного тока, при котором в данном проводнике за данный промежуток времени выделяется столько же теплоты, что и при переменном токе.

При изменении тока по синусоиде его действующее значение меньше его амплитудного значения в $\sqrt{2}$ раз, т. е.

$$I = \frac{I_0}{\sqrt{2}} \approx 0,707I_0$$

Такое же соотношение справедливо для ЭДС и напряжения:

$$U = \frac{U_0}{\sqrt{2}}; E = \frac{E_0}{\sqrt{2}}$$

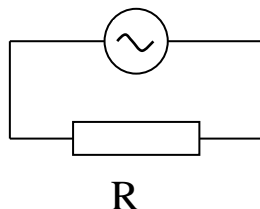
Действующие значения обозначаются прописными латинскими буквами без индексов.

Электроизмерительные приборы переменного тока проградуированы в действующих значениях измеряемых величин. В некоторых книгах действующие значения называют эффективными значениями. Это - синонимы.

Цепь переменного тока с активным сопротивлением

Рассмотрим цепь, в которой к активному сопротивлению (резистору) приложено синусоидальное напряжение:

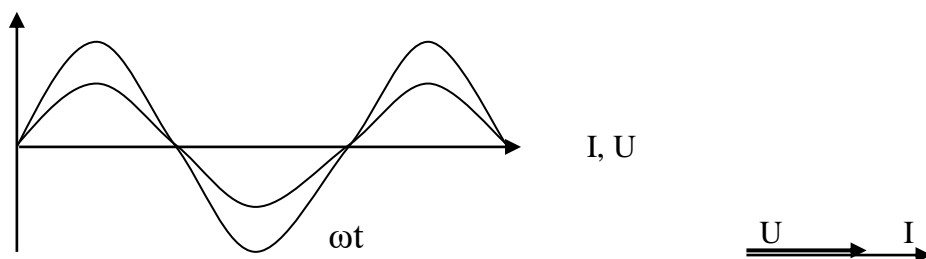
$$U(t) = U_0 \sin \omega t$$



Тогда по закону Ома ток в цепи будет равен:

$$I(t) = \frac{U(t)}{R} = \frac{U_0}{R} \sin \omega t = I_0 \sin \omega t$$

Мы видим, что ток и напряжение совпадают по фазе. Векторная диаграмма для этой цепи и зависимости тока и напряжения от времени (временная диаграмма) приведены на рисунках



Метод векторных диаграмм, т. е. изображение величин, характеризующих переменный ток векторами, а не тригонометрическими функциями, чрезвычайно удобен. Поэтому кратко изложим его основы.

Переменный ток в отличие от постоянного характеризуется двумя скалярными величинами - амплитудой и фазой. Поэтому для математического описания переменного тока необходим математический объект, также характеризуемый двумя скалярными

величинами. Существуют два таких математических объекта (из известных вам) - это вектор на плоскости и комплексное число. В теории электрических цепей и те и другие используются для описания переменных токов.

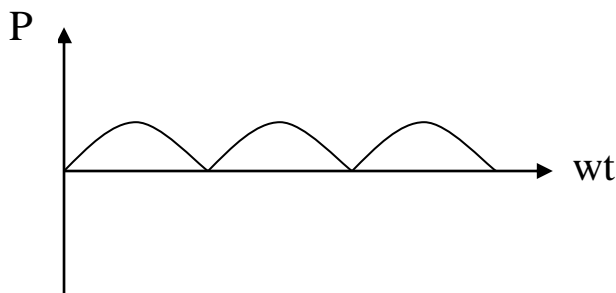
При описании электрической цепи переменного тока с помощью векторных диаграмм каждому току и напряжению сопоставляется вектор на плоскости в полярных координатах, длина которого равна амплитуде тока или напряжения, а полярный угол равен соответствующей фазе. Поскольку фаза переменного тока зависит от времени, то считается, что все векторы вращаются против часовой стрелки с частотой переменного тока. Векторная диаграмма строится для фиксированного момента времени.

Выясним, как изменяется со временем мощность в цепи переменного тока с резистором. Мгновенное

мощности равно произведению мгновенных значений тока и напряжения:

$$p(t) = i(t)u(t) = \frac{I_0 U_0}{2} (1 - \cos 2\omega t)$$

Из этой формулы мы видим, что мгновенная мощность всегда положительна и пульсирует с удвоенной частотой.

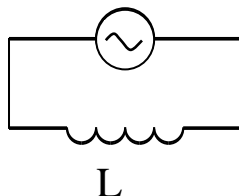


Это означает, что электрическая энергия необратимо превращается в теплоту независимо от направления тока в цепи.

Те элементы цепи, на которых происходит необратимое преобразование электрической энергии в другие виды энергии (не только в теплоту), называются *активными сопротивлениями*. Поэтому резистор представляет собой активное сопротивление.

Цепь переменного тока с индуктивностью

Рассмотрим цепь, в которой к катушке индуктивности L , не обладающей активным сопротивлением ($R = 0$), приложено синусоидальное напряжение.



Протекающий через катушку переменный ток создает в ней ЭДС самоиндукции e_L , которая в соответствии с правилом Ленца направлена таким образом, что препятствует изменению тока. Другими словами, ЭДС самоиндукции направлена навстречу приложенному напряжению. Тогда в соответствии со вторым правилом Кирхгофа можно записать:

$$U + e_L = 0.$$

Согласно закону Фарадея ЭДС самоиндукции

$$e_L = -L \frac{dI}{dt}$$

Подставив, получим:

$$\frac{dI}{dt} = -\frac{e_L}{L} = \frac{U}{L} = \frac{U_0}{L} \sin \omega t$$

Решение этого дифференциального уравнения имеет вид:

