Теортест-1 (Вариант 114)

Тема – определенный интеграл

Задача 1

Функция $f \in R[0,10]$ и $-1 \le f(x) \le 10$ на [0,10]. Выберите отрезки, содержащие значение интеграла $\int_0^2 x f(x) dx$:

- 1. [-10, 20];
- 2. [-2, 20];
- 3. [-1, 20];
- 4. [-1, 10];

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 2

Выберите все верные утверждения (тела А и В имеют объем):

- 1. $V(A) = V(A \cap B) + V(A \setminus B)$;
- 2. если $A \subset B$, то объем A меньше объема B;
- 3. объем одной точки равен нулю;
- 4. объем треугольника равен нулю;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 3

Пусть $f \in R[a,b], F(x) = \int_a^x f(t)dt$. Выберите все верные утверждения:

- 1. F ограничена на [a, b];
- 2. F первообразная для f на [a,b];
- 3. F непрерывна на [a, b];
- 4. F не убывает на [a, b];

Задача 4

Выберите все верные утверждения:

- 1. если первообразная дробно-рациональной функции f(x) выражается через логарифм, то знаменатель f(x) имеет только простые вещественные корни;
- 2. если все корни знаменателя дробно-рациональной функции кратные, то ее первообразная является дробно-рациональной функцией;
- 3. если первообразная дробно-рациональной функции f(x) является дробнорациональной, то все корни знаменателя f(x) кратные;
- 4. первообразная дробно-рациональной функции является дробно-рациональной функцией;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 5

Пусть f интегрируема и $f \ge 0$ на [a,b]. Выберите все достаточные условия для того, чтобы $\int_a^b f(x) dx > 0$:

- 1. f непрерывна в точке a и f(b) = 1;
- 2. f непрерывна в точке a и f(a) = 1;
- 3. f((a+b)/2) = 1;
- 4. f(a) = f(b) = 1;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 6

Пусть f(x) определена на отрезке [a,b]. Выберите все верные утверждения:

- 1. Если f интегрируема на [a, b], то она имеет первообразную на [a, b];
- 2. Если f интегрируема на [a, b], то она непрерывна на [a, b];
- 3. Если f дифференцируема на [a, b], то она интегрируема на [a, b];
- 4. Если f монотонна на [a, b], то она интегрируема на [a, b];

Задача 7

Выберите все верные утверждения:

- 1. Длина любого пути не меньше длины вписанной в его носитель ломаной;
- 2. Спрямляемы только кусочно-гладкие кривые;
- 3. Длина любой кривой конечна;
- 4. Длина кривой определяется как супремум длин всевозможных параметризаций кривой;
- 5. Гладкая кривая это кривая, все параметризации которой гладкие;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 8

Пусть f(x) – дифференцируемая функция. Выберите все верные утверждения:

1.
$$\int \frac{f'(x)}{x} dx = \frac{f(x)}{x} + \int \frac{f(x)}{x^2} dx;$$

2.
$$\int f(x) \sin x dx = \cos x \cdot f(x) - \int f'(x) \cos x dx$$
;

3.
$$\int \frac{f'(x)}{x^2} dx = \frac{f(x)}{x^2} + \int \frac{f(x)}{x} dx;$$

4.
$$\int f(x) \ln x dx = \ln x \cdot f'(x) - \int \frac{f'(x)}{x} dx;$$

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 9

Пусть функция u=u(t) – первообразная для функции v=v(t) на [a,b]. Выберите все верные на [a,b] утверждения (C – произвольная постоянная):

- 1. vdt = u'dt;
- 2. du = vdt;
- 3. dv = udt + C;
- 4. v = du + C:

Задача 10

Выберите все верные утверждения для данной функции, заданной на отрезке [a,b]:

- 1. При измельчении разбиения нижняя сумма Дарбу уменьшается или не изменяется;
- 2. При измельчении разбиения нижняя сумма Дарбу увеличивается или не изменяется;
- 3. Нижняя сумма Дарбу не больше любой интегральной суммы для данного разбиения;
- 4. Нижняя сумма Дарбу является наименьшей из всех интегральных сумм для данного разбиения;