**Министерство науки и высшего образования Российской Федерации**

федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования

**«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИТМО»**

**Отчет по лабораторной работе №2**

Авторы: Зюзько Роман, Иванов Дмитрий, Пак Руслан

Факультет: ФИТиП

Группы: M32341, М32351

Преподаватель:



Санкт-Петербург 2021

**Цель лабораторной работы**

1. Реализовать методы многомерной оптимизации:

* метод градиентного спуска
* метод наискорейшего спуска
* метод сопряжённых градиентов

1. Проанализировать траектории методов для 3 различных квадратичных функциях
2. Исследовать зависимость числа итераций, необходимых методам для сходимости в зависимости от числа обусловленности и размерности пространства
3. Реализовать программу отрисовки графиков с линиями уровня и траекториями методов

**Вычислительные схемы методов**

**Метод градиентного спуска** — метод нахождения локального минимума или максимума функции с помощью движения вдоль градиента

Шаг 1)

Шаг 2) Вычислить

Шаг 3) Найти

Шаг 4) , (Шаг 3)

В **методе наискорейшего спуска** в качестве направления поиска выбирается вектор, направление которого противоположно направлению вектора градиента функции

Шаг 1)

Шаг 2) Вычислить

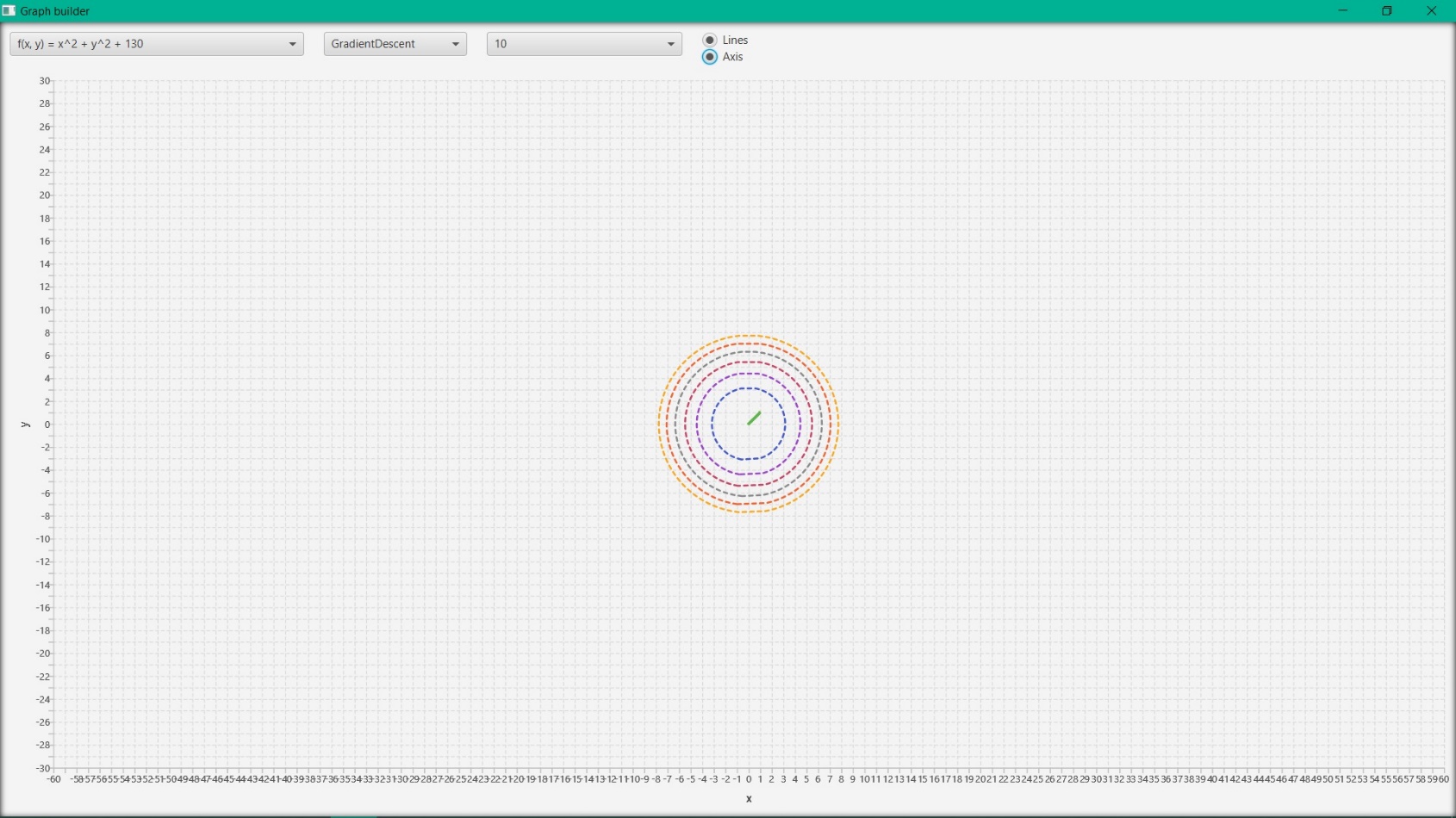
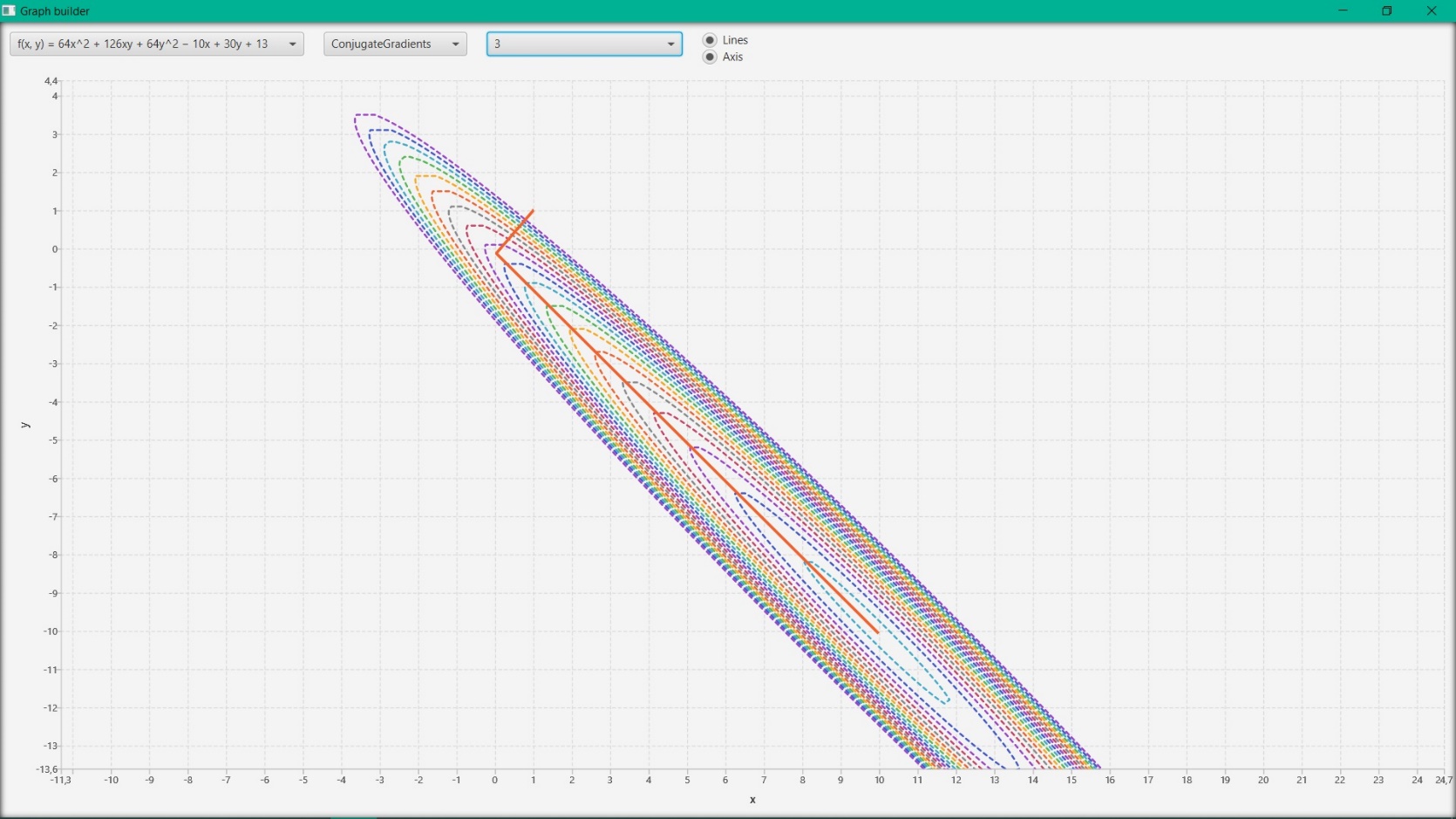
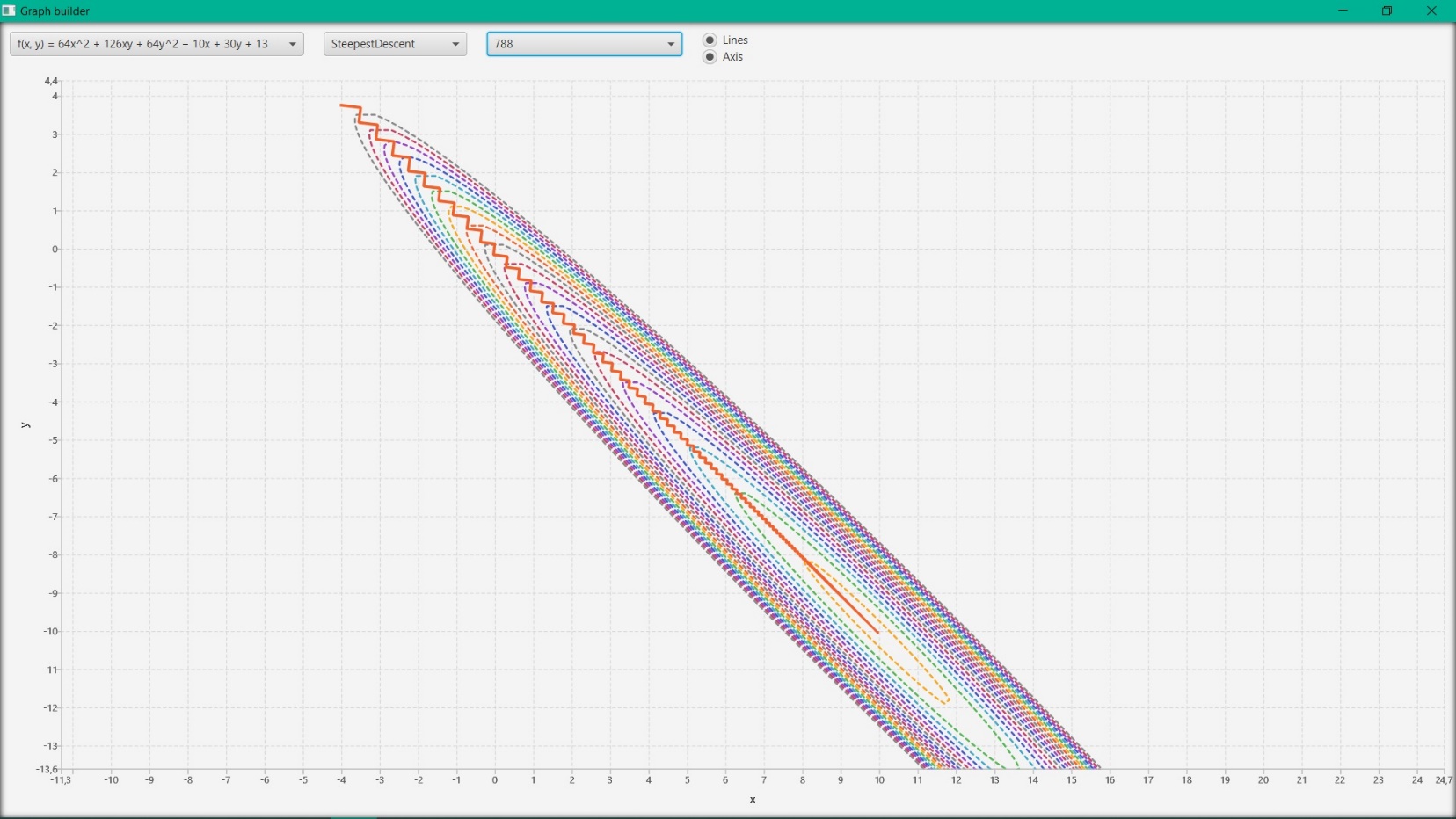
Шаг 3) Решить задачу одномерной оптимизации для т.е. найти