$$I = I_0 \sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$$

где

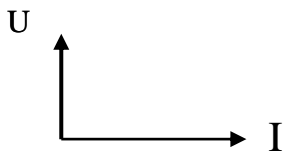
$$I_0 = \frac{U_0}{\omega L}$$

Деля обе части равенства на $\sqrt{2}$, получим для действующих значений

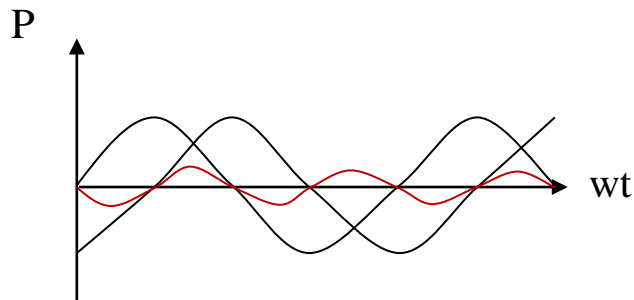
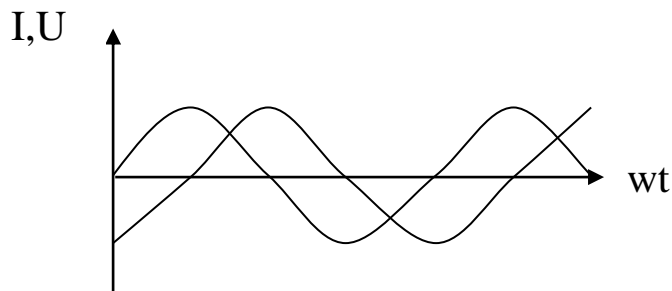
$$I = \frac{U}{\omega L} = \frac{U}{x_L}$$

Соотношение представляет собой закон Ома для цепи с идеальной индуктивностью, а величина $x_L = \omega L$ называется *индуктивным сопротивлением*. Индуктивное сопротивление измеряется в омах.

Из формулы $I = I_0 \sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$ мы видим, что в рассмотренной цепи ток отстает по фазе от напряжения на $\pi/2$. Векторная диаграмма для этой цепи



а временная:



Положительные значения мощности соответствуют потреблению энергии катушкой, а отрицательные - возврату запасенной энергии обратно источнику. Средняя за период мощность равна нулю. Следовательно, цепь с индуктивностью мощности не потребляет - это чисто реактивная нагрузка. В этой цепи происходит лишь перекачивание электрической энергии от источника в катушку и обратно. Индуктивное сопротивление является реактивным сопротивлением.

Цепь переменного тока с индуктивностью и активным сопротивлением

Реальные цепи, содержащие индуктивность, всегда имеют и активное сопротивление: сопротивление провода обмотки и подводящих проводов. Поэтому рассмотрим электрическую цепь, в которой через катушку индуктивности L , обладающую активным сопротивлением R , протекает переменный ток

$$I = I_0 \sin \omega t.$$

Через катушку и резистор протекает один и тот же ток, поэтому в качестве основного выберем вектор тока и будем строить вектор напряжения, приложенного к этой цепи.

Напряжение, приложенное к цепи, равно векторной сумме падений напряжений на катушке индуктивности и на резисторе:

$$\vec{U} = \vec{U}_L + \vec{U}_R.$$

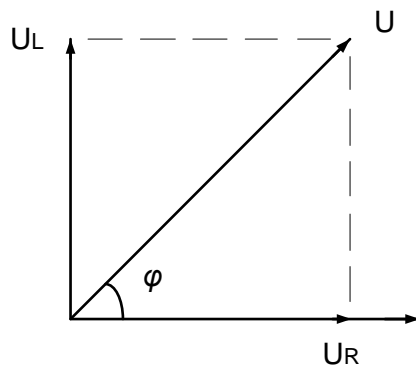
Напряжение на резисторе, как было показано выше, будет совпадать по фазе с током:

$$U_R = U_{0R} \sin \omega t,$$

а напряжение на индуктивности будет равно ЭДС самоиндукции со знаком минус (по второму правилу Кирхгофа):

$$U_L = L \frac{dI}{dt} = I_0 \omega L \cos \omega t = U_{oL} \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$$

Мы видим, что напряжение на индуктивности опережает ток на угол $\pi/2$. Построив векторы I, U_R и U_L и воспользовавшись формулой, найдем вектор U . Векторная диаграмма показана на рисунке.



Мы видим, что в рассматриваемой цепи ток I отстает по фазе от приложенного напряжения U , но не на $\pi/2$, как в случае чистой индуктивности, а на некоторый угол φ . Этот угол может принимать значения от 0 до $\pi/2$ и при заданной индуктивности зависит от значения активного сопротивления: с увеличением R угол φ уменьшается.

Как видно из векторной диаграммы, модуль вектора \vec{U} равен

$$U = \sqrt{U_R^2 + U_L^2} = I \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} = I Z_1$$

где величина

$$Z_1 = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$$

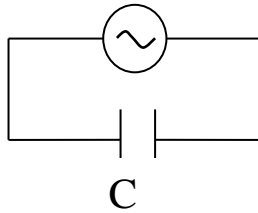
называется полным сопротивлением цепи.

Сдвиг по фазе φ между током и напряжением в данной цепи также определяется из векторной диаграммы:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{U_L}{U_R} = \frac{\omega L}{R}$$

Цепь переменного тока с емкостью

Рассмотрим электрическую цепь, в которой переменное напряжение приложено к емкости C



Мгновенное значение тока в цепи с емкостью равно скорости изменения заряда на обкладках конденсатора:

$$I = \frac{dq}{dt}$$

но поскольку $q = CU$, то

$$I = C \frac{dU}{dt} = \omega C U_0 \cos \omega t = I_0 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

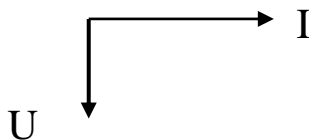
где

$$\omega C U_0 = I_0$$

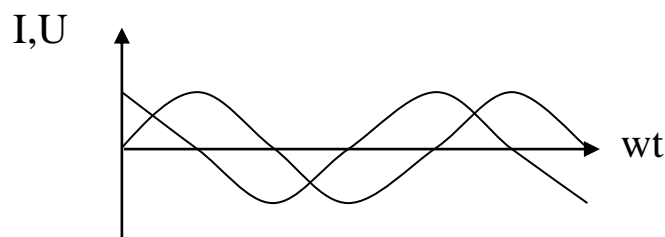
Мы видим, что в этой цепи ток опережает напряжение на $\pi/2$. Переходя в формуле к действующим значениям переменного тока ($I = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$, $U = \frac{U_0}{\sqrt{2}}$), получим:

$$I = \frac{U}{x_c}$$

Это закон Ома для цепи переменного тока с емкостью, а величина $x_c = \frac{1}{\omega C}$ называется емкостным сопротивлением. Векторная диаграмма для этой цепи показана на рисунке



