Теортест-1 (Вариант 5)

Тема – определенный интеграл

Задача 1

Выберите все верные утверждения (тела A и B имеют объем):

1. любое множество имеет неотрицательный объем;
2. при движении объем не меняется;
3. объем одной точки равен нулю;
4. объем треугольника равен нулю;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 2

Пусть функция $u = u(x)$ – первообразная для функции $v = v(x)$ на $[a, b]$. Выберите все верные на $[a, b]$ утверждения (C – произвольная постоянная):

1. $v' = u + C$;
2. $vdt = du$;
3. $u = v' + C$;
4. $udt = dv$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 3

Пусть $f \in R[a, b]$, $a < b$. Выберите все верные утверждения:

1. Если $\left| \int_a^b f(x)dx \right| < A$, то $\int_a^b |f(x)|dx < A$;
2. Если $f > 0$ на $[a, b]$, то $\int_a^b f(x)dx > 0$;
3. Если $f \geq 0$ на $[a, b]$, то $\int_a^b f(x)dx \geq 0$;
4. Если $\left| \int_a^b f(x)dx \right| = 0$, то $f(x) \equiv 0$ на $[a, b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 4

Пусть f интегрируема и $f \geq 0$ на $[a, b]$. Выберите все достаточные условия для того, чтобы $\int_a^b f(x)dx > 0$:

1. f непрерывна на $[a, b]$ и $f(a + b) = 1$;
2. $f(a) > 0$, $f(b) > 0$;
3. f непрерывна в точке a и $f(b) = 1$;
4. f непрерывна на $[a, b]$ и $f((a + b)/2) = 1$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 5

Выберите все функции, имеющие дробно-рациональные первообразные:

1. $\frac{x^4}{(x^5+1)^3}$;
2. $\frac{x}{x^2-1}$;
3. $\frac{x^2-1}{x^2+1}$;
4. $\frac{x^2-x+1}{x^2+x}$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 6

Функция $f \in R[0, 10]$ и $-1 \leq f(x) \leq 10$ на $[0, 10]$. Выберите отрезки, содержащие значение интеграла $\int_0^2 xf(x)dx$:

1. $[-2, 20]$;
2. $[-1, 20]$;
3. $[-10, 20]$;
4. $[-1, 10]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 7

Пусть $f \in R[a,b]$, $F(x) = \int_a^x f(t)dt$. Выберите все верные утверждения:

1. F имеет разрывы в точках разрыва функции f;
2. Если $f \geq 0$ на $[a,b]$, то F не убывает на $[a,b]$;
3. $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$;
4. Если f кусочно-непрерывна на $[a,b]$, то F – обобщенная первообразная для f на $[a,b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 8

Пусть $f(x)$, $x(t)$ – дифференцирумые функции. Выберите все верные утверждения (при соответствующей замене) :

1. $\int \frac{f(x)}{\ln x}dx = \int f(e^t)dt$;
2. $\int f(x^2)dx = 2\int f(t)tdt$;
3. $\int f(x)d(2x) = \int \frac{f(\sqrt{t})}{\sqrt{t}}dt$;
4. $\int f(1/x)dx = -\int \frac{f(t)dt}{t^2}$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 9

Выберите все верные утверждения :

1. Длина любого пути не меньше длины вписанной в его носитель ломаной;
2. Длина любой кривой не меньше длины отрезка, соединяющего ее начало и конец;
3. Длина спрямляемой кривой конечна;
4. Любая кривая имеет бесконечно много различных параметризаций;
5. Длина замкнутой кривой равна нулю;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 10

Пусть $f : [a, b] \to \mathbb{R}$; $\sigma_\tau(\xi)$ – интегральная сумма для f, построенная по разбиению τ с оснащением ξ; s_τ, S_τ – нижняя и верхняя суммы Дарбу. Выберите все утверждения, равносильные интегрируемости функции f на отрезке $[a, b]$:

1. $\exists\tau, \forall\xi$: $s_\tau \le \sigma_\tau(\xi) \le S_\tau$;
2. $\forall\varepsilon > 0\ \exists\tau$: $S_\tau - s_\tau < \varepsilon$;
3. $\forall\varepsilon > 0\ \exists\delta > 0$: $\forall\tau : |\tau| < \delta \Rightarrow S_\tau - s_\tau < \varepsilon$;
4. $\forall\varepsilon > 0\ \forall\tau$: $S_\tau - s_\tau < \varepsilon$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*