

Теортест-1 (Вариант 49)

Тема – определенный интеграл

Задача 1

Пусть функции $f, g: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$. Выберите все верные утверждения:

1. Если $c \in [a, b]$ и f интегрируема на $[a, c]$ и на $[c, b]$, то f интегрируема и на $[a, b]$;
2. Если $c \in [a, b]$ и f интегрируема на $[a, c]$ и на $[c, b]$, то f интегрируема и на $[a, b]$;
3. Если f и g интегрируемы на $[a, b]$, то $f + g$ тоже интегрируема на $[a, b]$;
4. Если $c \in [a, b]$ и f интегрируема на $[a, c]$ и на $(c, b]$, то f интегрируема и на $[a, b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 2

Выберите все верные утверждения :

1. Гладкая кривая – это кривая, все параметризации которой гладкие;
2. Длина кривой определяется как супремум длин всевозможных параметризаций кривой;
3. Любая кривая имеет бесконечно много различных параметризаций;
4. Длины противоположных путей равны;
5. Длина спрямляемой кривой конечна;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 3

Выберите все верные утверждения (множества A и B имеют площадь):

1. площадь графика любой функции равна нулю;
2. площадь отрезка равна нулю;
3. площадь A всегда положительна;
4. площадь A всегда неотрицательна;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 4

Пусть функция $u = u(t)$ – первообразная для функции $v = v(t)$ на $[a, b]$. Выберите все верные на $[a, b]$ утверждения (C – произвольная постоянная):

1. $vdt = u'dt$;
2. $du = vdt$;
3. $dv = udt + C$;
4. $du = vdt + C$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 5

Пусть $f \in R[a, b]$, $F(x) = \int_a^x f(t)dt$. Выберите все верные утверждения:

1. Если f непрерывна на $[a, b]$, то F – первообразная для f на $[a, b]$;
2. $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$;
3. Если f кусочно-непрерывна на $[a, b]$, то F – обобщенная первообразная для f на $[a, b]$;
4. Если $f \geq 0$ на $[a, b]$, то F не убывает на $[a, b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 6

Выберите все функции, имеющие дробно-рациональные первообразные:

1. $\frac{x}{x^2-1}$;
2. $\frac{x^9}{x^5+1}$;
3. $\frac{2x+1}{x^2(x+1)^2}$;
4. $\frac{x^3-3(x-1)^2}{(x-1)^3}$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 7

Выберите все верные утверждения для данной функции, заданной на отрезке $[a, b]$:

1. Верхняя сумма Дарбу не меньше любой интегральной суммы для данного разбиения;
2. При измельчении разбиения верхняя сумма Дарбу увеличивается;
3. Верхняя сумма Дарбу является наибольшей из всех интегральных сумм для данного разбиения;
4. При измельчении разбиения верхняя сумма Дарбу увеличивается или не изменяется;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 8

Пусть $f(x)$ – дифференцируемая функция. Выберите все верные утверждения:

1. $2 \int f'(x)\sqrt{x}dx = 2\sqrt{x}f(x) - \int \frac{f(x)}{\sqrt{x}}dx$;
2. $\int \frac{f'(x)}{x^2}dx = \frac{f(x)}{x^2} + \int \frac{f(x)}{x}dx$;
3. $\int f(x) \ln x dx = \ln x \cdot f'(x) - \int \frac{f'(x)}{x}dx$;
4. $\int f'(x) \sin x dx = \cos x \cdot f(x) - \int f(x) \cos x dx$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 9

Функция $f \in R[0, 10]$ и $-1 \leq f(x) \leq 10$ на $[0, 10]$. Выберите отрезки, содержащие значение интеграла $\int_0^3 x^2 f(x) dx$:

1. $[-2; 20]$;
2. $[-9; 100]$;
3. $[-3; 90]$;
4. $[-9; 90]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 10

Пусть f интегрируема и $f \geq 0$ на $[a, b]$. Выберите все достаточные условия для того, чтобы $\int_a^b f(x)dx > 0$:

1. $f > 0$ на $[a, b]$;
2. $f(a) = f(b) = 1$;
3. f возрастает (нестрого) на $[a, b]$ и $f(b) = 1$;
4. $f((a+b)/2) = 1$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)