

PEMBAHASAN OSN MATEMATIKA SMP 2015 TINGKAT KABUPATEN **BAGIAN A: PILIHAN GANDA**

BAGIAN A: PILIHAN GANDA

Jawaban : D. 3

Pembahasan:

🥮 Perhatikan operasi * pada tabel berikut :

*	0	1	2	3	4	5	6
0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6
2	0	2	4	6	1	3	5
3	0	3	6	2	5	1	4
4	0	4	1	5	2	6	3
5	0	5	3	1	6	4	2
6	0	6	5	4	3	2	1

$$x^n = x^{n-1} * x$$

$$5^2 = 5 * 5 = 4$$



$$5^3 = 5^2 * 5 = 4 * 5 = 6$$

$$5^4 = 5^3 * 5 = 6 * 5 = 2$$

6 berulang

$$5^5 = 5^4 * 5 = 2 * 5 = 3$$

$$5^6 = 5^5 * 5 = 3 * 5 = 1$$

$$5^7 = 5^6 * 5 = 1 * 5 = 5$$

$$5^8 = 5^7 * 5 = 5 * 5 = 4$$

$$5^9 = 5^8 * 5 = 4 * 5 = 6$$

Pada 5^{2015} terdapat operasi st sebanyak 2014 , sehingga :

$$2014 = 6.335 + 4$$

Jadi
$$5^{2015} = 3$$
 (D)

2. Jawaban : *B*. 1225

Pembahasan:

$$A = \{1, 2, 3, ..., 50\}$$

$$S = \{(a, b, c) \mid a \in A, b \in A, c \in A, b < a, dan b < c\}$$

$$T = \{(a, b, c) \mid a \in A, b \in A, c \in A, dan \ a = c\}$$

$$S \cap T = \{(a, b, c) \mid a \in A, b \in A, c \in A, b < a, b < c, dan \ a = c\}$$

$$= \{(2,1,2), (3,1,3), (4,1,4), \dots, (50,1,50),$$

$$(3,2,3), (4,2,4), (5,2,5), \dots, (50,2,50),$$

$$(4,3,4), (5,3,5), (6,3,6), \dots, (50,3,50),$$

$$\vdots$$

$$(49,48,49), (50,48,50),$$

$$(50,49,50)\}$$

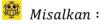
$$2$$

$$n(S \cap T) = 1 + 2 + 3 + \dots + 49 = \frac{49 \cdot (49 + 1)}{2} = \frac{49 \cdot 50}{2} = 1225$$

Jadi anggota dari $S \cap T$ ada sebanyak 1225 (B)

3. Jawaban : *C*. 13

Pembahasan:



$$x_a = nilai \ Adi \rightarrow x_a = 10 \ (nilai \ tertinggi)$$
 $x_b = nilai \ Budi$
 $x_c = nilai \ Cici$
 $x_d = nilai \ Didi$
 $x_e = nilai \ Eki \rightarrow x_e = 4 \ (nilai \ terendah)$

 x_a , x_b , x_c , x_d , x_e adalah bilangan bulat dan $\bar{x} = median$

$$\bar{x} = \frac{x_a + x_b + x_c + x_d + x_e}{5}$$

$$\bar{x} = \frac{10 + x_b + x_c + x_d + 4}{5}$$

$$\bar{x} = \frac{14 + x_b + x_c + x_d}{5}$$

🥮 Karena nilai terkecilnya 4 dan nilai tertingginya 10 maka :

$$3.4 < x_b + x_c + x_d < 3.10$$
$$12 < x_b + x_c + x_d < 30$$

selanjutnya \bar{x} harus habis dibagi 5 (karena $\bar{x}=$ median dan x_b , x_c , x_d adalah bilangan bulat), sehingga kemungkinannya:

$$x_b + x_c + x_d = \{16, 21, 26\}$$

Karena x_b , x_c , x_d adalah bilangan bulat maka $x_b + x_c + x_d$ harus habis dibagi 3, sehingga kemungkinannya menjadi :

$$x_b + x_c + x_d = \{21\}$$



$$\bar{x} = \frac{14 + x_b + x_c + x}{5}$$

$$\bar{x} = \frac{14 + 21}{5}$$

$$\bar{x} = \frac{35}{5}$$

$$\bar{x} = 7$$

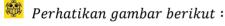
🍪 Karena Median $=ar{x}=7$, maka kemungkinan yang bisa terjadi :