Положить

**Метод сопряжённых градиентов** — метод нахождения локального экстремума функции на основе информации о её значениях и её градиенте. В случае квадратичной функции минимум находится не более чем за шагов.

Для квадратичных функций:

**Результаты работы методов на квадратичных функциях**

1. , x0=(1.0,1.0), ℰ = 0.0001
2. , x0 = (1.0,1.0), ℰ = 0.0001
3. , x0 = (-4.0, 3.75), ℰ = 0.0001 

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Исследование | Число итераций метода градиентного спуска | Число итераций метода наискорейшего спуска | Число итераций метода сопряженных градиентов |
| 1 | 9 | 1 | 1 |
| 2 | 836 | 31 | 2 |
| 3 | 702 | 787 | 1 |

Для первой функции методы отработали быстро из-за того, что число обусловленности квадратичной матрицы функции равно 1 и линиями уровня являются окружности.

Сильно возросшее время работы для второй функции связано с тем, что линии уровня этой функции - эллипсы. При этом методу градиентного спуска понадобилось в разы больше итераций. Связано это с тем, что данный метод не подбирает длину шага для конкретной итерации, из-за чего он долго ходит зигзагами на данной функции.

В 3-ем исследование бралась также функция, что и в предыдущем, но поменялось начально приближение. Это изменение привело к тому, что метод наискорейшего спуска стал работать дольше чем метод градиентного спуска.

Также стоит отметить, что метод сопряженных градиентов для всех данных функций отработал за 1 или 2 итерации. Поскольку размерность пространства равна 2, то это является ожидаемым результатом.

**Количество итераций метода наискорейшего спуска в зависимости от используемого метода одномерной оптимизации**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | f­1 | f2 | f3 |
| Метод дихотомии | 2 | 49 | 638 |
| Метод золотого сечения | 1 | 19 | 732 |
| Метод Фибоначчи | 1 | 17 | 772 |
| Метод парабол | 1 | 31 | 789 |
| Метод Брента | 1 | 31 | 787 |

