# 華中科技大學

2019

函数式编程

・实验报告・

专业:计算机科学与技术班级:ACM1701学号:U201714780姓名:刘晨彦完成日期:2020-04-07

计算机科学与技术学院

## 华中科技大学课程实验报告

### 目 录

1	Lab 1		
	1.1	代码实现	2
	1.2	代码测试	4
2	Lab 2		6
	2.1	代码实现	6
	2.2	代码测试	9
3	Lab 3		10
	3.1	代码实现	10
	3.2	代码测试	13
4	实验	心得	15

#### 1 Lab 1

#### 1.1 代码实现

#### 1.1.1 完成函数 mult 的编写,实现求解整数列表中所有整数的乘积

仿照 sum 函数,mult 函数对传入参数进行匹配,若传入为空串,则返回 1,若传入非空串,则将非空串首元素和剩余元素之积相乘。剩余元素之积通过 mult 函数递归实现。

具体实现代码如下图所示:

图 1.1 mult 函数实现

# 1.1.2 完成如下函数 Mult: int list list -> int 的编写,该函数调用 mult 实现 int list list 中 所有整数乘积的求解

根据题目要求可知,传入 Mult 函数的参数是一个串的集合,需要对两种情况进行匹配: 当传入为空串时,则返回 1,若传入为非空串时,串首元素作为一个串,可以调用 mult 函数得到串元素的乘积,并乘以剩下串集中所有串元素的乘积,剩余串中所有串元素的乘积可以通过递归调用 Mult 函数得到。

具体实现代码如下图所示:

```
(* Mult : int list list -> int *)
(* REQUIRES: true *)
(* ENSURES: mult(R) evaluates to the product of all the integers in the lists of R. *)
fun Mult [] = 1
    | Mult (r::R) = mult(r) * Mult(R);
```

图 1.2 Mult 函数实现

1.1.3 函数 mult'定义如下, 试补充其函数说明, 指出该函数的功能。利用 mult'定义 函数 Mult', 使对任意整数列表的列表 R 和整数 a, 该函数用于计算 a 与列表 R 中所有整数的乘积

已知 mult'的定义如下所示:

```
fun mult' ([], a) = a

| \text{mult'}(x :: L, a) = \text{mult'}(L, x * a);
```

根据函数可知, mult'将串 L 的每个元素都和 a 相乘, 当 L 为空串时得到 a。故函数的功能是得到串 L 内每个元素和 a 的积。补充函数说明如下图所示:

图 1.3 mult'的函数说明和功能

要实现 Mult',则可以利用 Mult 函数来计算。实现如下图所示:

图 1.4 Mult'函数的实现

1.1.4 编写递归函数 square 实现整数平方的计算,要求:程序中可调用函数 double, 但不能使用整数乘法(\*)运算

根据题目可知,不能使用乘法运算,因此需要利用 double 来实现。根据等式 $x^2 = (x-1)^2 + 2(x-1) + 1$ ,即可利用递归实现。代码实现如下图所示:

```
(* square : int -> int *)
(* REQUIRES: n >= 0 *)
(* ENSURES: double n evaluates to 2 * n.*)
fun square (0: int): int = 0
    | square n = square(n - 1) + double(n - 1) + 1;
```

图 1.5 square 函数的实现

1.1.5 定义函数 divisibleByThree: int -> bool,以使当 n 为 3 的倍数时, divisibleByThree n 为 true,否则为 false。注意:程序中不能使用取余函数' mod'

根据要求,可以利用递归,每次对传入的 n 减去 3,直到n < 3,仅当 n=0 时得到 true,其余情况得到 false。函数实现如下图所示:

```
(* divisibleByThree : int -> bool *)
(* REQUIRES: true *)
(* ENSURES: divisibleByThree n evaluates to true if n is a multiple of 3 and to false otherwise *)
fun divisibleByThree (0: int): bool = true
| divisibleByThree (1) = false
| divisibleByThree (2) = false
| divisibleByThree (n) = divisibleByThree(n-3);
```

