

April 2020

Soal 4. Suatu permutasi dari bilangan-bilangan bulat $1, 2, \dots, m$ dikatakan *segar* jika tidak terdapat bilangan bulat positif $k < m$ sehingga k buah bilangan pertama pada permutasi tersebut adalah $1, 2, \dots, k$ dalam suatu urutan tertentu. Misalkan f_m adalah banyaknya permutasi segar dari bilangan-bilangan $1, 2, \dots, m$.

Buktikan bahwa $f_n \geq n \cdot f_{n-1}$ untuk setiap $n \geq 3$.

Sebagai contoh, jika $m = 4$, maka $(3, 1, 4, 2)$ permutasi segar, sedangkan $(2, 3, 1, 4)$ bukan permutasi segar.

Soal 5. Pandang segitiga ABC dengan $\angle BCA > 90^\circ$. Lingkaran Γ adalah lingkaran luar dari segitiga ABC dengan jari-jari R . Terdapat suatu titik P di titik dalam segmen garis AB sehingga $PB = PC$ dan panjang dari PA adalah R . Garis sumbu dari PB memotong Γ di D dan E .

Buktikan bahwa P adalah pusat lingkaran dalam segitiga CDE .

Soal 6. Let $m > 1$ be an integer. A sequence a_1, a_2, a_3, \dots is defined by $a_1 = a_2 = 1$, $a_3 = 4$, and for all $n \geq 4$,

$$a_n = m(a_{n-1} + a_{n-2}) - a_{n-3}.$$

Determine all integers m such that every term of the sequence is a square.

Misalkan $m > 1$ bilangan bulat. Barisan a_1, a_2, a_3, \dots didefinisikan melalui $a_1 = a_2 = 1$, $a_3 = 4$, dan untuk setiap $n \geq 4$,

$$a_n = m(a_{n-1} + a_{n-2}) - a_{n-3}.$$

Tentukan semua bilangan bulat m sehingga setiap suku pada barisan merupakan kuadrat sempurna.