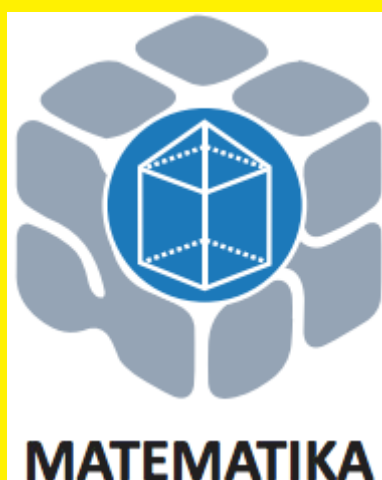


BERKAS SOAL
OSN 2019 MATEMATIKA SMA/MA

Lucas Lawrence

July 4, 2019



OSN 2019 MATEMATIKA SMA/MA

HARI PERTAMA

NOMOR PESERTA : _____

SOAL 1. Diberikan bilangan asli n dan r yang memenuhi

$$1 + 2 + \dots + (n - 1) = (n + 1) + (n + 2) + \dots + (n + r),$$

buktikan bahwa n bilangan komposit.

JAWAB:

OSN 2019 MATEMATIKA SMA/MA

HARI PERTAMA

NOMOR PESERTA : _____

SOAL 2. Diberikan 200 kotak merah yang masing - masing berisi maksimal 19 bola dan minimal 1 bola dan 19 kotak biru yang masing - masing berisi maksimal 200 bola dan minimal 1 bola. Diketahui bahwa banyaknya bola pada kotak merah lebih banyak dari banyaknya bola pada kotak biru. Buktikan bahwa ada sekelompok kotak merah yang jumlah bolanya sama dengan sekelompok kotak biru.

JAWAB:

OSN 2019 MATEMATIKA SMA/MA

HARI PERTAMA

NOMOR PESERTA : _____

SOAL 3. Diberikan sebuah persegi panjang $ABCD$ dengan $AD > AB$. Misalkan titik E pada AD sehingga $BE \perp AC$ dan BE memotong AC di M . Lingkaran luar segitiga BEA memotong AC dan BC berturut - turut di N dan F . Lingkaran luar segitiga DEN memotong CD di G . Misalkan FG memotong AB di P . Buktikan bahwa $PM = PN$.

JAWAB:

SOAL 4. Katakan sebuah susunan kesatuan sebagai susunan kesatuan segitiga apabila dapat dibuat:

$$\begin{aligned}a + b &= c \\d + e + f &= g + h \\i + j + k + l &= m + n + o \\&\dots = \dots\end{aligned}$$

di mana ruas kiri baris ke j terdiri dari $j + 1$ suku dan ruas kanan baris ke j terdiri dari j suku. Sekarang, diberikan bilangan dari 1 sampai N^2 dengan sembarang satu bilangan yang paritasnya sama dengan N dihapus. Buktikan bilangan - bilangan ini dapat membentuk kesatuan segitiga.

JAWAB:

OSN 2019 MATEMATIKA SMA/MA

HARI KEDUA

NOMOR PESERTA : _____

SOAL 5. Diberikan bilangan real a dan b . Jika terdapat tak hingga banyaknya bilangan asli n dan m yang memenuhi

$$\lfloor an + b \rfloor \leq \lfloor a + bn \rfloor \text{ dan } \lfloor am + b \rfloor \geq \lfloor a + bm \rfloor,$$

buktikan bahwa $a = b$.

JAWAB:

OSN 2019 MATEMATIKA SMA/MA

HARI KEDUA

NOMOR PESERTA : _____

SOAL 6. Diberikan sebuah lingkaran yang berpusat di O . Diketahui suatu titik A tidak terletak pada keliling lingkaran dan B adalah refleksi A terhadap O . Titik P terletak sembarang pada keliling lingkaran. Garis tegak lurus AP melalui P memotong lingkaran tersebut di Q . Buktikan bahwa $AP \times BQ$ konstan di manapun letak titik P .

JAWAB:

SOAL 7. Diberikan bilangan asli x, y, m, n dan bilangan prima p yang memenuhi,

$$x + y^2 = p^m$$

$$x^2 + y = p^n,$$

tentukan semua solusi dari sistem persamaan tersebut.

JAWAB:

SOAL 8. Diberikan $n > 1$ dan barisan bilangan bulat $\{a_i\}$ dengan $a_i \in [-n, n]$ yang memenuhi

$$a_1 + a_2 + \dots + a_{2n} = n + 1.$$

Buktikan bahwa terdapat sekelompok dari a_i yang jumlahnya 0.

JAWAB: