Теортест-1 (Вариант 69)

Тема – определенный интеграл

Задача 1

Пусть функции f, g: $[a, b] \to \mathbb{R}$. Выберите все верные утверждения:

1. Если $c \in [a, b]$ и f интегрируема на $[a, c]$ и на $(c, b]$, то f интегрируема и на $[a, b]$;
2. Если $|f|$ интегрируема на $[a, b]$, то f тоже интегрируема на $[a, b]$;
3. Если $f > 0$ и интегрируема на $[a, b]$, то $1/f$ тоже интегрируема на $[a, b]$;
4. Если $[c, d] \subset [a, b]$ и f интегрируема на $[c, d]$, то f интегрируема и на $[a, b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 2

Пусть $f(x)$ – дифференцируемая функция. Выберите все верные утверждения:

1. $\int \frac{f'(x)}{x^2} dx = \frac{f(x)}{x^2} + \int \frac{f(x)}{x} dx$;
2. $\int f(x) \sin x dx = \cos x \cdot f(x) - \int f'(x) \cos x dx$;
3. $2 \int f'(x)\sqrt{x} dx = 2\sqrt{x} f(x) - \int \frac{f(x)}{\sqrt{x}} dx$;
4. $2 \int x f(x) dx = x^2 f'(x) - \int x^{\cdot} f'(x) dx$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 3

Пусть f интегрируема и $f \geq 0$ на $[a, b]$. Выберите все достаточные условия для того, чтобы $\int_a^b f(x) dx > 0$:

1. $f(a) = f(b) = 1$;
2. f непрерывна в точке a и $f(a) = 1$;
3. f непрерывна на $[a, b]$ и $f(a + b) = 1$;
4. $f > 0$ на $[a, b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 4

Функция $f \in R[0, 10]$ и $-1 \leq f(x) \leq 10$ на $[0, 10]$. Выберите отрезки, содержащие значение интеграла $\int_0^3 x^2 f(x)dx$:

1. $[-9; 90]$;
2. $[-9; 100]$;
3. $[-2; 20]$;
4. $[0; 100]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 5

Выберите все верные утверждения (множества A и B имеют площадь):

1. при движении площадь не меняется;
2. $S(A) = S(A \cap B) + S(A \setminus B)$;
3. площадь A всегда неотрицательна;
4. площадь графика интегрируемой функции равна нулю;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 6

Выберите все верные утверждения :

1. Длина любого пути не меньше длины вписанной в его носитель ломаной;
2. Длины противоположных путей равны;
3. Гладкая кривая – это кривая, все параметризации которой гладкие;
4. Длина любой кривой конечна;
5. Любая кривая имеет бесконечно много различных параметризаций;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 7

Пусть $f \in R[a,b]$, $F(x) = \int_a^x f(t)dt$. Выберите все верные утверждения:

1. F непрерывна на $[a,b]$;
2. Если $f \geq 0$ на $[a,b]$, то F не убывает на $[a,b]$;
3. F имеет разрывы в точках разрыва функции f;
4. $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 8

Пусть $f : [a,b] \to \mathbb{R}$; $\sigma_\tau(\xi)$ – интегральная сумма для f, построенная по разбиению τ с оснащением ξ; s_τ, S_τ – нижняя и верхняя суммы Дарбу. Выберите все верные утверждения:

1. $\forall \tau, \xi$: $s_\tau \leq \sigma_\tau(\xi) \leq S_\tau$;
2. $\forall \tau$ $\forall \varepsilon > 0$ $\exists \xi$: $\sigma_\tau(\xi) > S_\tau - \varepsilon$;
3. $\forall \tau$: $s_\tau < S_\tau$;
4. $\forall \tau$ $\exists \xi$: $s_\tau = \sigma_\tau(\xi)$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 9

Выберите все функции, имеющие дробно-рациональные первообразные:

1. $\frac{x}{x^2-1}$;
2. $\frac{x^4}{(x^5+1)^3}$;
3. $\frac{2x+1}{x^2(x+1)^2}$;
4. $\frac{x^4}{x^2-1}$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 10

Пусть функция $u = u(x)$ – первообразная для функции $v = v(x)$ на $[a, b]$. Выберите все верные на $[a, b]$ утверждения (C – произвольная постоянная):

1. $v = u' + C$;
2. $udt = dv$;
3. $u' = v + C$;
4. $vdt = du$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*