

1. Jika $x = \frac{\sqrt[3]{5}}{y}$ dan $3(\log x) + 4(\log y) = \frac{1}{3}$, nilai dari $2x^3 - y$ adalah...

- (a) $\sqrt[3]{5 - \sqrt{2}}$
 (b) $\sqrt[3]{5} - \sqrt[3]{2}$
 (c) $2\sqrt[3]{5} - \sqrt[3]{2}$
 (d) $\sqrt[3]{5} - 5\sqrt[3]{2}$
 (e) $\sqrt[3]{3}$

2. Misal $f(x)$ merupakan fungsi bernilai riil dan tak negatif, dengan domain $[1, \infty)$ didefinisikan sebagai berikut:

$$f(x) = \int_1^x \frac{t}{f(t)} dt$$

Misal $S = \int_{\sqrt{3}}^2 f(x) dx$ dan $[x]$ adalah fungsi floor yang berfungsi untuk membulatkan ke bawah suatu bilangan ke bilangan bulat terdekat. Misal $[1, 4] = 1$ dan $[3, 9] = 3$. Nilai dari $[100 \cdot S]$ adalah...

- (a) 39
 (b) 42
 (c) 48
 (d) 50
 (e) 55

3. Diketahui bahwa x dan y bilangan riil, $x > 2018$ dan $y > 2019$. Jika

$$2018\sqrt{(x^2 - 2018^2)} + 2019\sqrt{(y^2 - 2019^2)} = \left(\frac{x^2 + y^2}{2}\right),$$

nilai $x + y$ adalah...

- (a) $3072\sqrt{2}$
 (b) $1587\sqrt{2}$
 (c) $4037\sqrt{2}$
 (d) $5377\sqrt{3}$
 (e) $4287\sqrt{3}$

4. Diketahui $y = 7^{\sin(x^2 + \ln(\sqrt{1-x^2}))}$. Nilai $\frac{dy}{dx}$ adalah...

- (a) $7^{\sin(x^2 + \ln(\sqrt{1-x^2}))} \cdot \ln(7) \cdot \cos\left(x^2 + \ln\left(\sqrt{1-x^2}\right)\right) \cdot \left(2x - \frac{x}{1-x^2}\right)$
 (b) $7^{\sin(x^2 + \ln(\sqrt{1-x^2}))} \cdot \ln(7) \cdot \cos\left(2x - \frac{x}{1-x^2}\right)$
 (c) $\cos\left(x^2 + \ln\left(\sqrt{1-x^2}\right)\right) \cdot \ln(7)$
 (d) $\cos\left(x^2 + \ln\left(\sqrt{1-x^2}\right)\right) \cdot \left(2x - \frac{x}{1-x^2}\right) \cdot \ln(7)$
 (e) $7^{\sin(x^2 + \ln(\sqrt{1-x^2}))} \cdot \cos\left(x^2 + \ln\left(\sqrt{1-x^2}\right)\right)$

5. Nilai dari

$$\cos\left(\frac{\pi}{2013}\right) + \cos\left(\frac{3\pi}{2013}\right) + \dots + \cos\left(\frac{2011\pi}{2013}\right)$$

adalah...

- (a) 2
 (b) 1
 (c) 0
 (d) $\frac{1}{2}$
 (e) $\frac{1}{3}$

6. Misal ada 2 buah lingkaran yaitu lingkaran α & lingkaran β . Lingkaran α memiliki titik pusat O yang berada di keliling lingkaran β . Titik A & titik B merupakan titik potong antara kedua lingkaran tersebut. Titik C berada di luar lingkaran α namun berada di keliling lingkaran β . Jika panjang garis $AC = 13$, panjang garis $OC = 11$, dan panjang garis $BC = 7$, maka panjang jari-jari lingkaran α adalah...

