

Language: Indonesian

Day: **2**

April 2020

Soal 4. Suatu permutasi dari bilangan-bilangan bulat $1, 2, \ldots, m$ dikatakan segar jika tidak terdapat bilangan bulat positif k < m sehingga k buah bilangan pertama pada permutasi tersebut adalah $1, 2, \ldots, k$ dalam suatu urutan tertentu. Misalkan f_m adalah banyaknya permutasi segar dari bilangan-bilangan $1, 2, \ldots, m$.

Buktikan bahwa $f_n \ge n \cdot f_{n-1}$ untuk setiap $n \ge 3$.

 $Sebagai\ contoh,\ jika\ m=4,\ maka\ (3,1,4,2)\ permutasi\ segar\ ,\ sedangkan\ (2,3,1,4)\ bukan\ permutasi\ segar.$

Soal 5. Pandang segitiga ABC dengan $\angle BCA > 90^{\circ}$. Lingkaran Γ adalah lingkaran luar dari segitiga ABC dengan jari-jari R. Terdapat suatu titik P di titik dalam segmen garis AB sehingga PB = PC dan panjang dari PA adalah R. Garis sumbu dari PB memotong Γ di D dan E.

Buktikan bahwa P adalah pusat lingkaran dalam segitiga CDE.

Soal 6. Let m > 1 be an integer. A sequence a_1, a_2, a_3, \ldots is defined by $a_1 = a_2 = 1$, $a_3 = 4$, and for all $n \ge 4$,

$$a_n = m(a_{n-1} + a_{n-2}) - a_{n-3}.$$

Determine all integers m such that every term of the sequence is a square.

Misalkan m>1 bilangan bulat. Barisan a_1,a_2,a_3,\ldots didefinisikan melalui $a_1=a_2=1,\,a_3=4,$ dan untuk setiap $n\geq 4,$

$$a_n = m(a_{n-1} + a_{n-2}) - a_{n-3}.$$

Tentukan semua bilangan bulat m sehingga setiap suku pada barisan merupakan kuadrat sempurna.

Language: Bahasa Indonesia Waktu: 4 jam dan 30 menit Setiap soal bernilai 7 angka

Agar kontes berlangsung dengan adil dan menyenangkan untuk semua, mohon untuk tidak menyebutkan atau merujuk soal-soal berikut di internet atau di media sosial sampai dengan Minggu 19 April pukul 05:00 WIB.