

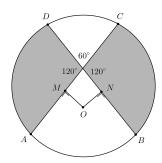
## KOMPETISI MATEMATIKA 2018 TES BABAK PENYISIHAN TINGKAT SMA

## HIMPUNAN MAHASISWA PROGRAM STUDI MATEMATIKA FAKULTAS TEKNOLOGI INFORMASI DAN SAINS UNIVERSITAS KATOLIK PARAHYANGAN JI. Ciumbuleuit No. 94, Bandung 40141

## PETUNJUK PENGERJAAN SOAL

- 1. Isilah nama peserta, asal sekolah, dan kota sekolah Anda pada lembar jawab uraian yang tersedia.
- Jawaban diunggah pada website www.komatunpar.com di halaman Lomba tab Kompetisi.
  Click tombol Unggah Jawaban maka akan tersedia kolom-kolom untuk memilih jawaban pilihan ganda dan mengunggah jawaban uraian.
- 3. Untuk jawaban uraian, harap *scan* jawaban Anda menjadi *file* .pdf atau .jpg, kemudian di-*compress* menjadi *file* .zip dengan nama *file* **essay\_nomor.zip**. Sebagai contohnya, nama *file* uraian nomor 1 adalah essay\_1.zip. Format *file* yang tidak sesuai dengan ketentuan di atas tidak akan diterima oleh panitia.
- 4. Seluruh soal uraian dikerjakan pada lembar jawab yang telah tersedia dengan menggunakan ballpoint/tinta. Harap diperhatikan bahwa setiap nomor uraian dikerjakan pada lembar yang terpisah. Tuliskan identitas Anda pada setiap lembar jawaban uraian.
- 5. Peserta diwajibkan untuk meng-*click* tombol *Save* yang bertujuan agar jawaban tidak hilang. Peserta yang telah meng-*click* tombol *Save* masih dapat mengubah jawaban.
- Jawaban peserta akan secara otomatis terkirim kepada panitia pada tanggal 14 Oktober 2018 pukul 23.59 WIB. Setelah tanggal 14 Oktober 2018 pukul 23.59 WIB, peserta tidak dapat mengubah jawaban yang telah tersimpan.
- 7. Paket soal terdiri dari 40 butir soal pilihan ganda dan 3 butir soal uraian.
- 8. Tidak ada pengurangan nilai untuk setiap jawaban pilihan ganda yang salah.
- 9. Selamat mengerjakan.

- 1. Misalkan n merupakan suatu bilangan,  $d_n$  menyatakan jumlah digit dari n, dan  $u_n$  adalah digit terakhir dari n, serta memenuhi persamaan  $n = 2d_n + (u_n)^2$ . Jumlah semua nilai n yang memenuhi adalah...
  - (a) 175
  - (b) 176
  - (c) 180
  - (d) 185
  - (e) 186
- 2. Diketahui luas segitiga ABC adalah 30 satuan. Titik P, Q, dan R berturut-turut terletak pada sinar garis  $|\overline{BA}|, |\overline{CB}|, \text{ dan } |\overline{AC}|. |\overline{AC}| = |\overline{CR}|, |\overline{CB}| = 2|\overline{BQ}|, \text{ dan } |\overline{BA}| = |\overline{AP}|.$ Luas segitiga PQR adalah... satuan luas
  - (a) 150
  - (b) 160
  - (c) 165
  - (d) 175
  - (e) 180
- 3. Avel memilih bilangan bulat *N* berdigit 3 dan menulis representasi basis ke-5 dan basis ke-6 di papan tulis. Selanjutnya, Wilbert melihat kedua bilangan yang Avel tulis. Ia menganggap bahwa kedua bilangan tersebut sebagai bilangan bulat berbasis 10 dan menambahkannya untuk mendapatkan bilangan bulat *S*. Misalnya, jika *N* = 749, Avel menulis 10444 dan 3245, dan Wilbert mendapatkan jumlah *S* = 13689. Banyaknya cara agar *N* adalah angka kedua dari belakang *S* secara berurutan, sama halnya dengan 2*N* adalah...
  - (a) 5
  - (b) 10
  - (c) 15
  - (d) 20
  - (e) 25
- 4. Pada gambar di bawah ini, luas daerah yang berwarna abu-abu masing-masing adalah 30 satuan luas. Diketahui  $|\overline{ON}| = |\overline{OM}| = \sqrt[4]{48}$ . Luas daerah yang berwarna putih adalah... satuan luas



- (a) 57
- (b) 60
- (c) 63
- (d) 66
- (e) 69
- 5. Diketahui bahwa sebuah suku banyak berderajat tiga f(x) akan memenuhi persamaan berikut:
  - f(2013) = 3
  - f(2015) = 1
  - f(2017) = 5
  - f(2019 = 2015)

Nilai dari  $\int_{2017}^{2019} f(x)dx$  adalah ...

