# Теортест-1 (Вариант 115)

## Тема – определенный интеграл

### Задача 1

Пусть $f$ интегрируема и $f \geq 0$ на $[a, b]$. Выберите все достаточные условия для того, чтобы $\int_a^b f(x)dx > 0$:

1. $f$ непрерывна в точке $a$ и $f(a) = 1$;
2. $f$ непрерывна в точке $a$ и $f(b) = 1$;
3. $f((a + b)/2) = 1$;
4. $f$ непрерывна на $[a, b]$ и $f(a + b) = 1$;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

### Задача 2

Выберите все верные утверждения:

1. первообразная дробно-рациональной функции является дробно-рациональной функцией;
2. если первообразная дробно-рациональной функции $f(x)$ является дробно-рациональной, то все корни знаменателя $f(x)$ кратные;
3. первообразная дробно-рациональной функции выражается через элементарные функции;
4. если первообразная дробно-рациональной функции $f(x)$ выражается через логарифм, то знаменатель $f(x)$ имеет только простые вещественные корни;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

### Задача 3

Пусть $f(x)$ определена на отрезке $[a, b]$. Выберите все верные утверждения:

1. Если $f$ непрерывна на $[a, b]$, то она интегрируема на $[a, b]$;
2. Если $f$ интегрируема на $[a, b]$, то она монотонна на $[a, b]$;
3. Если $f$ интегрируема на $[a, b]$, то она непрерывна на $[a, b]$;
4. Если $f$ имеет конечное число точек разрыва типа скачок на $[a, b]$, то она интегрируема на $[a, b]$;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

**Задача 4**

Пусть $f \in R[a,b]$, $F(x) = \int_a^x f(t)dt$. Выберите все верные утверждения:

1. $F$ не убывает на $[a,b]$;

2. $F$ имеет разрывы в точках разрыва функции $f$;

3. $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$;

4. $F$ непрерывна на $[a,b]$;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

**Задача 5**

Пусть $f(x)$, $x(t)$ – дифференцирумые функции. Выберите все верные утверждения (при соответствующей замене) :

1. $\int f(\sqrt{x})dx = 2\int f(t)\sqrt{t}dt$;

2. $\int f(x)dx = \int f(1/t)\frac{dt}{t^2}$;

3. $\int \frac{f(x)}{\ln x}dx = \int f(e^t)dt$;

4. $\int f(x^2)dx = 2\int f(t)tdt$;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

**Задача 6**

Пусть функция $u = u(x)$ – первообразная для функции $v = v(x)$ на $[a,b]$. Выберите все верные на $[a,b]$ утверждения ($C$ – произвольная постоянная):

1. $v = u' + C$;

2. $u' = v + C$;

3. $udt = dv$;

4. $vdt = du$;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

**Задача 7**

Выберите все верные утверждения :

1. Длина любой кривой конечна;
2. Длина замкнутой кривой равна нулю;
3. Длина кривой зависит от параметризации;
4. Гладкая кривая – это кривая, все параметризации которой гладкие;
5. Спрямляемы только кусочно-гладкие кривые;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

**Задача 8**

Функция $f \in R[0, 10]$ и $-1 \leq f(x) \leq 10$ на $[0, 10]$. Выберите отрезки, содержащие значение интеграла $\int_0^2 xf(x)dx$ :

1. $[0, 10]$;
2. $[-1, 10]$;
3. $[-10, 20]$;
4. $[-2, 10]$;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

**Задача 9**

Выберите все верные утверждения (множества $A$ и $B$ имеют площадь):

1. площадь графика интегрируемой функции равна нулю;
2. площадь графика любой функции равна нулю;
3. площадь $A$ всегда неотрицательна;
4. при движении площадь не меняется;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

**Задача 10**

Пусть $f : [a, b] \to \mathbb{R}$; $\sigma_\tau(\xi)$ – интегральная сумма для $f$, построенная по разбиению $\tau$ с оснащением $\xi$; $s_\tau$, $S_\tau$ – нижняя и верхняя суммы Дарбу. Выберите все верные утверждения:

1. $\forall \tau$: $s_\tau < S_\tau$;
2. $\forall \tau\ \forall \varepsilon > 0\ \exists \xi$: $\sigma_\tau(\xi) < s_\tau + \varepsilon$;
3. $\forall \tau\ \forall \varepsilon > 0\ \exists \xi$: $\sigma_\tau(\xi) < s_\tau - \varepsilon$;
4. $\forall \tau, \xi$: $s_\tau \le \sigma_\tau(\xi) \le S_\tau$;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*