

Теортест-1 (Вариант 44)

Тема – определенный интеграл

Задача 1

Выберите все функции, имеющие дробно-рациональные первообразные:

1. $\frac{x^2-1}{x^2+1}$;
2. $\frac{x^9}{x^5+1}$;
3. $\frac{x^4}{(x^5+1)^3}$;
4. $\frac{x^2-x+1}{x^2+x}$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 2

Пусть $f \in R[a, b]$, $F(x) = \int_a^x f(t)dt$. Выберите все верные утверждения:

1. Если $f \geq 0$ на $[a, b]$, то F не убывает на $[a, b]$;
2. $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$;
3. Если f кусочно-непрерывна на $[a, b]$, то F – обобщенная первообразная для f на $[a, b]$;
4. Если f непрерывна на $[a, b]$, то F – первообразная для f на $[a, b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 3

Пусть $f \in R[a, b]$, $a < b$. Выберите все верные утверждения:

1. Если $\left| \int_a^b f(x)dx \right| = 0$, то $f(x) \equiv 0$ на $[a, b]$;
2. Если $\int_a^b |f(x)|dx < A$, то $\left| \int_a^b f(x)dx \right| < A$;
3. Если $f \geq 0$ на $[a, b]$, то $\int_a^b f(x)dx \geq 0$;
4. Если $f \geq 0$ на $[a, b]$ и $\exists c \in [a, b]: f(c) > 0$, то $\int_a^b f(x)dx > 0$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 4

Функция $f \in R[0, 10]$ и $-1 \leq f(x) \leq 10$ на $[0, 10]$. Выберите отрезки, содержащие значение интеграла $\int_e^{e^3} \frac{f(x)}{x} dx$:

1. $[0, 10]$;
2. $[-2, 20]$;
3. $[-10, 20]$;
4. $[-2, 10]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 5

Выберите все верные утверждения :

1. Длины противоположных путей равны;
2. Длина любой кривой не меньше длины отрезка, соединяющего ее начало и конец;
3. Длина кривой зависит от параметризации;
4. Длина замкнутой кривой равна нулю;
5. Длина любой кривой конечна;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 6

Пусть функция $u = u(t)$ – первообразная для функции $v = v(t)$ на $[a, b]$. Выберите все верные на $[a, b]$ утверждения (C – произвольная постоянная):

1. $v = du + C$;
2. $du = v$;
3. $u = dv$;
4. $vdt = u'dt$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 7

Пусть $f(x)$, $x(t)$ – дифференцируемые функции. Выберите все верные утверждения (при соответствующей замене) :

1. $\int f(x^2)dx = 2 \int f(t)t dt$;
2. $\int f(1/x)dx = - \int \frac{f(t)dt}{t^2}$;
3. $\int f(x)dx = \int f(1/t)\frac{dt}{t^2}$;
4. $\int \frac{f(x)}{\ln x}dx = \int f(e^t)dt$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 8

Выберите все верные утверждения (множества A и B имеют площадь):

1. при движении площадь не меняется;
2. если $A \subset B$, то площадь A меньше площади B ;
3. площадь A всегда положительна;
4. площадь отрезка равна нулю;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 9

Выберите все верные утверждения для данной функции, заданной на отрезке $[a, b]$:

1. При измельчении разбиения нижняя сумма Дарбу уменьшается;
2. При измельчении разбиения нижняя сумма Дарбу увеличивается;
3. Нижняя сумма Дарбу является наименьшей из всех интегральных сумм для данного разбиения;
4. Нижняя сумма Дарбу не больше любой интегральной суммы для данного разбиения;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 10

Пусть f интегрируема и $f \geq 0$ на $[a, b]$. Выберите все достаточные условия для того, чтобы $\int_a^b f(x)dx > 0$:

1. $f((a+b)/2) = 1$;
2. $f > 0$ на $[a, b]$;
3. f возрастает (нестрого) на $[a, b]$ и $f(b) = 1$;
4. f непрерывна на $[a, b]$ и $f((a+b)/2) = 1$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)