Теортест-1 (Вариант 16)

Тема – определенный интеграл

Задача 1

Пусть f интегрируема и $f \geq 0$ на $[a, b]$. Выберите все достаточные условия для того, чтобы $\int_a^b f(x)dx > 0$:

1. f непрерывна на $[a, b]$ и $f((a+b)/2) = 1$;
2. $f > 0$ на $[a, b]$;
3. $f(a) > 0$, $f(b) > 0$;
4. f непрерывна на $[a, b]$ и $f(a+b) = 1$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 2

Выберите все верные утверждения (множества A и B имеют площадь):

1. площадь графика интегрируемой функции равна нулю;
2. при движении площадь не меняется;
3. площадь A всегда неотрицательна;
4. площадь графика любой функции равна нулю;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 3

Пусть $f \in R[a, b]$, $F(x) = \int_a^x f(t)dt$. Выберите все верные утверждения:

1. Если $f \geq 0$ на $[a, b]$, то F не убывает на $[a, b]$;
2. Если f кусочно-непрерывна на $[a, b]$, то F – обобщенная первообразная для f на $[a, b]$;
3. F непрерывна на $[a, b]$;
4. F имеет разрывы в точках разрыва функции f;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 4

Пусть функции f, g: $[a, b] \to \mathbb{R}$. Выберите все верные утверждения:

1. Если $|f|$ интегрируема на $[a, b]$, то f тоже интегрируема на $[a, b]$;
2. Если функция $f \cdot g$ интегрируема на $[a, b]$, то f и g тоже интегрируемы на $[a, b]$;
3. Если f и g интегрируемы на $[a, b]$, то $f \cdot g$ тоже интегрируема на $[a, b]$;
4. Если функция $f + g$ интегрируема на $[a, b]$, то f и g тоже интегрируемы на $[a, b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 5

Выберите все верные утверждения :

1. Длина любой кривой конечна;
2. Длина замкнутой кривой равна нулю;
3. Гладкая кривая – это кривая, все параметризации которой гладкие;
4. Спрямляемы только кусочно-гладкие кривые;
5. Длина любого пути не меньше длины вписанной в его носитель ломаной;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 6

Выберите все функции, имеющие дробно-рациональные первообразные:

1. $\frac{2x+1}{x^2+x+1}$;
2. $\frac{x^4}{(x^5+1)^3}$;
3. $\frac{x^9}{x^5+1}$;
4. $\frac{x^2+1}{x^5}$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 7

Функция $f \in R[0,10]$ и $-1 \leq f(x) \leq 10$ на $[0,10]$. Выберите отрезки, содержащие значение интеграла $\int_e^{e^3} \frac{f(x)}{x} dx$:

1. $[-10, 20]$;

2. $[-2, 20]$;

3. $[-1, 20]$;

4. $[-1, 10]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 8

Пусть функция $u = u(t)$ – первообразная для функции $v = v(t)$ на $[a,b]$. Выберите все верные на $[a,b]$ утверждения (C – произвольная постоянная):

1. $v = du + C$;

2. $dv = udt + C$;

3. $du = vdt + C$;

4. $du = vdt$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 9

Пусть $f : [a,b] \to \mathbb{R}$; $\sigma_\tau(\xi)$ – интегральная сумма для f, построенная по разбиению τ с оснащением ξ; s_τ, S_τ – нижняя и верхняя суммы Дарбу. Выберите все утверждения, равносильные интегрируемости функции f на отрезке $[a,b]$:

1. $\exists E \in \mathbb{R}$: $\forall \varepsilon > 0$ $\exists \delta > 0$: $\forall \tau : |\tau| < \delta$ $\exists \xi$: $-\varepsilon < \sigma_\tau(\xi) - E < \varepsilon$;

2. $\exists E \in \mathbb{R}$: $\forall \varepsilon > 0$ $\exists \delta > 0$: $\forall \tau : |\tau| < \delta$, $\forall \xi$: $-\varepsilon < \sigma_\tau(\xi) - E < \varepsilon$;

3. $\forall \tau$, $\forall \xi$: $s_\tau \leq \sigma_\tau(\xi) \leq S_\tau$;

4. $\forall \varepsilon > 0$ $\exists \delta > 0$: $\forall \tau : |\tau| < \delta \Rightarrow S_\tau - s_\tau < \varepsilon$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 10

Пусть $f(x)$, $x(t)$ – дифференцирумые функции. Выберите все верные утверждения (при соответствующей замене) :

1. $\int f(x^2)dx = 2\int f(t)tdt$;
2. $\int f(x)dx = \int f(\ln t)tdt$;
3. $\int f(x)dx = \int f(1/t)\frac{dt}{t^2}$;
4. $\int f(x)d(2x) = \int \frac{f(\sqrt{t})}{\sqrt{t}}dt$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*