

## Теортест-1 (Вариант 31)

### Тема – определенный интеграл

#### Задача 1

Выберите все верные утверждения (тела  $A$  и  $B$  имеют объем):

1.  $V(A) = V(A \cap B) + V(A \setminus B)$ ;
2. объем  $A \cup B$  равен сумме объемов  $A$  и  $B$ ;
3. объем  $A$  всегда неотрицателен;
4. если  $A \subset B$ , то объем  $A$  меньше объема  $B$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

#### Задача 2

Пусть  $f \in R[a, b]$ ,  $F(x) = \int_a^x f(t)dt$ . Выберите все верные утверждения:

1.  $F$  не убывает на  $[a, b]$ ;
2.  $F$  непрерывна на  $[a, b]$ ;
3.  $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$ ;
4.  $F$  имеет разрывы в точках разрыва функции  $f$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

#### Задача 3

Пусть  $f(x)$  – дифференцируемая функция. Выберите все верные утверждения:

1.  $\int \frac{f'(x)}{x^2} dx = \frac{f(x)}{x^2} + \int \frac{f(x)}{x} dx$ ;
2.  $\int \frac{f'(x)}{x} dx = \frac{f(x)}{x} + \int \frac{f(x)}{x^2} dx$ ;
3.  $2 \int f'(x) \sqrt{x} dx = 2\sqrt{x}f(x) - \int \frac{f(x)}{\sqrt{x}} dx$ ;
4.  $\int f(x) \ln x dx = \ln x \cdot f(x) - \int \frac{f'(x)}{x} dx$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

#### Задача 4

Выберите все верные утверждения:

1. первообразная дробно-рациональной функции является дробно-рациональной функцией;
2. если все корни знаменателя дробно-рациональной функции кратные, то ее первообразная является дробно-рациональной функцией;
3. если первообразная дробно-рациональной функции  $f(x)$  является дробно-рациональной, то все корни знаменателя  $f(x)$  кратные;
4. если первообразная дробно-рациональной функции  $f(x)$  выражается через логарифм, то знаменатель  $f(x)$  имеет только простые вещественные корни;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

#### Задача 5

Пусть  $f \in R[a, b]$ ,  $a < b$ . Выберите все верные утверждения:

1. Если  $f > 0$  на  $[a, b]$ , то  $\int_a^b f(x)dx > 0$ ;
2. Если  $\int_a^b |f(x)|dx < A$ , то  $\left| \int_a^b f(x)dx \right| < A$ ;
3. Если  $\left| \int_a^b f(x)dx \right| = 0$ , то  $f(x) \equiv 0$  на  $[a, b]$ ;
4. Если  $f \geq 0$  на  $[a, b]$  и  $\exists c \in [a, b]: f(c) > 0$ , то  $\int_a^b f(x)dx > 0$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

#### Задача 6

Пусть функция  $u = u(x)$  – первообразная для функции  $v = v(x)$  на  $[a, b]$ . Выберите все верные на  $[a, b]$  утверждения ( $C$  – произвольная постоянная):

1.  $u = v' + C$ ;
2.  $v' = u + C$ ;
3.  $u dt = dv$ ;
4.  $u' = v + C$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

### Задача 7

Выберите все верные утверждения :

1. Любая кривая имеет неотрицательную длину;
2. Гладкая кривая – это кривая, все параметризации которой гладкие;
3. Длина любой кривой конечна;
4. Кусочно-гладкая кривая спрямляема;
5. Длина кривой зависит от параметризации;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

### Задача 8

Пусть  $f$  интегрируема и  $f \geq 0$  на  $[a, b]$ . Выберите все достаточные условия для того, чтобы  $\int_a^b f(x)dx > 0$ :

1.  $f > 0$  на  $[a, b]$ ;
2.  $f$  непрерывна в точке  $a$  и  $f(b) = 1$ ;
3.  $f(a) = f(b) = 1$ ;
4.  $f$  возрастает (нестрого) на  $[a, b]$  и  $f(b) = 1$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

### Задача 9

Функция  $f \in R[0, 10]$  и  $-1 \leq f(x) \leq 10$  на  $[0, 10]$ . Выберите отрезки, содержащие значение интеграла  $\int_0^2 xf(x)dx$  :

1.  $[-10, 20]$ ;
2.  $[-2, 20]$ ;
3.  $[-1, 10]$ ;
4.  $[-1, 20]$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

### Задача 10

Выберите все верные утверждения для данной функции, заданной на отрезке  $[a, b]$ :

1. При измельчении разбиения нижняя сумма Дарбу уменьшается;
2. Нижняя сумма Дарбу является наименьшей из всех интегральных сумм для данного разбиения;
3. При измельчении разбиения нижняя сумма Дарбу увеличивается;
4. Нижняя сумма Дарбу не больше любой интегральной суммы для данного разбиения;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)