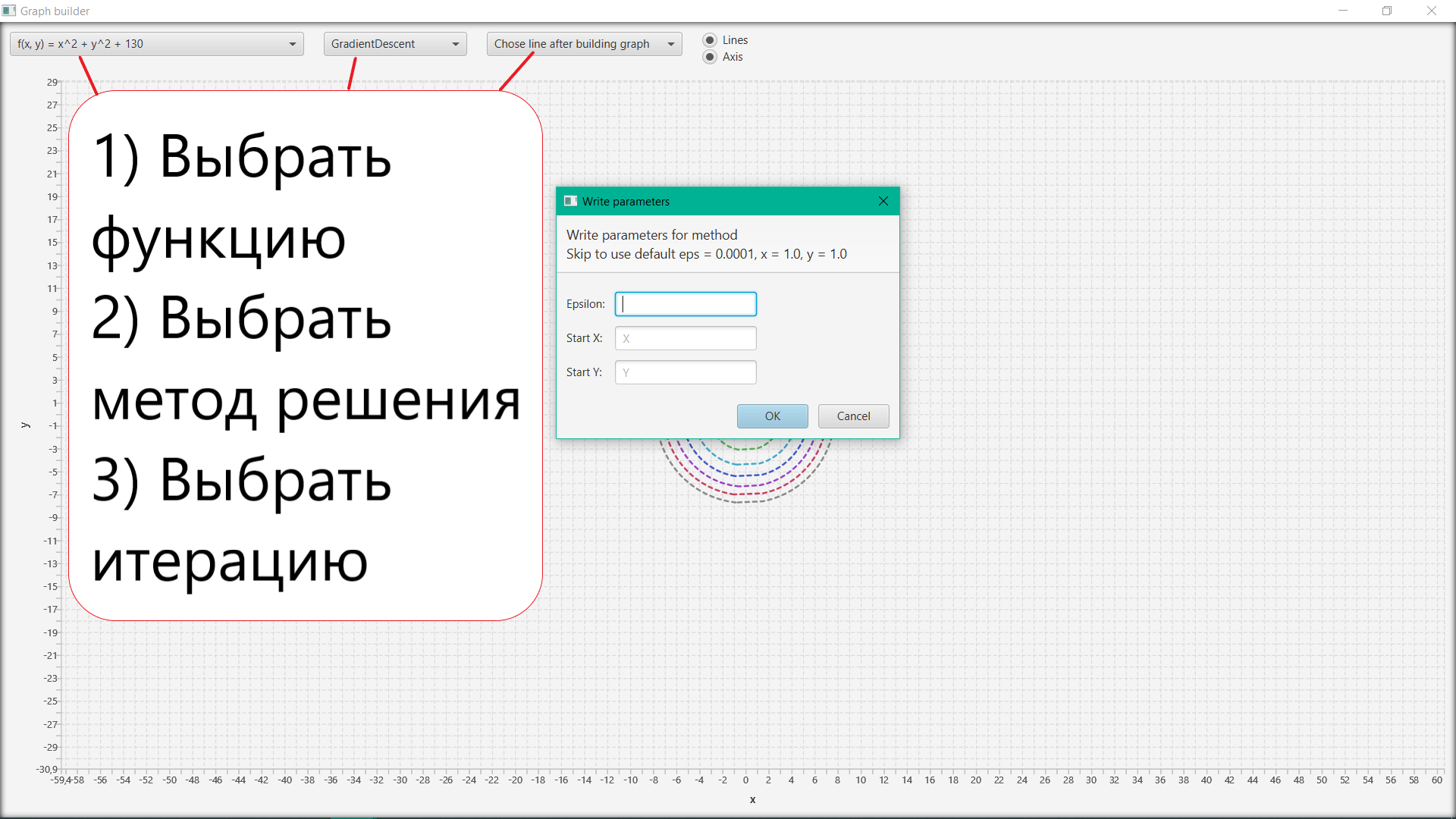
По результатам данного исследования можно сделать вывод, что выбор метода одномерного поиска не сильно влияет на скорость сходимости метода. Это также следует из того, что одномерный метод влияет только на поиск величины шага, а так как все методы находят приблизительно одинаковое значение, то и метод наискорейшего спуска будет сходиться за близкое количество итераций.