- (a) 1517
- (b) 1519
- (c) 1571
- (d) 1577
- (e) 1579
- 6. Sebuah cermin berbentuk parabola yang memiliki titik puncak di (0,0). Segaris sinar cahaya berasal dari titik fokus parabola dan memantul dengan kaca pada titik P sehingga sinar tersebut mengalami deviasi sejauh  $30^\circ$  setelah pemantulan. Jika kita menggambar garis singgung dari titik P ke parabola yang sama, ia akan berpotongan dengan garis singgung pada titik puncak di Q. Nilai dari  $\angle OSQ$  adalah...
  - (a)  $30^{\circ}$
  - (b)  $35^{\circ}$
  - (c) 45°
  - (d) 60°
  - (e) 75°
- 7. Sebanyak 12 pemain musik  $N_1, N_2, N_3, \ldots, N_{12}$  berkumpul bersama di suatu gedung opera selama 1 minggu untuk festival musik. Setiap hari, dijadwalkan sebuah konser untuk beberapa dari pemain musik tampil, sementara sisa dari mereka akan menonton diantara penonton. Misalkan  $t_i$  (untuk  $t = 1, 2, \ldots, 12$ ) adalah banyaknya konser dimana pemain musik  $N_i$  tampil dan  $t = t_1 + t_2 + t_3 + \ldots + t_{12}$ . Nilai terkecil dari t agar setiap pemain musik dapat menonton konser sebagai salah satu penonton terhadap seluruh pemain musik lainnya adalah...
  - (a) 20
  - (b) 21

- (c) 22
- (d) 23
- (e) 24
- 8. Diketahui

$$\lim_{n\to\infty} \sqrt[n^2+n]{\binom{n}{0}\binom{n}{1}\cdots\binom{n}{n}} = e^{\frac{a}{b}}$$

Jika a dan b saling prima, nilai dari  $a \times b$  adalah...

- (a) -3
- (b) -2
- (c) 1
- (d) 2
- (e) 6
- 9. Diketahui (x-p)(x-13)+4 bisa ditulis dalam bentuk (x+q)(x+r) untuk suatu bilangan bulat q dan r yang berbeda. Jumlah dari semua bilangan bulat positif p yang mungkin adalah...
  - (a) 6
  - (b) 12
  - (c) 14
  - (d) 16
  - (e) 26
- 10. Misalkan S adalah himpunan fungsi bernilai riil f yang terdefinisi pada himpunan seluruh bilangan riil, sehingga

$$f(x^2 + y(f(z))) = xf(x) + zf(y).$$

berlaku untuk seluruh bilangan riil x, y, z. Jumlah angka dari nilai maksimum f(12345) dengan  $f \in S$  adalah . . .

- (a) 5
- (b) 8
- (c) 10
- (d) 13
- (e) 15
- 11. Diketahui  $\overrightarrow{m} = (\cos \theta) \hat{\mathbf{i}} + (\sin \theta) \hat{\mathbf{j}}$  dengan  $\theta \in (\pi, 2\pi)$  dan  $\overrightarrow{n} = (\sqrt{2} \sin \theta) \hat{\mathbf{i}} + (\cos \theta) \hat{\mathbf{j}}$  dengan  $\hat{\mathbf{i}}$  dan  $\hat{\mathbf{j}}$  vektor satuan di sumbu-x dan sumbu-y secara berurutan. Panjang vektor m + n adalah  $\frac{8\sqrt{2}}{5}$ . Nilai dari  $5\cos\left(\frac{\theta}{2} + \frac{\pi}{8}\right) + 5$  adalah...
  - (a) 0

- (b) 1
- (c) 3
- (d) 5
- (e) ∞
- 12. Suatu himpunan memuat tiga unsur yang membentuk sebuah barisan sembarang. Ketiga unsur tersebut dapat dipilih dari barisan bilangan riil  $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_{101}$  dengan  $a_1 < a_2 < a_3 < \ldots < a_{101}$ . Banyaknya himpunan yang memenuhi kondisi di atas adalah...
  - (a) 2018
  - (b) 2500
  - (c) 2618
  - (d) 3000
  - (e) 3333
- 13. Barisan  $(X_n)_{n=1}^{\infty}$  didefinisikan secara rekursif oleh

$$X_{n+1} = \frac{X_n + (2 - \sqrt{3})}{1 - X_n(2 - \sqrt{3})}$$

dengan  $X_1 = 1$ . Nilai dari  $X_{1001} - X_{401}$  adalah...

