

Теортест-1 (Вариант 34)

Тема – определенный интеграл

Задача 1

Функция $f \in R[0, 10]$ и $-1 \leq f(x) \leq 10$ на $[0, 10]$. Выберите отрезки, содержащие значение интеграла $\int_0^3 x^2 f(x) dx$:

1. $[0; 100]$;
2. $[-2; 20]$;
3. $[-9; 90]$;
4. $[-3; 90]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 2

Выберите все верные утверждения :

1. Любая кривая имеет бесконечно много различных параметризаций;
2. Длины противоположных путей равны;
3. Спрямяемы только кусочно-гладкие кривые;
4. Кусочно-гладкая кривая спрямяема;
5. Гладкая кривая – это кривая, все параметризации которой гладкие;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 3

Пусть $f \in R[a, b]$, $a < b$. Выберите все верные утверждения:

1. Если $f \geq 0$ на $[a, b]$, то $\int_a^b f(x) dx \geq 0$;
2. Если $\int_a^b |f(x)| dx = 0$, то $f(x) \equiv 0$ на $[a, b]$;
3. Если $f \geq 0$ на $[a, b]$ и $\exists c \in [a, b]: f(c) > 0$, то $\int_a^b f(x) dx > 0$;
4. Если $\left| \int_a^b f(x) dx \right| < A$, то $\int_a^b |f(x)| dx < A$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 4

Выберите все верные утверждения для данной функции, заданной на отрезке $[a, b]$:

1. При измельчении разбиения нижняя сумма Дарбу уменьшается или не изменяется;
2. Нижняя сумма Дарбу не больше любой интегральной суммы для данного разбиения;
3. При измельчении разбиения нижняя сумма Дарбу увеличивается;
4. Нижняя сумма Дарбу является наименьшей из всех интегральных сумм для данного разбиения;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 5

Пусть $f(x)$, $x(t)$ – дифференцируемые функции. Выберите все верные утверждения (при соответствующей замене) :

1. $\int f(x)dx = \int f(\ln t)tdt$;
2. $\int f(\sqrt{x})dx = 2 \int f(t)\sqrt{t}dt$;
3. $\int \frac{f(x)}{\ln x}dx = \int f(e^t)dt$;
4. $\int f(x)dx = \int \frac{f(\ln t)}{t}dt$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 6

Пусть функция $u = u(x)$ – первообразная для функции $v = v(x)$ на $[a, b]$. Выберите все верные на $[a, b]$ утверждения (C – произвольная постоянная):

1. $u = v' + C$;
2. $v = u' + C$;
3. $u' = v + C$;
4. $v = u'$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 7

Выберите все верные утверждения (тела A и B имеют объем):

1. любое множество имеет неотрицательный объем;
2. объем A всегда положителен;
3. $V(A) = V(A \cap B) + V(A \setminus B)$;
4. объем A всегда неотрицателен;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 8

Выберите все верные утверждения:

1. первообразная дробно-рациональной функции выражается через элементарные функции;
2. если первообразная дробно-рациональной функции $f(x)$ является дробно-рациональной, то все корни знаменателя $f(x)$ кратные;
3. первообразная дробно-рациональной функции является дробно-рациональной функцией;
4. если все корни знаменателя дробно-рациональной функции кратные, то ее первообразная является дробно-рациональной функцией;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 9

Пусть $f \in R[a, b]$, $F(x) = \int_a^x f(t)dt$. Выберите все верные утверждения:

1. F непрерывна на $[a, b]$;
2. F имеет разрывы в точках разрыва функции f ;
3. Если f непрерывна на $[a, b]$, то F – первообразная для f на $[a, b]$;
4. Если $f \geq 0$ на $[a, b]$, то F не убывает на $[a, b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 10

Пусть f интегрируема и $f \geq 0$ на $[a, b]$. Выберите все достаточные условия для того, чтобы $\int_a^b f(x)dx > 0$:

1. f непрерывна в точке a и $f(b) = 1$;
2. $f > 0$ на $[a, b]$;
3. f непрерывна в точке a и $f(a) = 1$;
4. f возрастает (нестрого) на $[a, b]$ и $f(b) = 1$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)