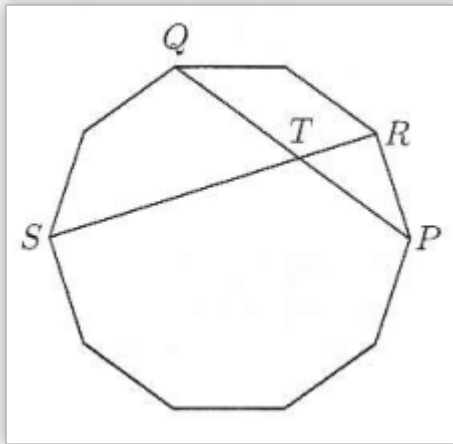


# Latihan Soal Olimpiade MATEMATIKA SMA

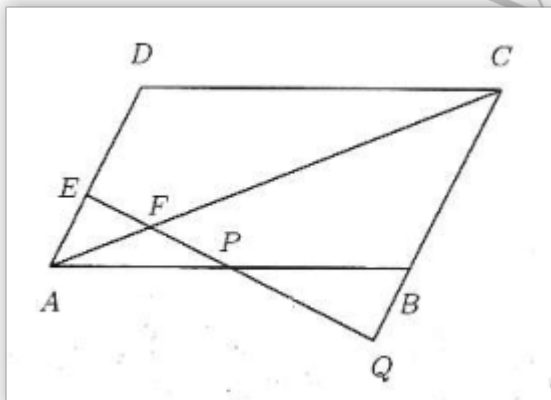
## Spring Camp Persiapan OSN 2018

Departemen Matematika - Wardaya College

1. Dua garis PQ dan RS menghubungkan dua titik sudut pada segisepuluh beraturan dan berpotongan pada titik T. Jika  $\angle PTS = x^\circ$  maka tentukan nilai  $x$ .



2. Tentukan bilangan bulat positif terkecil  $n$  sehingga  $5(3^2 + 2^2)(3^4 + 2^4)(3^8 + 2^8) \dots (3^{2^n} + 2^{2^n}) > 9^{256}$ .
3. Pada gambar di bawah ini, ABCD adalah jajargenjang dengan B terletak pada CQ. Garis EQ memotong garis AC dan AB pada titik F dan P berturut-turut dimana P adalah titik tengah dari garis AB.  $|AE|$ ,  $|AD|$ ,  $|AC|$  dan  $|AF|$  menyatakan panjang dari ruas garis AE, AD, AC dan AF berturut-turut. Jika  $|AE| = 3$  cm,  $|AD| = 9$  cm maka tentukan  $\frac{6 \times |AC|}{|AF|}$ .



4. Misalkan  $n \geq 3$  adalah bilangan bulat. Buktikan bahwa terdapat bilangan bulat positif  $\geq 2$ ,  $a_1, a_2, \dots, a_n$  sehingga  $a_1 a_2 \dots \hat{a_i} \dots a_n \equiv 1 \pmod{a_i}$ , untuk  $n = 1, \dots, n$ . ( $\hat{a_i}$  artinya suku ke  $a_i$  dihilangkan).
5. Tentukan semua fungsi injektif  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  sehingga untuk semua bilangan real  $x$  dan setiap bilangan positif  $n$  berlaku  $\left| \sum_{i=1}^n i(f(x+i+1) - f(f(x+i))) \right| < 2016$ .
6. Andiakan  $a, b$ , dan  $c$  adalah suku geometri dan juga panjang dari tiga sisi di depan sudut  $A, B$ , dan  $C$  secara berturut turut pada segitiga  $\triangle ABC$ . Carilah himpunan nilai yang mungkin dari  $\frac{\sin A \cdot \cot C + \cos A}{\sin B \cdot \cot C + \cos B}$ .

7. Jika  $x$  dan  $y$  adalah bilangan real, Tentukan nilai minimum dari fungsi

$$f(x, y) = \sqrt{4 + y^2} + \sqrt{(x - 2)^2 + (2 - y)^2} + \sqrt{(4 - x)^2 + 1}$$

8. Diketahui  $f(x) = \frac{1803664}{1+1803664x} + \frac{2298565}{1+2298565x} - \frac{2301505}{1+2301505x}$   
Buktikan bahwa  $f^{(16)}(0) \neq 0$

9. Jika diketahui persamaan  $x^3 + 3x + 9 = 0$ ,  $\alpha, \beta$  and  $\gamma$  adalah akar-akar dari persamaan. Tentukan nilai dari  $\alpha^9 + \beta^9 + \gamma^9$

10. Diketahui  $(x, y)$  memenuhi dua persamaan :

$$\begin{cases} x^3 - 3x^2 + 5x + 2016 = 2017 \\ y^3 - 3y^2 + 5y + 2017 = 2022 \end{cases}$$

Carilah nilai dari  $\frac{1}{16} \log(x + y)$