

Теортест-1 (Вариант 75)

Тема – определенный интеграл

Задача 1

Выберите все функции, имеющие дробно-рациональные первообразные:

1. $\frac{x^4}{(x^5+1)^3}$;
2. $\frac{x^9}{x^5+1}$;
3. $\frac{2x+1}{x^2+x+1}$;
4. $\frac{x^2+1}{x^5}$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 2

Пусть f интегрируема и $f \geq 0$ на $[a, b]$. Выберите все достаточные условия для того, чтобы $\int_a^b f(x)dx > 0$:

1. f непрерывна на $[a, b]$ и $f(a+b) = 1$;
2. $f > 0$ на $[a, b]$;
3. f возрастает (нестрого) на $[a, b]$ и $f(b) = 1$;
4. f непрерывна в точке a и $f(a) = 1$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 3

Выберите все верные утверждения для данной функции, заданной на отрезке $[a, b]$:

1. Нижняя сумма Дарбу не больше любой интегральной суммы для данного разбиения;
2. При измельчении разбиения нижняя сумма Дарбу уменьшается или не изменяется;
3. При измельчении разбиения нижняя сумма Дарбу уменьшается;
4. При измельчении разбиения нижняя сумма Дарбу увеличивается;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 4

Функция $f \in R[0, 10]$ и $-1 \leq f(x) \leq 10$ на $[0, 10]$. Выберите отрезки, содержащие значение интеграла $\int_0^3 x^2 f(x) dx$:

1. $[-9; 100]$;
2. $[-9; 90]$;
3. $[-2; 20]$;
4. $[-3; 90]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 5

Пусть $f \in R[a, b]$, $F(x) = \int_a^x f(t) dt$. Выберите все верные утверждения:

1. F – первообразная для f на $[a, b]$;
2. $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$;
3. F непрерывна на $[a, b]$;
4. F дифференцируема на $[a, b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 6

Пусть $f(x)$, $x(t)$ – дифференцируемые функции. Выберите все верные утверждения (при соответствующей замене) :

1. $\int f(\sqrt{x}) dx = 2 \int f(t) \sqrt{t} dt$;
2. $\int f(x) dx = \int \frac{f(\ln t)}{t} dt$;
3. $\int \frac{f(x)}{\ln x} dx = \int f(e^t) dt$;
4. $\int f(1/x) dx = - \int \frac{f(t) dt}{t^2}$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 7

Пусть функции $f, g: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$. Выберите все верные утверждения:

1. Если f интегрируема на $[a, b]$, то $|f|$ тоже интегрируема на $[a, b]$;
2. Если f и g интегрируемы на $[a, b]$, то $f \cdot g$ тоже интегрируема на $[a, b]$;
3. Если $[c, d] \subset [a, b]$ и f интегрируема на $[c, d]$, то f интегрируема и на $[a, b]$;
4. Если функция $f + g$ интегрируема на $[a, b]$, то f и g тоже интегрируемы на $[a, b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 8

Выберите все верные утверждения (множества A и B имеют площадь):

1. площадь одной точки равна нулю;
2. если $A \subset B$, то площадь A меньше площади B ;
3. любое множество имеет неотрицательную площадь;
4. площадь A всегда неотрицательна;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 9

Пусть функция $u = u(t)$ – первообразная для функции $v = v(t)$ на $[a, b]$. Выберите все верные на $[a, b]$ утверждения (C – произвольная постоянная):

1. $du = vdt$;
2. $u = dv$;
3. $du = vdt + C$;
4. $v = du + C$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 10

Выберите все верные утверждения :

1. Гладкая кривая – это кривая, все параметризации которой гладкие;
2. Любая кривая имеет неотрицательную длину;
3. Любая кривая имеет бесконечно много различных параметризаций;

4. Длины противоположных путей равны;
5. Длина любого пути не меньше длины вписанной в его носитель ломаной;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)