Теортест-1 (Вариант 32)

Тема – определенный интеграл

Задача 1

Выберите все функции, имеющие дробно-рациональные первообразные:

1. $\frac{x^4}{(x^5+1)^3}$;
2. $\frac{x^4}{x^2-1}$;
3. $\frac{x^3-3(x-1)^2}{(x-1)^3}$;
4. $\frac{2x+1}{x^2+x+1}$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 2

Пусть функция $u = u(x)$ – первообразная для функции $v = v(x)$ на $[a, b]$. Выберите все верные на $[a, b]$ утверждения (C – произвольная постоянная):

1. $u = v' + C$;
2. $v' = u + C$;
3. $u = v'$;
4. $v = u' + C$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 3

Функция $f \in R[0, 10]$ и $-1 \leq f(x) \leq 10$ на $[0, 10]$. Выберите отрезки, содержащие значение интеграла $\int_e^{e^3} \frac{f(x)}{x} dx$:

1. $[-1, 20]$;
2. $[-2, 20]$;
3. $[0, 10]$;
4. $[-10, 20]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 4

Выберите все верные утверждения (множества A и B имеют площадь):

1. $S(A) = S(A \cap B) + S(A \setminus B)$;
2. площадь графика интегрируемой функции равна нулю;
3. если $A \subset B$, то площадь A меньше площади B;
4. любое множество имеет неотрицательную площадь;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 5

Пусть $f(x)$, $x(t)$ – дифференцирумые функции. Выберите все верные утверждения (при соответствующей замене) :

1. $\int f(x)d(2x) = \int \frac{f(\sqrt{t})}{\sqrt{t}}dt$;
2. $\int f(\sqrt{x})dx = 2\int f(t)\sqrt{t}dt$;
3. $\int f(x)dx = \int f(\ln t)tdt$;
4. $\int \frac{f(x)}{\ln x}dx = \int f(e^t)dt$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 6

Пусть $f \in R[a,b]$, $F(x) = \int_a^x f(t)dt$. Выберите все верные утверждения:

1. F ограничена на $[a,b]$;
2. Если f непрерывна на $[a,b]$, то F – первообразная для f на $[a,b]$;
3. F непрерывна на $[a,b]$;
4. $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 7

Пусть $f : [a,b] \to \mathbb{R}$; $\sigma_\tau(\xi)$ – интегральная сумма для f, построенная по разбиению τ с оснащением ξ; s_τ, S_τ – нижняя и верхняя суммы Дарбу. Выберите все верные утверждения:

1. $\forall\tau\ \exists\xi$: $s_\tau \leq \sigma_\tau(\xi) \leq S_\tau$;

2. $\forall\tau\ \forall\varepsilon > 0\ \exists\xi$: $\sigma_\tau(\xi) < s_\tau - \varepsilon$;

3. $\forall\tau\ \forall\varepsilon > 0\ \exists\xi$: $\sigma_\tau(\xi) > S_\tau + \varepsilon$;

4. $\forall\tau\ \forall\varepsilon > 0\ \exists\xi$: $\sigma_\tau(\xi) < s_\tau + \varepsilon$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 8

Пусть f интегрируема и $f \geq 0$ на $[a,b]$. Выберите все достаточные условия для того, чтобы $\int_a^b f(x)dx > 0$:

1. f непрерывна в точке a и $f(b) = 1$;

2. $f(a) > 0$, $f(b) > 0$;

3. f непрерывна на $[a,b]$ и $f((a+b)/2) = 1$;

4. $f > 0$ на $[a,b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 9

Пусть $f(x)$ определена на отрезке $[a,b]$. Выберите все верные утверждения:

1. Если f имеет первообразную на $[a,b]$, то она интегрируема на $[a,b]$;

2. Если f непрерывна на $[a,b]$, то она интегрируема на $[a,b]$;

3. Если f дифференцируема на $[a,b]$, то она интегрируема на $[a,b]$;

4. Если f монотонна на $[a,b]$, то она интегрируема на $[a,b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 10

Выберите все верные утверждения :

1. Длины противоположных путей равны;
2. Спрямляемы только кусочно-гладкие кривые;
3. Длина любой кривой конечна;
4. Гладкая кривая – это кривая, все параметризации которой гладкие;
5. Длина кривой зависит от параметризации;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*