

Теортест-1 (Вариант 9)

Тема – определенный интеграл

Задача 1

Пусть функция $u = u(x)$ – первообразная для функции $v = v(x)$ на $[a, b]$. Выберите все верные на $[a, b]$ утверждения (C – произвольная постоянная):

1. $vdt = du$;
2. $udt = dv$;
3. $u = v' + C$;
4. $v = u' + C$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 2

Пусть $f \in R[a, b]$, $F(x) = \int_a^x f(t)dt$. Выберите все верные утверждения:

1. $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$;
2. F имеет разрывы в точках разрыва функции f ;
3. F ограничена на $[a, b]$;
4. Если $f \geq 0$ на $[a, b]$, то F не убывает на $[a, b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 3

Пусть $f \in R[a, b]$, $a < b$. Выберите все верные утверждения:

1. Если $\int_a^b |f(x)|dx < A$, то $\left| \int_a^b f(x)dx \right| < A$;
2. Если $f \geq 0$ на $[a, b]$, то $\int_a^b f(x)dx \geq 0$;
3. Если $\left| \int_a^b f(x)dx \right| = 0$, то $f(x) \equiv 0$ на $[a, b]$;
4. Если $f \geq 0$ на $[a, b]$ и $\exists c \in [a, b]: f(c) > 0$, то $\int_a^b f(x)dx > 0$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 4

Пусть f интегрируема и $f \geq 0$ на $[a, b]$. Выберите все достаточные условия для того, чтобы $\int_a^b f(x)dx > 0$:

1. f возрастает (нестрого) на $[a, b]$ и $f(b) = 1$;
2. $f((a+b)/2) = 1$;
3. $f(a) > 0, f(b) > 0$;
4. f непрерывна на $[a, b]$ и $f(a+b) = 1$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 5

Пусть $f(x)$ – дифференцируемая функция. Выберите все верные утверждения:

1. $\int \frac{f'(x)}{x^2} dx = \frac{f(x)}{x^2} + \int \frac{f(x)}{x} dx$;
2. $\int f'(x) \sin x dx = \cos x \cdot f(x) - \int f(x) \cos x dx$;
3. $2 \int x f(x) dx = x^2 f'(x) - \int x f'(x) dx$;
4. $\int f'(x) e^x dx = e^x f(x) - \int f(x) e^x dx$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 6

Выберите все верные утверждения:

1. первообразная дробно-рациональной функции является дробно-рациональной функцией;
2. если первообразная дробно-рациональной функции $f(x)$ является дробно-рациональной, то все корни знаменателя $f(x)$ кратные;
3. если первообразная дробно-рациональной функции $f(x)$ выражается через логарифм, то знаменатель $f(x)$ имеет только простые вещественные корни;
4. если все корни знаменателя дробно-рациональной функции кратные, то ее первообразная является дробно-рациональной функцией;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 7

Функция $f \in R[0, 10]$ и $-1 \leq f(x) \leq 10$ на $[0, 10]$. Выберите отрезки, содержащие значение интеграла $\int_0^2 xf(x)dx$:

1. $[0, 10]$;
2. $[-2, 20]$;
3. $[-1, 10]$;
4. $[-2, 10]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 8

Выберите все верные утверждения (множества A и B имеют площадь):

1. площадь A всегда положительна;
2. площадь графика любой функции равна нулю;
3. $S(A) = S(A \cap B) + S(A \setminus B)$;
4. при движении площадь не меняется;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 9

Выберите все верные утверждения :

1. Длина кривой определяется как супремум длин всевозможных параметризаций кривой;
2. Любая кривая имеет неотрицательную длину;
3. Любая кривая имеет бесконечно много различных параметризаций;
4. Длина любой кривой не меньше длины отрезка, соединяющего ее начало и конец;
5. Длина спрямляемой кривой конечна;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 10

Выберите все верные утверждения для данной функции, заданной на отрезке $[a, b]$:

1. Нижняя сумма Дарбу не больше любой интегральной суммы для данного разбиения;
2. Нижняя сумма Дарбу является наименьшей из всех интегральных сумм для данного разбиения;
3. При измельчении разбиения нижняя сумма Дарбу уменьшается или не изменяется;
4. При измельчении разбиения нижняя сумма Дарбу уменьшается;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)