图 1.6 divisibleByThree 函数的实现

1.1.6 编写奇数判断函数 oddP: int -> bool, 当且仅当该数为奇数时返回 true

函数实现方法和 divisibleByThree 相似,通过对大于等于 2 的 n 减去 2 并递归, 直到 n 小于 2,并判断是否为 0,为 0 则为偶数。具体实现如下图所示:

图 1.7 oddP 函数的实现

#### 1.2 代码测试

编写测试代码如下图所示:

```
(* ----- *)
54
     val test mult =
55
         (mult [1,2,3,4] = 24) and also
56
57
         (mult [] = 1) and also
         (\text{mult} [5,2,1,8] = 80)
58
59
     val test Mult =
         (Mult [[]] = 1) andalso
60
61
         (Mult [] = 1) andalso
         (Mult [[1,2],[3,4]] = 24)
62
     val test Mult' =
63
         (Mult'([[]], 5) = 5) and also
64
         (Mult' ([], 5) = 5) andalso
65
66
         (Mult'([[1,2],[3,4]],5) = 120)
67
     val test square =
         (square 0 = 0) andalso
68
69
         (square 7 = 49)
70
     val test divisibleByThree =
         (divisibleByThree 3 = true) andalso
71
         (divisibleByThree 28 = false) andalso
72
73
         (divisibleByThree 0 = true)
     val test oddP =
74
75
         (oddP 81 = true) andalso
         (oddP 0 = false) andalso
76
         (oddP 52 = false)
77
```

图 1.8 Lab1 测试代码

测试结果如下图所示:

```
use "D:\\Functional Programming\\Lab1\\Lab1.sml
[opening D:\Functional Programming\Lab1\Lab1.sml]
val sum = fn : int list -> int
val mult = fn : int list -> int
val Mult = fn : int list list -> int
val mult' = fn : int list * int -> int
val Mult' = fn : int list list * int -> int
val double = fn : int -> int
val square = fn : int -> int
val divisibleByThree = fn : int -> bool
val oddP = fn : int -> bool
val test mult = true : bool
val test Mult = true : bool
val test Mult' = true : bool
val test square = true : bool
val test_divisibleByThree = true : bool
val test_oddP = true : bool
val it = () : unit
```

图 1.9 Lab1 测试情况

根据测试结果可知,代码功能正确。

#### 2 Lab 2

#### 2.1 代码实现

2.1.1 编写函数 reverse 和 reverse',要求:函数类型均为: int list->int list,功能均为实现输出表参数的逆序输出;函数 reverse 不能借助任何帮助函数;函数 reverse'可以借助帮助函数,时间复杂度为 *O*(n)

对 reverse 函数,若传入为空串,则得到空串,若传入非空串,则将首元素接在剩余串逆序后的尾部即可,代码实现如下图:

```
(* reverse: int list ->int list
  REQUIRES: elements in list are all integer
  ENSURES: reverse a list's order *)
fun reverse[] = []
  | reverse(x::L): int list = (reverse(L)) @ [x];
```

图 2.1 reverse 函数实现

对 reverse'函数,则可以通过辅助函数,每次将输入串 L 中的首元素压入新串 R,最后得到 R。具体实现如下图所示:

图 2.2 reverse'函数实现

2.1.2 编写函数 interleave: int list \* int list -> int list, 该函数能实现两个 int list 数据的合并,且两个 list 中的元素在结果中交替出现,直至其中一个 int list 数据结束,而另一个 int list 数据中的剩余元素则直接附加至结果数据的尾部

根据题目要求, 匹配有四种情况: 两串均为空串, 则直接返回组装好的新串; 若

其中一个串为空串,一个为非空串,则将非空串接在新串后面。若两串均为非空串,则将两非空串的首元素取出并接在新串尾部。新串初始化为空串。具体实现如下图所示:

图 2.3 interleave 函数的实现

#### 2.1.3 编写函数 listToTree: int list -> tree,将一个表转换成一棵平衡树

函数的实现方式是,将串根据长度一分为二,将中间的元素作为当前树根,并对 左右两串递归操作,得到左右子树。具体实现如下图所示:

