

Теортест-1 (Вариант 118)

Тема – определенный интеграл

Задача 1

Пусть $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$; $\sigma_\tau(\xi)$ – интегральная сумма для f , построенная по разбиению τ с оснащением ξ ; s_τ, S_τ – нижняя и верхняя суммы Дарбу. Выберите все утверждения, равносильные интегрируемости функции f на отрезке $[a, b]$:

1. $\exists E \in \mathbb{R}: \forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0: \exists \tau : |\tau| < \delta \exists \xi: -\varepsilon < \sigma_\tau(\xi) - E < \varepsilon;$
2. $\forall \varepsilon > 0 \forall \tau: S_\tau - s_\tau < \varepsilon;$
3. $\exists E \in \mathbb{R}: \forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0: \forall \tau : |\tau| < \delta, \forall \xi: -\varepsilon < \sigma_\tau(\xi) - E < \varepsilon;$
4. $\forall \tau, \forall \xi: s_\tau \leq \sigma_\tau(\xi) \leq S_\tau;$

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 2

Пусть функция $u = u(x)$ – первообразная для функции $v = v(x)$ на $[a, b]$. Выберите все верные на $[a, b]$ утверждения (C – произвольная постоянная):

1. $u' = v + C;$
2. $v dt = du;$
3. $v = u' + C;$
4. $v = u';$

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 3

Пусть $f \in R[a, b]$, $a < b$. Выберите все верные утверждения:

1. Если $\int_a^b |f(x)| dx = 0$, то $f(x) \equiv 0$ на $[a, b]$;
2. Если $\int_a^b |f(x)| dx < A$, то $\left| \int_a^b f(x) dx \right| < A$;
3. Если $f \geq 0$ на $[a, b]$ и $\exists c \in [a, b]: f(c) > 0$, то $\int_a^b f(x) dx > 0$;
4. Если $f \geq 0$ на $[a, b]$, то $\int_a^b f(x) dx \geq 0$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 4

Выберите все верные утверждения (тела A и B имеют объем):

1. $V(A) = V(A \cap B) + V(A \setminus B)$;
2. объем $A \cup B$ равен сумме объемов A и B ;
3. любое множество имеет неотрицательный объем;
4. объем A всегда неотрицателен;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 5

Пусть f интегрируема и $f \geq 0$ на $[a, b]$. Выберите все достаточные условия для того, чтобы $\int_a^b f(x)dx > 0$:

1. f непрерывна на $[a, b]$ и $f((a+b)/2) = 1$;
2. f возрастает (нестрого) на $[a, b]$ и $f(b) = 1$;
3. $f(a) > 0$, $f(b) > 0$;
4. f непрерывна на $[a, b]$ и $f(a+b) = 1$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 6

Выберите все верные утверждения:

1. если первообразная дробно-рациональной функции $f(x)$ выражается через логарифм, то знаменатель $f(x)$ имеет только простые вещественные корни;
2. первообразная дробно-рациональной функции является дробно-рациональной функцией;
3. первообразная дробно-рациональной функции выражается через элементарные функции;
4. если все корни знаменателя дробно-рациональной функции кратные, то ее первообразная является дробно-рациональной функцией;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 7

Пусть $f \in R[a, b]$, $F(x) = \int_a^x f(t)dt$. Выберите все верные утверждения:

1. F дифференцируема на $[a, b]$;
2. F – первообразная для f на $[a, b]$;
3. F имеет разрывы в точках разрыва функции f ;
4. F непрерывна на $[a, b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 8

Функция $f \in R[0, 10]$ и $-1 \leq f(x) \leq 10$ на $[0, 10]$. Выберите отрезки, содержащие значение интеграла $\int_e^{e^3} \frac{f(x)}{x} dx$:

1. $[-1, 20]$;
2. $[-2, 10]$;
3. $[-1, 10]$;
4. $[-10, 20]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 9

Пусть $f(x)$ – дифференцируемая функция. Выберите все верные утверждения:

1. $2 \int f'(x)\sqrt{x}dx = 2\sqrt{x}f(x) - \int \frac{f(x)}{\sqrt{x}}dx$;
2. $\int f'(x)e^x dx = e^x f(x) - \int f(x)e^x dx$;
3. $\int \frac{f'(x)}{x} dx = \frac{f(x)}{x} + \int \frac{f(x)}{x^2} dx$;
4. $2 \int xf(x)dx = x^2 f'(x) - \int x f'(x)dx$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 10

Выберите все верные утверждения :

1. Длина замкнутой кривой равна нулю;
2. Длина спрямляемой кривой конечна;
3. Кусочно-гладкая кривая спрямляема;
4. Длина любого пути не меньше длины вписанной в его носитель ломаной;
5. Гладкая кривая – это кривая, все параметризации которой гладкие;

Пример ввода: 3, 1, 4 (*введите "0", если верных утверждений нет*)