Теортест-1 (Вариант 86)

Тема – определенный интеграл

Задача 1

Пусть $f \in R[a,b]$, $a < b$. Выберите все верные утверждения:

1. Если $\int_a^b |f(x)|dx = 0$, то $f(x) \equiv 0$ на $[a,b]$;
2. Если $f \geq 0$ на $[a,b]$ и $\exists c \in [a,b]$: $f(c) > 0$, то $\int_a^b f(x)dx > 0$;
3. Если $\left| \int_a^b f(x)dx \right| = 0$, то $f(x) \equiv 0$ на $[a,b]$;
4. Если $\int_a^b |f(x)|dx < A$, то $\left| \int_a^b f(x)dx \right| < A$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 2

Выберите все верные утверждения для данной функции, заданной на отрезке $[a,b]$:

1. При измельчении разбиения верхняя сумма Дарбу уменьшается или не изменяется;
2. Верхняя сумма Дарбу не меньше любой интегральной суммы для данного разбиения;
3. Верхняя сумма Дарбу является наибольшей из всех интегральных сумм для данного разбиения;
4. При измельчении разбиения верхняя сумма Дарбу увеличивается;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 3

Выберите все функции, имеющие дробно-рациональные первообразные:

1. $\frac{x^3-3(x-1)^2}{(x-1)^3}$;
2. $\frac{x^2-1}{x^2+1}$;
3. $\frac{x^9}{x^5+1}$;
4. $\frac{2x+1}{x^2+x+1}$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 4

Выберите все верные утверждения :

1. Длина замкнутой кривой равна нулю;
2. Длина спрямляемой кривой конечна;
3. Длина любой кривой конечна;
4. Кусочно-гладкая кривая спрямляема;
5. Спрямляемы только кусочно-гладкие кривые;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 5

Функция $f \in R[0, 10]$ и $-1 \leq f(x) \leq 10$ на $[0, 10]$. Выберите отрезки, содержащие значение интеграла $\int_{-\ln 2}^{0} \frac{f(x)}{e^x} dx$:

1. $[-1; 5]$;
2. $[-2; 10]$;
3. $[0.5; 5]$;
4. $[-0.25; 10]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 6

Пусть f интегрируема и $f \geq 0$ на $[a, b]$. Выберите все достаточные условия для того, чтобы $\int_a^b f(x)dx > 0$:

1. f непрерывна в точке a и $f(b) = 1$;
2. f непрерывна в точке a и $f(a) = 1$;
3. f непрерывна на $[a, b]$ и $f((a + b)/2) = 1$;
4. f непрерывна на $[a, b]$ и $f(a + b) = 1$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 7

Пусть $f(x)$, $x(t)$ – дифференцирумые функции. Выберите все верные утверждения (при соответствующей замене) :

1. $\int f(x^2)dx = 2\int f(t)tdt$;
2. $\int f(1/x)dx = -\int \frac{f(t)dt}{t^2}$;
3. $\int f(x)dx = \int f(\ln t)tdt$;
4. $\int f(\sqrt{x})dx = 2\int f(t)\sqrt{t}dt$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 8

Выберите все верные утверждения (множества A и B имеют площадь):

1. $S(A) = S(A \cap B) + S(A \setminus B)$;
2. площадь одной точки равна нулю;
3. площадь графика любой функции равна нулю;
4. площадь графика интегрируемой функции равна нулю;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 9

Пусть $f \in R[a,b]$, $F(x) = \int_a^x f(t)dt$. Выберите все верные утверждения:

1. Если f кусочно-непрерывна на $[a,b]$, то F – обобщенная первообразная для f на $[a,b]$;
2. Если f непрерывна на $[a,b]$, то F – первообразная для f на $[a,b]$;
3. F ограничена на $[a,b]$;
4. F имеет разрывы в точках разрыва функции f;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 10

Пусть функция $u = u(t)$ – первообразная для функции $v = v(t)$ на $[a, b]$. Выберите все верные на $[a, b]$ утверждения (C – произвольная постоянная):

1. $u = dv$;

2. $v = du + C$;

3. $du = v$;

4. $vdt = u'dt$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*