- (a) 0
- (b) 1
- (c) -1
- (d) −∞
- (e) ∞
- 14. Suatu daerah tertutup dibatasi oleh
  - $\bullet$  x = 1
  - x = 2
  - $y = \frac{\sin x + \sin(x+2)}{\cos x \cos(x+2)}$
  - $\bullet v 0$

Luas dari daerah tersebut adalah...satuan luas

- (a) 1,65
- (b) 1,32
- (c) 0,85
- (d) 0,64
- (e) 0,55
- 15. Terdapat suatu fungsi yang unik, bernilai positif, tidak konstan, kontinu, dan mempunyai turunan. Fungsi tersebut didefinisikan:
  - Selama interval yang ditentukan, luas antara f(x) dan sumbu x akan sama dengan panjang kurva lengkung f(x).

• f(0) = 1

Jika  $\int_{\ln 2}^{\ln 5} f(x)dx = \frac{a}{b}$  dengan a, b saling prima, nilai dari a + b adalah...

- (a) 50
- (b) 53
- (c) 57
- (d) 58
- (e) 61
- 16. Misalkan  $f^{f(a)}(b).f^{f(b)}(a) = (f(a+b))^2$ . Diketahui  $f: \mathbb{N} \to \mathbb{N}$  adalah fungsi satu ke satu sedemikian sehingga berlaku untuk semua  $a, b \in \mathbb{N}$ . Jumlah dari seluruh nilai yang mungkin dari f(2018) adalah...
  - (a) 6
  - (b) 9
  - (c) 13
  - (d) 17
  - (e) 19
- 17. Diketahui

$$2^{x} + 3^{x} + 4^{x} + 5^{x} + 2018 + 5^{-x} + 4^{-x} + 3^{-x} + 2^{-x} = N$$

dengan  $x \in \mathbb{R}$ . Nilai terkecil dari N adalah...

- (a) 2018
- (b) 2020
- (c) 2022
- (d) 2024
- (e) 2026
- 18. Empat orang siswa bernama Ahmad, Beni, Candra, dan Doni mengikut suatu perlombaan lari. Mereka kemudian diurutkan menjadi juara satu sampai empat berdasarkan urutan yang terlebih dahulu melewati garis akhir. Hasil dari perlombaan tersebut adalah sebagai berikut
  - tidak ada dari mereka yang melewati garis akhir bersamaan
  - Ahmad bukan yang pertama kali melewati garis akhir
  - Beni lebih dulu melewati garis akhir dibandingkan Candra

Berdasarkan informasi di atas, banyaknya urutan juara satu sampai empat adalah...

- (a) 6
- (b) 9

- (c) 10
- (d) 12
- (e) 15
- 19. Diketahui bahwa

$$20! + 14! = 243290a0953b4931200$$

Nilai dari a + b adalah...

- (a) 7
- (b) 9
- (c) 10
- (d) 11
- (e) 16
- 20. Misalkan  $f(x) = x + e^x + 1$  dan  $f^{-1}(x)$  adalah invers dari f(x). Hasil dari  $\int_e^{1+e^2} f^{-1}(x) dx$  dapat digunakan untuk mendapatkan nilai  $k_0 + k_1 e^1 + k_2 e^2 + \ldots + k_n e^n$ , dengan  $k_0, k_1, \ldots, k_n$  adalah bilangan rasional dan e adalah bilangan euler. Diketahui  $k_0 + k_1 + \ldots + k_n = \frac{a}{b}$  dengan a dan b saling prima. Nilai dari a + b + n adalah...
  - (a) 3
  - (b) 6
  - (c) 9
  - (d) 12
  - (e) 15
- 21. Diketahui sebuah deret sebagai berikut:

$$(1+x)^{4036} + (1+x)^{4035} + (1+x)^{4034} + \dots + (1+x)^0$$

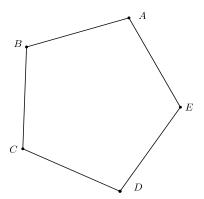
Misalkan a adalah koefisien dari  $x^{2018}$  pada ekspansi di atas. Diketahui bahwa  $\binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!k!}$ . Pernyataan berikut ini yang benar adalah...

