



Lomba Unik Matematika ala Tobi

## Final LuMaT SMP

Minggu, 24 April 2022. Soal Hari Kedua.

Waktu: 180 menit.

### Instruksi

1. Soal Final LuMaT SMP terdiri dari 5 SOAL ESAI per hari, untuk dua hari perlombaan. Nilai maksimal setiap soal adalah sama, yakni **10 poin**. Argumen dan alasan harus disertakan dalam menjawab pertanyaan (hasil akhir saja akan diberikan nilai minimal).
2. Peserta **DILARANG** menggunakan kalkulator, alat komunikasi maupun alat bantu komputasi elektronik lainnya.
3. Peserta wajib menggunakan **Lembar Jawab Esai** yang diberikan. Gunakan lembar jawab yang berbeda untuk soal yang berbeda. Pastikan ada inisial, nomor soal, halaman ke berapa dan total halaman pada **se-tiap** lembar jawaban. Nama dan alamat email cukup diisi pada formulir hadir. Ketidaklengkapan berkas dan ketidakjelasan tulisan merupakan tanggungjawab masing-masing peserta.
4. Kertas coretan boleh menggunakan sisi belakang dari kertas yang ada. Peserta dilarang menambah kertas jawaban selama kompetisi berlangsung.
5. Waktu yang diperkenankan untuk mencoba seluruh soal adalah

180 **menit**.

6. Kumpulkan seluruh lembar jawaban yang mau diperiksa melalui link

[tinyurl.com/jawabfinalLuMaT](https://tinyurl.com/jawabfinalLuMaT)

Peserta dilarang meninggalkan lokasi ujian sampai seluruh berkas selesai diupload.

---

## Hari Kedua

---

6. Diketahui bilangan real  $a, b, c, d, e$  memenuhi

$$\begin{aligned}a + 4b + 9c + 16d + 25e &= 8, \\4a + 9b + 16c + 25d + 36e &= 27, \\16a + 25b + 36c + 49d + 64e &= 125.\end{aligned}$$

Carilah nilai dari  $9a + 16b + 25c + 36d + 49e$ .

---

7. Ada kodok di salah satu kotak papan catur  $n \times n$ ,  $n \geq 3$ . Tanpa meninggalkan papan, kodok boleh melompat ke satu dari empat kotak tetangganya: kiri, kanan, atas, atau bawah; sampai mengunjungi tiap kotak tepat sekali. Buktikan bahwa kodok pernah melompat ke arah yang sama dua kali berturut-turut (misalnya, lompat atas, lalu atas lagi).
- 

8. Pada segiempat konveks  $ABCD$ , panjang  $AB = 3\sqrt{2}$ ,  $BC = 4\sqrt{2}$ ,  $CD = \sqrt{5}$ , dan  $AD = BD = 3\sqrt{5}$ . Cari panjang  $AC$ .
- 

9. Carilah semua solusi bulat positif  $a, b, c$  yang memenuhi

$$\text{KPK}(a, b, c) = ab + ac + bc.$$

---

10. Carilah semua pasangan bilangan bulat  $A, B$  dengan sifat: terdapat barisan pasangan bilangan bulat  $\{(a_n, b_n)\}_{n=1}^{\infty}$  dengan  $a_1 = A, b_1 = B$ ; dan untuk setiap  $n \geq 1$ ,  $a_{n+1}$  dan  $b_{n+1}$  memenuhi persamaan kuadrat

$$X^2 + a_n X + b_n = 0.$$

---