

Теортест-1 (Вариант 46)

Тема – определенный интеграл

Задача 1

Пусть функция $u = u(t)$ – первообразная для функции $v = v(t)$ на $[a, b]$. Выберите все верные на $[a, b]$ утверждения (C – произвольная постоянная):

1. $vdt = u'dt$;
2. $dv = udt + C$;
3. $v = du + C$;
4. $du = vdt + C$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 2

Пусть функции $f, g: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$. Выберите все верные утверждения:

1. Если функция $f \cdot g$ интегрируема на $[a, b]$, то f и g тоже интегрируемы на $[a, b]$;
2. Если $c \in [a, b]$ и f интегрируема на $[a, c]$ и на $(c, b]$, то f интегрируема и на $[a, b]$;
3. Если $|f|$ интегрируема на $[a, b]$, то f тоже интегрируема на $[a, b]$;
4. Если $[c, d] \subset [a, b]$ и f интегрируема на $[a, b]$, то f интегрируема и на $[c, d]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 3

Пусть $f \in R[a, b]$, $F(x) = \int_a^x f(t)dt$. Выберите все верные утверждения:

1. F непрерывна на $[a, b]$;
2. F имеет разрывы в точках разрыва функции f ;
3. F дифференцируема на $[a, b]$;
4. F ограничена на $[a, b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 4

Выберите все верные утверждения (множества A и B имеют площадь):

1. площадь отрезка равна нулю;
2. при движении площадь не меняется;
3. площадь $A \cup B$ равна сумме площадей A и B ;
4. площадь A всегда неотрицательна;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 5

Выберите все верные утверждения для данной функции, заданной на отрезке $[a, b]$:

1. При измельчении разбиения верхняя сумма Дарбу увеличивается;
2. При измельчении разбиения верхняя сумма Дарбу уменьшается или не изменяется;
3. Верхняя сумма Дарбу является наибольшей из всех интегральных сумм для данного разбиения;
4. При измельчении разбиения верхняя сумма Дарбу уменьшается;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 6

Выберите все функции, имеющие дробно-рациональные первообразные:

1. $\frac{x^9}{x^5+1}$;
2. $\frac{x^3-3(x-1)^2}{(x-1)^3}$;
3. $\frac{x^2-1}{x^2+1}$;
4. $\frac{x^2+1}{x^5}$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 7

Функция $f \in R[0, 10]$ и $-1 \leq f(x) \leq 10$ на $[0, 10]$. Выберите отрезки, содержащие значение интеграла $\int_{-\ln 2}^0 \frac{f(x)}{e^x} dx$:

1. $[0.5; 5]$;
2. $[-2; 10]$;
3. $[-10; 0]$;
4. $[-1; 10]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 8

Пусть f интегрируема и $f \geq 0$ на $[a, b]$. Выберите все достаточные условия для того, чтобы $\int_a^b f(x) dx > 0$:

1. f непрерывна в точке a и $f(a) = 1$;
2. $f(a) > 0, f(b) > 0$;
3. f непрерывна на $[a, b]$ и $f((a+b)/2) = 1$;
4. f непрерывна на $[a, b]$ и $f(a+b) = 1$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 9

Выберите все верные утверждения :

1. Длина замкнутой кривой равна нулю;
2. Длины противоположных путей равны;
3. Длина спрямляемой кривой конечна;
4. Длина любой кривой не меньше длины отрезка, соединяющего ее начало и конец;
5. Длина кривой определяется как супремум длин всевозможных параметризаций кривой;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 10

Пусть $f(x)$, $x(t)$ – дифференцируемые функции. Выберите все верные утверждения (при соответствующей замене) :

1. $\int f(x)dx = \int \frac{f(\ln t)}{t}dt;$

2. $\int f(x)d(2x) = \int \frac{f(\sqrt{t})}{\sqrt{t}}dt;$

3. $\int f(\sqrt{x})dx = 2 \int f(t)\sqrt{t}dt;$

4. $\int f(x)dx = \int f(\ln t)tdt;$

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)