- (a)  $a < \binom{2018}{4036}$
- (b)  $a = \begin{pmatrix} 2018 \\ 4036 \end{pmatrix}$
- (c)  $\binom{2018}{4036} < a < \binom{2018}{5000}$
- (d)  $a = \begin{pmatrix} 2018 \\ 5000 \end{pmatrix}$
- (e)  $a > {2018 \choose 5000}$
- 22. Ravi, Sheilla, dan Theo sedang melakukan pertandingan catur dengan peraturan sebagai berikut:
  - setiap pertandingan melibatkan 2 orang

- pemenang pertandingan akan melawan seorang yang tidak ikut dalam pertandingan sebelumnya
- Ravi dan Sheilla bertanding terlebih dahulu

Pertandingan dianggap selesai jika ada seseorang yang mendapatkan kemenangan beruntun sebanyak 2 kali. Peluang Theo memenangkan pertandingan adalah...

- (a)  $\frac{1}{7}$
- (b)  $\frac{2}{7}$
- (c)  $\frac{3}{7}$
- (d)  $\frac{4}{7}$
- (e)  $\frac{5}{7}$
- 23. Diketahui bahwa *equilateral convex pentagon* adalah segi-lima dengan sisi yang sama panjang namun setiap sudutnya belum tentu sama. Misalkan ABCDE adalah *equilateral convex pentagon* dengan ∠*ABC* = 136° dan ∠*BCD* = 104°. Besar ∠*AED* adalah...



- (a) 82°
- (b) 98°
- (c) 136°
- (d) 164°
- (e)  $196^{\circ}$
- 24. Diketahui

$$P(x, y, z) = \frac{x^4 + y^4 + z^4}{(x + y + x)^4}$$

Dengan  $x, y, z \in \mathbb{R}^+$  dan  $(x+y+z)^3 = 32xyz$ , diketahui  $\alpha$  dan  $\beta$  adalah nilai minimum dan maksimum dari P. Selain itu,  $\alpha$  dan  $\beta$  dapat ditulis sebagai  $\frac{A-B\sqrt{C}}{D}$  dan  $\frac{E}{F}$ , untuk  $A, B, C, D, E \in \mathbb{N}$ . Nilai minimum dari A+B+C+D+E+F adalah. . .

- (a) 906
- (b) 926

- (c) 946
- (d) 966
- (e) 996
- 25. Diketahui integral

$$\int_0^1 \frac{log(1-x)((log(1+x))^2}{x} dx = \frac{-\pi^4}{\gamma}.$$

Jumlah dari seluruh angka γ adalah...

- (a) 6
- (b) 8
- (c) 9
- (d) 10
- (e) 12
- 26. Suatu pabrik pepes dage membuat 3 varian rasa, yaitu: pedas, sedang, dan tidak pedas. Sebuah pepes dage pedas, pepes dage sedang, dan pepes dage tidak pedas mendapatkan keuntungan masing-masing Rp20.000,00, Rp15.000,00, dan Rp25.000,00. Di dalam pabrik tersebut, terdapat 3 jenis pekerjaan, yaitu: penggilingan, pembungkusan, dan penjualan yang masing-masing dilakukan oleh 8, 12, dan 10 pekerja. Setiap hari, tenaga kerja dialokasikan sebagai berikut:
  - Pepes dage pedas membutuhkan 2 orang penggiling, 2 orang pembungkusan, dan 2 orang penjual
  - Pepes dage sedang membutuhkan 1 orang penggiling, 1 orang pembungkusan, dan 2 orang penjual
  - Pepes dage tidak pedas membutuhkan 2 orang penggiling, 3 orang pembungkusan, dan 3 orang penjual

Keuntungan maksimum yang dapat dicapai pabrik adalah...

- (a) Rp50.000,00
- (b) Rp100.000, 00
- (c) Rp150.000, 00
- (d) Rp200.000,00
- (e) Rp250.000,00
- 27. Diketahui sebuah fungsi f(x) = g(x)h(x) dengan  $g(x) = (2x-1)^2$ , h(2) = -1, dan h'(2) = 3. Jika f'(x) adalah turunan dari f(x), nilai dari f'(2) adalah...
  - (a) -39
  - (b) -36
  - (c) -30
  - (d) -24

- (e) -15
- 28. Nilai x yang memenuhi persamaan

$$\left(\sqrt{3+2\sqrt{2}}\right)^{x} - \left(\sqrt{3-2\sqrt{2}}\right)^{x} = \frac{3}{2}$$

adalah...