Kemungkinan pola nilai	Banyak cara penyusunan
$4, \underbrace{7,7,7}_{x_b, x_c, x_d}, 10$	1
$4, \underbrace{6,7,8}_{x_b,x_c,x_d}, 10$	3! = 6
$4, \underbrace{5,7,9}_{x_b,x_c,x_d}, 10$	3! = 6
Total cara penyusunan	13

Jadi susunan nilai yang mungkin ada sebanyak 13 (C)

4. Jawaban : B. $\frac{2}{5}$

Pembahasan:



$$DO = OE$$

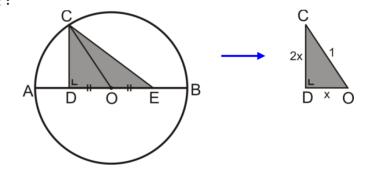
$$CD = DE = 2.DO$$

$$AO = BO = CO = 1 cm$$

Misalkan:

$$DO = OE = x$$

$$CD = DE = 2 \cdot DO = 2x$$



Perhatikan segitiga siku – siku CDO: $CD^2 + DO^2 = 1^2$

$$(2x)^2 + x^2 = 1$$

$$(2x)^2 + x^2 = 1$$
$$4x^2 + x^2 = 1$$

$$5x^2 = 1$$

$$3x - 1$$

$$x^2 = \frac{1}{5}$$

$$L_{segitiga \ siku-siku \ CDE} = \frac{1}{2} .DE .CD$$
$$= \frac{1}{2} .2x .2x$$
$$= 2x^{2}$$

$$= 2 \cdot \frac{1}{5}$$

$$= \frac{2}{5} \quad (B)$$

5. Jawaban : *B*. 11

Pembahasan:

$$s = 180 \, m \rightarrow K_{persegi} = 4 \, . \, s = 4 \, .180 = 720 \, m$$
 $V_{Toto} = 72 \, m/menit \rightarrow berjalan \, n \, putaran$
 $V_{Titi} = 60 \, m/menit \rightarrow berjalan \, m \, putaran$

$$t_{Toto} = t_{Titi}$$

$$rac{n \cdot K_{persegi}}{V_{Toto}} = rac{m \cdot K_{persegi}}{V_{Titi}}$$
 $n \cdot rac{720}{72} = m \cdot rac{720}{60}$
 $n \cdot .10 = m \cdot .12$
 $rac{n}{m} = rac{12}{10}$

$$\frac{n}{m} = \frac{12}{10}$$

$$\frac{n}{m} = \frac{6}{5}$$

$$n: m = 6: 5 \qquad \rightarrow \qquad n = 6$$
$$m = 5$$

Jadi nilai
$$n + m = 6 + 5 = 11$$
 (B)

6. Jawaban: C. 344

Pembahasan:

1418 =
$$a \cdot x + y$$
 ... (1) , dimana a adalah bilangan bulat positif
2134 = $b \cdot x + y$... (2) , dimana b adalah bilangan bulat positif
2850 = $c \cdot x + y$... (3) , dimana c adalah bilangan bulat positif

🛱 Eliminasi persamaan (2) dan (1) :

$$2134 = b \cdot x + y$$

 $1418 = a \cdot x + y$

$$716 = (b - a) \cdot x$$

$$716 = d.x$$
 ...(4) , dimana d adalah bilangan bulat positif

👺 Eliminasi persamaan (3) dan (2) :

$$2850 = c \cdot x + y$$

$$2134 = b \cdot x + y$$

$$716 = (c - b) \cdot x$$

716 = e.x ...(5) , dimana e adalah bilangan bulat positif



Pada persamaan (4) dan (5) diperolah hasil yang sama, sehingga :

$$716 = d \cdot x$$

 $716 = 4.179 \rightarrow x = 179 \text{ atau } x = 4$

Untuk
$$x = 179$$
, sehingga:
 $1418 = 7.179 + 165$ → $y = 165$
 $2134 = 11.179 + 165$ → $y = 165$
 $2850 = 15.179 + 165$ → $y = 165$