- (a) $\sqrt{26}$
 (b) $\sqrt{28}$
 (c) $\sqrt{30}$
 (d) $\sqrt{32}$
 (e) $\sqrt{35}$

7. Diketahui titik A di $(1, 1)$ dicerminkan terhadap sumbu- x menghasilkan titik $B(a, b)$. Kemudian titik B dicerminkan terhadap garis $y = x$ menghasilkan titik C di (c, d) . Setelah itu titik D di (e, f) dihasilkan dari pencerminan titik A terhadap $y = 3$. Hasil dari $\det\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} - \det\begin{pmatrix} c & d \\ e & f \end{pmatrix}$ adalah...

- (a) 3
 (b) 4
 (c) 5
 (d) 6
 (e) 7

8. Diketahui balok $ABCD.EFGH$ dengan panjang $AB = 2$ cm, $BC = 2$ cm, $AE = 4$ cm, serta titik O merupakan titik pusat balok. Jarak titik O ke bidang BDG adalah...

- (a) $\frac{2}{3}$
 (b) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$
 (c) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$
 (d) $\frac{1}{3}$
 (e) 2

9. Diketahui balok $ABCD.EFGH$ dengan \overrightarrow{AB} adalah \vec{p} , \overrightarrow{CB} adalah \vec{q} dan \overrightarrow{DH} adalah \vec{r} . Titik O adalah titik tengah bidang $ADEH$. \overrightarrow{OG} adalah ...

- (a) $\vec{p} + \frac{1}{2}\vec{q} + \vec{r}$
- (b) $\vec{p} - \frac{1}{2}\vec{q} + \frac{1}{2}\vec{r}$
- (c) $\vec{p} + \vec{q} - \vec{r}$
- (d) $\frac{1}{2}\vec{p} + \frac{1}{2}\vec{q} - \vec{r}$
- (e) $\frac{1}{2}\vec{p} - \vec{q} + \vec{r}$

10. Diketahui vektor \vec{a} dan \vec{b} membentuk sudut sebesar θ . Jika panjang proyeksi vektor \vec{a} pada \vec{b} sama dengan $3 \cot(\theta)$ dan panjang vektor \vec{a} adalah 4 satuan panjang, maka $\sin(2\theta)$ adalah ...

- (a) $\frac{\sqrt{7}}{8}$
- (b) $\frac{\sqrt{7}}{7}$
- (c) $\frac{\sqrt{7}}{4}$
- (d) $\frac{3\sqrt{7}}{8}$
- (e) $\frac{\sqrt{7}}{2}$

11. Nilai x dari persamaan:

$$5 \sin x + \frac{5}{2 \sin x} - 5 = 2(\sin x)^2 + \frac{1}{2(\sin x)^2}$$

yang mungkin adalah ...

- (a) $\frac{\pi}{3}$
- (b) $\frac{2\pi}{3}$
- (c) 0
- (d) $\frac{7\pi}{36}$
- (e) $\frac{5\pi}{6}$

12. Sebuah kubus memiliki volume l dan luas permukaan a . Jika ada kubus lain dengan luas permukaan adalah $2a$, volume dari kubus lain tersebut adalah ...

- (a) 1
- (b) $\sqrt{2}$
- (c) 2
- (d) $2\sqrt{2}$
- (e) 3

13. Untuk $n \geq 2, n \in \mathbb{Z}^+$, nilai terkecil konstanta C yang memenuhi pertaksamaan berikut ini dengan X_1, X_2, \dots, X_n merupakan bilangan riil non-negatif adalah ...

$$\sum_{1 \leq i \leq j \leq n} X_i X_j (X_i^2 + X_j^2) \leq C \cdot \sum_{i=1}^n (X_i)^4$$

- (a) $\frac{1}{16}$
- (b) $\frac{1}{8}$
- (c) $\frac{1}{4}$
- (d) $\frac{1}{2}$
- (e) 1

14. Diketahui bahwa

$$x^3 + y^3 + z^3 = nx^2y^2z^2$$

dipenuhi oleh $n, x, y, z \in \mathbb{Z}^+$. Penjumlahan semua nilai n adalah ...

