**Министерство науки и высшего образования Российской Федерации**

федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования

**«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИТМО»**

**Отчет по лабораторной работе №2**

Авторы: Зюзько Роман, Иванов Дмитрий, Пак Руслан

Факультет: ФИТиП

Группы: M32341, М32351

Преподаватель:



Санкт-Петербург 2021

**Цель лабораторной работы**

1. Реализовать методы многомерной оптимизации:

* метод градиентного спуска
* метод наискорейшего спуска
* метод сопряжённых градиентов

1. Проанализировать траектории методов для 3 различных квадратичных функциях
2. Исследовать зависимость числа итераций, необходимых методам для сходимости в зависимости от числа обусловленности и размерности пространства
3. Реализовать программу отрисовки графиков с линиями уровня и траекториями методов

**Вычислительные схемы методов**

Метод градиентного спуска (не знаю правильно ли)

1.

2.

Метод наискорейшего спуска (написать)

Метод сопряженных градиентов (написать)

**Результаты работы методов на различных квадратичных функциях**

Для данного раздела отчета все функции запускались с ℰ = 0.0001

1. , x0=(1.0,1.0)

Вставить график с линиями уровнями и траекториями методов

1. , x0=(1.0,1.0)

Вставить график с линиями уровнями и траекториями методов

1. , x0=(-4.0, 3.75)

Вставить график с линиями уровнями и траекториями методов

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Функция | Число итераций метода градиентного спуска | Число итераций метода наискорейшего спуска | Число итераций метода сопряженных градиентов |
| 1 | 9 | 1 | 1 |
| 2 | 836 | 31 | 2 |
| 3 | 702 | 787 | 1 |

Для первой функции методы отработали быстро из-за того, что число обусловленности квадратичной матрицы функции равно 1.

Сильно возросшее время работы для второй функции связано с тем, что число обусловленности квадратичной матрицы этой функции равно 1000. При этом методу градиентного спуска понадобилось в разы больше итераций. Связано это с тем, что данный метод не подбирает длину шага для конкретной итерации, из-за чего он долго ходит зигзагами на данной функции.

На 3-ей функции метод наискорейшего спуска потребовал большое количество итераций, не смотря на число обусловленности равное 1. Связано это с овражным характером данной функции.

Также стоит отметить что метод сопряженных градиентов для всех данных функций отработал за 1 или 2 итерации. Поскольку размерность пространства равна 2, то это является ожидаемым результатом.

**Количество итераций метода наискорейшего спуска в зависимости от используемого метода одномерной оптимизации**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | f­1 | f2 | f3 |
| Метод дихотомии | 2 | 49 | 638 |
| Метод золотого сечения | 1 | 19 | 732 |
| Метод Фибоначчи | 1 | 17 | 772 |
| Метод парабол | 1 | 31 | 789 |
| Метод Брента | 1 | 31 | 787 |

По результатам данного исследования можно сделать вывод, что использование методов дихотомии, золотого сечения и Фибоначчи приводит к большому количеству итераций метода наискорейшего спуска. Метод парабол дает самую большую скорость нахождения минимума, а метод Брента имеет эффективность меньше, чем у метода парабол, но большую чем у всех остальных.

**Результаты исследования зависимости числа итераций от размерности пространства и числа обусловленности**

По данным графикам можно сделать вывод, что методы градиентного спуска и наискорейшего спуска не зависят от размерности пространства. При этом метод градиентного спуска является более чувствительным к росту числа обусловленности.

В свою очередь в методе сопряженных градиентов количество итераций растет не так быстро с ростом числа обусловленности, однако данный метод чувствителен к росту размерности пространства.

Иллюстрации как работать с граф интерфейсом.