

作业三

1. 分析以下函数或表达式的类型

(见作业二)

2. 编写函数，要求如下：

十进制数可表示为 5410 ，而二进制数可表示为 102 。其中右下标的 $10, 2$ 称为基数。通常，给定一个基数 b 和 n 个数字 $d_n d_{n-1} \dots d_1$ 组成的字符串，该数字字符串的值可用公式计算： $\sum_{i=1}^n b^{i-1} d_i$
如： $54_{10} = 5 * 10^1 + 4 * 10^0 = 54$, $10_2 = 1 * 2^1 + 0 * 2^0 = 2$ 。

同时，任意一个数可以表示成 b 以内数字的int list形式。如 $1100_2 = [0, 0, 1, 1]$, $54_{10} = [4, 5]$ 。

(1) 编写高阶函数：toInt: int -> int list -> int.

对所有 $b > 1$ 和所有 L : int list, 如果 L 是一个 b 进制数的int list表示，函数toInt b L为其相应的整数值，toInt b的结果类型为：int list -> int.

如：val base2ToInt = toInt 2;

val 2 = base2ToInt [0,1];

(2) 利用数学操作mod和div可以将任意十进制整数 n 表示成基于基数 b 的 b 进制数形式，如
 $42_{10} = 132_5$ 。

编写高阶函数 toBase: int -> int -> int list 实现该转换：toBase b n将十进制数 n 转换为 b 进制数的int list表述形式 ($b > 1, n \geq 0$)。

(3) 编写高阶函数 convert: int * int -> int list -> int list

对任意 $b_1, b_2 > 1$ 和所有 L : int list (L 为一个 b_1 进制数的int list表述形式)，函数convert(b_1, b_2) L将 b_1 进制数的int list表述 L 转换成 b_2 进制数的int list表述，即满足 toInt b_2 (convert(b_1, b_2) L) = toInt b_1 L 。

解：

函数实现如下图所示：

```

1 fun map b [] = []
2   | map b (x::L) = x * b :: map b L;
3
4 (* toInt: int -> int list -> int
5   Requires: b是基数 list is int list
6   Ensures: , list是用b进制表示的数字字符串, 返回十进制的数*)
7 fun toInt b [] = 0
8   | toInt b (x::L) = x + toInt b (map b L);
9
10 (* toBase: int -> int -> int list
11   Requires: b是基数, n是十进制数字
12   Ensures: 返回b进制表示的n的数字字符串*)
13 fun toBase b 0 = []
14   | toBase b n =
15     let
16       val redundant:int = n mod b
17       val newn = (n - redundant) div b
18     in
19       redundant::(toBase b newn)
20     end;
21
22 (* convert: int * int -> int list -> int list
23   Requires: b1是基数, b2是基数, n是b1进制数字字符串
24   Ensures: 返回b2进制表示的n的数字字符串*)
25 fun convert (b1, b2) [] = []
26   | convert (b1, b2) L =
27     let
28       val num_10 = toInt b1 L
29     in
30       toBase b2 num_10
31     end;

```