

Теортест-1 (Вариант 22)

Тема – определенный интеграл

Задача 1

Выберите все верные утверждения для данной функции, заданной на отрезке $[a, b]$:

1. При измельчении разбиения нижняя сумма Дарбу уменьшается;
2. Нижняя сумма Дарбу не больше любой интегральной суммы для данного разбиения;
3. При измельчении разбиения нижняя сумма Дарбу уменьшается или не изменяется;
4. При измельчении разбиения нижняя сумма Дарбу увеличивается;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 2

Пусть $f \in R[a, b]$, $a < b$. Выберите все верные утверждения:

1. Если $f \geq 0$ на $[a, b]$, то $\int_a^b f(x)dx \geq 0$;
2. Если $\left| \int_a^b f(x)dx \right| = 0$, то $f(x) \equiv 0$ на $[a, b]$;
3. Если $\int_a^b |f(x)|dx = 0$, то $f(x) \equiv 0$ на $[a, b]$;
4. Если $f \geq 0$ на $[a, b]$ и $\exists c \in [a, b]: f(c) > 0$, то $\int_a^b f(x)dx > 0$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 3

Пусть $f(x)$ – дифференцируемая функция. Выберите все верные утверждения:

1. $\int f'(x) \sin x dx = \cos x \cdot f(x) - \int f(x) \cos x dx$;
2. $\int f(x) \sin x dx = \cos x \cdot f(x) - \int f'(x) \cos x dx$;
3. $\int f(x) \ln x dx = \ln x \cdot f'(x) - \int \frac{f'(x)}{x} dx$;
4. $\int \frac{f'(x)}{x} dx = \frac{f(x)}{x} + \int \frac{f(x)}{x^2} dx$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 4

Пусть f интегрируема и $f \geq 0$ на $[a, b]$. Выберите все достаточные условия для того, чтобы $\int_a^b f(x)dx > 0$:

1. $f > 0$ на $[a, b]$;
2. f непрерывна в точке a и $f(b) = 1$;
3. $f(a) > 0, f(b) > 0$;
4. f возрастает (нестрого) на $[a, b]$ и $f(b) = 1$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 5

Пусть функция $u = u(t)$ – первообразная для функции $v = v(t)$ на $[a, b]$. Выберите все верные на $[a, b]$ утверждения (C – произвольная постоянная):

1. $u = dv$;
2. $v = du + C$;
3. $dv = udt + C$;
4. $vdt = u'dt$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 6

Выберите все верные утверждения :

1. Длина спрямляемой кривой конечна;
2. Гладкая кривая – это кривая, все параметризации которой гладкие;
3. Спряжляемы только кусочно-гладкие кривые;
4. Длина замкнутой кривой равна нулю;
5. Длина любого пути не меньше длины вписанной в его носитель ломаной;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 7

Пусть $f \in R[a, b]$, $F(x) = \int_a^x f(t)dt$. Выберите все верные утверждения:

1. F ограничена на $[a, b]$;
2. $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$;
3. Если f кусочно-непрерывна на $[a, b]$, то F – обобщенная первообразная для f на $[a, b]$;
4. Если $f \geq 0$ на $[a, b]$, то F не убывает на $[a, b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 8

Выберите все верные утверждения:

1. если первообразная дробно-рациональной функции $f(x)$ выражается через логарифм, то знаменатель $f(x)$ имеет только простые вещественные корни;
2. первообразная дробно-рациональной функции выражается через элементарные функции;
3. первообразная дробно-рациональной функции является дробно-рациональной функцией;
4. если все корни знаменателя дробно-рациональной функции кратные, то ее первообразная является дробно-рациональной функцией;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 9

Функция $f \in R[0, 10]$ и $-1 \leq f(x) \leq 10$ на $[0, 10]$. Выберите отрезки, содержащие значение интеграла $\int_0^3 x^2 f(x)dx$:

1. $[0; 100]$;
2. $[-3; 90]$;
3. $[9; 100]$;
4. $[-2; 20]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 10

Выберите все верные утверждения (множества A и B имеют площадь):

1. любое множество имеет неотрицательную площадь;
2. $S(A) = S(A \cap B) + S(A \setminus B)$;
3. площадь A всегда положительна;
4. если $A \subset B$, то площадь A меньше площади B ;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)