图 2.4 listToTree 函数的实现

2.1.4 编写函数 revT: tree -> tree, 对树进行反转, 使 trav(revT t) = reverse(trav t)。 假设输入参数为一棵平衡二叉树, 验证程序的正确性, 并分析该函数的执行性能(work 和 span)

对于输入的平衡二叉树,对每个 Node,交换左右子树位置,并对左右子树重复该操作。代码具体实现如下图:

```
(* revT: int list -> int tree
   REQUIRES: elements in list are all intergers
   ENSURES: exchange left-subtree and right-subtree for ever node*)
fun revT(Empty:int tree): int tree = Empty
   | revT(Node(L,x,R)) = Node(revT(R),x,revT(L));
```

图 2.5 revT 函数的实现

假设树的节点数(各子树根节点与叶子节点之和)为 n,则平衡树树高为 $\log_2 n$ ,认为在每一层的交换位置都是并行的,故 span 为:  $O(\log n)$ 。每一层 i 中,有 work:  $T(i) = 2^i + T(i+1)$ ,故总的 work 为: O(n)。

2.1.5 编写函数 binarySearch: tree \* int -> bool。当输入参数 1 为有序树时,如果树中包含值为参数 2 的节点,则返回 true;否则返回 false。要求:程序中请使用函数 Int.compare(系统提供),不要使用<, =, >

对输入的树,当为空节点时,得到 false,当不为空时,比较当前根节点和参数 2 的大小,若根节点较小,则在右子树中递归,若相同,则返回 true,若更大,则在左子树中递归寻找。代码实现如下:

```
(* binarySearch: int tree * int -> bool
   REQUIRES: elements in tree are ordered
   ENSURES: find x in tree or not*)
fun binarySearch(Empty:int tree, x: int): bool = false
   | binarySearch(Node(L, m, R), x:int) =
      case Int.compare(m,x)
   of GREATER => binarySearch(L,x)
   | EQUAL => true
   | LESS => binarySearch(R,x);
```

图 2.6 binarySearch 函数的实现

#### 2.2 代码测试

#### 编写测试程序如下图所示:

```
(* ----Next are for test--- *)
     val t:int tree = Node(Node(Empty,1,Empty),2,Node(Empty,3,Empty)),4, Node(Node(Empty,5,Empty),6,Node(Empty,7,Empty)));
     val reverse_test = ([1,2,3,4,5,6,7,8,9] = reverse([9,8,7,6,5,4,3,2,1]));
     val reverse'_test = ([1,2,3,4,5,6,7,8,9] = reverse'([9,8,7,6,5,4,3,2,1]));
     val interleave_test =
        (interleave([2],[4]) = [2,4]) andalso
         (interleave([2,3],[4,5]) = [2,4,3,5]) and also
         (interleave([2,3],[4,5,6,7,8,9]) = [2,4,3,5,6,7,8,9]) and also
         (interleave([2,3],[]) = [2,3]);
77
78
     val listToTree test =
        (listToTree([]) = Empty) andalso
79
         (listToTree([1,2]) = Node (Node (Empty,1,Empty),2,Empty)) andalso
80
         (listToTree([1,2,3,4,5,6,7]) = t);
81
     val revT_test = (trav(revT t) = reverse(trav t));
82
     val binarySearch_test =
83
        (binarySearch(t, 0) = false) andalso
84
         (binarySearch(t,7) = true) andalso
85
86
         (binarySearch(Empty, 4) = false)
```

图 2.7 Lab2 测试代码

```
- use "D:\\Functional Programming\\Lab2\\Lab2.sml";
[opening D:\Functional Programming\\Lab2\\Lab2.sml]
datatype 'a tree = Empty | Node of 'a tree * 'a * 'a tree
val reverse = fn : int list -> int list
val reverse' = fn : int list -> int list
val interleave = fn : int list * int list -> int list
val listToTree = fn : int list -> int tree
val revT = fn : int tree -> int tree
val trav = fn : int tree -> int list
val binarySearch = fn : int tree * int -> bool
val t = Node (Node (Node #, 2, Node #), 4, Node (Node #, 6, Node #)) : int tree
val reverse_test = true : bool
val reverse'_test = true : bool
val interleave_test = true : bool
val listToTree_test = true : bool
val binarySearch_test = true : bool
val binarySearch_test = true : bool
val it = () : unit
```

