

Теортест-1 (Вариант 19)

Тема – определенный интеграл

Задача 1

Пусть $f \in R[a, b]$, $F(x) = \int_a^x f(t)dt$. Выберите все верные утверждения:

1. F дифференцируема на $[a, b]$;
2. F ограничена на $[a, b]$;
3. F – первообразная для f на $[a, b]$;
4. F не убывает на $[a, b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 2

Пусть $f(x)$, $x(t)$ – дифференцируемые функции. Выберите все верные утверждения (при соответствующей замене) :

1. $\int f(1/x)dx = -\int \frac{f(t)dt}{t^2}$;
2. $\int f(\sqrt{x})dx = 2 \int f(t)\sqrt{t}dt$;
3. $\int f(x)d(2x) = \int \frac{f(\sqrt{t})}{\sqrt{t}}dt$;
4. $\int \frac{f(x)}{\ln x}dx = \int f(e^t)dt$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 3

Выберите все верные утверждения :

1. Длина замкнутой кривой равна нулю;
2. Длина любой кривой не меньше длины отрезка, соединяющего ее начало и конец;
3. Длина любого пути не меньше длины вписанной в его носитель ломаной;
4. Длина спрямляемой кривой конечна;
5. Длина кривой зависит от параметризации;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 4

Выберите все верные утверждения для данной функции, заданной на отрезке $[a, b]$:

1. Верхняя сумма Дарбу является наибольшей из всех интегральных сумм для данного разбиения;
2. Верхняя сумма Дарбу не меньше любой интегральной суммы для данного разбиения;
3. При измельчении разбиения верхняя сумма Дарбу увеличивается;
4. При измельчении разбиения верхняя сумма Дарбу уменьшается;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 5

Пусть функция $u = u(x)$ – первообразная для функции $v = v(x)$ на $[a, b]$. Выберите все верные на $[a, b]$ утверждения (C – произвольная постоянная):

1. $v = u' + C$;
2. $v' = u + C$;
3. $u' = v + C$;
4. $u = v' + C$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 6

Пусть f интегрируема и $f \geq 0$ на $[a, b]$. Выберите все достаточные условия для того, чтобы $\int_a^b f(x)dx > 0$:

1. f непрерывна на $[a, b]$ и $f(a + b) = 1$;
2. f непрерывна в точке a и $f(b) = 1$;
3. $f(a) = f(b) = 1$;
4. $f(a) > 0, f(b) > 0$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 7

Выберите все верные утверждения (тела A и B имеют объем):

1. объем любого сечения тела A равен нулю;
2. объем A всегда неотрицателен;
3. объем треугольника равен нулю;
4. если $A \subset B$, то объем A меньше объема B ;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 8

Пусть функции $f, g: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$. Выберите все верные утверждения:

1. Если f интегрируема на $[a, b]$, то $|f|$ тоже интегрируема на $[a, b]$;
2. Если $|f|$ интегрируема на $[a, b]$, то f тоже интегрируема на $[a, b]$;
3. Если $c \in [a, b]$ и f интегрируема на $[a, c]$ и на $[c, b]$, то f интегрируема и на $[a, b]$;
4. Если f и g интегрируемы на $[a, b]$, то $f \cdot g$ тоже интегрируема на $[a, b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 9

Выберите все верные утверждения:

1. первообразная дробно-рациональной функции является дробно-рациональной функцией;
2. если все корни знаменателя дробно-рациональной функции кратные, то ее первообразная является дробно-рациональной функцией;
3. если первообразная дробно-рациональной функции $f(x)$ является дробно-рациональной, то все корни знаменателя $f(x)$ кратные;
4. если первообразная дробно-рациональной функции $f(x)$ выражается через логарифм, то знаменатель $f(x)$ имеет только простые вещественные корни;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 10

Функция $f \in R[0, 10]$ и $-1 \leq f(x) \leq 10$ на $[0, 10]$. Выберите отрезки, содержащие значение интеграла $\int_{-\ln 2}^0 \frac{f(x)}{e^x} dx$:

1. $[0.5; 5]$;
2. $[-10; 0]$;
3. $[-2; 10]$;
4. $[-1; 5]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)