а временная:



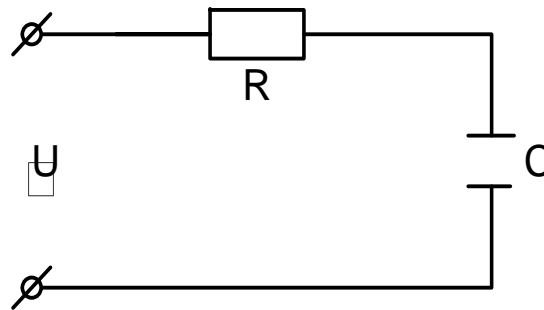
Мгновенная мощность в цепи, содержащей емкость:

$$p(t) = I_0 U_0 \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) \sin \omega t = IU \sin 2\omega t$$

Мы видим, что мгновенная мощность изменяется с удвоенной частотой. При этом положительные значения мощности соответствуют заряду конденсатора, а отрицательные - его разряду и возврату запасенной энергии в источник. Средняя за период мощность здесь равна нулю, поскольку в цепи с конденсатором активная мощность не потребляется, а происходит обмен электрической энергией между конденсатором и источником. Следовательно, конденсатор так же, как и индуктивность, является реактивным сопротивлением.

Цепь переменного тока с емкостью и активным сопротивлением

В реальных цепях переменного тока с емкостью всегда имеется активное сопротивление - сопротивление проводов, активные потери в конденсаторе и т.д. Поэтому реальную цепь с емкостью следует рассматривать состоящей из последовательно соединенных активного сопротивления R и конденсатора C :



Через конденсатор и через резистор протекает один и тот же ток, описываемый формулой, поэтому в качестве основного выберем вектор тока и будем строить вектор напряжения, приложенного к этой цепи. Напряжение, приложенное к цепи, равно векторной сумме падений напряжений на конденсаторе и на резисторе:

$$\vec{U} = \vec{U}_c + \vec{U}_R$$

Напряжение на резисторе, как было показано выше, будет совпадать по фазе с током:

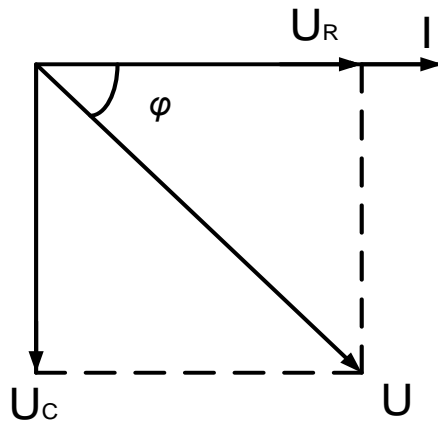
$$U_R = U_{0R} \sin \omega t$$

а напряжение на конденсаторе будет отставать по фазе от тока на угол $\pi/2$:

$$U_c = U_{0c} \sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$$

Построив векторы \vec{I} , \vec{U}_R и \vec{U}_c и воспользовавшись формулой, найдем вектор \vec{U} .

Из векторной диаграммы следует, что в рассматриваемой цепи ток \vec{I} опережает по фазе приложенное напряжение \vec{U} , но не на $\pi/2$, как в случае чистой емкости, а на некоторый угол φ . Этот угол может принимать значения от 0 до $\pi/2$ и при заданной емкости C зависит от значения активного сопротивления: с увеличением R угол φ уменьшается.



Как видно из векторной диаграммы, модуль вектора \vec{U} равен

$$U = \sqrt{U_R^2 + U_C^2} = I \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} = IZ_1$$

где величина

$$Z_1 = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

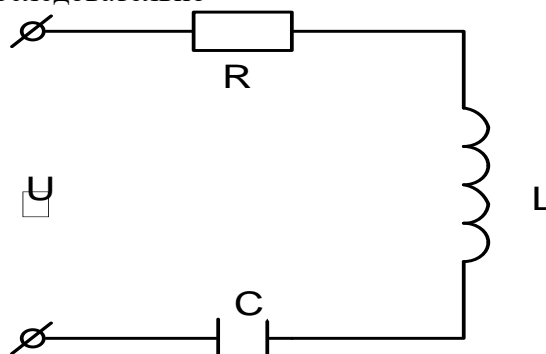
называется полным сопротивлением цепи.

Сдвиг по фазе φ между током и напряжением в данной цепи определяется из векторной диаграммы:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{U_C}{U_R} = \frac{1/\omega C}{R} = \frac{1}{\omega CR}$$

Последовательная цепь переменного тока. Резонанс напряжений

Рассмотрим теперь цепь переменного тока, содержащую индуктивность, емкость и резистор, включенные последовательно



Через все элементы цепи протекает один и тот же ток, поэтому в качестве основного выберем вектор тока и будем строить вектор напряжения, приложенного к этой цепи. Напряжение, приложенное к цепи, равно векторной сумме падений напряжений на катушке индуктивности, на емкости и на резисторе:

$$\vec{U} = \vec{U}_L + \vec{U}_C + \vec{U}_R.$$

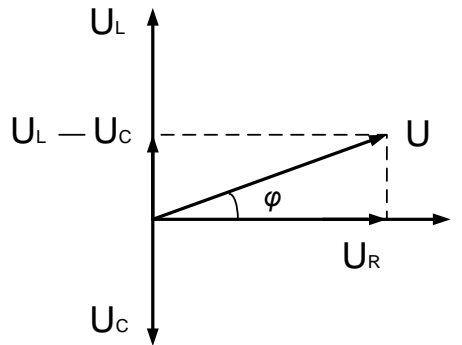
Мы уже знаем, что напряжение на резисторе совпадает по фазе с током, напряжение на катушке опережает ток по фазе на $\pi/2$, а напряжение на емкости отстает от тока по фазе на $\pi/2$. Можно записать эти напряжения в следующем виде:

$$U_R = U_{0R} \sin \omega t = I_0 R \sin \omega t$$

$$U_L = U_{0L} \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) = I_0 \omega L \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$$

$$U_C = U_{0C} \sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) = \frac{I_0}{\omega C} \sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$$

