

Теортест-1 (Вариант 78)

Тема – определенный интеграл

Задача 1

Пусть $f(x)$ определена на отрезке $[a, b]$. Выберите все верные утверждения:

1. Если f интегрируема на $[a, b]$, то она имеет первообразную на $[a, b]$;
2. Если f монотонна на $[a, b]$, то она интегрируема на $[a, b]$;
3. Если f интегрируема на $[a, b]$, то она ограничена на $[a, b]$;
4. Если f имеет конечное число точек разрыва типа скачок на $[a, b]$, то она интегрируема на $[a, b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 2

Пусть $f \in R[a, b]$, $F(x) = \int_a^x f(t)dt$. Выберите все верные утверждения:

1. $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$;
2. F непрерывна на $[a, b]$;
3. F ограничена на $[a, b]$;
4. F имеет разрывы в точках разрыва функции f ;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 3

Выберите все верные утверждения :

1. Спрямолинейны только кусочно-гладкие кривые;
2. Длина замкнутой кривой равна нулю;
3. Длина любой кривой конечна;
4. Длина любого пути не меньше длины вписанной в его носитель ломаной;
5. Любая кривая имеет бесконечно много различных параметризаций;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 4

Выберите все верные утверждения (множества A и B имеют площадь):

1. если $A \subset B$, то площадь A меньше площади B ;
2. площадь графика любой функции равна нулю;
3. площадь графика интегрируемой функции равна нулю;
4. площадь A всегда неотрицательна;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 5

Пусть $f(x)$ – дифференцируемая функция. Выберите все верные утверждения:

1. $2 \int x f(x) dx = x^2 f'(x) - \int x f'(x) dx$;
2. $2 \int f'(x) \sqrt{x} dx = 2 \sqrt{x} f(x) - \int \frac{f(x)}{\sqrt{x}} dx$;
3. $\int \frac{f'(x)}{x} dx = \frac{f(x)}{x} + \int \frac{f(x)}{x^2} dx$;
4. $\int f'(x) \sin x dx = \cos x \cdot f(x) - \int f(x) \cos x dx$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 6

Функция $f \in R[0, 10]$ и $-1 \leq f(x) \leq 10$ на $[0, 10]$. Выберите отрезки, содержащие значение интеграла $\int_0^2 x f(x) dx$:

1. $[-2, 20]$;
2. $[-1, 20]$;
3. $[-1, 10]$;
4. $[0, 10]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 7

Пусть функция $u = u(x)$ – первообразная для функции $v = v(x)$ на $[a, b]$. Выберите все верные на $[a, b]$ утверждения (C – произвольная постоянная):

1. $v = u' + C$;
2. $u' = v + C$;
3. $u dt = dv$;
4. $v = u'$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 8

Пусть $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$; $\sigma_\tau(\xi)$ – интегральная сумма для f , построенная по разбиению τ с оснащением ξ ; s_τ, S_τ – нижняя и верхняя суммы Дарбу. Выберите все утверждения, равносильные интегрируемости функции f на отрезке $[a, b]$:

1. $\forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0: \forall \tau : |\tau| < \delta \Rightarrow S_\tau - s_\tau < \varepsilon$;
2. $\forall \varepsilon > 0 \exists \tau: S_\tau - s_\tau < \varepsilon$;
3. $\exists E \in \mathbb{R}: \forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0: \forall \tau : |\tau| < \delta \exists \xi: -\varepsilon < \sigma_\tau(\xi) - E < \varepsilon$;
4. $\exists E \in \mathbb{R}: \forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0: \forall \tau : |\tau| < \delta, \forall \xi: -\varepsilon < \sigma_\tau(\xi) - E < \varepsilon$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 9

Пусть f интегрируема и $f \geq 0$ на $[a, b]$. Выберите все достаточные условия для того, чтобы $\int_a^b f(x) dx > 0$:

1. $f(a) > 0, f(b) > 0$;
2. $f(a) = f(b) = 1$;
3. $f((a+b)/2) = 1$;
4. f непрерывна на $[a, b]$ и $f((a+b)/2) = 1$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 10

Выберите все функции, имеющие дробно-рациональные первообразные:

1. $\frac{x^2-1}{x^2+1}$;

2. $\frac{x^4}{x^2-1}$;

3. $\frac{x^2+1}{x^5}$;

4. $\frac{x^3-3(x-1)^2}{(x-1)^3}$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (*введите "0", если верных утверждений нет*)