

# Теортест-1 (Вариант 132)

## Тема – определенный интеграл

### Задача 1

Функция  $f \in R[0, 10]$  и  $-1 \leq f(x) \leq 10$  на  $[0, 10]$ . Выберите отрезки, содержащие значение интеграла  $\int_{-\ln 2}^0 \frac{f(x)}{e^x} dx$ :

1.  $[0.5; 5]$ ;
2.  $[-0.25; 10]$ ;
3.  $[-1; 5]$ ;
4.  $[-2; 10]$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

### Задача 2

Пусть  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ ;  $\sigma_\tau(\xi)$  – интегральная сумма для  $f$ , построенная по разбиению  $\tau$  с оснащением  $\xi$ ;  $s_\tau, S_\tau$  – нижняя и верхняя суммы Дарбу. Выберите все верные утверждения:

1.  $\forall \tau \forall \varepsilon > 0 \exists \xi: \sigma_\tau(\xi) > S_\tau + \varepsilon$ ;
2.  $\forall \tau \forall \varepsilon > 0 \exists \xi: \sigma_\tau(\xi) < s_\tau + \varepsilon$ ;
3.  $\forall \tau \exists \xi: s_\tau \leq \sigma_\tau(\xi) \leq S_\tau$ ;
4.  $\forall \tau: s_\tau < S_\tau$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

### Задача 3

Выберите все верные утверждения :

1. Длина любого пути не меньше длины вписанной в его носитель ломаной;
2. Кусочно-гладкая кривая спрямляема;
3. Длина любой кривой не меньше длины отрезка, соединяющего ее начало и конец;
4. Длина кривой определяется как супремум длин всевозможных параметризаций кривой;
5. Длина кривой зависит от параметризации;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

#### Задача 4

Пусть  $f \in R[a, b]$ ,  $F(x) = \int_a^x f(t)dt$ . Выберите все верные утверждения:

1.  $F$  – первообразная для  $f$  на  $[a, b]$ ;
2.  $F$  ограничена на  $[a, b]$ ;
3.  $F$  имеет разрывы в точках разрыва функции  $f$ ;
4.  $F$  дифференцируема на  $[a, b]$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

#### Задача 5

Пусть функция  $u = u(x)$  – первообразная для функции  $v = v(x)$  на  $[a, b]$ . Выберите все верные на  $[a, b]$  утверждения ( $C$  – произвольная постоянная):

1.  $vdt = du$ ;
2.  $v' = u + C$ ;
3.  $u = v' + C$ ;
4.  $u = v'$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

#### Задача 6

Пусть  $f \in R[a, b]$ ,  $a < b$ . Выберите все верные утверждения:

1. Если  $\int_a^b |f(x)|dx = 0$ , то  $f(x) \equiv 0$  на  $[a, b]$ ;
2. Если  $f \geq 0$  на  $[a, b]$  и  $\exists c \in [a, b]: f(c) > 0$ , то  $\int_a^b f(x)dx > 0$ ;
3. Если  $\left| \int_a^b f(x)dx \right| < A$ , то  $\int_a^b |f(x)|dx < A$ ;
4. Если  $\left| \int_a^b f(x)dx \right| = 0$ , то  $f(x) \equiv 0$  на  $[a, b]$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

### Задача 7

Пусть  $f$  интегрируема и  $f \geq 0$  на  $[a, b]$ . Выберите все достаточные условия для того, чтобы  $\int_a^b f(x)dx > 0$ :

1.  $f > 0$  на  $[a, b]$ ;
2.  $f$  непрерывна на  $[a, b]$  и  $f(a + b) = 1$ ;
3.  $f$  непрерывна на  $[a, b]$  и  $f((a + b)/2) = 1$ ;
4.  $f(a) > 0, f(b) > 0$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

### Задача 8

Пусть  $f(x), x(t)$  – дифференцируемые функции. Выберите все верные утверждения (при соответствующей замене) :

1.  $\int f(x)d(2x) = \int \frac{f(\sqrt{t})}{\sqrt{t}}dt$ ;
2.  $\int f(x)dx = \int \frac{f(\ln t)}{t}dt$ ;
3.  $\int f(x)dx = \int f(\ln t)t dt$ ;
4.  $\int f(1/x)dx = - \int \frac{f(t)dt}{t^2}$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

### Задача 9

Выберите все функции, имеющие дробно-рациональные первообразные:

1.  $\frac{2x+1}{x^2(x+1)^2}$ ;
2.  $\frac{x^2+1}{x^5}$ ;
3.  $\frac{x}{x^2-1}$ ;
4.  $\frac{x^4}{(x^5+1)^3}$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

### Задача 10

Выберите все верные утверждения (тела  $A$  и  $B$  имеют объем):

1.  $V(A) = V(A \cap B) + V(A \setminus B)$ ;
2. объем любого сечения тела  $A$  равен нулю;
3. объем  $A$  всегда неотрицателен;
4. любое множество имеет неотрицательный объем;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)