Теортест-1 (Вариант 116)

Тема – определенный интеграл

Задача 1

Выберите все верные утверждения:

1. если первообразная дробно-рациональной функции $f(x)$ является дробно-рациональной, то все корни знаменателя $f(x)$ кратные;
2. если первообразная дробно-рациональной функции $f(x)$ выражается через логарифм, то знаменатель $f(x)$ имеет только простые вещественные корни;
3. если все корни знаменателя дробно-рациональной функции кратные, то ее первообразная является дробно-рациональной функцией;
4. первообразная дробно-рациональной функции является дробно-рациональной функцией;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 2

Пусть f интегрируема и $f \geq 0$ на $[a, b]$. Выберите все достаточные условия для того, чтобы $\int_a^b f(x)dx > 0$:

1. f непрерывна на $[a, b]$ и $f((a + b)/2) = 1$;
2. $f > 0$ на $[a, b]$;
3. f непрерывна на $[a, b]$ и $f(a + b) = 1$;
4. f непрерывна в точке a и $f(a) = 1$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 3

Выберите все верные утверждения (множества A и B имеют площадь):

1. площадь одной точки равна нулю;
2. площадь графика любой функции равна нулю;
3. площадь A всегда неотрицательна;
4. площадь отрезка равна нулю;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 4

Функция $f \in R[0,10]$ и $-1 \le f(x) \le 10$ на $[0,10]$. Выберите отрезки, содержащие значение интеграла $\int_0^2 xf(x)dx$:

1. $[-1, 20]$;
2. $[-1, 10]$;
3. $[-10, 20]$;
4. $[0, 10]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 5

Пусть $f : [a,b] \to \mathbb{R}$; $\sigma_\tau(\xi)$ – интегральная сумма для f, построенная по разбиению τ с оснащением ξ; s_τ, S_τ – нижняя и верхняя суммы Дарбу. Выберите все утверждения, равносильные интегрируемости функции f на отрезке $[a,b]$:

1. $\exists E \in \mathbb{R}$: $\forall \varepsilon > 0$ $\exists \delta > 0$: $\forall \tau : |\tau| < \delta$, $\forall \xi$: $-\varepsilon < \sigma_\tau(\xi) - E < \varepsilon$;
2. $\forall \tau$, $\exists \xi$: $s_\tau \le \sigma_\tau(\xi) \le S_\tau$;
3. $\forall \tau$, $\forall \xi$: $s_\tau \le \sigma_\tau(\xi) \le S_\tau$;
4. $\exists E \in \mathbb{R}$: $\forall \varepsilon > 0$ $\exists \delta > 0$: $\forall \tau : |\tau| < \delta$ $\exists \xi$: $-\varepsilon < \sigma_\tau(\xi) - E < \varepsilon$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 6

Пусть функция $u = u(t)$ – первообразная для функции $v = v(t)$ на $[a,b]$. Выберите все верные на $[a,b]$ утверждения (C – произвольная постоянная):

1. $du = v$;
2. $dv = udt + C$;
3. $u = dv + C$;
4. $u = dv$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 7

Пусть функции f, g: $[a, b] \to \mathbb{R}$. Выберите все верные утверждения:

1. Если $|f|$ интегрируема на $[a, b]$, то f тоже интегрируема на $[a, b]$;
2. Если функция $f+g$ интегрируема на $[a, b]$, то f и g тоже интегрируемы на $[a, b]$;
3. Если $f > 0$ и интегрируема на $[a, b]$, то $1/f$ тоже интегрируема на $[a, b]$;
4. Если $[c, d] \subset [a, b]$ и f интегрируема на $[c, d]$, то f интегрируема и на $[a, b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 8

Выберите все верные утверждения :

1. Гладкая кривая – это кривая, все параметризации которой гладкие;
2. Любая кривая имеет неотрицательную длину;
3. Любая кривая имеет бесконечно много различных параметризаций;
4. Длина любой кривой не меньше длины отрезка, соединяющего ее начало и конец;
5. Длина любого пути не меньше длины вписанной в его носитель ломаной;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 9

Пусть $f \in R[a, b]$, $F(x) = \int_a^x f(t)dt$. Выберите все верные утверждения:

1. $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$;
2. Если f кусочно-непрерывна на $[a, b]$, то F – обобщенная первообразная для f на $[a, b]$;
3. F имеет разрывы в точках разрыва функции f;
4. F непрерывна на $[a, b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 10

Пусть $f(x)$, $x(t)$ – дифференцирумые функции. Выберите все верные утверждения (при соответствующей замене) :

1. $\int \frac{f(x)}{\ln x} dx = \int f(e^t) dt$;
2. $\int f(x) dx = \int f(\ln t) t dt$;
3. $\int f(x) dx = \int \frac{f(\ln t)}{t} dt$;
4. $\int f(x) dx = \int f(1/t) \frac{dt}{t^2}$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*