- (a) 3
- (b) 4
- (c) 7
- (d) 10
- (e) 11

15. Jika $f(x) = (x^x)^2$, $f'(2)$ adalah ...

- (a) $64(\ln 2 + 1)$
- (b) $16(2 \ln 2 + 1)$
- (c) $32(\ln 2 + 1)$
- (d) $32(2 \ln 2 + 1)$
- (e) $8(2 \ln 2 + 1)$

16. Banyaknya bilangan ratusan positif kelipatan 3 dengan digit yang berbeda dan tidak ada digit 0 adalah ...

- (a) 120
- (b) 150
- (c) 180
- (d) 210
- (e) 240

17. Misal diberikan barisan sebagai berikut :

$$\frac{1}{1}, \frac{2}{1}, \frac{1}{2}, \frac{3}{1}, \frac{2}{2}, \frac{1}{3}, \frac{4}{1}, \frac{3}{2}, \frac{2}{3}, \frac{1}{4}, \dots, \frac{n}{1}, \frac{n-1}{2}, \dots, \frac{2}{n-1}, \frac{1}{n}, \dots$$

dimana $\frac{1}{1}$ merupakan suku pertama, $\frac{2}{1}$ adalah suku kedua, $\frac{1}{2}$ merupakan suku ketiga, dan seterusnya. Jika suku ke- p dari barisan tersebut bernilai $\frac{40}{3}$, nilai dari p adalah ...

- (a) 347
- (b) 553
- (c) 761

- (d) 864
(e) 1894

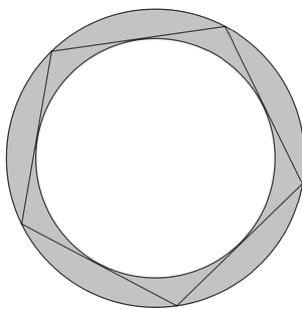
18. Misal

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x^2 + 2x + 1} + \sqrt[3]{x^2 - 1} + \sqrt[3]{x^2 - 2x + 1}}$$

$$F(2n + 1) = f(1) + f(3) + f(5) + \dots + f(2n + 1)$$

Nilai dari $F(999999)$ adalah ...

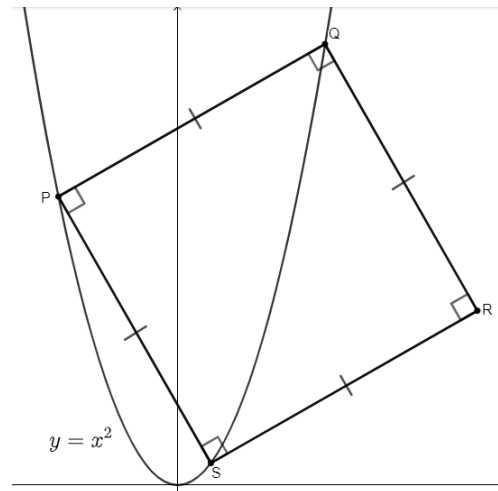
- (a) 50
(b) 250
(c) 500
(d) 1000
(e) 1500
19. Misal $f(n)$ menyatakan luas area di antara lingkaran dalam dan lingkaran luar segi- n beraturan. Panjang sisi segi- n beraturan sama dengan 1. Gambar berikut adalah contoh ilustrasi untuk $f(5)$.



Nilai dari $f(2019) - f(2018) + f(2017) - f(2016) + \dots + f(5) - f(4) + f(3)$ adalah ...

