**Задание 5.1**

**Приближённое вычисление интегралов при помощи квадратурных формул**

**Наивысшей Алгебраической Степени Точности (КФ НАСТ)**

Береснёв Руслан, Слугин Александр, группа 21.Б10-мм

---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Параметры задачи: пределы интегрирования – 𝑎, 𝑏 (запрашивать у пользователя; вводятся с клавиатуры), функции 𝜌(𝑥) и 𝑓(𝑥) (описать в коде программы).

1. Найти "точное"значение (при помощи матпакета или библиотеки), вывести его на печать.

2. Написать программу, позволяющую вычислить приближенно при помощи ИКФ с 𝑁 узлами (минимум, с 2-мя).

3. Выводить на печать все промежуточные вычисления: моменты весовой функции, найденные узлы и коэффициенты построенной ИКФ.

4. Сделать проверку на точность ИКФ на многочлене степени 𝑁 − 1, если число узлов КФ равно 𝑁.

5. Вывести полученное значение интеграла (не менее 12 знаков после запятой).

6. Сравнить полученное при помощи ИКФ значение с "точным"значением из матпакета.

7. Написать программу, позволяющую вычислить приближенно при помощи КФНАСТ 𝑁 (минимум, с 2-мя узлами).

8. Выводить на печать все промежуточные вычисления: моменты весовой функции, найденный ортогональный многочлен, узлы и коэффициенты построенной КФ НАСТ.

9. Сделать проверку на коэффициенты и точность КФ на одночлене (для двух узлов) и на одночлене , если число узлов равно 𝑁.

10. Вывести полученное значение интеграла (не менее 12 знаков после запятой).

11. Сравнить полученное при помощи КФНАСТ значение с "точным" значением из матпакета.

**Пример работы:**

ПРИБЛИЖЁННОЕ ВЫЧИСЛЕНИЕ ИНТЕГРАЛОВ ПРИ ПОМОЩИ КФ НАСТ

Введите пределы интегрирования [a, b]:

a = 0

b = 1

Введите число узлов для построения ИКФ:

N = 10

Точное значение интеграла, вычисленное с помощью библиотеки scipy:

1.0

∫ x ^ (1/4) \* sin(x) dx = 0.406538308291885; error = 3.867794814875e-09

0.0

---------------------------------------------Вычисление с помощью ИКФ---------------------------------------------

+------------------+-----------------------+---------------------+---------------------+---------------------+--------------------+---------------------+--------------------+---------------------+---------------------+--------------------+

| Индексы | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |

+------------------+-----------------------+---------------------+---------------------+---------------------+--------------------+---------------------+--------------------+---------------------+---------------------+--------------------+

| Узлы x\_k | 0.0 | 0.1 | 0.2 | 0.30000000000000004 | 0.4 | 0.5 | 0.6000000000000001 | 0.7000000000000001 | 0.8 | 0.9 |

| Моменты μ\_k | 0.8000000000000004 | 0.4444444444444444 | 0.30769230769083755 | 0.2352941176476037 | 0.1904761904761783 | 0.16000000000000036 | 0.1379310344827586 | 0.12121212121212124 | 0.10810810810810813 | 0.0975609756097561 |

| Коэффициенты A\_k | -0.017895566035215693 | 0.36073350285522443 | -1.2425737592279076 | 3.52307494415704 | -5.940258493016365 | 7.327802231416285 | -5.99813459834687 | 3.6286400222226343 | -1.282478433304158 | 0.4410901492793321 |

+------------------+-----------------------+---------------------+---------------------+---------------------+--------------------+---------------------+--------------------+---------------------+---------------------+--------------------+

Приближенное значение интеграла, вычисленное с помощью ИКФ: 0.40653830829846244

Погрешность по сравнению с вычисленным значением из библиотеки: 6.577460798240509e-12

Проверка точности ИКФ на многочлене степени N - 1:

Погрешность: 1.3877787807814457e-17

------------------------------------------Вычисление с помощью КФ НАСТ------------------------------------------

Моменты весовой функции:

μ0 = 0.8000000000000004

μ1 = 0.4444444444444444

μ2 = 0.30769230769083755

μ3 = 0.2352941176476037

μ4 = 0.1904761904761783

μ5 = 0.16000000000000036

μ6 = 0.1379310344827586

μ7 = 0.12121212121212124

μ8 = 0.10810810810810813

μ9 = 0.0975609756097561

μ10 = 0.0888888888888889

μ11 = 0.0816326530612245

μ12 = 0.07547169811320757

μ13 = 0.07017543859649125

μ14 = 0.06557377049180331

μ15 = 0.061538461538461556

μ16 = 0.05797101449275363

μ17 = 0.05479452054794522

μ18 = 0.05194805194805197

μ19 = 0.04938271604938274

Коэффициенты для ортогонального многочлена омега\_n:

a0 = 9.121285526322439e-06

a1 = -0.0008211802030163541

a2 = 0.020123956214905415

a3 = -0.21882725407208012

a4 = 1.284210531842494

a5 = -4.476998269520507

a6 = 9.701274822866443

a7 = -13.191205237532643

a8 = 10.943634561663655

a9 = -5.061396461942174

a10 = 1

Узлы интерполяции для КФ НАСТ:

x0 = 0.017010153425014093

x1 = 0.07520306579325445

x2 = 0.17023979048617455

x3 = 0.2938917120181382

x4 = 0.4354313906310573

x5 = 0.5825736622821214

x6 = 0.7225452455519963

x7 = 0.8431954142040745

x8 = 0.9340530282042208

x9 = 0.987252999359282

Коэффициенты для квадратурной формулы:

A0 = 0.0136570098690754

A1 = 0.040708465089150596

A2 = 0.07126930749175356

A3 = 0.09906556745090811

A4 = 0.1189781866703273

A5 = 0.12726529418659452

A6 = 0.12191148040615377

A7 = 0.10283075904284616

A8 = 0.07184509211606123

A9 = 0.03246883767712978

Приближенное значение интеграла, вычисленное с помощью КФ НАСТ: 0.4065383082971745

Погрешность по сравнению с вычисленным значением из библиотеки: 5.289546578524096e-12

Проверка точности КФ НАСТ на одночлене x^3:

Погрешность: 2.7755575615628914e-17

Проверка точности КФ НАСТ на одночлене x^(2N - 1):

Погрешность: 3.4763858458575214e-14

Ввести новые значения? (y/n):