

Теортест-1 (Вариант 7)

Тема – определенный интеграл

Задача 1

Выберите все верные утверждения:

1. если все корни знаменателя дробно-рациональной функции кратные, то ее первообразная является дробно-рациональной функцией;
2. если первообразная дробно-рациональной функции $f(x)$ является дробно-рациональной, то все корни знаменателя $f(x)$ кратные;
3. первообразная дробно-рациональной функции является дробно-рациональной функцией;
4. если первообразная дробно-рациональной функции $f(x)$ выражается через логарифм, то знаменатель $f(x)$ имеет только простые вещественные корни;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 2

Пусть $f \in R[a, b]$, $F(x) = \int_a^x f(t)dt$. Выберите все верные утверждения:

1. F ограничена на $[a, b]$;
2. F непрерывна на $[a, b]$;
3. $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$;
4. Если f непрерывна на $[a, b]$, то F – первообразная для f на $[a, b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 3

Пусть $f(x)$, $x(t)$ – дифференцируемые функции. Выберите все верные утверждения (при соответствующей замене) :

1. $\int f(\sqrt{x})dx = 2 \int f(t)\sqrt{t}dt$;
2. $\int f(1/x)dx = - \int \frac{f(t)dt}{t^2}$;
3. $\int f(x^2)dx = 2 \int f(t)t dt$;
4. $\int f(x)dx = \int f(1/t)\frac{dt}{t^2}$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 4

Пусть функции $f, g: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$. Выберите все верные утверждения:

1. Если $|f|$ интегрируема на $[a, b]$, то f тоже интегрируема на $[a, b]$;
2. Если функция $f \cdot g$ интегрируема на $[a, b]$, то f и g тоже интегрируемы на $[a, b]$;
3. Если функция $f + g$ интегрируема на $[a, b]$, то f и g тоже интегрируемы на $[a, b]$;
4. Если $f > 0$ и интегрируема на $[a, b]$, то $1/f$ тоже интегрируема на $[a, b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 5

Выберите все верные утверждения :

1. Длина спрямляемой кривой конечна;
2. Длина любой кривой конечна;
3. Длина замкнутой кривой равна нулю;
4. Любая кривая имеет бесконечно много различных параметризаций;
5. Длина кривой определяется как супремум длин всевозможных параметризаций кривой;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 6

Пусть $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$; $\sigma_\tau(\xi)$ – интегральная сумма для f , построенная по разбиению τ с оснащением ξ ; s_τ, S_τ – нижняя и верхняя суммы Дарбу. Выберите все верные утверждения:

1. $\forall \tau \forall \varepsilon > 0 \exists \xi: \sigma_\tau(\xi) > S_\tau - \varepsilon$;
2. $\forall \tau \forall \varepsilon > 0 \exists \xi: \sigma_\tau(\xi) < s_\tau + \varepsilon$;
3. $\forall \tau \exists \xi: S_\tau = \sigma_\tau(\xi)$;
4. $\forall \tau: s_\tau < S_\tau$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 7

Функция $f \in R[0, 10]$ и $-1 \leq f(x) \leq 10$ на $[0, 10]$. Выберите отрезки, содержащие значение интеграла $\int_0^3 x^2 f(x) dx$:

1. $[0; 100]$;
2. $[9; 100]$;
3. $[-9; 90]$;
4. $[-3; 90]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 8

Пусть функция $u = u(x)$ – первообразная для функции $v = v(x)$ на $[a, b]$. Выберите все верные на $[a, b]$ утверждения (C – произвольная постоянная):

1. $v' = u + C$;
2. $v dt = du$;
3. $u = v'$;
4. $v = u'$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 9

Пусть f интегрируема и $f \geq 0$ на $[a, b]$. Выберите все достаточные условия для того, чтобы $\int_a^b f(x) dx > 0$:

1. f возрастает (нестрого) на $[a, b]$ и $f(b) = 1$;
2. f непрерывна в точке a и $f(b) = 1$;
3. $f(a) = f(b) = 1$;
4. $f((a+b)/2) = 1$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 10

Выберите все верные утверждения (множества A и B имеют площадь):

1. площадь $A \cup B$ равна сумме площадей A и B ;
2. площадь графика любой функции равна нулю;
3. площадь одной точки равна нулю;
4. если $A \subset B$, то площадь A меньше площади B ;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)