Jadi nilai
$$x + y = 179 + 165 = 344$$
 (C)

7. Jawaban : B. $\frac{1}{18}$

Pembahasan:

$$S_{sekeping mata uang} = \{A, G\}$$

$$n(S_{sekeping mata uang}) = 2$$

$$S_{dua dadu} = \{(1,1), (1,2), ..., (6,6)\}$$

$$n(S_{dua dadu}) = 36$$

$$n(S_{sekeping mata uang dan dua dadu}) = n(S_{sekeping mata uang}) \cdot n(S_{dua dadu}) = 2.36 = 72$$

- Kedua mata dadu berjumlah $5 = \{(1,4), (2,3), (3,2), (4,1)\}$ Sisi angka pada uang dan kedua mata dadu berjumlah $5 = \{(A,1,4), (A,2,3), (A,3,2), (A,4,1)\}$ n(Sisi angka pada uang dan kedua mata dadu berjumlah <math>5) = 4
- P(Sisi angka pada uang dan kedua mata dadu berjumlah 5) = $\frac{4}{72} = \frac{1}{18}$ (B)
- 8. Jawaban : D. 14

Pembahasan:

$$2^{13} + 2^{10} + 2^n = 2^{3+10} + 2^{10} + 2^n$$

$$= 2^3 \cdot 2^{10} + 2^{10} + 2^n$$

$$= 8 \cdot 2^{10} + 1 \cdot 2^{10} + 2^n$$

$$= 9 \cdot 2^{10} + 2^n \qquad \rightarrow \qquad 2^n = 16 \cdot 2^{10} = 2^4 \cdot 2^{10} = 2^{4+10} = 2^{14} \qquad \rightarrow \qquad n = 14$$

$$= 9 \cdot 2^{10} + 16 \cdot 2^{10}$$

$$= 2^5 \cdot 2^{10}$$

$$= 5^2 \cdot 2^{10} \qquad (merupakan kuadrat sempurna karena pangkatnya habis dibagi 2)$$

Jadi n yang memungkinkan adalah $\frac{14}{D}$

Jawaban: A. -31

Pembahasan:

Cara I:

$$f(n) = 2^{n-1} + 2^n - 2^{n+1}$$

$$f(1) = 2^{1-1} + 2^1 - 2^{1+1} = 2^0 + 2^1 - 2^2 = 1 + 2 - 4 = -1$$

$$f(2) = 2^{2-1} + 2^2 - 2^{2+1} = 2^1 + 2^2 - 2^3 = 2 + 4 - 8 = -2$$

$$f(3) = 2^{3-1} + 2^3 - 2^{3+1} = 2^2 + 2^3 - 2^4 = 4 + 8 - 16 = -4$$

$$f(4) = 2^{4-1} + 2^4 - 2^{4+1} = 2^3 + 2^4 - 2^5 = 8 + 16 - 32 = -8$$

$$f(5) = 2^{5-1} + 2^5 - 2^{5+1} = 2^4 + 2^5 - 2^6 = 16 + 32 - 64 = -16$$

$$f(1) + f(2) + f(3) + f(4) + f(5) = -1 + (-2) + (-4) + (-8) + (-16)$$
$$= -1 - 2 - 4 - 8 - 16$$
$$= -31 \quad (A)$$

Cara II :

$$f(n) = 2^{n-1} + 2^n - 2^{n+1}$$

$$= \frac{2^n}{2^1} + 2^n - 2^1 \cdot 2^n$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 2^n + 1 \cdot 2^n - 2 \cdot 2^n$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 2^n + \frac{2}{2} \cdot 2^n - \frac{4}{2} \cdot 2^n$$

$$= -\frac{1}{2} \cdot 2^n$$

$$f(n) = -2^{n-1}$$

 $=-2^{n-1}$

$$f(1) = -2^{1-1} = -2^0 = -1$$

$$f(2) = -2^{2-1} = -2^1 = -2$$

$$f(3) = -2^{3-1} = -2^2 = -4$$

$$f(4) = -2^{4-1} = -2^3 = -8$$

$$f(5) = -2^{5-1} = -2^4 = -16$$

$$f(1) + f(2) + f(3) + f(4) + f(5) = -1 + (-2) + (-4) + (-8) + (-16)$$
$$= -1 - 2 - 4 - 8 - 16$$
$$= -31 \quad (A)$$

