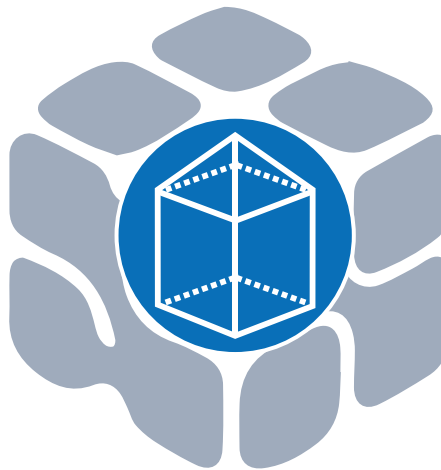




# **SOAL SELEKSI OLIMPIADE SAINS TINGKAT KABUPATEN/KOTA 2019 CALON TIM OLIMPIADE MATEMATIKA INDONESIA 2020**



## **Bidang Matematika**

Waktu : 120 menit

**KEMENTERIAN PENDIDIKAN DAN KEBUDAYAAN  
DIREKTORAT JENDERAL PENDIDIKAN DASAR DAN MENENGAH  
DIREKTORAT PEMBINAAN SEKOLAH MENENGAH ATAS  
TAHUN 2019**

Olimpiade Sains Nasional Bidang Matematika SMA/MA  
Seleksi Tingkat Kota/Kabupaten  
Tahun 2019

Waktu: 120 menit

**Kemampuan Dasar**

Pada bagian ini setiap jawaban yang benar bernilai 2 poin dan setiap jawaban yang salah atau kosong bernilai nol.

1. Pak Budi memiliki sawah berbentuk huruf L. Jika diketahui bahwa sawahnya Pak Budi hanya memiliki sisi yang panjangnya 5 meter dan 10 meter dan semua sudut sawahnya siku-siku, luas sawah pak Budi adalah ... meter persegi.
2. Jika sebuah jam sekarang menunjukkan pukul 13:00 maka 2019 menit yang lalu jam tersebut menunjukkan pukul ...
3. Kedua akar persamaan kuadrat  $x^2 - 111x + k = 0$  adalah bilangan prima. Nilai  $k$  adalah ...
4. Ani dan Banu bermain dadu enam sisi. Jika dadu yang keluar bernilai genap, maka Ani mendapatkan skor 1 sedangkan jika dadu yang keluar bernilai ganjil, maka Banu yang mendapatkan skor 1. Pemenang dari permainan ini adalah orang pertama yang mendapatkan skor total 5. Setelah dilakukan pelemparan dadu sebanyak 5 kali, Ani mendapat skor 4 dan Banu mendapatkan skor 1. Peluang Ani memenangkan permainan ini adalah ...
5. Diketahui  $a + 2b = 1$ ,  $b + 2c = 2$ , dan  $b \neq 0$ . Jika  $a + nb + 2018c = 2019$  maka nilai  $n$  adalah ...
6. Misalkan  $a = 2\sqrt{2} - \sqrt{8 - 4\sqrt{2}}$  dan  $b = 2\sqrt{2} + \sqrt{8 - 4\sqrt{2}}$ . Jika  $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = x + y\sqrt{2}$  dengan  $x, y$  bulat, maka nilai  $x + y$  adalah ...
7. Diberikan suatu trapesium  $ABCD$  dengan  $AB$  sejajar  $CD$ . Misalkan titik  $P$  dan  $Q$  berturut-turut pada  $AD$  dan  $BC$  sedemikian sehingga  $PQ$  sejajar  $AB$  dan membagi trapesium menjadi dua bagian yang sama luasnya. Jika  $AB = 17$  dan  $DC = 7$  maka nilai  $PQ$  adalah ...
8. Tujuh buah bendera dengan motif berbeda akan dipasang pada 4 tiang bendera. Pada masing-masing tiang bendera bisa dipasang sebanyak nol, satu, atau lebih dari satu bendera. Banyaknya cara memasang bendera tersebut adalah ...
9. Misalkan  $n$  adalah bilangan asli terkecil yang semua digitnya sama dan sedikitnya terdiri dari 2019 digit. Jika  $n$  habis dibagi 126, maka hasil penjumlahan semua digit dari  $n$  adalah ...
10. Untuk sebarang bilangan real  $x$ , simbol  $[x]$  menyatakan bilangan bulat terbesar yang tidak lebih besar daripada  $x$ , sedangkan  $\lceil x \rceil$  menyatakan bilangan bulat terkecil yang tidak lebih kecil dibanding  $x$ . Interval  $[a, b)$  adalah himpunan semua bilangan real  $x$  yang memenuhi