图 2.8 Lab2 测试结果

根据测试情况可知, Lab2 代码功能正确。

#### 3 Lab 3

- 3.1 代码实现
- 3.1.1 编写函数 thenAddOne, 类型为: ((int ->int) \* int) -> int; 功能为将一个整数通过函数变换(如翻倍、求平方或求阶乘)后再加 1

根据函数类型可知,thenAddOne 有两个参数:一个函数和一个整数。根据函数功能可知,首先对整数进行函数计算,然后计算结果加一。具体实现如下图:

```
(* thenAddOne: ((int -> int) * int) -> int
REQUIRES: x is an integer
ENSURES: f(x) + 1*)
fun thenAddOne (f, x) = f(x:int) + 1;
```

图 3.1 thenAddOne 函数的实现

3.1.2 编写函数 mapList, 函数类型为: (('a -> 'b) \* 'a list) -> 'b list; 功能为实现整数 集的数学变换(如翻倍、求平方或求阶乘)

根据函数类型可知 mapList 有两个参数:一个函数和一个串。根据函数功能可知,需要依次从串中取出元素做函数操作,并组成新串。函数实现如下图所示:

```
(* mapList: (('a -> 'b) * 'a list) -> 'b list
REQUIRES: input is a list
ENSURES: for each element in list: f(x)*)
fun mapList (f, []) = []
| mapList (f, (x::L)) = f(x)::mapList(f, L);
```

图 3.2 mapList 函数的实现

3.1.3 编写函数 mapList', 函数类型为:('a->'b)->('a list->'b list), 功能为实现整数集的数学变换(如翻倍、求平方或求阶乘); 比较函数 mapList'和 mapList, 分析、体会它们有什么不同

根据题目可知,mapList'是一个多态函数,其本身计算的结果就是一个函数。对于mapList',同样需要依次从串中取出元素做函数操作,并组成新串。函数实现如下图所示:

```
(* mapList': ('a -> 'b) -> ('a list -> 'b list)
   REQUIRES: input is a list
   ENSURES: for each element in list: f(x)*)
fun mapList' f [] = []
   | mapList' f (x::L) = f(x)::mapList' f L;
```

图 3.3 mapList'函数的实现

3.1.4 编写函数 findOdd, 要求: 函数类型为: int list -> int option; 功能为: 如果 x 为 L 中的第一个奇数,则返回 SOME x; 否则返回 NONE

根据题目要求,依次取出串中首元素进行判断是否为基数,若是返回 SOME x,否则递归检查下一个元素,直至串被取空,返回 NONE。具体实现如下图所示。

```
(* findOdd: int list -> int option
  REQUIRES: input is a list
  ENSURES: find the 1st odd num in list, return SOME X, else NONE*)
fun findOdd [] = NONE
  | findOdd (x::L) =
   let
  | fun IsOdd 0 = false
   | | IsOdd 1 = true
   | | IsOdd x = IsOdd(x - 2)
   in
   | case IsOdd x of false => findOdd L
   | | | true => SOME x
   end
```

图 3.4 find0dd 函数的实现

3.1.5 编写函数 subsetSumOption: int list \* int -> int list option,要求:对函数 subsetSumOption(L, s):如果 L 中存在子集 L',满足其中所有元素之和为 s,则结果为 SOME L';否则结果为 NONE

