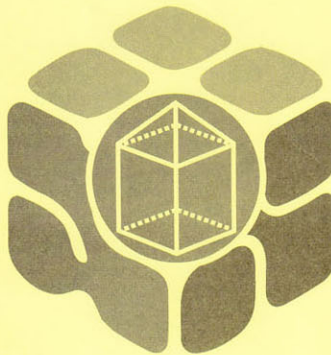




**SOAL UJIAN  
SELEKSI CALON PESERTA OLIMPIADE SAINS NASIONAL 2019  
TINGKAT PROVINSI**



**BIDANG MATEMATIKA**

Waktu : 210 menit

*This file was downloaded from:  
[ivanjoannes.wordpress.com](http://ivanjoannes.wordpress.com)*

# SELEKSI TINGKAT PROVINSI

## CALON PESERTA OLIMPIADE SAINS NASIONAL 2019

### MATEMATIKA SMA/MA

#### PETUNJUK UNTUK PESERTA:

1. Tes terdiri dari dua bagian. Tes bagian pertama terdiri dari 15 soal isian singkat dan tes bagian kedua terdiri dari 5 soal uraian.
2. Waktu yang disediakan untuk menyelesaikan semua soal adalah 210 menit.
3. Tuliskan nama, kelas, dan asal sekolah Anda di sebelah kanan atas pada setiap halaman.
4. Untuk soal bagian pertama:
  - (a) Masing-masing soal bagian pertama bernilai 1 (satu) angka dan tidak ada pengurangan nilai untuk jawaban yang salah.
  - (b) Beberapa pertanyaan dapat memiliki lebih dari satu jawaban yang benar. Anda diminta memberikan jawaban yang paling tepat atau persis untuk pertanyaan seperti ini. Nilai hanya akan diberikan kepada pemberi jawaban paling tepat atau paling persis.
  - (c) Tuliskan hanya jawaban dari soal yang diberikan. Tuliskan jawaban tersebut pada **lembar jawaban** di masing-masing kotak yang sesuai dengan nomor soal.
5. Untuk soal bagian kedua:
  - (a) Masing-masing soal bagian kedua bernilai 7 (tujuh) angka.
  - (b) Anda diminta menyelesaikan soal yang diberikan secara lengkap. Selain jawaban akhir, Anda diminta menuliskan semua langkah dan argumentasi yang Anda gunakan untuk sampai kepada jawaban akhir tersebut.
  - (c) Jika halaman muka tidak cukup, gunakan halaman sebaliknya.
6. Jawaban hendaknya Anda tuliskan dengan menggunakan tinta, bukan pensil.
7. Selama tes, Anda tidak diperkenankan menggunakan buku, catatan, busur derajat, penggaris segitiga, dan alat bantu hitung (atau alat elektronik). Anda juga tidak diperkenankan bekerja sama.
8. Mulailah bekerja hanya setelah pengawas memberi tanda dan berhentilah bekerja segera setelah pengawas memberi tanda.
9. Selamat bekerja.

Nama: ..... Kelas: ..... Sekolah:.....

LEMBAR JAWABAN BAGIAN PERTAMA

1.	<div></div>	9.	<div></div>
2.	<div></div>	10.	<div></div>
3.	<div></div>	11.	<div></div>
4.	<div></div>	12.	<div></div>
5.	<div></div>	13.	<div></div>
6.	<div></div>	14.	<div></div>
7.	<div></div>	15.	<div></div>
8.	<div></div>		

BAGIAN INI HANYA UNTUK PENILAI						
I	1	2	3	4	5	TOTAL

Nama: ..... Kelas: .....

Sekolah: .....

## BAGIAN PERTAMA

1. Dalam kantong terdapat 7 bola merah dan 8 bola putih. Andi mengambil dua bola sekaligus dari dalam kantong. Peluang terambilnya dua bola yang berwarna sama adalah ....
2. Diberikan suatu segienam beraturan dengan panjang sisi 1 satuan. Luas segienam tersebut adalah ....
3. Diketahui bahwa  $r, s$  dan 1 adalah akar-akar persamaan kubik  $x^3 - 2x + c = 0$ . Nilai dari  $(r - s)^2$  adalah ....
4. Banyaknya pasangan bilangan asli  $(m, n)$  sehingga  $\text{FPB}(m, n) = 2$  dan  $\text{KPK}(m, n) = 1000$  adalah ....
5. Suatu data dengan empat bilangan real  $2n - 4, 2n - 6, n^2 - 8, 3n^2 - 6$  mempunyai rata-rata 0 dan median  $9/2$ . Bilangan terbesar dari data tersebut adalah ....
6. Misalkan  $a, b, c, d$  adalah bilangan-bilangan bulat lebih besar dari 2019 yang merupakan empat suku berurutan dari barisan aritmetika dengan  $a < b < c < d$ . Jika  $a$  dan  $d$  merupakan kuadrat dari dua bilangan asli yang berurutan, maka nilai terkecil dari  $c - b$  adalah ....
7. Diberikan segitiga  $ABC$ , dengan  $AB = 6, AC = 8$ , dan  $BC = 10$ . Titik-titik  $D$  dan  $E$  terletak pada segment garis  $BC$ , dengan  $BD = 2$  dan  $CE = 4$ . Besar sudut  $DAE$  adalah ....
8. Barisan bilangan real  $a_1, a_2, a_3, \dots$  memenuhi

$$\frac{na_1 + (n-1)a_2 + \dots + 2a_{n-1} + a_n}{n^2} = 1$$

untuk setiap bilangan asli  $n$ . Nilai dari  $a_1 a_2 a_3 \dots a_{2019}$  adalah ....

