

德·摩根定律

德·摩根定律的定义如下:

$$(\neg A) \vee (\neg B) = \neg (A \wedge B)$$

$$(\neg A) \wedge (\neg B) = \neg (A \vee B)$$

文字描述如下:

“非 A” 或者 “非 B”，和非 “A 与 B” 是等价的。

“非 A” 并且 “非 B”，和非 “A 或 B” 是等价的。

使用对偶性可以很方便的记忆和使用这个定律。

我们知道如下关系呈现对偶关系，可以认为是“非”的关系:

$$\text{true} \leftrightarrow \text{false}$$

$$A \leftrightarrow \neg A$$

$$\wedge \leftrightarrow \vee$$

那么将

$$A \wedge B$$

利用对偶关系对应改写可以得到:

$$(\neg A) \vee (\neg B)$$

那么可以对应得到:

$$(\neg A) \vee (\neg B) = \neg (A \wedge B)$$

通过应用德·摩根定律，有时可以简化一些逻辑问题，而使用对偶性来理解这个定律，更好的理解的同时也有利于记忆。

扩展一下: 三值的德·摩根定律,

$$(!A) \parallel (!B) = !(A \&\& B)$$

$$(!A) \&\& (!B) = !(A \parallel B)$$

运用德·摩根定律，可将 if 语句进行如下变形。

```
if (! (x >= 0 && y >= 0)) {  
    ...  
}  
↓  
if (x < 0 || y < 0) {  
    ...  
}
```

https://blog.csdn.net/m0_37697335

vmp里面只有1个逻辑运算指令 not_not_and 设这条指令为P

$$P(a,b) = \sim a \& \sim b$$

这条指令的神奇之处就是能模拟 not and or xor 4条常规的逻辑运算指令

怕忘记了，直接给出公式，后面的数字指需要几次P运算

$$\text{not}(a) = P(a,a) \quad 1$$

$$\text{and}(a,b) = P(P(a,a),P(b,b)) \quad 3$$

$$\text{or}(a,b) = P(P(a,b),P(a,b)) \quad 2$$

$$\text{xor}(a,b) = P(P(P(a,a),P(b,b)),P(a,b)) \quad 5$$

上面的次数应该是最少需要的次数了，当然也可以展开，那样就更加复杂了

vmp用1条指令模拟了4条指令，因此逆向起来比较复杂，如果中间夹杂垃圾运算，那么工程量非同小可

下面来证明一下上面4条等式

$$\text{not}(a) = \sim a = \sim a \& \sim a = P(a,a)$$

$$\text{and}(a,b) = a \& b = \sim(\sim a) \& \sim(\sim b) = P(\text{not}(a),\text{not}(b)) = P(P(a,a),P(b,b))$$

$$\text{or}(a,b) = a \mid b = \sim(\sim(a \mid b)) = \sim(\sim a \& \sim b) = \sim P(a,b) = P(P(a,b),P(a,b))$$

$$\begin{aligned} \text{xor}(a,b) &= \sim a \& b \mid a \& \sim b = \sim(\sim(\sim a \& b \mid a \& \sim b)) = \sim(\sim(\sim a \& b) \& \sim(a \& \sim b)) = \sim((a \mid \sim b) \& (\sim a \mid b)) \\ &= \sim(1 \mid 1 \mid a \& b \mid \sim a \& \sim b) = \sim(a \& b) \& \sim(\sim a \& \sim b) = P(\text{and}(a,b),P(a,b)) = P(P(P(a,a),P(b,b)),P(a,b)) \end{aligned}$$

上面的xor是最复杂的，不过简化后也只需要5次运算就可以实现了

至于eflag，eflag是根据结果来定的，由于都是逻辑运算，所以最后取一下eflag即可

在某修改版的vm中，还可以看到另一个强大的指令 not_not_or 设这条指令为Q
 $Q(a,b) = \sim a \mid \sim b$

同样，这一条指令可以模拟4条常规的逻辑运算指令
怕忘记了，直接给出公式，后面数字表示需要几次Q运算

$\text{not}(a) = Q(a,a)$ 1
 $\text{and}(a,b) = Q(Q(a,b),Q(a,b))$ 2
 $\text{or}(a,b) = Q(Q(a,a),Q(b,b))$ 3
 $\text{xor}(a,b) = Q(Q(Q(a,a),b),Q(a,Q(b,b)))$ 5

基本和上面P指令相同，效率没什么变化
只对最复杂的xori证明一下，以防忘记

$\text{xor}(a,b) = \sim a \& b \mid a \& \sim b = \sim(\sim(\sim a \& b \mid a \& \sim b)) = \sim(\sim(\sim a \& b) \& \sim(a \& \sim b)) = \sim((\sim(\sim a) \mid \sim b) \& (\sim a \mid \sim(\sim b))) = \sim(\sim(\sim a) \mid \sim b) \mid \sim(\sim a \mid \sim(\sim b)) =$
 $Q(Q(\text{not}(a),b),Q(a,\text{not}(b))) = Q(Q(Q(a,a),b),Q(a,Q(b,b)))$

实在太难了，完全搞不定啊