- (a)  $^{3+\sqrt{2}} \log 2$
- (b)  $^{2+\sqrt{2}} \log 2$
- (c)  $1+\sqrt{2}\log 2$
- (d)  $^{-1+\sqrt{2}} \log 2$
- (e)  $1-\sqrt{2}\log 2$
- 29. Dalam suatu pertandingan, tim Jakarta dan tim Bandung akan bertanding melawan satu sama lain sebanyak 7 kali. Setiap tim memiliki peluang untuk memenangkan suatu pertandingan yang sama dan diasumsikan pertandingan tidak mungkin berakhir seri. Diketahui peluang tim Jakarta menang minimal 3 kali pertandingan secara berurutan adalah  $\frac{p}{q}$ , dimana p dan q adalah bilangan bulat positif yang saling prima. Nilai dari p + q adalah...
  - (a) 112
  - (b) 128
  - (c) 146
  - (d) 165
  - (e) 175
- 30. Misalkan f(x) merupakan fungsi yang memiliki turunan dan memenuhi persamaan

$$f(y) - f(x) = \frac{x^x}{y^y} f\left(\frac{y^y}{x^x}\right).$$

Persamaan tersebut berlaku untuk setiap  $x, y \in \mathbb{R}^+$ . Diberikan bahwa f'(1) = 1. Nilai dari  $\left| f(e)f(\frac{1}{e}) \right|$  adalah...

- (a)  $\frac{1}{2}$
- (b) 0
- (c)  $\frac{2}{3}$
- (d) 1
- (e)  $\frac{1}{3}$
- 31. Perhatikan matriks

$$S = \left(\begin{array}{ccc} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{array}\right)$$

Seluruh elemen S masing-masing merupakan bilangan bulat positif yang berbeda dari 1 sampai 9. Diketahui matriks tersebut tidak memiliki invers dan memenuhi persamaan a + d = b + e = c + f = g + h = i dan a - b = d - c = 1. Nilai dari a + b + c + d + e + f + g + h + i adalah...

- (a) 30
- (b) 37
- (c) 45
- (d) 48
- (e) 50
- 32. Misalkan a|b berarti a membagi habis b. Banyaknya bilangan asli n yang memenuhi  $n|(k^7-k)$  untuk semua bilangan asli k adalah...
  - (a) 8
  - (b) 9
  - (c) 10
  - (d) 11
  - (e) 12
- 33. Misalkan P(x) adalah suatu suku banyak berderajat 4 yang memiliki nilai maksimum pada titik x = 0 dan x = 2. Diketahui koefisien polinom non-fraksional. Jika P(1) = 2017, nilai dari 3P(3) 2P(2) adalah...
  - (a) 2018
  - (b) 2009
  - (c) 2001
  - (d) 1999
  - (e) 1991
- 34. Diketahui  $(\sqrt{2018} + \sqrt{2017})^2 = n + r \operatorname{dengan} n$  adalah bilangan asli dan  $0 \le r \le 1$ . Maka n bernilai...
  - (a) 8069
  - (b) 8081
  - (c) 8101
  - (d) 8121
  - (e) 8181
- 35. Chris berdiri di posisi titik 0 pada suatu garis bilangan. Ia melakukan lompatan dengan jarak 1,2,3,...,2018. Jika posisi awal Chris sebelum melompat adalah bilangan bulat genap, ia melompat ke arah positif. Sebaliknya, Chris akan melompat ke arah negatif bila posisi awal sebelum melompat adalah bilangan bulat ganjil. Misalkan P(n) adalah posisi Chris setelah lompatan ke-n. Nilai dari  $\sum_{j=1}^{2018} P(j)$  adalah...
  - (a) 2017

- (b) 1
- (c) 0
- (d) -1
- (e) -2017
- 36. Sebuah mobil SUV menerobos lampu merah di perempatan jalan dan segera berbelok ke arah timur. Polisi yang berada di posisi utara dari lampu merah mengejar mobil SUV itu dengan sepeda motor. Saat posisi mobil SUV berada di 1,2 km timur dari lampu merah dan posisi motor polisi di 0,5 km utara dari lampu merah, radar polisi menunjukkan bahwa jarak kedua kendaraan tersebut bertambah dengan laju 80 km/jam. Jika laju sesaat motor polisi adalah 80 km/jam, laju sesaat mobil SUV adalah...
  - (a) 65
  - (b) 80
  - (c) 90
  - (d) 108
  - (e) 120
- 37. Misalkan a adalah bilangan real positif yang memenuhi persamaan  $x(x^{12} - (2a + 7)x^6 + a^2) = 0$ sehingga memiliki tepat 5 akar riil yang membentuk deret aritmatika. Nilai dari a adalah...