9. Banyaknya cara memilih empat bilangan dari  $\{1, 2, 3, \dots, 15\}$  dengan syarat selisih sebarang dua bilangan paling sedikit 3 adalah ....
10. Pasangan bilangan asli  $(m, n)$  yang memenuhi

$$m^2 n + mn^2 + m^2 + 2mn = 2018m + 2019n + 2019$$

ada sebanyak ....

11. Diberikan segitiga  $ABC$  dengan  $\angle ABC = 135^\circ$  dan  $BC > AB$ . Titik  $D$  terletak pada sisi  $BC$  sehingga  $AB = CD$ . Misalkan  $F$  titik pada perpanjangan sisi  $AB$  sehingga  $DF$  tegak lurus  $AB$ . Titik  $E$  terletak pada sinar  $DF$  sehingga  $DE > DF$  dan  $\angle ACE = 45^\circ$ . Besar sudut  $\angle AEC$  adalah ....

12. Himpunan  $S$  terdiri dari  $n$  bilangan bulat dengan sifat berikut: Untuk setiap tiga anggota berbeda dari  $S$  ada dua di antaranya yang hasil penjumlahannya merupakan anggota  $S$ . Nilai terbesar dari  $n$  adalah ....

13. Nilai minimum dari

$$\frac{a^2 + 2b^2 + \sqrt{2}}{\sqrt{ab}}$$

dengan  $a, b$  bilangan real positif adalah ....

14. Polinom  $P(x)$  yang memenuhi persamaan

$$P(x^2) = x^{2019}(x+1)P(x)$$

dengan  $P(1/2) = -1$  adalah ....

15. Pandang papan catur berukuran  $19 \times 19$  petak persegi satuan. Dua petak dikatakan *bertetangga* jika keduanya memiliki satu sisi persekutuan. Pada mulanya, terdapat total  $k$  koin pada papan catur tersebut dimana setiap koin hanya termuat tepat pada satu petak dan setiap petak dapat memuat koin atau kosong. Pada setiap giliran, Anda harus memilih tepat satu petak yang memuat koin sebanyak minimal banyaknya tetangga petak tadi kemudian Anda harus memberikan tepat satu koin pada masing-masing tetangga petak yang terpilih tadi. Permainan berakhir jika Anda sudah tidak dapat memilih petak dengan kondisi yang dimaksudkan. Bilangan terkecil  $k$  sehingga permainan *tidak pernah* berakhir untuk sembarang pemilihan petak awal adalah ....

Nama: ..... Kelas: .....

Sekolah: .....

## BAGIAN KEDUA

**Soal 1.** Diberikan kubus  $ABCD.EFGH$  dengan panjang rusuk 4 satuan dan  $P$  titik tengah sisi  $EFGH$ . Jika  $M$  adalah titik tengah  $PH$ , tentukan panjang segmen garis  $AM$ .

**Jawaban:**

Nama: ..... Kelas: .....

Sekolah: .....

**Soal 2.** Cari semua bilangan real  $k$  sehingga sistem persamaan

$$a^2 + ab = kb^2$$

$$b^2 + bc = kc^2$$

$$c^2 + ca = ka^2$$

memiliki solusi bilangan real positif  $a, b, c$ .

**Jawaban:**

Nama: ..... Kelas: .....

Sekolah: .....

**Soal 3.** Suatu papan catur berukuran  $m \times n$  masing-masing kotaknya diwarnai hitam atau putih sedemikian sehingga:

- (a) Pada setiap baris banyaknya kotak hitam dan kotak putih sama banyak.
- (b) Jika suatu baris berpotongan dengan suatu kolom di suatu kotak hitam, maka baris dan kolom tersebut mengandung kotak hitam yang sama banyak.
- (c) Jika suatu baris berpotongan dengan suatu kolom di suatu kotak putih, maka baris dan kolom tersebut mengandung kotak putih yang sama banyak.

Tentukan semua nilai  $m$  dan  $n$  yang mungkin agar pewarnaan dengan sifat di atas dapat dilakukan.

**Jawaban:**



Nama: ..... Kelas: .....

Sekolah: .....

**Soal 4.** Untuk bilangan real  $x$ , simbol  $\lceil x \rceil$  menyatakan bilangan bulat terkecil yang tidak lebih kecil daripada  $x$ , dan  $\lfloor x \rfloor$  menyatakan bilangan bulat terbesar yang tidak lebih besar daripada  $x$ . Tentukan semua bilangan bulat tak negatif  $k$  sehingga dapat ditemukan bilangan real positif tak bulat  $x$  yang memenuhi sifat

$$\lfloor x + k \rfloor^{\lfloor x + k \rfloor} = \lceil x \rceil^{\lfloor x \rfloor} + \lfloor x \rfloor^{\lceil x \rceil}.$$

**Jawaban:**

Nama: ..... Kelas: .....

Sekolah: .....

**Soal 5.** Diberikan segitiga  $ABC$ , dengan  $AC > BC$ , dan lingkaran luarnya yang berpusat di  $O$ . Misalkan  $M$  adalah titik pada lingkaran luar segitiga  $ABC$  sehingga  $CM$  adalah garis bagi  $\angle ACB$ . Misalkan  $\Gamma$  adalah lingkaran berdiameter  $CM$ . Garis bagi  $BOC$  dan garis bagi  $AOC$  memotong  $\Gamma$  berturut-turut di  $P$  dan  $Q$ . Jika  $K$  adalah titik tengah  $CM$ , buktikan bahwa  $P, Q, O, K$  terletak pada satu lingkaran.

**Jawaban:**

This file was downloaded from:  
[ivanjoannes.wordpress.com](http://ivanjoannes.wordpress.com)