Теортест-1 (Вариант 121)

Тема – определенный интеграл

Задача 1

Функция $f \in R[0,10]$ и $-1 \le f(x) \le 10$ на $[0,10]$. Выберите отрезки, содержащие значение интеграла $\int_{-\ln 2}^{0} \frac{f(x)}{e^x} dx$:

1. $[-1; 10]$;
2. $[-0.25; 10]$;
3. $[-2; 10]$;
4. $[0.5; 5]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 2

Пусть $f(x)$ – дифференцируемая функция. Выберите все верные утверждения:

1. $\int \frac{f'(x)}{x^2} dx = \frac{f(x)}{x^2} + \int \frac{f(x)}{x} dx$;
2. $\int f(x) \ln x dx = \ln x \cdot f'(x) - \int \frac{f'(x)}{x} dx$;
3. $\int f'(x) \sin x dx = \cos x \cdot f(x) - \int f(x) \cos x dx$;
4. $2 \int x f(x) dx = x^2 f'(x) - \int x^{\cdot} f'(x) dx$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 3

Выберите все верные утверждения (множества A и B имеют площадь):

1. площадь графика любой функции равна нулю;
2. при движении площадь не меняется;
3. $S(A) = S(A \cap B) + S(A \setminus B)$;
4. площадь $A \cup B$ равна сумме площадей A и B;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 4

Выберите все функции, имеющие дробно-рациональные первообразные:

1. $\frac{x}{x^2-1}$;

2. $\frac{x^2+1}{x^5}$;

3. $\frac{2x+1}{x^2(x+1)^2}$;

4. $\frac{x^9}{x^5+1}$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 5

Пусть $f \in R[a,b]$, $a < b$. Выберите все верные утверждения:

1. Если $\left| \int_a^b f(x)dx \right| = 0$, то $f(x) \equiv 0$ на $[a,b]$;

2. Если $\int_a^b |f(x)|dx = 0$, то $f(x) \equiv 0$ на $[a,b]$;

3. Если $f \geq 0$ на $[a,b]$, то $\int_a^b f(x)dx \geq 0$;

4. Если $\left| \int_a^b f(x)dx \right| < A$, то $\int_a^b |f(x)|dx < A$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 6

Пусть функция $u = u(t)$ – первообразная для функции $v = v(t)$ на $[a,b]$. Выберите все верные на $[a,b]$ утверждения (C – произвольная постоянная):

1. $du = v$;

2. $dv = udt + C$;

3. $vdt = u'dt$;

4. $du = vdt$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 7

Выберите все верные утверждения :

1. Любая кривая имеет неотрицательную длину;

2. Длина замкнутой кривой равна нулю;

3. Длина любого пути не меньше длины вписанной в его носитель ломаной;

4. Длина любой кривой не меньше длины отрезка, соединяющего ее начало и конец;

5. Спрямляемы только кусочно-гладкие кривые;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 8

Пусть f интегрируема и $f \geq 0$ на $[a, b]$. Выберите все достаточные условия для того, чтобы $\int_a^b f(x)dx > 0$:

1. $f(a) = f(b) = 1$;

2. $f(a) > 0$, $f(b) > 0$;

3. $f((a+b)/2) = 1$;

4. f непрерывна в точке a и $f(b) = 1$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 9

Пусть $f \in R[a, b]$, $F(x) = \int_a^x f(t)dt$. Выберите все верные утверждения:

1. $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$;

2. F имеет разрывы в точках разрыва функции f;

3. F ограничена на $[a, b]$;

4. Если f непрерывна на $[a, b]$, то F – первообразная для f на $[a, b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 10

Пусть $f : [a,b] \to \mathbb{R}$; $\sigma_\tau(\xi)$ – интегральная сумма для f, построенная по разбиению τ с оснащением ξ; s_τ, S_τ – нижняя и верхняя суммы Дарбу. Выберите все верные утверждения:

1. $\forall\tau\ \exists\xi$: $s_\tau \leq \sigma_\tau(\xi) \leq S_\tau$;
2. $\forall\tau$: $s_\tau < S_\tau$;
3. $\forall\tau,\xi$: $s_\tau \leq \sigma_\tau(\xi) \leq S_\tau$;
4. $\forall\tau\ \forall\varepsilon > 0\ \exists\xi$: $\sigma_\tau(\xi) > S_\tau + \varepsilon$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*