

Теортест-1 (Вариант 97)

Тема – определенный интеграл

Задача 1

Пусть $f \in R[a, b]$, $F(x) = \int_a^x f(t)dt$. Выберите все верные утверждения:

1. F ограничена на $[a, b]$;
2. Если $f \geq 0$ на $[a, b]$, то F не убывает на $[a, b]$;
3. Если f непрерывна на $[a, b]$, то F – первообразная для f на $[a, b]$;
4. Если f кусочно-непрерывна на $[a, b]$, то F – обобщенная первообразная для f на $[a, b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 2

Выберите все верные утверждения для данной функции, заданной на отрезке $[a, b]$:

1. При измельчении разбиения нижняя сумма Дарбу увеличивается или не изменяется;
2. Нижняя сумма Дарбу является наименьшей из всех интегральных сумм для данного разбиения;
3. При измельчении разбиения нижняя сумма Дарбу увеличивается;
4. При измельчении разбиения нижняя сумма Дарбу уменьшается или не изменяется;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 3

Пусть f интегрируема и $f \geq 0$ на $[a, b]$. Выберите все достаточные условия для того, чтобы $\int_a^b f(x)dx > 0$:

1. $f((a+b)/2) = 1$;
2. f возрастает (нестрого) на $[a, b]$ и $f(b) = 1$;
3. f непрерывна в точке a и $f(b) = 1$;
4. $f(a) > 0$, $f(b) > 0$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 4

Пусть функция $u = u(t)$ – первообразная для функции $v = v(t)$ на $[a, b]$. Выберите все верные на $[a, b]$ утверждения (C – произвольная постоянная):

1. $vdt = u'dt$;
2. $u = dv + C$;
3. $v = du + C$;
4. $u = dv$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 5

Выберите все верные утверждения :

1. Длина любой кривой конечна;
2. Длины противоположных путей равны;
3. Длина кривой определяется как супремум длин всевозможных параметризаций кривой;
4. Длина любого пути не меньше длины вписанной в его носитель ломаной;
5. Любая кривая имеет бесконечно много различных параметризаций;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 6

Пусть $f(x)$, $x(t)$ – дифференцируемые функции. Выберите все верные утверждения (при соответствующей замене) :

1. $\int f(\sqrt{x})dx = 2 \int f(t)\sqrt{t}dt$;
2. $\int \frac{f(x)}{\ln x}dx = \int f(e^t)dt$;
3. $\int f(x^2)dx = 2 \int f(t)t dt$;
4. $\int f(x)dx = \int \frac{f(\ln t)}{t}dt$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 7

Функция $f \in R[0, 10]$ и $-1 \leq f(x) \leq 10$ на $[0, 10]$. Выберите отрезки, содержащие значение интеграла $\int_0^3 x^2 f(x) dx$:

1. $[-3; 90]$;
2. $[-9; 90]$;
3. $[0; 100]$;
4. $[-2; 20]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 8

Выберите все верные утверждения (тела A и B имеют объем):

1. объем любого сечения тела A равен нулю;
2. объем $A \cup B$ равен сумме объемов A и B ;
3. $V(A) = V(A \cap B) + V(A \setminus B)$;
4. любое множество имеет неотрицательный объем;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 9

Пусть $f(x)$ определена на отрезке $[a, b]$. Выберите все верные утверждения:

1. Если f монотонна на $[a, b]$, то она интегрируема на $[a, b]$;
2. Если f интегрируема на $[a, b]$, то она непрерывна на $[a, b]$;
3. Если f интегрируема на $[a, b]$, то она ограничена на $[a, b]$;
4. Если f дифференцируема на $[a, b]$, то она интегрируема на $[a, b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 10

Выберите все функции, имеющие дробно-рациональные первообразные:

1. $\frac{x^2-1}{x^2+1}$;
2. $\frac{x}{x^2-1}$;

3. $\frac{2x+1}{x^2(x+1)^2};$

4. $\frac{x^2-x+1}{x^2+x};$

Пример ввода: 3, 1, 4 (*введите "0", если верных утверждений нет*)