Поскольку нам известны амплитуды и фазы этих векторов, мы можем построить векторную диаграмму и найти вектор U



Из этой векторной диаграммы мы можем найти модуль вектора приложенного к цепи напряжения \vec{U} и сдвиг по фазе φ между током и напряжением:

$$U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2} = IZ$$

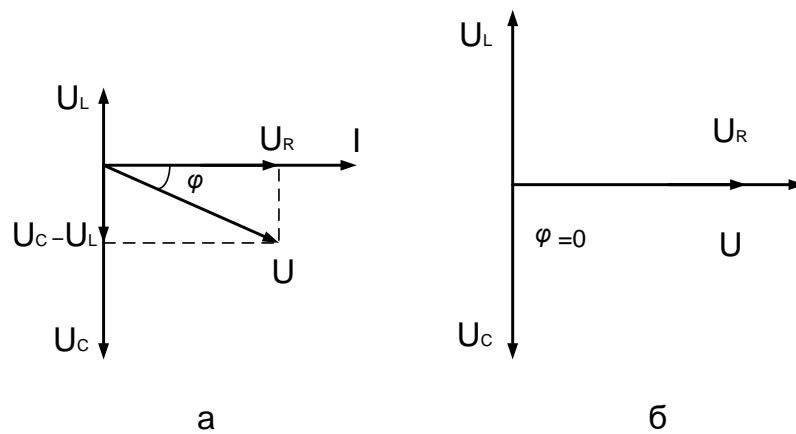
где величина

$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}$$

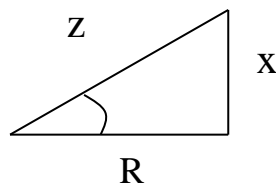
называется *полным сопротивлением* цепи. Из векторной диаграммы видно, что сдвиг по фазе между током и напряжением определяется уравнением

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{U_L - U_C}{U_R} = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$$

В результате построения диаграммы мы получили треугольник напряжений, гипотенуза которого равна приложенному напряжению \vec{U} . При этом разность фаз между током и напряжением определяется соотношением векторов \vec{U}_L , \vec{U}_C и \vec{U}_R . При $U_L > U_C$ угол φ положителен и нагрузка имеет индуктивный характер. При $U_L < U_C$ угол φ отрицателен и нагрузка имеет емкостной характер. А при $U_L = U_C$ угол φ равен нулю и нагрузка является чисто активной. (рис.17, б)



Разделив стороны треугольника напряжений на значение тока в цепи, получим треугольник сопротивлений, в котором R - активное сопротивление, Z - полное сопротивление, а $x = x_L - x_c$ - реактивное сопротивление.



Кроме того,

$$R = Z \cos \varphi; \quad x = Z \sin \varphi$$

Когда напряжения на индуктивности и емкости U_L и U_c , взаимно сдвинуты по фазе на 180° , равны по величине, то они полностью компенсируют друг друга. Напряжение, приложенное к цепи, равно напряжению на активном сопротивлении, а ток в цепи совпадает по фазе с напряжением. Этот случай называется *резонансом напряжений*.

Итак, условием резонанса напряжений является равенство напряжений на индуктивности и емкости или равенство индуктивного и емкостного сопротивлений цепи: $x_L = x_c$ или $\omega L = \frac{1}{\omega C}$

При резонансе напряжений ток в цепи, согласно равен:

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + 0}} = \frac{U}{R}$$

т. е. цепь в данном случае имеет наименьшее возможное сопротивление, как будто в нее включено только активное сопротивление R . Ток в цепи при этом достигает максимального значения, угол сдвига фаз между током и напряжением равен нулю, а $\cos \varphi = 1$.

Резонанс напряжений характеризуется обменом энергии между магнитным полем катушки и электрическим полем конденсатора.

Увеличение магнитного поля катушки индуктивности происходит исключительно за счет уменьшения энергии электрического поля в конденсаторе, и наоборот.

Следует обратить внимание на то, что при резонансе напряжения на реактивных сопротивлениях x_L и x_c могут заметно превышать приложенное к цепи напряжение. Если

мы возьмем отношение приложенного напряжения к напряжению на индуктивности (или емкости), то получим

$$\frac{U}{U_L} = \frac{IZ}{Ix_L} = \frac{z}{x_L} \quad \text{или} \quad U_L = U \frac{x_L}{R}$$

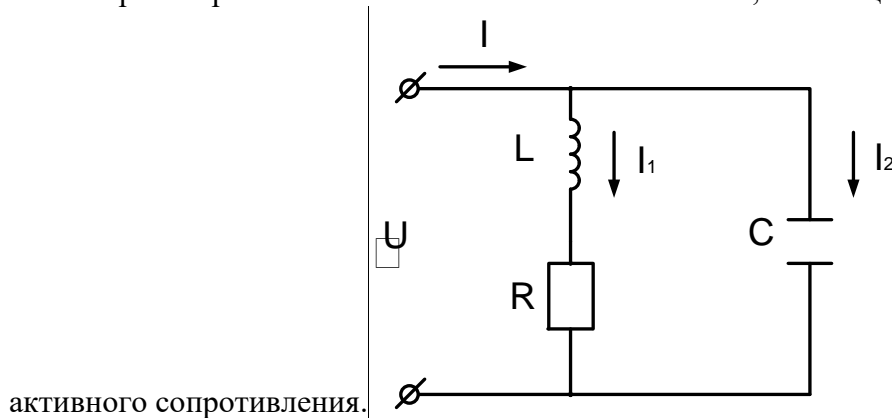
то есть напряжение на индуктивности будет больше приложенного напряжения в $\frac{x_L}{R}$ раз.

