Теортест-1 (Вариант 17)

Тема – определенный интеграл

Задача 1

Пусть $f(x)$, $x(t)$ – дифференцирумые функции. Выберите все верные утверждения (при соответствующей замене) :

1. $\int f(1/x)dx = -\int \frac{f(t)dt}{t^2}$;
2. $\int f(\sqrt{x})dx = 2\int f(t)\sqrt{t}dt$;
3. $\int f(x)dx = \int f(1/t)\frac{dt}{t^2}$;
4. $\int \frac{f(x)}{\ln x}dx = \int f(e^t)dt$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 2

Пусть $f(x)$ определена на отрезке $[a, b]$. Выберите все верные утверждения:

1. Если f интегрируема на $[a, b]$, то она монотонна на $[a, b]$;
2. Если f дифференцируема на $[a, b]$, то она интегрируема на $[a, b]$;
3. Если f интегрируема на $[a, b]$, то она имеет первообразную на $[a, b]$;
4. Если f интегрируема на $[a, b]$, то она ограничена на $[a, b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 3

Пусть $f \in R[a, b]$, $F(x) = \int_a^x f(t)dt$. Выберите все верные утверждения:

1. Если f кусочно-непрерывна на $[a, b]$, то F – обобщенная первообразная для f на $[a, b]$;
2. $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$;
3. Если f непрерывна на $[a, b]$, то F – первообразная для f на $[a, b]$;
4. F имеет разрывы в точках разрыва функции f;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 4

Выберите все верные утверждения:

1. если первообразная дробно-рациональной функции $f(x)$ является дробно-рациональной, то все корни знаменателя $f(x)$ кратные;

2. если все корни знаменателя дробно-рациональной функции кратные, то ее первообразная является дробно-рациональной функцией;

3. если первообразная дробно-рациональной функции $f(x)$ выражается через логарифм, то знаменатель $f(x)$ имеет только простые вещественные корни;

4. первообразная дробно-рациональной функции выражается через элементарные функции;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 5

Пусть f интегрируема и $f \geq 0$ на $[a, b]$. Выберите все достаточные условия для того, чтобы $\int_a^b f(x)dx > 0$:

1. f непрерывна в точке a и $f(b) = 1$;

2. $f(a) > 0$, $f(b) > 0$;

3. f непрерывна в точке a и $f(a) = 1$;

4. f непрерывна на $[a, b]$ и $f((a + b)/2) = 1$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 6

Пусть функция $u = u(x)$ – первообразная для функции $v = v(x)$ на $[a, b]$. Выберите все верные на $[a, b]$ утверждения (C – произвольная постоянная):

1. $u' = v + C$;

2. $v = u'$;

3. $vdt = du$;

4. $u = v' + C$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 7

Выберите все верные утверждения :

1. Длины противоположных путей равны;
2. Любая кривая имеет неотрицательную длину;
3. Длина любого пути не меньше длины вписанной в его носитель ломаной;
4. Спрямляемы только кусочно-гладкие кривые;
5. Длина спрямляемой кривой конечна;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 8

Функция $f \in R[0, 10]$ и $-1 \leq f(x) \leq 10$ на $[0, 10]$. Выберите отрезки, содержащие значение интеграла $\int_0^2 xf(x)dx$:

1. $[-2, 10]$;
2. $[0, 10]$;
3. $[-1, 10]$;
4. $[-1, 20]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 9

Выберите все верные утверждения для данной функции, заданной на отрезке $[a, b]$:

1. При измельчении разбиения нижняя сумма Дарбу увеличивается;
2. При измельчении разбиения нижняя сумма Дарбу увеличивается или не изменяется;
3. Нижняя сумма Дарбу является наименьшей из всех интегральных сумм для данного разбиения;
4. При измельчении разбиения нижняя сумма Дарбу уменьшается или не изменяется;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 10

Выберите все верные утверждения (множества A и B имеют площадь):

1. любое множество имеет неотрицательную площадь;
2. площадь одной точки равна нулю;
3. при движении площадь не меняется;
4. площадь $A \cup B$ равна сумме площадей A и B;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*