Теортест-1 (Вариант 81)

Тема – определенный интеграл

Задача 1

Пусть функция $u = u(t)$ – первообразная для функции $v = v(t)$ на $[a, b]$. Выберите все верные на $[a, b]$ утверждения (C – произвольная постоянная):

1. $du = v$;
2. $dv = udt + C$;
3. $du = vdt$;
4. $v = du + C$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 2

Выберите все верные утверждения :

1. Длины противоположных путей равны;
2. Длина кривой определяется как супремум длин всевозможных параметризаций кривой;
3. Любая кривая имеет бесконечно много различных параметризаций;
4. Спрямляемы только кусочно-гладкие кривые;
5. Длина любой кривой не меньше длины отрезка, соединяющего ее начало и конец;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 3

Пусть f интегрируема и $f \geq 0$ на $[a, b]$. Выберите все достаточные условия для того, чтобы $\int_a^b f(x)dx > 0$:

1. $f(a) > 0$, $f(b) > 0$;
2. f непрерывна на $[a, b]$ и $f(a + b) = 1$;
3. $f(a) = f(b) = 1$;
4. $f((a + b)/2) = 1$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 4

Пусть $f \in R[a,b]$, $F(x) = \int_a^x f(t)dt$. Выберите все верные утверждения:

1. $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$;
2. Если f непрерывна на $[a,b]$, то F – первообразная для f на $[a,b]$;
3. F ограничена на $[a,b]$;
4. Если f кусочно-непрерывна на $[a,b]$, то F – обобщенная первообразная для f на $[a,b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 5

Выберите все верные утверждения (множества A и B имеют площадь):

1. площадь графика любой функции равна нулю;
2. площадь A всегда положительна;
3. при движении площадь не меняется;
4. площадь одной точки равна нулю;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 6

Пусть $f : [a,b] \to \mathbb{R}$; $\sigma_\tau(\xi)$ – интегральная сумма для f, построенная по разбиению τ с оснащением ξ; s_τ, S_τ – нижняя и верхняя суммы Дарбу. Выберите все утверждения, равносильные интегрируемости функции f на отрезке $[a,b]$:

1. $\forall\varepsilon > 0\ \exists\tau$: $S_\tau - s_\tau < \varepsilon$;
2. $\forall\tau$, $\forall\xi$: $s_\tau \le \sigma_\tau(\xi) \le S_\tau$;
3. $\exists E \in \mathbb{R}$: $\forall\varepsilon > 0\ \exists\delta > 0$: $\forall\tau : |\tau| < \delta\ \exists\xi$: $-\varepsilon < \sigma_\tau(\xi) - E < \varepsilon$;
4. $\forall\varepsilon > 0\ \exists\delta > 0$: $\forall\tau : |\tau| < \delta\ \exists\xi$: $S_\tau - \sigma_\tau(\xi) < \varepsilon$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 7

Выберите все верные утверждения:

1. если первообразная дробно-рациональной функции $f(x)$ выражается через логарифм, то знаменатель $f(x)$ имеет только простые вещественные корни;

2. первообразная дробно-рациональной функции является дробно-рациональной функцией;

3. если все корни знаменателя дробно-рациональной функции кратные, то ее первообразная является дробно-рациональной функцией;

4. если первообразная дробно-рациональной функции $f(x)$ является дробно-рациональной, то все корни знаменателя $f(x)$ кратные;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 8

Функция $f \in R[0, 10]$ и $-1 \leq f(x) \leq 10$ на $[0, 10]$. Выберите отрезки, содержащие значение интеграла $\int_0^3 x^2 f(x)dx$:

1. $[-9; 100]$;

2. $[0; 100]$;

3. $[-3; 90]$;

4. $[-9; 90]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 9

Пусть $f(x)$ определена на отрезке $[a, b]$. Выберите все верные утверждения:

1. Если f монотонна на $[a, b]$, то она интегрируема на $[a, b]$;

2. Если f имеет конечное число точек разрыва типа скачок на $[a, b]$, то она интегрируема на $[a, b]$;

3. Если f интегрируема на $[a, b]$, то она монотонна на $[a, b]$;

4. Если f имеет конечное число точек разрыва на $[a, b]$, то она интегрируема на $[a, b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 10

Пусть $f(x)$ – дифференцируемая функция. Выберите все верные утверждения:

1. $\int f(x) \sin x dx = \cos x \cdot f(x) - \int f'(x) \cos x dx;$
2. $2 \int f'(x)\sqrt{x} dx = 2\sqrt{x} f(x) - \int \frac{f(x)}{\sqrt{x}} dx;$
3. $\int f'(x) \sin x dx = \cos x \cdot f(x) - \int f(x) \cos x dx;$
4. $\int f(x) \ln x dx = \ln x \cdot f'(x) - \int \frac{f'(x)}{x} dx;$

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*