Это означает, что при резонансе напряжений на отдельных участках цепи могут возникать напряжения, опасные для изоляции приборов, включенных в данную цепь. В радиотехнике явление резонанса напряжений находит широкое применение в приемно-передающей аппаратуре и радиоизмерительных приборах.

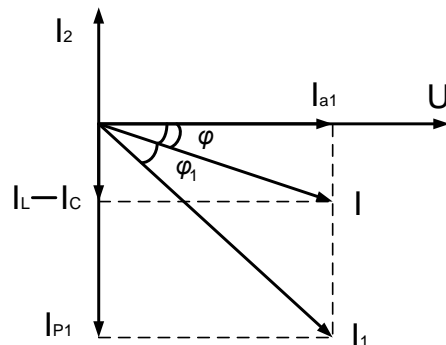
Параллельная цепь переменного тока. Резонанс токов.

В отличие от последовательных цепей переменного тока, где ток, протекающий по всем элементам цепи, одинаков, в параллельных цепях одинаковым будет напряжение, приложенное к параллельно включенным ветвям цепи.

Рассмотрим параллельное включение емкости и ветви, состоящей из индуктивности и



Обе ветви находятся под одним и тем же приложенным напряжением U . Построим векторную диаграмму для этой цепи. В качестве основного вектора выберем вектор приложенного напряжения U



По ветви с индуктивностью и активным сопротивлением течет ток I_1 . Длину этого вектора найдем из соотношения

$$I_1 = \frac{U}{z_1} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + x_L^2}}$$

и отложим этот вектор по отношению к вектору \vec{U} под углом φ_1 , который определяется по формуле

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{x_L}{R}$$

Полученный таким образом вектор тока \vec{I}_1 разложим на две составляющие: активную $I_{a1} = I_x \cos \varphi_1$ и реактивную $I_{p1} = I_1 \sin \varphi_1$

Величину вектора тока \vec{I}_2 , текущего по ветви с емкостью, находим из соотношения

$$I_2 = \frac{U}{x_C} = \frac{U}{1/\omega C} = \omega C U$$

и откладываем этот вектор под углом 90° против часовой стрелки относительно вектора приложенного напряжения \vec{U} .

Общий ток в цепи \vec{I} равен геометрической сумме токов \vec{I}_1 и \vec{I}_2 или геометрической сумме реактивного тока $I_{p1} - I_2 = I_L - I_C$ и активного тока I_{a1} . Длина вектора \vec{I} равна

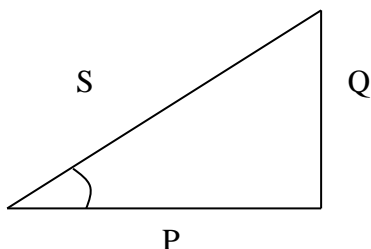
$$I = \sqrt{(I_L - I_C)^2 + (I_{a1})^2}$$

Сдвиг по фазе между общим током \vec{I} и приложенным напряжением \vec{U} можно определить из соотношения $\operatorname{tg} \varphi = \frac{I_L - I_C}{I_{a1}}$

Из векторной диаграммы видно, что длина и положение вектора общего тока зависят от соотношения между реактивными токами I_L и I_C . В частности, при $I_L > I_C$ общий ток отстает по фазе от приложенного напряжения, при $I_L < I_C$ - опережает его, а при $I_L = I_C$ - совпадает с ним по фазе. Последний случай ($I_L = I_C$) называется *резонансом токов*. При резонансе токов общий ток равен активной составляющей тока в цепи, т. е. происходящие в цепи процессы таковы, как будто в ней содержится только активное сопротивление (в этом случае $\varphi = 0$ и $\cos \varphi = 1$). При резонансе общий ток в цепи принимает минимальное значение и становится чисто активным, тогда как реактивные токи в ветвях не равны нулю и противоположны по фазе.

Мощность переменного тока

Умножив стороны треугольника напряжений на значение тока в цепи, получим треугольник мощностей.



Здесь S - полная мощность, Q - реактивная мощность и P - активная мощность. Из треугольника мощностей следует, что

$$\begin{aligned} S &= IU = \sqrt{P^2 + Q^2}; \\ Q &= S \sin \varphi = IU \sin \varphi; \\ P &= S \cos \varphi = IU \cos \varphi. \end{aligned}$$

Реактивная мощность Q всегда связана с обменом электрической энергией между источником и потребителем. Ее измеряют в *вольт-амперах реактивных* (вар).

Полная мощность S содержит в себе как активную, так и реактивную составляющие - это мощность, которая потребляется от источника электроэнергии. При $P = 0$ вся полная мощность становится реактивной, а при $Q = 0$ - активной. Следовательно, составляющие полной мощности определяются характером нагрузки. Полная мощность измеряется в *вольт-амперах* (ВА). Эта величина указывается на табличках приборов переменного тока. Активная мощность P связана с той электрической энергией, которая может быть преобразована в другие виды энергии - теплоту, механическую работу и т.д. Она измеряется в *ваттах* (Вт). Активная мощность зависит от тока, напряжения и $\cos\varphi$. При увеличении угла φ уменьшаются $\cos\varphi$ и мощность P , а при уменьшении угла φ активная мощность P возрастает. Таким образом, $\cos\varphi$ показывает, какая часть полной мощности теоретически может быть преобразована в другие виды энергии. Величина $\cos\varphi$ называется коэффициентом мощности.

Для более рационального использования мощности переменного тока, вырабатываемого источниками электрической энергии, надо стараться сделать нагрузку такой, чтобы $\cos\varphi$ в цепи был близок к единице. На практике, в масштабах предприятия добиться этого довольно трудно, и хорошим показателем является $\cos\varphi = 0,9-0,95$.

При низких значениях $\cos\varphi$ возникают дополнительные потери на нагревание проводов.

