



Lomba Unik Matematika ala Tobi

Final LuMaT SMP

Sabtu, 23 April 2022. Soal Hari Pertama.

Waktu: 180 menit.

Instruksi

1. Soal Final LuMaT SMP terdiri dari 5 SOAL ESAI per hari, untuk dua hari perlombaan. Nilai maksimal setiap soal adalah sama, yakni **10 poin**. Argumen dan alasan harus disertakan dalam menjawab pertanyaan (hasil akhir saja akan diberikan nilai minimal).
2. Peserta **DILARANG** menggunakan kalkulator, alat komunikasi maupun alat bantu komputasi elektronik lainnya.
3. Peserta wajib menggunakan **Lembar Jawab Esai** yang diberikan. Gunakan lembar jawab yang berbeda untuk soal yang berbeda. Pastikan ada inisial, nomor soal, halaman ke berapa dan total halaman pada **setiap** lembar jawaban. Nama dan alamat email cukup diisi pada formulir hadir. Ketidaklengkapan berkas dan ketidakjelasan tulisan merupakan tanggungjawab masing-masing peserta.
4. Kertas coretan boleh menggunakan sisi belakang dari kertas yang ada. Peserta dilarang menambah kertas jawaban selama kompetisi berlangsung.
5. Waktu yang diperkenankan untuk mencoba seluruh soal adalah

180 **menit**.

6. Kumpulkan seluruh lembar jawaban yang mau diperiksa melalui link

tinyurl.com/jawabfinalLuMaT

Peserta dilarang meninggalkan lokasi ujian sampai seluruh berkas selesai diupload.

Hari Pertama

1. Carilah semua pasangan bilangan asli a, b sehingga

$$\underbrace{4^{4^{4^{\cdots}}}}_{a \text{ angka } 4} = \underbrace{2^{2^{2^{\cdots}}}}_{b \text{ angka } 2}.$$

-
2. Pada segitiga ABC berlaku $\frac{\angle B + 90^\circ}{2} < \angle C < 90^\circ$. Garis yang tegak lurus dengan BC dan melewati pusat lingkaran luar O dari segitiga ABC memotong sisi AB di K . Buktikan bahwa $KO < KA$.
-

3. Carilah semua pasangan bilangan bulat (x, y) sehingga

$$x^{p-2} + y^{p-2} \equiv x + y \pmod{p}$$

berlaku untuk tak hingga banyaknya bilangan prima p .

4. Suatu komputer apabila menerima input barisan 2022 bilangan bulat $(a_1, a_2, \dots, a_{2022})$ akan mengeluarkan output barisan 2022 bilangan bulat $(b_1, b_2, b_3, \dots, b_{2022})$; dimana untuk setiap i , b_i adalah banyaknya bilangan ganjil dari antara a_1, a_2, \dots, a_i ditambah dengan banyaknya bilangan genap dari antara $a_i, a_{i+1}, \dots, a_{2022}$.
Sebagai contoh, apabila inputnya adalah barisan konstan $(1, 1, 1, \dots)$ maka outputnya adalah $(1, 2, 3, \dots, 2022)$.
Siput menginput barisan \mathcal{A}_1 dan outputnya adalah \mathcal{A}_2 , lalu Siput menginput lagi \mathcal{A}_2 dan komputer mengoutput \mathcal{A}_3 , dan seterusnya.
Buktikan bahwa untuk setiap input awal \mathcal{A}_1 apapun yang dimasukkan Siput, berlaku $\mathcal{A}_{22} = \mathcal{A}_{2022}$.
-

5. Carilah seluruh bilangan bulat $N \geq 3$ sehingga pada keliling segi- N beraturan terdapat tiga titik (berbeda) yang membentuk segitiga sama sisi.
-