

SOAL OSN MATEMATIKA SMP TAHUN 2019

Diketik Ulang Oleh: @li \$enyum

Hari Ke-1

1. Misalkan f adalah fungsi yang memenuhi $f(x + 1) + f(x - 1) = \sqrt{2}f(x)$, untuk setiap x bilangan real. Jika $f(x - 1) = a$ dan $f(x) = b$, tentukan nilai dari $f(x + 4)$
2. Barisan “Sanga” dibentuk dengan prosedur sebagai berikut.
 - i. Pilih satu bilangan bulat positif n .
 - ii. Suku pertama barisan (U_1) adalah $9n$.
 - iii. Untuk $k \geq 2$, $U_k = U_{k-1} - 17$.Sanga (r) adalah barisan Sanga yang suku positif terkecilnya adalah r .
Sebagai contoh, untuk $n = 3$, barisan Sanga yang terbentuk adalah 27, 10, -7, -24, -41, ... Karena suku positif terkecil dari barisan tersebut adalah 10, untuk $n = 3$, barisan yang terbentuk disebut Sanga (10). Untuk $n \leq 100$, tentukan jumlah semua n yang dapat dibentuk barisan Sanga (4)
3. Kubus ABCD.EFGH mempunyai panjang rusuk 6 cm. Titik R berada diperpanjangan garis EH dengan EH : ER = 1 : 2 sehingga segitiga AFR memotong rusuk GH di P dan memotong rusuk DH di Q. tentukan luas daerah AFPQ.
4. Sepuluh orang penerjun payung berencana untuk membentuk formasi satu lingkaran di udara dengan cara setiap orang memegang tangan kedua orang lainnya. Jika setiap orang memiliki dua pilihan warna seragam untuk dikenakan, yaitu merah atau putih, tentukan banyak kemungkinan formasi warna berbeda yang dapat dibentuk.
5. Setelah pemain menekan tombol start, suatu mesin permainan akan bekerja mengikuti prosedur sebagai berikut:
 - i. Memilih secara acak tujuh angka yang berbeda dari satu sampai Sembilan tanpa menampilkannya di layar.
 - ii. Menampilkan hasil perkalian ketujuh bilangan tersebut di layar.
 - iii. Menampilkan menu kalkulator di layar dan meminta pemain untuk menebak apakah jumlah ketujuh angka yang telah di pilih sebelumnya genap atau ganjil.
 - iv. Menunjukkan ketujuh angka yang telah dipilih sebelumnya beserta hasil perkalian dan penjumlahannya.
 - v. Mengeluarkan hadiah jika tebakan peserta tepat atau menampilkan pesan “silahkan coba kembali” di layar jika tebakan peserta tidak tepat.Menurut Kiki permainan ini sangat mudah karena peluang menangnya lebih dari 90%. Jelaskan apakah Kamu setuju dengan Kiki.

Hari Ke-2

6. Tentukan semua pasangan bilangan bulat (x, y) yang memenuhi system persamaan

$$\begin{cases} x + y - 6 = \sqrt{2x + y + 1} \\ x^2 - x = 3y + 5 \end{cases}$$

7. Tentukan jumlah semua bilangan bulat $n \leq 2019$ sehingga $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2$ adalah bilangan ganjil dan $1^1 + 2^2 + 3^3 + \dots + n^n$ adalah juga bilangan ganjil.

8. Dua limas segiempat yang panjang seluruh rusuknya sama, alasnya berhimpit membentuk suatu bangun ruang baru yang bernama bidang-8. Jika volume bidang-8 adalah $a^3\sqrt{2} \text{ cm}^3$, tentukan volume bola terbesar yang dapat dimuat oleh bidang-8 tersebut.

9. Bilangan enam angka berbeda \overline{ABCDEF} disusun dari angka-angka 1,2,3,4,5,6,7,8 dengan aturan jumlah tiga angka pertama sama dengan jumlah tiga angka terakhir. Tentukan peluang bilangan yang tersusun mempunyai sifat bahwa tiga angka pertama atau tiga angka terakhir membentuk barisan aritmatika atau geometri.

10. $X_{(n)}$ melambangkan bilangan yang disusun oleh angka X sebanyak n . Sebagai contoh $2_{(3)} = 222, 5_{(2)} = 55$. Untuk $A, B, C \in \{1, 2, \dots, 9\}$ dan $1 \leq n \leq 2019$, tentukan banyaknya pasangan terurut (A, B, C, n) yang memenuhi

$$A_{(2n)} = 2(B_{(n)}) + (C_{(n)})^2$$