对于传入的串 L,首先使用 subset 函数,得到类型为 int list list 的子串集合。对该集合,每次取出一个子集 L',计算子集元素之和,与参数 2 进行大小比较,若相同则返回 SOME L',若不同则递归比较下一个子集,直至没有子集剩余,返回 NONE。具体实现如下图:

```
(* subsetSumOption: int list * int -> int list option
  REQUIRES: input is a int list and an integer
  ENSURES: if exist a subset L' in L which the sum of all
           elements are equal to s, return SOME L', else NONE*)
fun subsetSumOption (L: int list, S: int) =
   let
        fun subset [] = [[]]
          subset (x::L) =
           let
               val s = subset L
                s @ mapList' (fn A => x::A) s
           end
        (* int int list * int -> int list option *)
        fun subsetsumcmp ([], _) = NONE
          | subsetsumcmp (L'::L, S) =
           let
           fun listsum [] = 0
            | listsum(x::L) = x + listsum L
           case Int.compare(listsum L', S)
           of EQUAL => SOME L'
           => subsetsumcmp(L,S)
           end
   in
       subsetsumcmp(subset L, S)
        (* first create a list to store all sublist of L
        then compare the sum of each sublist with S *)
   end
```

图 3.5 subsetSumOption 函数的实现

3.1.6 编写函数: exists: ('a -> bool) -> 'a list -> bool; forall: ('a -> bool) -> 'a list -> bool, 对函数 p: t -> bool, 整数集 L: t list,有: exist p L =>\* true if there is an x in L such that p x=true; exits p L =>\* false otherwise; forall p L =>\* true if p x = true for every item x in L; forall p L =>\* false otherwise

对于 exists 函数,每次从 list 中取出首元素比较是否满足要求,若满足则返回 true, 否则递归检查下一个首元素,直至 list 为空,返回 false。

对于 forall 函数,每次从 list 中取出首元素比较是否满足要求,若不满足则直接返回 false,否则递归检查下一个首元素,直到 list 为空,返回 true。两个函数的具体实现如下图:

```
(* exists: ('a -> bool) -> 'a list -> bool
   REOUIRES: input is a list
   ENSURES: true if there is an x in L such that f x=true *)
fun exists f [] = false
 exists f (x::L) =
   case f x
   of true => true
   | false => exists f L;
(* forall: ('a -> bool) -> 'a list -> bool
   REQUIRES: input is a list and it's not an empty one
   ENSURES: true if f x = true for every item x in L *)
fun forall f [] = true
 | forall f (x::L) =
   case f x
   of true => forall f L
   | false => false
```

图 3.6 exists 函数和 forall 函数的实现

3.1.7 编写函数: treeFilter: ('a -> bool) -> 'a tree -> 'a option tree,将树中满足条件 P( 'a -> bool) 的节点封装成 option 类型保留,否则替换成 NONE

对传入的节点,若为空,则仍然得到空,若非空,则比较根节点 x 是否满足函数 f,若满足则将该节点的根节点修改为 SOME x,否则修改为 NONE。对左右子树重复 该操作。具体代码实现如下图:

```
(* treeFilter: ('a -> bool) -> 'a tree -> 'a option tree
    REQUIRES: input is a tree
    ENSURES: for every node x satisfy f x, save it as SOME x, else NONE*)
fun treeFilter f Empty = Empty
    | treeFilter f (Node(L, x, R)) =
        case f x
        of true => Node(treeFilter f L, SOME x, treeFilter f R)
        | false => Node(treeFilter f L, NONE, treeFilter f R);
```

图 3.7 treeFilter 函数的实现

#### 3.2 代码测试

编写测试代码如下图所示:

```
----*)
fun double x = 2*x;
fun square x = x*x;
fun odd x =
    case x mod 2
    of 1 => true
| _ => false
fun divisibleby3 x
    case x mod 3 of 0 => true
        => false
val t:Int tree = Node(Node(Mode(Empty,1,Empty),2,Node(Empty,3,Empty)),4, Node(Node(Empty,5,Empty),6,Node(Empty,7,Empty)));
val test thenAddOne
    (thenAddOne (double, 7) = 15) andalso
    (thenAddOne (square, 8) = 65);
val test_mapList =
    (mapList (double, [1,2,3,4]) = [2,4,6,8]) andalso
     (mapList (square, [1,3,5,7]) = [1,9,25,49]);
    test mapList'
    (mapList' double [1,2,3,4] = [2,4,6,8]) andalso
(mapList' square [1,3,5,7] = [1,9,25,49]);
val test_findOdd =
    (findOdd [2,4,6,7,1,5,2] = SOME 7) andalso (findOdd [2,4,6,8,10] = NONE) andalso
(findOdd [] = NONE);
val test_subsetSumOption
    (subsetSumOption([],2,3,4,5], 16) = NONE) and also (subsetSumOption([], 0) = SOME []) and also (subsetSumOption([],5) = NONE) and also
     (subsetSumOption([1,2,3,4,5,6], 16) = SOME [2,3,5,6]);
val test exists
     (exists odd [2,4,6,8,10] = false) andalso
    (exists divisibleby3 [2,4,6,8,10] = true) andalso (exists odd [1,2,3,4,5] = true);
val test forall
     (forall odd [1,2,3,4] = false) andalso
    (forall odd [1,3,85,71] = true) andalso
     (forall divisibleby3 [3,6,72,81] = true);
val test treeFilter
    (treeFilter odd t = Node(Node(Empty,SOME 1,Empty),NONE,NOME(Empty,SOME 3,Empty)),NONE, Node(Empty,SOME 5,Empty),NONE,NOME(Empty,SOME 7,Empty))))
     andalso
    (treeFilter divisibleby3 t = Node(Node(Empty,NONE,Empty),NONE,Node(Empty,SOME 3,Empty)),NONE,Node(Empty,NONE,Empty),SOME 6,Node(Empty,NONE,Empty))));
```

图 3.8 Lab3 测试代码

```
- use "D:\Functional Programming\Lab3\Lab3.sml";
[opening D:\Functional Programming\Lab3\Lab3.sml]
datatype 'a option = NONE | SOME of 'a
datatype 'a tree = Empty | Node of 'a tree * 'a * 'a tree
val thenAddOne = fn : (int -> int) * int -> int
val mapList = fn : ('a -> 'b) * 'a list -> 'b list
val mapList' = fn : ('a -> 'b) -> 'a list -> 'b list
val findOdd = fn : int list -> int option
val subsetSumOption = fn : int list * int -> int list option
val exists = fn : ('a -> bool) -> 'a list -> bool
val forall = fn : ('a -> bool) -> 'a list -> bool
val treeFilter = fn : ('a -> bool) -> 'a tree -> 'a option tree
val double = fn : int -> int
val odd = fn : int -> int
val odd = fn : int -> bool
val divisibleby3 = fn : int -> bool
val test_thenAddOne = true : bool
val test_mapList = true : bool
val test_mapList = true : bool
val test_subsetSumOption = true : bool
val test_subsetSumOption = true : bool
val test_subsetSumOption = true : bool
val test_exists = true : bool
val test_forall = true : bool
val test_treeFilter = true : bool
```

图 3.9 Lab3 测试结果

根据测试情况可知,代码功能正确。

#### 4 实验心得

由于 ACM 班课程的原因,在大二上学期已经使用过 sml 语言,但是由于当时时间比较紧迫,对于 sml 语言的掌握只能说是一知半解,只求实现,不求得心应手。甚至由于当时的实验难度,一度对函数式编程感到畏惧。

但是在本学期选修函数式编程之后,终于有机会重新了解这门语言。通过回顾之前使用 sml 语言的经历,结合课上教授和课后实验的锻炼,终于克服了对于函数式编程的畏惧,并且能够熟练掌握函数式编程的技巧和思维方式,收获匪浅。

三次实验侧重各有不同,第一次实验主要侧重于熟练函数式编程的递归精神,第 二次实验侧重于树结构,第三次实验侧重于多态函数和高阶函数,三次实验虽然难度 不高,仅有几题稍要思考,但对提高学生面对陌生编程方式的信心大有裨益,同时也 锻炼了学生函数式编程的能力。