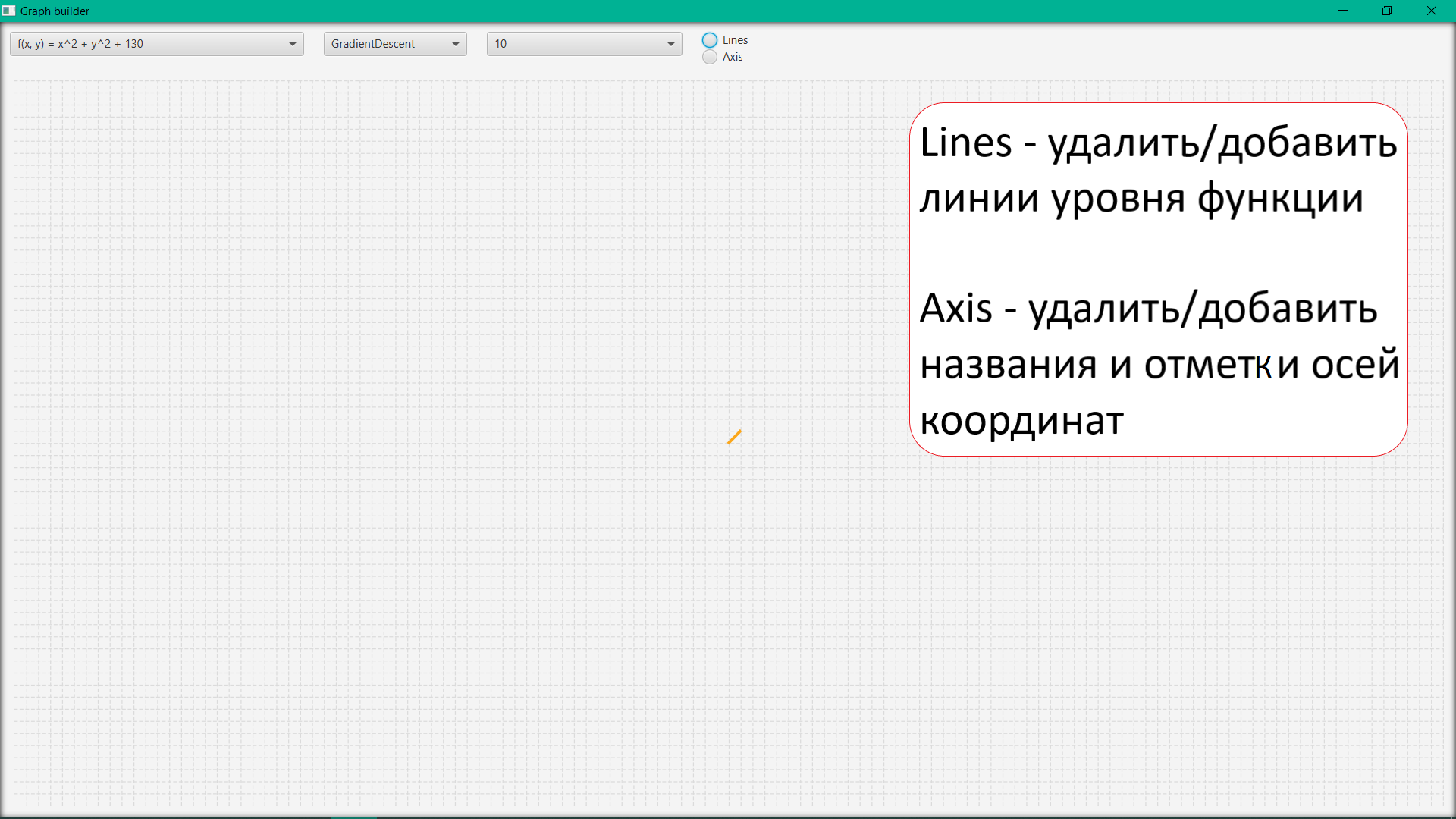
**Результаты исследования зависимости числа итераций от размерности пространства и числа обусловленности**

По данным графикам можно сделать вывод, что методы градиентного спуска и наискорейшего спуска не зависят от размерности пространства. При этом метод градиентного спуска является более чувствительным к росту числа обусловленности.

В свою очередь в методе сопряженных градиентов количество итераций растет не так быстро с ростом числа обусловленности, однако данный метод чувствителен к росту размерности пространства.

**Основные инструменты для работы с интерфейсом**



****