

# Теортест-1 (Вариант 23)

## Тема – определенный интеграл

### Задача 1

Пусть  $f(x)$ ,  $x(t)$  – дифференцируемые функции. Выберите все верные утверждения (при соответствующей замене) :

1.  $\int f(x^2)dx = 2 \int f(t)tdt$ ;

2.  $\int \frac{f(x)}{\ln x}dx = \int f(e^t)dt$ ;

3.  $\int f(x)d(2x) = \int \frac{f(\sqrt{t})}{\sqrt{t}}dt$ ;

4.  $\int f(1/x)dx = - \int \frac{f(t)dt}{t^2}$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

### Задача 2

Выберите все верные утверждения (множества  $A$  и  $B$  имеют площадь):

1. любое множество имеет неотрицательную площадь;

2. площадь  $A \cup B$  равна сумме площадей  $A$  и  $B$ ;

3. площадь отрезка равна нулю;

4.  $S(A) = S(A \cap B) + S(A \setminus B)$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

### Задача 3

Выберите все верные утверждения:

1. если первообразная дробно-рациональной функции  $f(x)$  является дробно-рациональной, то все корни знаменателя  $f(x)$  кратные;

2. первообразная дробно-рациональной функции выражается через элементарные функции;

3. если все корни знаменателя дробно-рациональной функции кратные, то ее первообразная является дробно-рациональной функцией;

4. если первообразная дробно-рациональной функции  $f(x)$  выражается через логарифм, то знаменатель  $f(x)$  имеет только простые вещественные корни;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

#### Задача 4

Пусть  $f$  интегрируема и  $f \geq 0$  на  $[a, b]$ . Выберите все достаточные условия для того, чтобы  $\int_a^b f(x)dx > 0$ :

1.  $f(a) > 0, f(b) > 0$ ;
2.  $f > 0$  на  $[a, b]$ ;
3.  $f$  непрерывна в точке  $a$  и  $f(a) = 1$ ;
4.  $f$  непрерывна на  $[a, b]$  и  $f((a+b)/2) = 1$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

#### Задача 5

Пусть  $f(x)$  определена на отрезке  $[a, b]$ . Выберите все верные утверждения:

1. Если  $f$  монотонна на  $[a, b]$ , то она интегрируема на  $[a, b]$ ;
2. Если  $f$  дифференцируема на  $[a, b]$ , то она интегрируема на  $[a, b]$ ;
3. Если  $f$  имеет конечное число точек разрыва на  $[a, b]$ , то она интегрируема на  $[a, b]$ ;
4. Если  $f$  интегрируема на  $[a, b]$ , то она монотонна на  $[a, b]$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

#### Задача 6

Пусть функция  $u = u(x)$  – первообразная для функции  $v = v(x)$  на  $[a, b]$ . Выберите все верные на  $[a, b]$  утверждения ( $C$  – произвольная постоянная):

1.  $u = v' + C$ ;
2.  $vdt = du$ ;
3.  $udt = dv$ ;
4.  $v = u'$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

### Задача 7

Пусть  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ ;  $\sigma_\tau(\xi)$  – интегральная сумма для  $f$ , построенная по разбиению  $\tau$  с оснащением  $\xi$ ;  $s_\tau, S_\tau$  – нижняя и верхняя суммы Дарбу. Выберите все верные утверждения:

1.  $\forall \tau: s_\tau < S_\tau$ ;
2.  $\forall \tau \exists \xi: s_\tau = \sigma_\tau(\xi)$ ;
3.  $\forall \tau, \xi: s_\tau \leq \sigma_\tau(\xi) \leq S_\tau$ ;
4.  $\forall \tau \forall \varepsilon > 0 \exists \xi: \sigma_\tau(\xi) < s_\tau + \varepsilon$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

### Задача 8

Выберите все верные утверждения :

1. Гладкая кривая – это кривая, все параметризации которой гладкие;
2. Длина любого пути не меньше длины вписанной в его носитель ломаной;
3. Длина спрямляемой кривой конечна;
4. Любая кривая имеет неотрицательную длину;
5. Длина замкнутой кривой равна нулю;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

### Задача 9

Функция  $f \in R[0, 10]$  и  $-1 \leq f(x) \leq 10$  на  $[0, 10]$ . Выберите отрезки, содержащие значение интеграла  $\int_e^{e^3} \frac{f(x)}{x} dx$ :

1.  $[-1, 10]$ ;
2.  $[-2, 20]$ ;
3.  $[-2, 10]$ ;
4.  $[-1, 20]$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

### Задача 10

Пусть  $f \in R[a, b]$ ,  $F(x) = \int_a^x f(t)dt$ . Выберите все верные утверждения:

1.  $F$  – первообразная для  $f$  на  $[a, b]$ ;
2.  $F$  ограничена на  $[a, b]$ ;
3.  $F$  имеет разрывы в точках разрыва функции  $f$ ;
4.  $F$  не убывает на  $[a, b]$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)