# Теортест-1 (Вариант 66)

# Тема – определенный интеграл

### Задача 1

Пусть $f(x)$ определена на отрезке $[a, b]$. Выберите все верные утверждения:

1. Если $f$ имеет первообразную на $[a, b]$, то она интегрируема на $[a, b]$;
2. Если $f$ интегрируема на $[a, b]$, то она ограничена на $[a, b]$;
3. Если $f$ монотонна на $[a, b]$, то она интегрируема на $[a, b]$;
4. Если $f$ интегрируема на $[a, b]$, то она имеет первообразную на $[a, b]$;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

### Задача 2

Выберите все верные утверждения :

1. Кусочно-гладкая кривая спрямляема;
2. Спрямляемы только кусочно-гладкие кривые;
3. Длина кривой зависит от параметризации;
4. Любая кривая имеет неотрицательную длину;
5. Гладкая кривая – это кривая, все параметризации которой гладкие;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

### Задача 3

Функция $f \in R[0, 10]$ и $-1 \leq f(x) \leq 10$ на $[0, 10]$. Выберите отрезки, содержащие значение интеграла $\int_0^3 x^2 f(x)dx$:

1. $[-2; 20]$;
2. $[-9; 100]$;
3. $[9; 100]$;
4. $[0; 100]$;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

**Задача 4**

Пусть $f$ интегрируема и $f \geq 0$ на $[a, b]$. Выберите все достаточные условия для того, чтобы $\int_a^b f(x)dx > 0$:

1. $f$ непрерывна на $[a, b]$ и $f((a+b)/2) = 1$;
2. $f$ непрерывна в точке $a$ и $f(b) = 1$;
3. $f$ непрерывна в точке $a$ и $f(a) = 1$;
4. $f$ непрерывна на $[a, b]$ и $f(a+b) = 1$;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

**Задача 5**

Пусть $f(x)$, $x(t)$ – дифференцирумые функции. Выберите все верные утверждения (при соответствующей замене) :

1. $\int f(x)dx = \int \frac{f(\ln t)}{t}dt$;
2. $\int \frac{f(x)}{\ln x}dx = \int f(e^t)dt$;
3. $\int f(x)dx = \int f(1/t)\frac{dt}{t^2}$;
4. $\int f(x)dx = \int f(\ln t)tdt$;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

**Задача 6**

Выберите все верные утверждения (тела $A$ и $B$ имеют объем):

1. объем $A$ всегда положителен;
2. объем треугольника равен нулю;
3. объем $A$ всегда неотрицателен;
4. объем одной точки равен нулю;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

**Задача 7**

Пусть $f : [a,b] \to \mathbb{R}$; $\sigma_\tau(\xi)$ – интегральная сумма для $f$, построенная по разбиению $\tau$ с оснащением $\xi$; $s_\tau$, $S_\tau$ – нижняя и верхняя суммы Дарбу. Выберите все верные утверждения:

1. $\forall\tau\ \forall\varepsilon > 0\ \exists\xi$: $\sigma_\tau(\xi) < s_\tau + \varepsilon$;

2. $\forall\tau\ \exists\xi$: $s_\tau \le \sigma_\tau(\xi) \le S_\tau$;

3. $\forall\tau$: $s_\tau < S_\tau$;

4. $\forall\tau\ \forall\varepsilon > 0\ \exists\xi$: $\sigma_\tau(\xi) > S_\tau + \varepsilon$;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

**Задача 8**

Пусть $f \in R[a,b]$, $F(x) = \int_a^x f(t)dt$. Выберите все верные утверждения:

1. $F$ непрерывна на $[a,b]$;

2. Если $f$ непрерывна на $[a,b]$, то $F$ – первообразная для $f$ на $[a,b]$;

3. Если $f$ кусочно-непрерывна на $[a,b]$, то $F$ – обобщенная первообразная для $f$ на $[a,b]$;

4. $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

**Задача 9**

Пусть функция $u = u(t)$ – первообразная для функции $v = v(t)$ на $[a,b]$. Выберите все верные на $[a,b]$ утверждения ($C$ – произвольная постоянная):

1. $du = vdt + C$;

2. $dv = udt + C$;

3. $v = du + C$;

4. $du = v$;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

**Задача 10**

Выберите все верные утверждения:

1. первообразная дробно-рациональной функции является дробно-рациональной функцией;
2. если все корни знаменателя дробно-рациональной функции кратные, то ее первообразная является дробно-рациональной функцией;
3. если первообразная дробно-рациональной функции $f(x)$ является дробно-рациональной, то все корни знаменателя $f(x)$ кратные;
4. если первообразная дробно-рациональной функции $f(x)$ выражается через логарифм, то знаменатель $f(x)$ имеет только простые вещественные корни;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*