  - (b)
  - (c)
  - (d)
  - (e)  $\frac{10}{9}$
- 38. Diketahui  $(a_n)_{n=1}^{\infty}$  adalah sebuah deret aritmatika. Misalkan p > q > 0 adalah bilangan bulat sehingga  $a_{p+q} = b \operatorname{dan} a_{p-q} = c$ , dengan b dan c adalah bilangan riil. Nilai  $a_q - a_p$  adalah...
  - (a)  $\frac{(b-c)(q-p)}{2q}$
  - (b)  $\frac{-(b-c)}{2a}$

- (c)  $\frac{-bp c(q-p)}{2q}$
- (d)  $\frac{b(2q-p)-c(q-p)}{2q}$
- (e)  $\frac{(b+c)(q-p)}{a}$
- 39. Dua lingkaran  $L_1$  dan  $L_2$  saling berpotongan. Diketahui  $L_1$  berpusat di titik (0,0) dengan jari-jari 2 satuan sedangkan L2 berpusat di perpotongan garis y = 2x dengan  $L_1$  dan terletak di kuadran 1. Jika sumbu-y adalah salah satu garis singgung  $L_2$ , luas  $L_2$ adalah ...
  - (a)  $\frac{16\pi}{5}$

  - (b)  $\frac{4\pi}{5}$ (c)  $\frac{2\pi}{5}$ (d)  $\frac{4\pi}{\sqrt{5}}$
  - (e)  $\frac{2\pi}{\sqrt{5}}$
- 40. Sebuah perusahaan sepeda memiliki 2 buah pabrik dan 2 buah toko, yaitu Pabrik 1 dan Pabrik 2 serta Toko A dan Toko B. Pabrik 1 dan Pabrik 2 masingmasing sanggup memproduksi 80 dan 100 sepeda per bulan. Toko A dan Toko B masing-masing membutuhkan pasokan sepeda minimal 50 dan 60 sepeda/bulan. Biaya pengiriman satu sepeda dari pabrik ke toko adalah sebagai berikut.

	Pabrik 1	Pabrik 2
Toko A	Rp10.000,00	Rp15.000,00
Toko B	Rp15.000,00	Rp18.000,00

Biaya pengiriman terkecil yang dapat dikeluarkan perusahaan tersebut per bulan adalah ...

- (a) Rp2.700.000, 00
- (b) Rp2.680.000, 00
- (c) Rp2.600.000,00
- (d) Rp2.480.000, 00
- (e) Rp2.400.000, 00

## **Bagian Kedua: URAIAN**

Catatan: Setiap nomor uraian dikerjakan pada lembar terpisah.

1. Misalkan CD adalah tali busur dari lingkaran  $\gamma_1$  dan AB adalah diameter dari  $\gamma_1$  yang tegak lurus dengan CD di titik N, dengan AN > NB. Lingkaran  $\gamma_2$  yang berpusat di C dengan radius CN menyinggung  $\gamma_1$  di titik P dan Q. Garis PQ menyinggung garis CD di M dan garis AC di K. Perpanjangan dari garis NK bertemu dengan  $\gamma_2$  di titik L. Buktikan bahwa PQ tegak lurus dengan AL!

2. Diketahui x bilangan riil, dengan  $\lfloor x \rfloor$  adalah bilangan bulat terbesar yang lebih kecil atau sama dengan x. Contohnya,  $\lfloor 3.4 \rfloor = 3$ . Carilah semua bilangan prima p supaya terdapat suatu bilangan bulat a yang memenuhi

$$\left\lfloor \frac{a}{p} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{2a}{p} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{3a}{p} \right\rfloor + \ldots + \left\lfloor \frac{pa}{p} \right\rfloor = 100.$$

3. Misalkan fungsi f terdefinisi untuk setiap bilangan riil sehingga pertidaksamaan dibawah ini berlaku untuk setiap x bilangan riil, yaitu

$$f(x+14) - 14 \le f(x) \le f(x+20) - 20.$$

Tentukan semua nilai yang mungkin dari f(8765) - f(4321).