



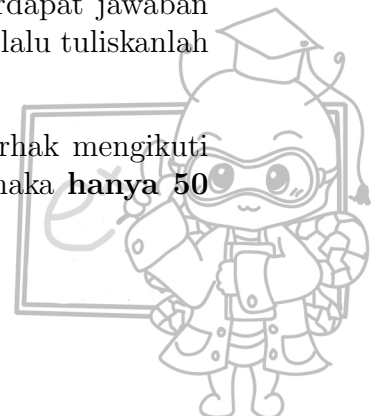
Brilliant COMPETITION IX



Soal Babak Penyisihan 1 Matematika

Petunjuk pengerjaan

1. Tuliskan identitas peserta di **setiap** lembar jawaban dengan lengkap dan jelas.
2. **Gunakan pulpen hitam atau biru** untuk mengisi lembar jawaban.
3. Satu set soal babak penyisihan 1 terdiri dari lima halaman.
4. Terdapat 29 butir soal, yang terdiri dari
 - i. 15 butir soal pilihan ganda
 - Jawablah dengan memberi tanda silang pada kotak yang tersedia.
 - Apabila ingin mengganti jawaban, maka **coret dua kali** jawaban yang salah, lalu tandai jawaban yang dianggap benar.
 - Setiap jawaban benar bernilai 2 poin. Tidak ada pengurangan nilai untuk jawaban salah.
 - ii. 10 butir soal isian singkat
 - Tidak perlu menjabarkan cara pengerjaan, tapi jawab dengan lengkap. Jawaban yang kurang lengkap akan dianggap salah.
 - Usahakan untuk menulis jawaban dalam bentuk sesederhana mungkin.
 - Setiap jawaban benar bernilai 3 poin. Tidak ada pengurangan nilai untuk jawaban salah.
 - iii. 4 butir soal uraian
 - Jawablah dengan lengkap, sistematis, dan jelas.
 - Jangan menjawab dua soal berbeda di lembar yang sama. **Gunakan lembar jawaban berbeda** untuk setiap soal.
 - Meskipun tidak memiliki jawaban apapun untuk suatu soal, **tetap kumpulkan lembar jawaban kosong**, untuk memastikan tidak ada lembar jawaban yang tidak terkumpul.
 - Setiap soal memiliki rentang nilai dari 0 sampai 10 poin.
5. **Tidak diperkenankan menggunakan tipp-ex.** Apabila terdapat jawaban yang ingin diganti, **coretlah jawaban yang dianggap salah**, lalu tuliskanlah jawaban yang benar.
6. **80% peserta dengan nilai terbaik** di babak penyisihan berhak mengikuti babak penyisihan 2. Jika jumlah tersebut lebih dari 50 tim, maka **hanya 50 tim teratas** yang berhak mengikuti babak selanjutnya.



Pilihan Ganda

1. Di sebuah papan tulis, tertulis barisan bilangan asli yang sudah terurut dari 1 sampai n , dengan n bilangan asli *lebih besar* dari 1. Otto ingin mengacak susunan bilangan-bilangan itu sehingga selisih dua bilangan yang bersebelahan selalu lebih besar dari 1. Banyak kemungkinan nilai n sehingga Otto *tidak* mungkin melakukannya adalah ...

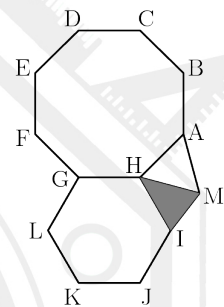
a. 2
b. 3
c. 4
d. 6

2. Hasil kali semua solusi x dari persamaan $x^2 + \frac{1}{x} = 2$ adalah ...

a. -2
b. -1
c. 1
d. 2

3. Terdapat segi delapan beraturan $ABCDEFGH$, segi enam beraturan $GHIJKL$ dan segitiga sama sisi HAM seperti pada diagram di samping. Jika $AB = 6$, maka luas segitiga HIM adalah ...

a. 9
b. $9\sqrt{2}$
c. $9\sqrt{3}$
d. 18



4. Tiga bilangan prima p , q , dan r memenuhi persamaan $p + (q + 2)r = pqr$. Nilai dari $p + q + r$ adalah ...

a. 6
b. 7
c. 9
d. 13

5. Sebuah tabung besar kosong memiliki alas seluas 1 m^2 . Tabung itu hendak diisi dengan air, yang dituang dari sebuah tangki dengan debit air 7 m^3 per detik. Namun, tabung itu memiliki beberapa lubang yang mengeluarkan air dengan debit masing-masing 1 m^3 per detik, di ketinggian 0 m, 10 m, 20 m, 30 m, 40 m, dan seterusnya. Ketinggian air maksimal di tabung itu adalah ... m.

a. 40
b. 50
c. 60
d. 70

6. Brilliant Class menyelenggarakan pelatihan khusus olimpiade untuk lima bidang studi, yaitu matematika, fisika, biologi, kimia, dan komputer. Delapan murid hendak dibagi-bagi ke dalam bidang masing-masing, dengan syarat setiap bidang diikuti maksimal dua peserta, dan tiap murid mengikuti tepat satu bidang. Banyak cara pembagian yang mungkin adalah ... cara.

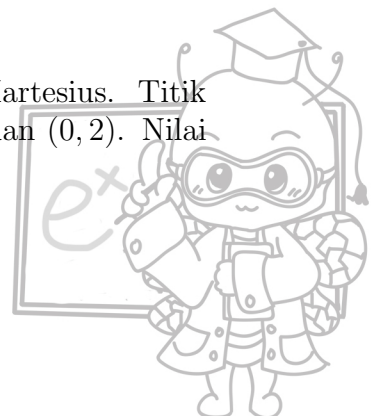
a. 37800
b. 50400
c. 63000
d. 75600

7. Didefinisikan $a \clubsuit b = a + b + ab$. Jika m dan n adalah bilangan asli sehingga $(m + n) \clubsuit (mn) = 186$, maka nilai $m \clubsuit n$ adalah ...