Для увеличения $\cos\varphi$ на практике часто используют резонанс токов и резонанс напряжений. Если в цепь с индуктивностью последовательно включить емкость и подобрать ее так, чтобы реактивное сопротивление емкости равнялось реактивному сопротивлению индуктивности ($x_c = X_L$), то в цепи наступит резонанс напряжений и $\cos\varphi$ станет равен 1. Этот способ называется *последовательной компенсацией*.

Аналогично, если параллельно индуктивной нагрузке подключить конденсатор, подобранный таким образом, что его емкостное сопротивление равно индуктивному сопротивлению нагрузки, то в цепи наступит резонанс токов и $\cos\varphi$ станет равен 1. Этот способ называется *параллельной компенсацией*.

Обычно ограничиваются повышением $\cos\varphi$ до 0,85-0,9; дальнейшее повышение его до 1 незначительно сказывается на уменьшении общего тока и экономически не оправдывается.

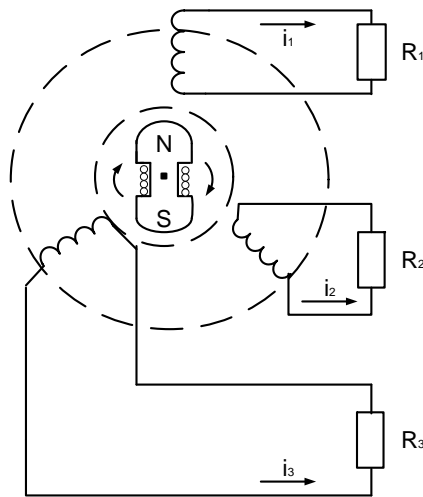
Трехфазный переменный ток

Принцип построения трехфазной системы

Объединение в одной линии электропередачи нескольких цепей переменного тока с независимыми источниками электроэнергии называется *многофазной* системой. Наибольшее распространение получила *трехфазная* система, которая была изобретена и разработана во всех деталях, включая генератор трехфазного переменного тока, трехфазный трансформатор и асинхронный двигатель, выдающимся русским инженером М. О. Доливо-Добровольским в 1889-1891 гг. Благодаря своим достоинствам, изобретение М. О. Доливо-Добровольского привлекло внимание инженеров и промышленников всего мира; трехфазная система быстро заняла ведущее положение в мировой электротехнике и сохраняет его до наших дней.

Трехфазной системой переменного тока называется совокупность трех однофазных переменных токов одинаковой частоты и амплитуды, сдвинутых друг относительно друга по фазе на $1/3$ периода (120°).

Для того чтобы выяснить, как получают трехфазный переменный ток, кратко рассмотрим устройство трехфазного генератора (более подробно оно будет рассмотрено ниже). Трехфазный генератор состоит из трех одинаковых изолированных друг от друга обмоток, расположенных на статоре и разнесенных в пространстве на 120° . В центре статора вращается электромагнит.



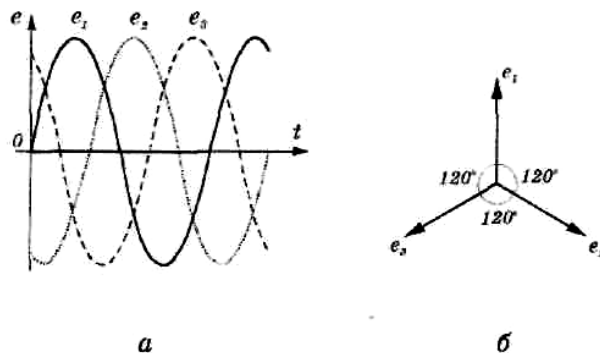
При этом форма магнита такова, что магнитный поток, пронизывающий каждую катушку, изменяется по косинусоидальному закону. Тогда по закону электромагнитной индукции в катушках будут индуцироваться ЭДС равной амплитуды и частоты, отличающиеся друг от друга по фазе на 120° :

$$e_1 = E_0 \sin \omega t;$$

$$e_2 = E_0 \sin(\omega t - 120^\circ);$$

$$e_3 = E_0 \sin(\omega t - 240^\circ).$$

Эти три ЭДС можно изобразить на временной и векторной диаграммах:



Как видно из векторной диаграммы, сумма этих трех ЭДС равна нулю.

Если в трехфазной системе действуют электродвижущие силы, равные по величине и сдвинутые по фазе на 120° , а полные сопротивления нагрузок всех трех фаз как по величине, так и по характеру (по величине и знаку фазового сдвига) одинаковы, то режим в ней называется *симметричным*. Невыполнение одного из этих условий или обоих вместе является причиной *несимметричного* режима.

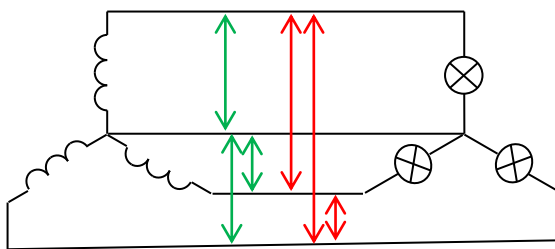
Чтобы образовать из этих независимых однофазных систем единую трехфазную систему, необходимо определенным образом электрически соединить отдельные обмотки.

Существуют два основных способа соединения: звездой и треугольником.

Соединение звездой

Отдельные фазы трехфазной системы принято обозначить латинскими буквами А, В и С. Этими же буквами обозначают начала обмоток генератора. Концы обмоток обозначают буквами X, Y и Z.

Условимся, что положительно направленный ток выходит из обмотки генератора через ее начало и входит в нее через ее конец. Если все концы обмоток генератора соединить в одной точке O , а к их началам присоединить провода, идущие к приемникам электрической энергии (у которых концы также соединены в общей точке O'), то мы получим соединение *звездой*.