$$\lfloor 2x \rfloor^2 = \lceil x \rceil + 7.$$

Nilai  $a \cdot b$  adalah ...

## Kemampuan Lanjut

Pada bagian ini setiap jawaban yang benar bernilai 4 poin, jawaban kosong bernilai nol dan jawaban **salah** bernilai -1 (**minus satu**)

1. Sisa pembagian  $1111^{2019}$  oleh 11111 adalah ...
2. Diberikan segitiga  $ABC$  dengan  $D$  pertengahan  $AC$ ,  $E$  pertengahan  $BD$ , dan  $H$  merupakan pencerminan dari  $A$  terhadap  $E$ . Jika  $F$  perpotongan antara  $AH$  dengan  $BC$ , maka nilai  $\frac{AF}{FH}$  sama dengan ...
3. Banyaknya bilangan delapan digit yang setiap digitnya adalah 1 atau 2 tetapi tidak memuat tiga digit 1 berurutan adalah ...
4. Misalkan  $f(x) = 1 + \frac{90}{x}$ . Nilai terbesar  $x$  yang memenuhi

$$\underbrace{f(f(\cdots(f(x))\cdots))}_{2019 \text{ kali}} = x.$$

adalah ...

5. Misalkan  $ABCD$  adalah persegi dengan panjang sisi 4. Lingkaran-lingkaran  $x, y, z$  dengan jari-jari sama mempunyai pusat di dalam persegi sedemikian sehingga lingkaran  $x$  menyinggung sisi  $AB$  dan  $AD$ , lingkaran  $y$  menyinggung sisi  $AB$  dan  $BC$ , serta lingkaran  $z$  menyinggung sisi  $DC$ , lingkaran  $x$ , dan lingkaran  $y$ . Diketahui jari-jari lingkaran  $x$  dapat dinyatakan dengan  $n - \sqrt{m}$  dengan  $m$  dan  $n$  bilangan bulat positif. Nilai  $m$  adalah ...
6. Semua bilangan bulat  $n$  sehingga  $n^4 + 16n^3 + 71n^2 + 56n$  merupakan bilangan kuadrat tak nol adalah ...
7. Diberikan jajar genjang  $ABCD$ , dengan  $\angle ABC = 105^\circ$ . Titik  $M$  berada di dalam jajar genjang sehingga segitiga  $BMC$  sama sisi dan  $\angle CMD = 135^\circ$ . Jika  $K$  pertengahan sisi  $AB$ , maka besarnya  $\angle BKC$  sama dengan ... derajat.
8. Bilangan real terbesar  $M$  sehingga untuk setiap  $x$  positif berlaku

$$(x+1)(x+3)(x+5)(x+11) \geq Mx$$

adalah ...

9. Banyaknya tripel bilangan bulat  $(m, n, p)$  dengan  $p$  prima yang memenuhi

$$p^2 n^2 - 3mn = 21p - m^2$$

adalah ...

10. Suatu lomba matematika diikuti oleh 2019 peserta. Untuk setiap dua peserta lomba, keduanya saling mengenal atau saling tidak mengenal. Diketahui bahwa tidak ada tiga orang peserta lomba yang ketiganya saling mengenal satu sama lain. Misalkan  $m$  adalah bilangan asli sehingga :

- Masing-masing peserta mengenal paling banyak  $m$  peserta lainnya.
- Untuk setiap bilangan asli  $k$  dengan  $1 \leq k \leq m$ , minimal terdapat satu orang peserta yang mengenal tepat  $k$  peserta lainnya.

Nilai  $m$  terbesar yang mungkin adalah ...