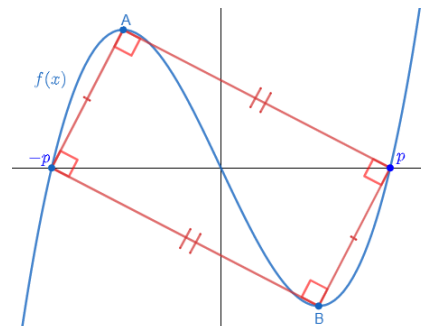
- (a) 0
(b) 1
(c) π
(d) $\frac{\pi}{2}$
(e) $\frac{\pi}{4}$
20. Sebuah polinom $f(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$ dibagi oleh $(x-5)$ akan bersisa 1794. Begitu juga $f(x)$ dibagi oleh $(x-3)$, dibagi oleh $(x+3)$, atau dibagi oleh $(x+5)$ bersisa 1794. Banyak nilai x yang memenuhi $f(x) = 2019$ adalah ...
- (a) 4
(b) 3
(c) 2
(d) 1
(e) tidak ada

21. Sebuah persegi $PQRS$ akan dibuat sedemikian rupa sehingga titik P, Q, S terletak pada parabola $y = x^2$ dan titik R di luar parabola tersebut seperti pada gambar.



Luas minimum persegi $PQRS$ adalah ...

- (a) 49
(b) 35
(c) 27
(d) 14
(e) 2
22. Misalkan $f(x)$ adalah suatu fungsi polinom berderajat 3 yang memiliki akar-akar $-p, 0$, dan p . Titik A dan titik B masing-masing adalah titik maksimum relatif dan minimum relatif dari $f(x)$. Jika dibuat persegi panjang dengan cara menghubungkan titik $A, (p, 0)$, B , serta $(-p, 0)$ seperti tampak pada gambar, maka rasio antara sisi terpanjang dan sisi terpendek dapat ditulis sebagai $\frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{c}$, dengan a, b , dan c bilangan bulat bukan kuadrat. Nilai $a + b - c$ adalah ...



- (a) 12
(b) 10
(c) 8
(d) 6
(e) 5

23. Sebuah bangun datar segiempat dan sebuah bangun datar segilima berpotongan satu sama lain pada N titik berbeda (N bilangan bulat positif). Nilai N yang maksimum adalah ...

(a) 18
(b) 16
(c) 14
(d) 12
(e) 10

24. Misal x, y merupakan bilangan cacah. Banyaknya pasangan bilangan (x, y) yang memenuhi

$$(x! + y! + x!y!) \equiv 3 \pmod{10}$$

adalah ...

(a) 10
(b) 9
(c) 8
(d) 7
(e) 6

25. Jika nilai dari $\sin(53^\circ) = \frac{4}{5}$, nilai dari $\sin(\frac{\pi}{180^\circ})$ adalah ...

(a) $\frac{1}{100}(31\sqrt{2} - 17\sqrt{6})$
(b) $\frac{1}{100}(31\sqrt{2} + 17\sqrt{6})$
(c) $\frac{1}{100}(31\sqrt{6} + 17\sqrt{2})$
(d) $\frac{1}{10}(31\sqrt{2} - 17\sqrt{6})$
(e) $\frac{1}{10}(31\sqrt{2} + 17\sqrt{6})$

26. Nilai dari

$$\sin(18^\circ) \cdot \cos(36^\circ) \cdot \cos(72^\circ) \cdot \cos(144^\circ)$$

adalah ...

(a) $\frac{1}{16}$
(b) $\frac{1}{8}$
(c) $-\frac{1}{16}$
(d) $-\frac{1}{8}$
(e) $\frac{1}{32}$

27. Jika $x_1 = -1$ dan berlaku $x_{n+1} = (1 + \frac{2}{n})x_n + \frac{4}{n}$, dengan n adalah bilangan bulat positif, maka nilai dari x_{2000} adalah ...