Мы видим, что контуры, по которым замыкаются фазные токи, при таком соединении не изменяются по сравнению. Следовательно, по общему обратному проводу будет протекать ток, равный сумме токов трех фаз:

$$I_0 = I_A + I_B + I_C$$

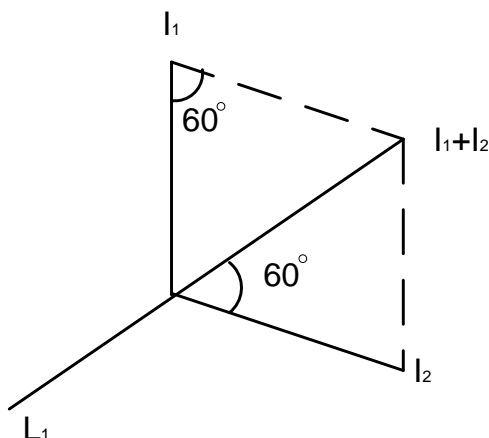
Если все три фазы имеют одинаковые нагрузки, то фазные токи будут равны по модулю, отличаясь друг от друга по фазе на 120° :

$$I_A = I_m \sin \omega t$$

$$I_B = I_m \sin(\omega t - 120^\circ)$$

$$I_C = I_m \sin(\omega t - 240^\circ)$$

Для того чтобы найти значение тока в проводе OO' , нужно сложить токи. Но намного проще это можно сделать с помощью векторной диаграммы. В результате мы получим, что при симметричной нагрузке ток в общем проводе равен нулю, поэтому провод OO' называется *нулевым*. Точка соединения концов обмоток генератора или концов нагрузок называется *нулевой*. Провода, соединяющие начала обмоток генератора с приемниками электроэнергии, называются *линейными*. Система трехфазного тока с нулевым проводом называется *четырёхпроводной*.

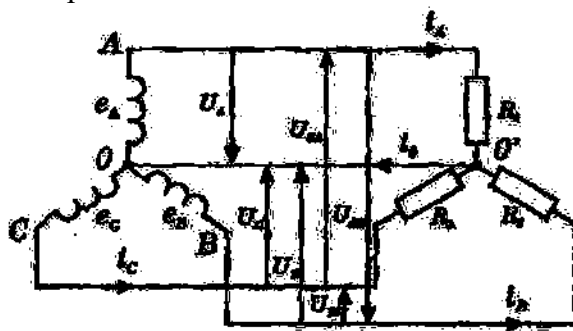


В цепях трехфазного тока вне зависимости от способа соединения различают два типа напряжений - линейные U_n фазные U_ϕ - и два типа токов - линейные I_n и фазные I_ϕ . Напряжение между двумя линейными проводами называется *линейным*, а между линейным и нулевым проводом - *фазным*. Токи, протекающие в линейных проводах, называются *линейными*, а в нагрузках фаз - *фазными*.

На первый взгляд может показаться, что поскольку в нулевом проводе ток равен нулю, то этот провод можно совсем убрать, оставив только три линейных провода. Однако это не всегда возможно.

В случае несимметричной нагрузки отсутствие нулевого провода приведет к перераспределению фазных напряжений, в результате чего некоторые из них станут выше номинального (что недопустимо), а некоторые - ниже. Если же при несимметричной нагрузке включить нулевой провод, то все фазные напряжения будут равны номинальному, а по нулевому проводу будет протекать некоторый ток. В этом легко убедиться с помощью векторных диаграмм. Следовательно, в цепях с симметричными нагрузками нулевой провод не нужен. Таковыми являются, например, электродвигатели. Однако наличие нулевого провода обеспечивает равенство фазных напряжений при несимметричной нагрузке.

В дальнейшем для обозначения линейных напряжений будем пользоваться двойными индексами, а фазных – одинарными.



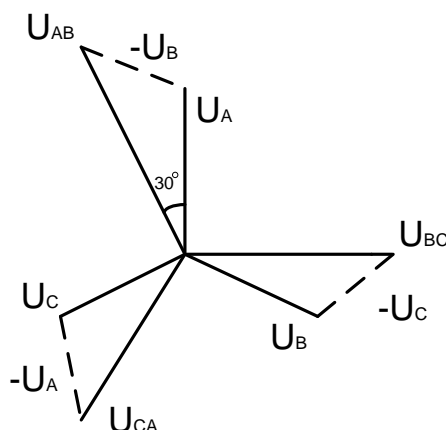
При соединении звездой линейный ток совпадает с фазным, т.е. $I_L = I_\phi$. Как видно из, линейные напряжения при соединении звездой являются векторными разностями соответствующих фазных напряжений:

$$\vec{U}_{AB} = \vec{U}_A - \vec{U}_B;$$

$$\vec{U}_{BC} = \vec{U}_B - \vec{U}_C;$$

$$\vec{U}_{CA} = \vec{U}_C - \vec{U}_A.$$

Построим векторную диаграмму линейных и фазных напряжений при соединении звездой.



Сначала построим три вектора фазных напряжений: U_A , U_B и U_C , расположенные друг относительно друга под углом 120° , а затем, пользуясь соотношениями - векторы линейных напряжений. Для построения вектора линейного напряжения U_{AB} нужно из вектора U_A вычесть вектор U_B , т.е. прибавить к вектору U_A вектор $(-U_B)$. Таким же способом строятся и остальные векторы линейных напряжений. Мы видим, что линейные напряжения также образуют симметричную трехлучевую звезду, повернутую относительно звезды фазных напряжений на угол 30° против часовой стрелки.

Для нахождения соотношения между модулями линейных и фазных напряжений рассмотрим тупоугольный треугольник с углом 120° при вершине, образованный

векторами U_A , $(-U_B)$ и U_{AB} . Опустим перпендикуляр из вершины тупого угла этого треугольника на противоположную сторону и найдем, что $U_{AB} \cos 30^\circ = U_A$. Следовательно,

$$U_n = \sqrt{3}U_\phi$$

Таким образом, в трехфазной системе, соединенной звездой, линейные напряжения больше фазных в $\sqrt{3}$ раз. Например, если линейное напряжение равно 220 В, то фазное будет в $\sqrt{3}$ раз меньше и равно 127 В. Если же фазное напряжение равно 220 В, то линейное будет в 3 раз больше и равно 380 В.

