Теортест-1 (Вариант 35)

Тема – определенный интеграл

Задача 1

Пусть $f \in R[a,b]$, $F(x) = \int_a^x f(t)dt$. Выберите все верные утверждения:

1. F дифференцируема на $[a,b]$;
2. F – первообразная для f на $[a,b]$;
3. F непрерывна на $[a,b]$;
4. $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 2

Пусть функция $u = u(t)$ – первообразная для функции $v = v(t)$ на $[a,b]$. Выберите все верные на $[a,b]$ утверждения (C – произвольная постоянная):

1. $vdt = u'dt$;
2. $dv = udt + C$;
3. $du = v$;
4. $u = dv$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 3

Функция $f \in R[0,10]$ и $-1 \leq f(x) \leq 10$ на $[0,10]$. Выберите отрезки, содержащие значение интеграла $\int_{-\ln 2}^{0} \frac{f(x)}{e^x} dx$:

1. $[0.5; 5]$;
2. $[-1; 5]$;
3. $[-10; 0]$;
4. $[-1; 10]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 4

Пусть функции f, g: $[a, b] \to \mathbb{R}$. Выберите все верные утверждения:

1. Если $|f|$ интегрируема на $[a, b]$, то f тоже интегрируема на $[a, b]$;
2. Если f и g интегрируемы на $[a, b]$, то $f + g$ тоже интегрируема на $[a, b]$;
3. Если $[c, d] \subset [a, b]$ и f интегрируема на $[c, d]$, то f интегрируема и на $[a, b]$;
4. Если $[c, d] \subset [a, b]$ и f интегрируема на $[a, b]$, то f интегрируема и на $[c, d]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 5

Выберите все верные утверждения:

1. если первообразная дробно-рациональной функции $f(x)$ является дробно-рациональной, то все корни знаменателя $f(x)$ кратные;
2. если все корни знаменателя дробно-рациональной функции кратные, то ее первообразная является дробно-рациональной функцией;
3. первообразная дробно-рациональной функции является дробно-рациональной функцией;
4. если первообразная дробно-рациональной функции $f(x)$ выражается через логарифм, то знаменатель $f(x)$ имеет только простые вещественные корни;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 6

Выберите все верные утверждения :

1. Длина замкнутой кривой равна нулю;
2. Кусочно-гладкая кривая спрямляема;
3. Длина любой кривой конечна;
4. Длина кривой зависит от параметризации;
5. Длина спрямляемой кривой конечна;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 7

Пусть f интегрируема и $f \geq 0$ на $[a, b]$. Выберите все достаточные условия для того, чтобы $\int_a^b f(x)dx > 0$:

1. $f(a) = f(b) = 1$;

2. f непрерывна в точке a и $f(b) = 1$;

3. f непрерывна в точке a и $f(a) = 1$;

4. $f((a+b)/2) = 1$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 8

Выберите все верные утверждения (множества A и B имеют площадь):

1. площадь графика любой функции равна нулю;

2. при движении площадь не меняется;

3. площадь графика интегрируемой функции равна нулю;

4. площадь отрезка равна нулю;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 9

Пусть $f(x)$ – дифференцируемая функция. Выберите все верные утверждения:

1. $\int \frac{f'(x)}{x}dx = \frac{f(x)}{x} + \int \frac{f(x)}{x^2}dx$;

2. $\int \frac{f'(x)}{x^2}dx = \frac{f(x)}{x^2} + \int \frac{f(x)}{x}dx$;

3. $\int f(x) \ln x dx = \ln x \cdot f'(x) - \int \frac{f'(x)}{x}dx$;

4. $2\int xf(x)dx = x^2 f'(x) - \int x^{\cdot} f'(x)dx$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 10

Пусть $f : [a, b] \to \mathbb{R}$; $\sigma_\tau(\xi)$ – интегральная сумма для f, построенная по разбиению τ с оснащением ξ; s_τ, S_τ – нижняя и верхняя суммы Дарбу. Выберите все утверждения, равносильные интегрируемости функции f на отрезке $[a, b]$:

1. $\forall\varepsilon > 0\ \exists\tau$: $S_\tau - s_\tau < \varepsilon$;
2. $\forall\tau$, $\exists\xi$: $s_\tau \leq \sigma_\tau(\xi) \leq S_\tau$;
3. $\exists E \in \mathbb{R}$: $\forall\varepsilon > 0\ \exists\delta > 0$: $\forall\tau : |\tau| < \delta$, $\forall\xi$: $-\varepsilon < \sigma_\tau(\xi) - E < \varepsilon$;
4. $\forall\varepsilon > 0\ \forall\tau$: $S_\tau - s_\tau < \varepsilon$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*