10. Jawaban : $C. \frac{3}{2}$

Pembahasan:

$$\frac{\sqrt{3^{2015}}}{\sqrt{3^{2015}} - \sqrt{3^{2013}}} = \frac{3^{\frac{2015}{2}}}{3^{\frac{2015}{2}} - 3^{\frac{2013}{2}}}$$

$$= \frac{3^{\frac{2013 + 2}{2}}}{3^{\frac{2013}{2} + 2} - 3^{\frac{2013}{2}}}$$

$$= \frac{3^{\frac{2013}{2} + 2}}{3^{\frac{2013}{2} + 2} - 3^{\frac{2013}{2}}}$$

$$= \frac{3^{\frac{2013}{2} + 2}}{3^{\frac{2013}{2} + 1} - 3^{\frac{2013}{2}}}$$

$$= \frac{3^{1} \cdot 3^{\frac{2013}{2}}}{3^{1} \cdot 3^{\frac{2013}{2}} - 3^{\frac{2013}{2}}}$$

$$= \frac{3 \cdot 3^{\frac{2013}{2}}}{3 \cdot 3^{\frac{2013}{2}} - 1 \cdot 3^{\frac{2013}{2}}}$$

$$= \frac{3 \cdot 3^{\frac{2013}{2}}}{3 \cdot 3^{\frac{2013}{2}}}$$

$$= \frac{3}{2} \quad (C)$$

11. Jawaban: B. 523

Pembahasan:

Banyak bangku = 12

Jarak tugu ke lintasan = Jari - jari lingkaran = r = 50 m

$$K_{lintasan taman} = K_{lingkaran}$$

$$= 2 . \pi . r$$

$$= 2 . 3,14 .50$$

$$= 314$$

Grak antar bangku = $\frac{314}{12}$ = 26,17

Jarak yang ditempuh Bakri $(B_{1-2-3-4-5-7}) = (7-1) \cdot 26,17 = 6 \cdot 26,17 = 157,02$ Jarak yang ditempuh Bima $(B_{1-2-3-4-5-6}) = (6-1) \cdot 26,17 = 5 \cdot 26,17 = 130,85$ Jarak yang ditempuh Budi $(B_{1-12-11-10-\dots-5-4}) = (1+12-4) \cdot 26,17 = 9 \cdot 26,17 = 235,53$

Jadi jarak total yang ditempuh Bakri, Bima, Budi = 157,02 + 130,85 + 235,53= 523 (B)



12. Jawaban : D. 36

Pembahasan:

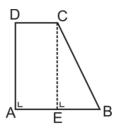


🥮 Perhatikan gambar berikut :

$$AD = CE = 12$$

$$BC = AB + CD$$

$$EB = AB - CD$$



🥮 Perhatikan segitiga siku — siku BEC :

$$BC^{2} = BE^{2} + CE^{2}$$

$$(AB + CD)^{2} = (AB - CD)^{2} + 12^{2}$$

$$AB^{2} + 2 \cdot AB \cdot CD + CD^{2} = AB^{2} - 2 \cdot AB \cdot CD + CD^{2} + 144$$

$$AB^{2} + 2 \cdot AB \cdot CD + CD^{2} - AB^{2} + 2 \cdot AB \cdot CD - CD^{2} = 144$$

$$4 \cdot AB \cdot CD = 144$$

$$AB \cdot CD = \frac{144}{4}$$

$$AB \cdot CD = \frac{164}{4}$$

$$AB \cdot CD = \frac{164}{4}$$

13. Jawaban: C. 26

Pembahasan:



 \bigcirc Orang tua Anton menikah pada tahun = 2015 – 25 = 1990 Anton dan Kakaknya lahir diantara tahun 1991 sampai 2014



🥮 Perhatikan tabel berikut :

