Теортест-1 (Вариант 60)

Тема – определенный интеграл

Задача 1

Пусть $f \in R[a,b]$, $F(x) = \int_a^x f(t)dt$. Выберите все верные утверждения:

1. F – первообразная для f на $[a,b]$;
2. F не убывает на $[a,b]$;
3. F непрерывна на $[a,b]$;
4. F дифференцируема на $[a,b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 2

Пусть $f(x)$, $x(t)$ – дифференцирумые функции. Выберите все верные утверждения (при соответствующей замене) :

1. $\int f(x)dx = \int f(\ln t)tdt$;
2. $\int f(1/x)dx = -\int \frac{f(t)dt}{t^2}$;
3. $\int \frac{f(x)}{\ln x}dx = \int f(e^t)dt$;
4. $\int f(x)d(2x) = \int \frac{f(\sqrt{t})}{\sqrt{t}}dt$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 3

Пусть $f \in R[a,b]$, $a < b$. Выберите все верные утверждения:

1. Если $\int_a^b |f(x)|dx = 0$, то $f(x) \equiv 0$ на $[a,b]$;
2. Если $\int_a^b |f(x)|dx < A$, то $\left|\int_a^b f(x)dx\right| < A$;
3. Если $f > 0$ на $[a,b]$, то $\int_a^b f(x)dx > 0$;
4. Если $f \geq 0$ на $[a,b]$, то $\int_a^b f(x)dx \geq 0$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 4

Выберите все функции, имеющие дробно-рациональные первообразные:

1. $\frac{x^2-1}{x^2+1}$;

2. $\frac{x^4}{x^2-1}$;

3. $\frac{x^4}{(x^5+1)^3}$;

4. $\frac{x^2-x+1}{x^2+x}$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 5

Выберите все верные утверждения для данной функции, заданной на отрезке $[a, b]$:

1. При измельчении разбиения нижняя сумма Дарбу увеличивается;

2. Нижняя сумма Дарбу является наименьшей из всех интегральных сумм для данного разбиения;

3. При измельчении разбиения нижняя сумма Дарбу увеличивается или не изменяется;

4. При измельчении разбиения нижняя сумма Дарбу уменьшается или не изменяется;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 6

Выберите все верные утверждения (тела A и B имеют объем):

1. объем одной точки равен нулю;

2. объем $A \cup B$ равен сумме объемов A и B;

3. объем треугольника равен нулю;

4. любое множество имеет неотрицательный объем;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 7

Выберите все верные утверждения :

1. Длина любой кривой конечна;
2. Гладкая кривая – это кривая, все параметризации которой гладкие;
3. Длина любой кривой не меньше длины отрезка, соединяющего ее начало и конец;
4. Длина любого пути не меньше длины вписанной в его носитель ломаной;
5. Длина спрямляемой кривой конечна;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 8

Функция $f \in R[0,10]$ и $-1 \leq f(x) \leq 10$ на $[0,10]$. Выберите отрезки, содержащие значение интеграла $\int_{-\ln 2}^{0} \frac{f(x)}{e^x} dx$:

1. $[-1; 10]$;
2. $[-2; 10]$;
3. $[-0.25; 10]$;
4. $[-10; 0]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 9

Пусть функция $u = u(x)$ – первообразная для функции $v = v(x)$ на $[a, b]$. Выберите все верные на $[a, b]$ утверждения (C – произвольная постоянная):

1. $v = u'$;
2. $v = u' + C$;
3. $v' = u + C$;
4. $vdt = du$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 10

Пусть f интегрируема и $f \geq 0$ на $[a, b]$. Выберите все достаточные условия для того, чтобы $\int_a^b f(x)dx > 0$:

1. f непрерывна на $[a, b]$ и $f((a+b)/2) = 1$;
2. $f > 0$ на $[a, b]$;
3. f непрерывна в точке a и $f(a) = 1$;
4. $f((a+b)/2) = 1$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*