В России и в большинстве других стран напряжения 127, 220 и 380 В приняты стандартными для приемников низкого напряжения. При соединении звездой с нулевым проводом существуют две системы напряжений - 220/127 В и 380/220 В. Наличие двух напряжений (линейного и фазного) является достоинством четырехпроводной линии.

Если при соединении звездой с нулевым проводом нагрузка становится неравномерной, то соотношение можно считать практически справедливым. Следует только помнить, что в этом случае в нулевом проводе появляется ток. Это приводит к незначительному падению напряжения на нулевом проводе, которым обычно можно пренебречь. Поэтому можно считать, что между нулевой точкой генератора и нулевой точкой приемника разность потенциалов отсутствует.

(подробнее) Соединение звездой без нулевого провода применяют при подключении обмоток трехфазных двигателей, а соединение с нулевым проводом - при электрификации жилых домов. В последнем случае он необходим, поскольку в жилом доме практически невозможно добиться симметрии нагрузок. При этом к домам подводят три фазы и нулевой провод, а внутри каждого дома стремятся примерно одинаково загрузить каждую из фаз, чтобы общая нагрузка была более или менее симметричной. К каждой квартире подводят нулевой провод и одну из фаз. Установка предохранителей в нулевом проводе на распределительных щитах категорически запрещена, так как при его перегорании фазные напряжения могут стать неравными, а это приводит к превышению номинального напряжения в некоторых фазах и выходу из строя осветительных и бытовых приборов.

Соединение треугольником

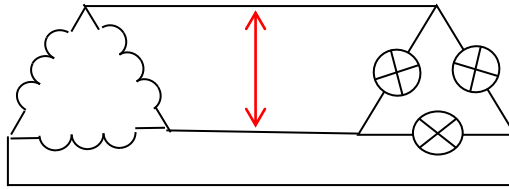
Если обмотки генератора трехфазного тока соединить так, что конец первой обмотки соединяется с началом второй, конец второй с началом третьей, конец третьей с началом первой, а к общим точкам подключить линейные провода, то получим соединение *треугольником*.

Кажущегося короткого замыкания в обмотках генератора не произойдет, так как сумма мгновенных значений ЭДС в них равна нулю:

$$e_{AB} + e_{BC} + e_{CA} = 0$$

в чем легко убедиться, построив векторную диаграмму.

Три приемника тока Z_{AB} , Z_{BC} , Z_{CA} также включены треугольником. В отличие от соединения звездой, где в большинстве случаев применяется четырехпроводная система, здесь используются три провода.



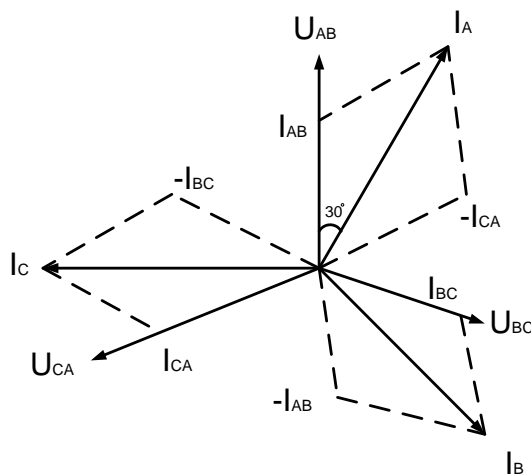
При соединении треугольником существуют только линейные напряжения (U_{AB} , U_{BC} , U_{CA}), поскольку нулевой провод отсутствует, но появляются фазные (I_{AB}, I_{BC}, I_{CA}) и линейные (I_A , I_B , I_C) токи. Соотношения между линейными и фазными токами легко могут быть получены, если для каждой узловой точки потребителя применить первое правило Кирхгофа:

$$\begin{aligned} I_A &= I_{AB} - I_{CA} \\ I_B &= I_{BC} - I_{AB} \\ I_C &= I_{CA} - I_{BC} \end{aligned}$$

Из этих соотношений видно, что любой из линейных токов равен геометрической разности двух фазных токов. Кроме того, почленное сложение этих равенств показывает, что геометрическая сумма линейных токов равна нулю:

$$I_A + I_B + I_C = 0$$

Для построения векторной диаграммы в качестве исходных возьмем три вектора линейных напряжений (U_{AB} , U_{BC} , U_{CA}), расположенных под углом 120° друг относительно друга.



При симметричной нагрузке векторы фазных токов, I_{AB} , I_{BC} , I_{CA} сдвинуты по фазе относительно соответствующих напряжений на угол (φ , величина которого зависит от характера нагрузки).

Теперь, пользуясь соотношениями, построим на этой же диаграмме векторы линейных токов. Для того чтобы построить вектор линейного тока I_A , нужно к вектору фазного тока I_{AB} прибавить вектор ($-I_{AC}$), т. е. вектор, равный по длине I_{CA} , но противоположный по направлению. Так же строятся остальные векторы линейных токов.

Для нахождения соотношения между модулями линейных и фазных токов рассмотрим тупоугольный треугольник с углом 120° при вершине, образованный векторами I , ($-I_{CA}$) и I_{AB} . Опустим перпендикуляр из вершины тупого угла этого треугольника на противоположную сторону и найдем, что $I_A/2 = I_{AB} \cos 30^\circ$. Следовательно, $I_n = \sqrt{3} I_\phi$.

Таким образом, в трехфазной системе, соединенной треугольником, линейные токи больше фазных в $\sqrt{3}$ раз, а фазные напряжения совпадают с линейными.

Наличие двух способов включения нагрузок расширяет возможности потребителей. Например, если каждая из трех обмоток трехфазного электродвигателя рассчитана на напряжение 220 В, то электродвигатель может быть включен треугольником в сеть 220/127 В или звездой в сеть 380/220 В. Соединение треугольником чаще всего используется в силовых установках (электродвигатели и т. п.), где нагрузка близка к равномерной. В трехфазных цепях способ включения нагрузки (звездой или треугольником) не зависит от способа включения обмоток генератора или трансформатора, питающего данную цепь.