

DILARANG mengupload soal-soal ini pada forum
online sebelum tanggal 14 November 2018.



Soal Penyisihan

11 November 2018

Instruksi

1. Soal tes ini terdiri dari DELAPAN soal isian dan EMPAT soal esai, yang terbagi dalam EMPAT halaman soal, termasuk halaman ini. Waktu yang diperkenankan untuk mencoba seluruh soal adalah 300 menit.
2. Soal isian ke- n nilainya n . Setiap soal esai nilainya 14. Tidak ada nilai parsial untuk isian. Skor maksimal yang mungkin didapat peserta adalah 92.
3. Kalkulator diperkenankan namun alat bantu komputasi elektronik lainnya (wolframalpha, geogebra, swp) dilarang.
4. Jawaban isian harus menggunakan Lembar Jawab Isian. Soal esai boleh dijawab pada kertas kosong atau template Lembar Jawab Esai. Pastikan ada nama peserta, email, dan halaman berapa dari berapa pada setiap halaman yang dikumpulkan. Ketidaklengkapan/ ketelatan pengumpulan solusi merupakan tanggungjawab masing-masing peserta.
5. Seluruh berkas harus dikumpulkan sebelum jam 1800 WIB di link

tinyurl.com/jawablumat

Berkas yang diterima sebagai solusi resmi adalah berkas terakhir yang dikumpulkan sebelum batas waktu.

1 Isian

1. Barisan **sebut-digit** adalah barisan bilangan bulat positif, dimana setiap suku adalah banyaknya huruf yang diperlukan untuk membaca digit-digit suku sebelumnya dalam bahasa Indonesia. Sebagai contoh, suku setelah 2018, yang dibaca ‘dua-nol-satu-delapan’, adalah 17.

Ada pengecualian khusus, dimana barisan tersebut akan berhenti pada suku dengan nilai ‘5’.

Jika suku pertama barisan sebut-digit bernilai tak lebih dari 2018, maka berapakah banyak suku maksimal barisan tersebut?

2. Sebuah bilangan positif k disebut **lutju** apabila persamaan

$$a + b + c = k^a + k^b + k^c$$

memiliki solusi bulat nonnegatif a, b, c .

Carilah jumlah seluruh bilangan lutju.

3. Sebuah segienam dengan panjang sisi 1, 1, 1, 1, 2, 2 memiliki lingkaran luar dengan radius R .

Tentukanlah nilai dari $\lfloor 100R \rfloor$.

4. Carilah digit terakhir dari jumlahan

$$\sum_{k=1}^{2018} \left\lfloor \sqrt{2k} \right\rfloor.$$

5. Tiga dadu duapuluh-sisi yang adil dilempar secara bersamaan, kemudian hasilnya dijumlahkan modulo 19. Misalkan nilai peluang tertinggi untuk mendapatkan suatu nilai modulo 19 adalah x .

Berapakah nilai $8000x$?

6. Untuk setiap x, y bilangan real positif, carilah nilai minimal dari bentuk

$$\frac{(x+y)^6}{x^2y^2(y+2x)^2}.$$

7. Carilah banyak solusi bulat nonnegatif (a, b) yang memenuhi persamaan

$$a^3 + b^2 + 1 = 7ab.$$

8. Dua titik P, Q dipilih secara acak pada keliling persegi satuan $ABCD$. Misalnya kemungkinan luas segitiga APQ tidak lebih dari $\frac{1}{3}$ adalah p . Tentukanlah nilai dari $\lfloor 100p \rfloor$.
-
-

2 Esai

1. Apakah ada bilangan asli palindrom yang habis dibagi oleh

$$\underbrace{111 \cdots 11104}_{2018 \text{ digit}}?$$

(Ket: Suatu bilangan asli disebut **palindrom** jika penulisan desimalnya dari kiri maupun kanan sama. Contoh: 2018102 adalah palindrom).

2. Sebuah loyang kue berbentuk segitiga samasisi dengan panjang sisi 10. Loyang tersebut akan diisi oleh biskuit-biskuit belahketupat dengan panjang sisi 1. Biskuit tak boleh bertumpuk dan seluruh sisinya harus sejajar dengan sisi loyang.

Berapa maksimal banyak biskuit yang dapat digunakan untuk mengisi loyang tersebut?

3. Pada segitiga lancip ABC , titik D, E, F beturut-turut merupakan kaki tinggi A, B, C terhadap sisi di seberangnya. Tulis G_A, G_B, G_C sebagai centroid (titik berat) dari segitiga AEF, BFD, CDE . Andaikan

$$\angle G_A G_B G_C = \angle ABC \text{ dan } \angle G_B G_C G_A = \angle BCA.$$

Buktikan bahwa ABC merupakan segitiga sama sisi.

4. Apakah terdapat fungsi takterbatas $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ sehingga

$$f(x+y) \leq f(x) \cdot \cos(y) + f(y) \cdot \cos(x)$$

berlaku untuk setiap bilangan real x dan y ?

*** akhir dari soal ***

3 Keterangan Tambahan

(bagi yang perlu saja)

1. Belahketupat adalah suatu segiempat yang panjang sisinya sama semua.
2. Sebuah fungsi disebut **takterbatas** jika untuk setiap bilangan real M terdapat bilangan real x sehingga $|f(x)| \geq M$.