(a) 2000999
(b) 2000998
(c) 2000997
(d) 2000996
(e) 2000995

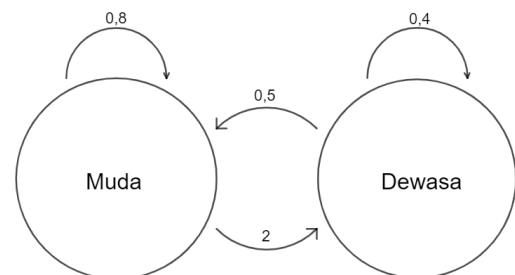
28. Jika berlaku persamaan:

$$6(3)^{40}(\log_2 a) + (3)^{41}(\log_2 a) = (3)^{43}$$

nilai dari a adalah ...

(a) 2
(b) 4
(c) 8
(d) 16
(e) 32

29. Suatu populasi burung dengan diagram Leslie di bawah ini mempunyai 1200 burung muda dan 1520 burung dewasa di tahun pertama. Perkiraan populasi burung muda dan burung dewasa pada tahun kedua adalah ...



(a) 1200 dan 1520
(b) 900 dan 1820
(c) 4000 dan 1208
(d) 2703 dan 1104
(e) 600 dan 3020

30. Solusi dari pertidaksamaan $\ln(x^2 + 3x + 2) \leq 0$ adalah ...

(a) $\left[\frac{-3-\sqrt{5}}{2}, -2\right) \cup \left(-1, \frac{-3+\sqrt{5}}{2}\right]$
(b) $\left[\frac{-3+\sqrt{5}}{2}, -2\right) \cup \left(-1, \frac{-3-\sqrt{5}}{2}\right]$
(c) $\left[\frac{-3-\sqrt{5}}{2}, -1\right) \cup \left(-2, \frac{-3+\sqrt{5}}{2}\right]$
(d) $\left[\frac{-3-\sqrt{5}}{2}, 2\right) \cup \left(1, \frac{-3+\sqrt{5}}{2}\right]$
(e) $\left[\frac{3-\sqrt{5}}{2}, 2\right) \cup \left(1, \frac{-3+\sqrt{5}}{2}\right]$

31. Titik pusat dan jari-jari dari lingkaran $3x^2 + 3y^2 - 18x \cdot \sin^2(3\alpha) - 18x \cdot \cos^2(3\alpha) + 24y - 17 - \sec^2(2\beta) + \tan^2(2\beta) = 0$ adalah ...

- (a) $(3, -4)$ dan 5,77
- (b) $(-3, -4)$ dan 5,77
- (c) $(-4, 3)$ dan 5,57
- (d) $(-4, 3)$ dan 5,77
- (e) $(-3, -4)$ dan 5,57

32. Nilai dari

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{\tan 6x}{\sin 2x - \cos x}$$

adalah ...

- (a) 4
- (b) 3
- (c) 2
- (d) 1
- (e) 1,5

33. Nilai dari integral di bawah ini adalah ...

$$\int \arctan\left(\frac{x}{1 + \sqrt{1-x^2}}\right) dx$$

- (a) $\frac{1}{2} \arcsin x + \frac{\sqrt{1-x^2}}{2} + C$
- (b) $\frac{x}{2} \arctan x + \frac{\sqrt{1-x^2}}{2} + C$
- (c) $\frac{1}{2} \arccos x + \frac{\sqrt{1-x^2}}{2} + C$
- (d) $\frac{x}{2} \arcsin x + \frac{\sqrt{1-x^2}}{2} + C$
- (e) $\frac{1}{2} \arctan x + \frac{\sqrt{1-x^2}}{2} + C$

34. Jika diketahui

$$f(x) = \frac{1}{7^x + \sqrt{7}},$$

maka nilai dari

$$\sqrt{14} \cdot \left[\sum_{k=-4}^5 f(k) \right]$$

adalah ...

