

## ZASTOSOWANIE CAŁEK PODWÓJNYCH W GEOMETRII

## POLE OBSZARU

Pole obszaru regularnego  $D \subset \mathbb{R}^2$  wyraża się wzorem:

$$|D| = \iint_D dP$$

## OBJĘTOŚĆ PRZĘTY

Objętość bryły  $V$  położonej nad obszarem regularnym  $D \subset \mathbb{R}^2$  i ograniczonej z dołu i z góry odpowiednio wykreśłami funkcji ciągłych  $z = d(x, y)$  i  $z = g(x, y)$  wyraża się wzorem:

$$|V| = \iint_D [g(x, y) - d(x, y)] dP$$

## POLE PŁATA

Pole płata  $\Sigma$ , który jest wykreśłem funkcji  $z = f(x, y)$  gdzie  $(x, y) \in D$  wyraża się wzorem:

$$|\Sigma| = \iint_D \sqrt{1 + \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2} dP$$

## ZASTOSOWANIE CAŁEK PODWÓJNYCH W FIZYCE

## MASA OBSZARU

Masa obszaru  $D$  o gęstości powierzchniowej  $\sigma$  wyraża się wzorem:

$$M = \iint_D \sigma(x, y) dP$$

## MOMENTY STYCZNE

Momenty styczne względem osi  $Ox$  i  $Oy$  obszaru  $D$  o gęstości powierzchniowej masy  $\sigma$  wyrażają się wzorami:

$$MS_x = \iint_D y \sigma(x, y) dP$$

$$MS_y = \iint_D x \sigma(x, y) dP$$

## WSPÓŁRZĘDNE ŚRODKA MASY

Współrzędne środka masy obszaru  $D$  o gęstości powierzchniowej masy  $\sigma$  wyrażają się wzorami:

$$x_c = \frac{MS_y}{M} \quad y_c = \frac{MS_x}{M}$$

## MOMENTY BEZWZTAĐNOŚCI

Momenty bezwztađności względem osi  $Ox$ ,  $Oy$  obszaru  $D$  o gęstości powierzchniowej masy  $\sigma$  wyrażają się wzorami:

$$I_x = \iint_D y^2 \sigma(x, y) dP \quad , \quad I_y = \iint_D x^2 \sigma(x, y) dP$$

Moment bezwztađności względem płk.  $O$  obszaru  $D$  o gęstości powierzchniowej masy  $\sigma$  wyraża się wzorem:

$$I_o = \iint_D (x^2 + y^2) \sigma(x, y) dP$$