

Теортест-1 (Вариант 74)

Тема – определенный интеграл

Задача 1

Пусть $f(x)$ определена на отрезке $[a, b]$. Выберите все верные утверждения:

1. Если f интегрируема на $[a, b]$, то она имеет первообразную на $[a, b]$;
2. Если f интегрируема на $[a, b]$, то она непрерывна на $[a, b]$;
3. Если f имеет конечное число точек разрыва типа скачок на $[a, b]$, то она интегрируема на $[a, b]$;
4. Если f интегрируема на $[a, b]$, то она монотонна на $[a, b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 2

Пусть $f \in R[a, b]$, $F(x) = \int_a^x f(t)dt$. Выберите все верные утверждения:

1. F – первообразная для f на $[a, b]$;
2. F непрерывна на $[a, b]$;
3. F не убывает на $[a, b]$;
4. F дифференцируема на $[a, b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 3

Пусть $f(x)$, $x(t)$ – дифференцируемые функции. Выберите все верные утверждения (при соответствующей замене) :

1. $\int f(x)dx = \int f(\ln t)tdt$;
2. $\int \frac{f(x)}{\ln x}dx = \int f(e^t)dt$;
3. $\int f(x)dx = \int f(1/t)\frac{dt}{t^2}$;
4. $\int f(\sqrt{x})dx = 2 \int f(t)\sqrt{t}dt$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 4

Выберите все верные утверждения (тела A и B имеют объем):

1. если $A \subset B$, то объем A меньше объема B ;
2. $V(A) = V(A \cap B) + V(A \setminus B)$;
3. объем треугольника равен нулю;
4. при движении объем не меняется;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 5

Пусть f интегрируема и $f \geq 0$ на $[a, b]$. Выберите все достаточные условия для того, чтобы $\int_a^b f(x)dx > 0$:

1. f непрерывна на $[a, b]$ и $f((a+b)/2) = 1$;
2. f непрерывна на $[a, b]$ и $f(a+b) = 1$;
3. $f(a) = f(b) = 1$;
4. $f((a+b)/2) = 1$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 6

Функция $f \in R[0, 10]$ и $-1 \leq f(x) \leq 10$ на $[0, 10]$. Выберите отрезки, содержащие значение интеграла $\int_e^{e^3} \frac{f(x)}{x} dx$:

1. $[-2, 10]$;
2. $[-1, 10]$;
3. $[0, 10]$;
4. $[-1, 20]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 7

Пусть $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$; $\sigma_\tau(\xi)$ – интегральная сумма для f , построенная по разбиению τ с оснащением ξ ; s_τ, S_τ – нижняя и верхняя суммы Дарбу. Выберите все утверждения, равносильные интегрируемости функции f на отрезке $[a, b]$:

1. $\forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0: \forall \tau : |\tau| < \delta \exists \xi: S_\tau - \sigma_\tau(\xi) < \varepsilon$;
2. $\forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0: \forall \tau : |\tau| < \delta \Rightarrow S_\tau - s_\tau < \varepsilon$;
3. $\exists \tau, \forall \xi: s_\tau \leq \sigma_\tau(\xi) \leq S_\tau$;
4. $\forall \varepsilon > 0 \forall \tau: S_\tau - s_\tau < \varepsilon$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 8

Выберите все верные утверждения:

1. первообразная дробно-рациональной функции выражается через элементарные функции;
2. если первообразная дробно-рациональной функции $f(x)$ является дробно-рациональной, то все корни знаменателя $f(x)$ кратные;
3. первообразная дробно-рациональной функции является дробно-рациональной функцией;
4. если все корни знаменателя дробно-рациональной функции кратные, то ее первообразная является дробно-рациональной функцией;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 9

Пусть функция $u = u(x)$ – первообразная для функции $v = v(x)$ на $[a, b]$. Выберите все верные на $[a, b]$ утверждения (C – произвольная постоянная):

1. $v = u'$;
2. $u = v'$;
3. $u dt = dv$;
4. $u' = v + C$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 10

Выберите все верные утверждения :

1. Длина спрямляемой кривой конечна;
2. Гладкая кривая – это кривая, все параметризации которой гладкие;
3. Кусочно-гладкая кривая спрямляема;
4. Спрямлиемы только кусочно-гладкие кривые;
5. Любая кривая имеет бесконечно много различных параметризаций;

Пример ввода: 3, 1, 4 (*введите "0", если верных утверждений нет*)