- (a) 10
- (b) $\frac{2}{\sqrt{7}}$
- (c) $\frac{1}{\sqrt{7}}$
- (d) $\frac{35\sqrt{2}}{\sqrt{7}}$
- (e) $\frac{5\sqrt{14}}{\sqrt{7}}$

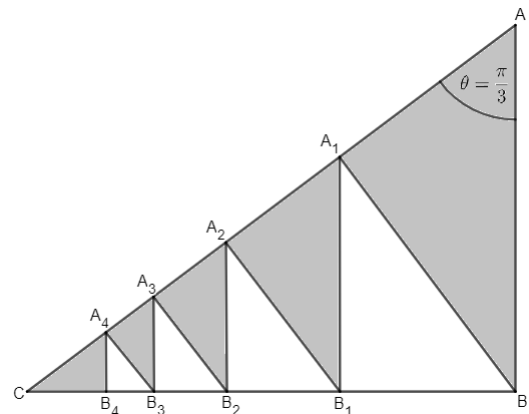
35. Perhatikan segitiga ABC di bawah ini. Panjang \overline{AB} adalah 1 satuan panjang dan besar sudut $\theta = \frac{\pi}{3}$. Titik A_1 diperoleh dengan menarik garis tegak lurus dari titik B ke \overline{AC} . Dari titik A_1 ditarik garis tegak lurus ke \overline{CB} , sehingga diperoleh titik B_1 . Jika proses ini dilanjutkan terus akan diperoleh titik A_2, B_2, A_3, B_3 , dan seterusnya. Selain itu, didapat segitiga-segitiga yang diarsir pada gambar yaitu segitiga $ABA_1, A_1B_1A_2$, dan seterusnya. Misal luas segitiga $ABA_1 = u_1$, luas segitiga $A_1B_1A_2 = u_2$, dan seterusnya serta

$$S_n = \sum_{k=1}^n u_k$$

Nilai dari

$$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$$

adalah ...

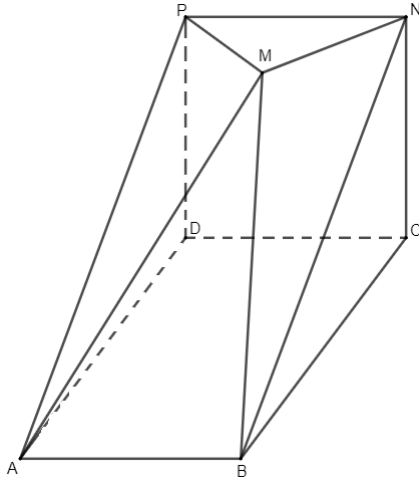


- (a) $\frac{2\sqrt{3}}{7}$
- (b) $\frac{3\sqrt{5}}{11}$
- (c) $\frac{\sqrt{7}}{9}$
- (d) 1
- (e) 2

36. Misalkan persamaan $9x^2 + \sqrt{5}n - 20x - 3\sqrt{5}x = -4$ mempunyai akar-akar bilangan bulat, dengan n adalah bilangan rasional. Nilai dari n adalah ...

- (a) 9
- (b) 3
- (c) 6
- (d) Tidak ada nilai n yang memenuhi
- (e) $\frac{2}{3}$

37. Sebuah bangun ruang dibentuk dengan menggabungkan limas segiempat $M.PABN$ dan prisma segitiga $APD.BNC$. Diketahui bidang $ABCD$ dan $PNCD$ adalah persegi yang saling tegak lurus. Segitiga PMN sejajar dengan $ABCD$, $\angle PMN = 90^\circ$ dan panjang $PM = MN$. Volume bangun ruang $ABCDPMN$ adalah ... satuan volume.