Tahun	Jumlah angka pada tahun	Umur	Keterangan
1991	1+9+9+1=20	2015 - 1991 = 24	Tidak cocok
1992	1+9+9+2=21	2015 - 1992 = 23	Tidak cocok
1993	22	22	Umur kakak Anton
1994	23	21	Tidak cocok
1995	24	20	Tidak cocok
1996	25	19	Tidak cocok
1997	26	18	Tidak cocok
1998	27	17	Tidak cocok
1999	28	16	Tidak cocok
2000	2+0+0+0=2	15	Tidak cocok
2001	3	14	Tidak cocok
2002	4	13	Tidak cocok
2003	5	12	Tidak cocok
2004	6	11	Tidak cocok
2005	7	10	Tidak cocok
2006	8	9	Tidak cocok
2007	9	8	Tidak cocok
2008	10	7	Tidak cocok



2009	11	6	Tidak cocok
2010	2 + 0 + 1 + 0 = 3	5	Tidak cocok
2011	4	4	Umur Anton
2012	5	3	Tidak cocok
2013	6	2	Tidak cocok
2014	7	1	Tidak cocok

Jadi jumlah umur Anton dan Kakanya = 4 + 22 = 26 (C)

14. Jawaban: B. 581.040,00

Pembahasan:



🥮 Perhatikan tabel berikut :

Pukul	Tarif upah	Biaya
16.00 - 19.00	Rp 40.000,00/jam untuk 3 jam pertama	$3.Rp\ 40.000,00 = Rp\ 120.000,00$
19.00 - 06.00	Rp 30.000,00/jam	$11.Rp\ 30.000,00 = Rp\ 330.000,00$
06.00 - 07.00	20% lebih banyak dari upah 1 jam sebelumnya	$Rp\ 30.000,00 + 20\% \cdot Rp\ 30.000,00 = Rp\ 36.000,00$
07.00 - 08.00	20% lebih banyak dari upah 1 jam sebelumnya	$Rp\ 36.000,00 + 20\% \cdot Rp\ 36.000,00 = Rp\ 43.200,00$
08.00 - 09.00	20% lebih banyak dari upah 1 jam sebelumnya	$Rp \ 43.200,00 + 20\% \ . Rp \ 43.200,00 = Rp51.840,00$
7	Total Biaya	<i>Rp</i> 581.040,00

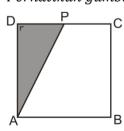
Jadi biaya penitipan bayi yang harus dibayar sebesar Rp 581.040,00 (B)

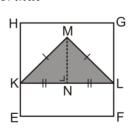
15. Jawaban : D. $20\sqrt{2}$

Pembahasan:



🥮 Perhatikan gambar berikut :





$$V_{kubus\ ABCD.EFGH} = 64000\ cm^3$$

$$AD = EF = KL = \sqrt[3]{V_{kubus \ ABCD.EFGH}} = \sqrt[3]{64000} = 40 \ cm$$

$$AD: DP = 2: 1$$
 \rightarrow $DP = \frac{1}{2} . AD = \frac{1}{2} . 40 = 20 cm$

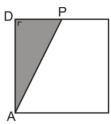
$$KN = \frac{1}{2} . KL = \frac{1}{2} . 40 = 20 \ cm$$

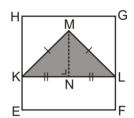




Perhatikan segitiga siku — siku ADP :

$$L_{segitiga\ ADP} = \frac{1}{2} .DP.AD$$
$$= \frac{1}{2} .20.40$$
$$= 400$$





🥮 Perhatikan segitiga sama kaki KLM :

$$L_{segitiga\ KLM} = L_{segitiga\ ADP}$$
 $\frac{1}{2} . KL . MN = 400$ $\frac{1}{2} . 40 . MN = 400$ $20 . MN = 400$ $MN = \frac{400}{20}$ $MN = 20$

Perhatikan segitiga siku – siku KNM :

$$KM = \sqrt{KN^2 + MN^2}$$

$$= \sqrt{20^2 + 20^2}$$

$$= \sqrt{400 + 400}$$

$$= \sqrt{800}$$

$$= \sqrt{400.2}$$

$$= 20\sqrt{2}$$

Jadi panjang sisi yang sama pada segitiga sama kaki adalah $20\sqrt{2}$ cm (D)

BAGIAN B: ISIAN SINGKAT pada posting berikutnya di www.siap-osn.blogspot.com