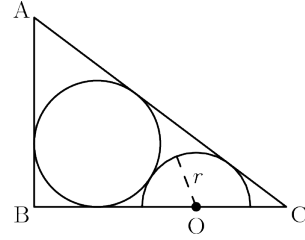
a. 19
b. 23
c. 26
d. 28



8. Diketahui persegi panjang $ABCD$, dengan $AB = 10$ dan $BC = 5$. M dan N berturut-turut ada di segmen AB dan segmen DA , dengan $AM = 4$ dan $NA = 2$, serta T adalah pertemuan garis MD dan NB . Pernyataan yang tepat adalah ...
- $NT = TM$
 - $AT = TB$
 - $2MT = 5TA$
 - $2BT = 5TN$
9. Banyak bilangan asli t sehingga t^{7t} habis membagi $3^{3t+3} \cdot 9^{5t+11}$ adalah ...
- 0
 - 1
 - 2
 - 3
10. Empat dari enam orang, termasuk Aldo dan Timmy, hendak dipilih menjadi anggota sebuah kepengurusan yang beranggotakan seorang ketua, seorang wakil, seorang sekretaris, dan seorang bendahara. Timmy ingin ia memiliki pangkat pengurus yang tidak lebih tinggi dari Aldo seandainya mereka berdua masuk dalam kepengurusan tersebut. Dengan asumsi bahwa pangkat sekretaris dan bendahara sama, banyak cara menyusun kepengurusan itu adalah ...
- 204
 - 264
 - 288
 - 300
11. Diberikan sebuah segitiga siku-siku ABC , dengan $\angle ABC = 90^\circ$, dan diketahui keliling segitiga itu adalah 2016 cm. Diberikan juga pernyataan-pernyataan berikut ini:
- Panjang sisi AB adalah 888 cm.
 - Panjang sisi BC adalah 1111 cm.
 - Panjang sisi CA adalah 1234 cm.
 - Panjang sisi terpendek segitiga itu adalah 640 cm.
- Pernyataan yang *pasti salah* adalah pernyataan ...
- ii, iii, dan iv
 - i dan ii
 - ii dan iii
 - iii dan iv
12. Bilangan asli j , k , dan l berturut-turut memiliki satu, dua, dan tiga digit. Diketahui digit kedua dari k dan digit kedua l bernilai sama. Selain itu, j adalah digit pertama dari k . Banyak kemungkinan nilai (j, k, l) sehingga baik $\frac{l}{k}$ maupun $\frac{k}{j}$ merupakan bilangan bulat adalah ...
- 23
 - 26
 - 29
 - 32
13. $ABCD$ adalah sebuah segi empat yang digambar di bidang Kartesius. Titik A , B , C , dan D berturut-turut terletak di $(1, 0)$, $(2, 0)$, $(4, 1)$, dan $(0, 2)$. Nilai $\angle BCD + \angle CDA$ adalah ...
- 60°
 - 75°
 - 90°
 - 135°



9. Segitiga ABC adalah segitiga siku-siku, dengan $AB = 6$, $BC = 8$, dan $CA = 10$. Terdapat sebuah setengah lingkaran dengan radius r dan pusat O yang terletak di sisi BC . Setengah lingkaran tersebut menyinggung sisi AC dan lingkaran dalam segitiga ABC . Nilai r adalah ...



10. Banyak pasangan bilangan asli terurut (a, b, c, d) sehingga

$$a^3b^3 + b^3c^3 + c^3d^3 + d^3a^3 = 2016$$

adalah ...

Uraian

- ABC adalah sebuah segitiga, dan lingkaran dengan pusat O adalah lingkaran luar segitiga tersebut. D adalah titik di BC sehingga $AD \perp BC$. P adalah perpotongan garis bagi $\angle DAC$ dan lingkaran luar segitiga itu, dan Q adalah perpotongan garis bagi $\angle PBA$ dan $\angle CPO$. Buktikan bahwa jika Q ada di keliling lingkaran luar itu, maka titik B dan D berhimpit.
- Diberikan sebuah polinomial $p(x) = x^{2n} - x^{2n-1} + x^{2n-2} - x^{2n-3} + \dots + x^2 - x + 1$, untuk suatu bilangan asli n . Tentukan apakah $p(x)$ memiliki akar real atau tidak, dan jelaskan mengapa demikian.
- Untuk merayakan ulang tahun Pak Stefan, Bu Lydia memutuskan untuk membeli 2016 potongan kentang goreng dengan panjang masing-masing potongan 2016 cm untuk dimakan bersama suaminya itu. Mereka tidak ingin kentang goreng mereka cepat habis. Oleh karena itu, mereka, dimulai dari Pak Stefan, bergantian memilih tepat satu dari dua kegiatan berikut ini untuk dilakukan tiap gilirannya:
 - memakan satu potong kentang goreng
 - memotong satu potong kentang goreng yang panjangnya lebih dari 1 cm menjadi dua potong sama panjang

Buktikan bahwa apapun pilihan kegiatan mereka, Bu Lydia pasti memakan potongan kentang goreng terakhir.

- Setiap kotak di sebuah papan catur 3×3 akan diwarnai dengan warna putih, hitam, atau merah, sehingga setiap kotak merah bersebelahan (entah kanan, kiri, atas, atau bawah) dengan tepat dua kotak hitam. Tentukan maksimal banyaknya kotak merah yang ada.

