

Теортест-1 (Вариант 101)

Тема – определенный интеграл

Задача 1

Выберите все верные утверждения для данной функции, заданной на отрезке $[a, b]$:

1. Верхняя сумма Дарбу является наибольшей из всех интегральных сумм для данного разбиения;
2. Верхняя сумма Дарбу не меньше любой интегральной суммы для данного разбиения;
3. При измельчении разбиения верхняя сумма Дарбу уменьшается;
4. При измельчении разбиения верхняя сумма Дарбу уменьшается или не изменяется;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 2

Выберите все верные утверждения (множества A и B имеют площадь):

1. площадь графика любой функции равна нулю;
2. площадь одной точки равна нулю;
3. площадь A всегда положительна;
4. если $A \subset B$, то площадь A меньше площади B ;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 3

Пусть f интегрируема и $f \geq 0$ на $[a, b]$. Выберите все достаточные условия для того, чтобы $\int_a^b f(x)dx > 0$:

1. f непрерывна на $[a, b]$ и $f((a+b)/2) = 1$;
2. $f((a+b)/2) = 1$;
3. $f > 0$ на $[a, b]$;
4. $f(a) > 0, f(b) > 0$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 4

Выберите все верные утверждения :

1. Гладкая кривая – это кривая, все параметризации которой гладкие;
2. Спряжляемы только кусочно-гладкие кривые;
3. Длина любого пути не меньше длины вписанной в его носитель ломаной;
4. Длины противоположных путей равны;
5. Длина спряжляемой кривой конечна;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 5

Пусть $f \in R[a, b]$, $F(x) = \int_a^x f(t)dt$. Выберите все верные утверждения:

1. Если f кусочно-непрерывна на $[a, b]$, то F – обобщенная первообразная для f на $[a, b]$;
2. F имеет разрывы в точках разрыва функции f ;
3. Если $f \geq 0$ на $[a, b]$, то F не убывает на $[a, b]$;
4. F непрерывна на $[a, b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 6

Выберите все функции, имеющие дробно-рациональные первообразные:

1. $\frac{x^9}{x^5+1}$;
2. $\frac{x}{x^2-1}$;
3. $\frac{x^2-x+1}{x^2+x}$;
4. $\frac{x^2-1}{x^2+1}$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 7

Пусть функции $f, g: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$. Выберите все верные утверждения:

1. Если функция $f + g$ интегрируема на $[a, b]$, то f и g тоже интегрируемы на $[a, b]$;
2. Если f интегрируема на $[a, b]$, то $|f|$ тоже интегрируема на $[a, b]$;
3. Если f и g интегрируемы на $[a, b]$, то $f + g$ тоже интегрируема на $[a, b]$;
4. Если f и g интегрируемы на $[a, b]$, то $f \cdot g$ тоже интегрируема на $[a, b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 8

Функция $f \in R[0, 10]$ и $-1 \leq f(x) \leq 10$ на $[0, 10]$. Выберите отрезки, содержащие значение интеграла $\int_e^{e^3} \frac{f(x)}{x} dx$:

1. $[-2, 10]$;
2. $[-1, 20]$;
3. $[-2, 20]$;
4. $[0, 10]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 9

Пусть функция $u = u(x)$ – первообразная для функции $v = v(x)$ на $[a, b]$. Выберите все верные на $[a, b]$ утверждения (C – произвольная постоянная):

1. $v = u'$;
2. $v = u' + C$;
3. $u = v'$;
4. $v' = u + C$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 10

Пусть $f(x)$ – дифференцируемая функция. Выберите все верные утверждения:

1. $\int \frac{f'(x)}{x} dx = \frac{f(x)}{x} + \int \frac{f(x)}{x^2} dx;$
2. $2 \int f'(x) \sqrt{x} dx = 2\sqrt{x}f(x) - \int \frac{f(x)}{\sqrt{x}} dx;$
3. $2 \int x f(x) dx = x^2 f'(x) - \int x f'(x) dx;$
4. $\int f'(x) \sin x dx = \cos x \cdot f(x) - \int f(x) \cos x dx;$

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)