

# Теортест-1 (Вариант 68)

## Тема – определенный интеграл

### Задача 1

Пусть  $f \in R[a, b]$ ,  $F(x) = \int_a^x f(t)dt$ . Выберите все верные утверждения:

1.  $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$ ;
2.  $F$  – первообразная для  $f$  на  $[a, b]$ ;
3.  $F$  ограничена на  $[a, b]$ ;
4.  $F$  не убывает на  $[a, b]$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

### Задача 2

Выберите все верные утверждения :

1. Гладкая кривая – это кривая, все параметризации которой гладкие;
2. Длина любой кривой конечна;
3. Любая кривая имеет бесконечно много различных параметризаций;
4. Спрямолинейны только кусочно-гладкие кривые;
5. Длина любой кривой не меньше длины отрезка, соединяющего ее начало и конец;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

### Задача 3

Пусть функция  $u = u(t)$  – первообразная для функции  $v = v(t)$  на  $[a, b]$ . Выберите все верные на  $[a, b]$  утверждения ( $C$  – произвольная постоянная):

1.  $du = v$ ;
2.  $vdt = u'dt$ ;
3.  $u = dv$ ;
4.  $dv = udt + C$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

#### Задача 4

Пусть  $f(x)$  – дифференцируемая функция. Выберите все верные утверждения:

1.  $\int \frac{f'(x)}{x^2} dx = \frac{f(x)}{x^2} + \int \frac{f(x)}{x} dx$ ;
2.  $2 \int f'(x) \sqrt{x} dx = 2\sqrt{x}f(x) - \int \frac{f(x)}{\sqrt{x}} dx$ ;
3.  $\int f'(x)e^x dx = e^x f(x) - \int f(x)e^x dx$ ;
4.  $\int \frac{f'(x)}{x} dx = \frac{f(x)}{x} + \int \frac{f(x)}{x^2} dx$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

#### Задача 5

Выберите все верные утверждения:

1. если первообразная дробно-рациональной функции  $f(x)$  является дробно-рациональной, то все корни знаменателя  $f(x)$  кратные;
2. если все корни знаменателя дробно-рациональной функции кратные, то ее первообразная является дробно-рациональной функцией;
3. первообразная дробно-рациональной функции является дробно-рациональной функцией;
4. если первообразная дробно-рациональной функции  $f(x)$  выражается через логарифм, то знаменатель  $f(x)$  имеет только простые вещественные корни;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

#### Задача 6

Выберите все верные утверждения для данной функции, заданной на отрезке  $[a, b]$ :

1. При измельчении разбиения верхняя сумма Дарбу увеличивается или не изменяется;
2. Верхняя сумма Дарбу является наибольшей из всех интегральных сумм для данного разбиения;
3. При измельчении разбиения верхняя сумма Дарбу увеличивается;
4. Верхняя сумма Дарбу не меньше любой интегральной суммы для данного разбиения;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

### Задача 7

Пусть  $f \in R[a, b]$ ,  $a < b$ . Выберите все верные утверждения:

1. Если  $f \geq 0$  на  $[a, b]$  и  $\exists c \in [a, b]: f(c) > 0$ , то  $\int_a^b f(x)dx > 0$ ;
2. Если  $f \geq 0$  на  $[a, b]$ , то  $\int_a^b f(x)dx \geq 0$ ;
3. Если  $\int_a^b |f(x)|dx < A$ , то  $\left| \int_a^b f(x)dx \right| < A$ ;
4. Если  $f > 0$  на  $[a, b]$ , то  $\int_a^b f(x)dx > 0$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

### Задача 8

Пусть  $f$  интегрируема и  $f \geq 0$  на  $[a, b]$ . Выберите все достаточные условия для того, чтобы  $\int_a^b f(x)dx > 0$ :

1.  $f$  непрерывна на  $[a, b]$  и  $f(a+b) = 1$ ;
2.  $f$  возрастает (нестрого) на  $[a, b]$  и  $f(b) = 1$ ;
3.  $f > 0$  на  $[a, b]$ ;
4.  $f$  непрерывна на  $[a, b]$  и  $f((a+b)/2) = 1$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

### Задача 9

Выберите все верные утверждения (множества  $A$  и  $B$  имеют площадь):

1. площадь  $A$  всегда неотрицательна;
2. площадь  $A$  всегда положительна;
3. площадь графика интегрируемой функции равна нулю;
4. любое множество имеет неотрицательную площадь;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

### Задача 10

Функция  $f \in R[0, 10]$  и  $-1 \leq f(x) \leq 10$  на  $[0, 10]$ . Выберите отрезки, содержащие значение интеграла  $\int_0^2 xf(x)dx$  :

1.  $[0, 10]$ ;
2.  $[-1, 20]$ ;
3.  $[-1, 10]$ ;
4.  $[-10, 20]$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)