- (a) 6
(b) 2
(c) $\frac{16}{3}$
(d) 8
(e) $\frac{22}{3}$
38. Misal ada sebuah segitiga OPQ dengan panjang $OP = 86$ dan panjang $OQ = 97$. Sebuah lingkaran berpusat di O dan berjari-jari 86 memotong garis PQ di titik P dan R . Diketahui bahwa panjang ruas garis PR dan RQ adalah bilangan bulat. Panjang PQ adalah ...
(a) 57
(b) 61
(c) 67
(d) 71
(e) 73
39. Sebuah perusahaan sepeda memiliki 2 pabrik serta 2 toko. Pabrik 1 dan pabrik 2 masing-masing sanggup memproduksi 80 dan 100 sepeda per bulannya. Toko A dan toko B masing-masing membutuhkan pasokan sepeda minimal 50 sepeda dan 60 sepeda per bulannya. Biaya pengiriman satu sepeda dari pabrik ke toko adalah sebagai berikut :

	Pabrik 1	Pabrik 2
Toko A	Rp 10.000	Rp 15.000
Toko B	Rp 15.000	Rp 18.000

Selisih antara biaya pengiriman minimum dan maksimum yang dapat dikeluarkan perusahaan tersebut per bulan adalah ...

- (a) Rp 300.000
(b) Rp 400.000
(c) Rp 370.000
(d) Rp 150.000
(e) Rp 50.000
40. Jika $x^2 + 2x - 3 = 0$, nilai dari $x^4 + x^3 - 8x^2 - 3x + 5$ adalah ...
(a) -2
(b) -4
(c) 4
(d) 0
(e) 1

Bagian Kedua: URAIAN

Catatan: Setiap nomor uraian dikerjakan pada lembar *terpisah*.

1. Diketahui A dan B merupakan bilangan asli. Tentukan semua pasangan (A, B) yang memenuhi persamaan

$$A^{A^A} = (19 - B^A)B^{A^B} - 74$$

2. Misal ada sebuah persegi berkisi dengan ukuran 3×3 berisi bilangan-bilangan yang berbeda dan penjumlahan setiap baris, kolom, maupun diagonal dari persegi menghasilkan suatu bilangan N . Sandy sedang membuat persegi tersebut dengan mengisi bilangan-bilangan di komputer namun sebuah tombol angka keyboard Sandy rusak sehingga salah satu angka (dari 0 hingga 9) selalu muncul sebagai angka yang berbeda (misal jika angka yang sebenarnya adalah 5 maka yang muncul adalah 3, demikian juga 53 menjadi 33). Tentukan nilai N berdasarkan hasil persegi berkisi di bawah ini.

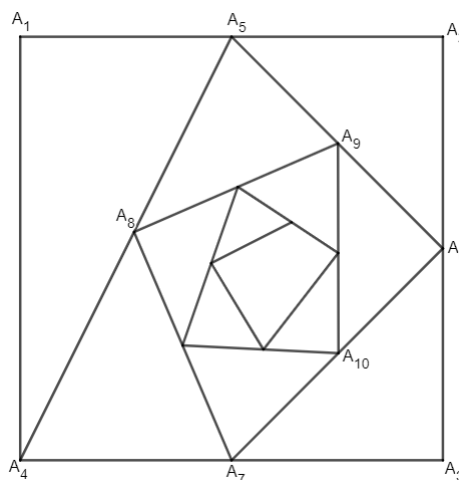
9	11	10
18	17	6
14	11	15

3. Diberikan titik-titik sudut berikut:

- (a) $A_1 = (0, 1)$
- (b) $A_2 = (1, 1)$
- (c) $A_3 = (1, 0)$
- (d) $A_4 = (0, 0)$

Sudut-sudut tersebut adalah sudut pada persegi berukuran 1×1 . Akan dibuat titik-titik baru sebagai berikut:

- (a) A_5 merupakan titik tengah dari garis A_1A_2
- (b) A_6 merupakan titik tengah dari garis A_2A_3
- (c) A_7 merupakan titik tengah dari garis A_3A_4 , dan seterusnya.



Jalur spiral kaku ini mendekati sebuah titik $A_\infty = (\frac{P}{R}, \frac{Q}{R})$ di dalam persegi, dimana P, Q, R merupakan bilangan bulat positif koprima. Berapakah nilai dari $P + Q + R$?