

Теортест-1 (Вариант 85)

Тема – определенный интеграл

Задача 1

Пусть $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$; $\sigma_\tau(\xi)$ – интегральная сумма для f , построенная по разбиению τ с оснащением ξ ; s_τ, S_τ – нижняя и верхняя суммы Дарбу. Выберите все верные утверждения:

1. $\forall \tau, \xi: s_\tau \leq \sigma_\tau(\xi) \leq S_\tau$;
2. $\forall \tau \exists \xi: s_\tau \leq \sigma_\tau(\xi) \leq S_\tau$;
3. $\forall \tau \forall \varepsilon > 0 \exists \xi: \sigma_\tau(\xi) > S_\tau + \varepsilon$;
4. $\forall \tau \exists \xi: S_\tau = \sigma_\tau(\xi)$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 2

Пусть $f(x)$ определена на отрезке $[a, b]$. Выберите все верные утверждения:

1. Если f имеет первообразную на $[a, b]$, то она интегрируема на $[a, b]$;
2. Если f монотонна на $[a, b]$, то она интегрируема на $[a, b]$;
3. Если f ограничена на $[a, b]$, то она интегрируема на $[a, b]$;
4. Если f имеет конечное число точек разрыва на $[a, b]$, то она интегрируема на $[a, b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 3

Функция $f \in R[0, 10]$ и $-1 \leq f(x) \leq 10$ на $[0, 10]$. Выберите отрезки, содержащие значение интеграла $\int_0^2 xf(x)dx$:

1. $[0, 10]$;
2. $[-1, 20]$;
3. $[-2, 10]$;
4. $[-10, 20]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 4

Выберите все верные утверждения (множества A и B имеют площадь):

1. при движении площадь не меняется;
2. площадь A всегда положительна;
3. любое множество имеет неотрицательную площадь;
4. площадь графика любой функции равна нулю;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 5

Пусть f интегрируема и $f \geq 0$ на $[a, b]$. Выберите все достаточные условия для того, чтобы $\int_a^b f(x)dx > 0$:

1. $f(a) > 0, f(b) > 0$;
2. f непрерывна на $[a, b]$ и $f(a + b) = 1$;
3. $f((a + b)/2) = 1$;
4. $f > 0$ на $[a, b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 6

Пусть $f(x)$ – дифференцируемая функция. Выберите все верные утверждения:

1. $\int f'(x)e^x dx = e^x f(x) - \int f(x)e^x dx$;
2. $\int f'(x) \sin x dx = \cos x \cdot f(x) - \int f(x) \cos x dx$;
3. $\int \frac{f'(x)}{x^2} dx = \frac{f(x)}{x^2} + \int \frac{f(x)}{x} dx$;
4. $\int f(x) \sin x dx = \cos x \cdot f(x) - \int f'(x) \cos x dx$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 7

Пусть $f \in R[a, b]$, $F(x) = \int_a^x f(t)dt$. Выберите все верные утверждения:

1. F – первообразная для f на $[a, b]$;
2. F дифференцируема на $[a, b]$;

3. F имеет разрывы в точках разрыва функции f ;
4. F не убывает на $[a, b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 8

Выберите все верные утверждения :

1. Длина любой кривой конечна;
2. Любая кривая имеет неотрицательную длину;
3. Длина любой кривой не меньше длины отрезка, соединяющего ее начало и конец;
4. Длина кривой зависит от параметризации;
5. Любая кривая имеет бесконечно много различных параметризаций;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 9

Пусть функция $u = u(x)$ – первообразная для функции $v = v(x)$ на $[a, b]$. Выберите все верные на $[a, b]$ утверждения (C – произвольная постоянная):

1. $v = u'$;
2. $v' = u + C$;
3. $u = v'$;
4. $u dt = dv$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 10

Выберите все верные утверждения:

1. если первообразная дробно-рациональной функции $f(x)$ выражается через логарифм, то знаменатель $f(x)$ имеет только простые вещественные корни;
2. первообразная дробно-рациональной функции выражается через элементарные функции;
3. если первообразная дробно-рациональной функции $f(x)$ является дробно-рациональной, то все корни знаменателя $f(x)$ кратные;

4. если все корни знаменателя дробно-рациональной функции кратные, то ее первообразная является дробно-рациональной функцией;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)