

# Теортест-1 (Вариант 111)

## Тема – определенный интеграл

### Задача 1

Функция  $f \in R[0, 10]$  и  $-1 \leq f(x) \leq 10$  на  $[0, 10]$ . Выберите отрезки, содержащие значение интеграла  $\int_e^{e^3} \frac{f(x)}{x} dx$ :

1.  $[-2, 20]$ ;
2.  $[0, 10]$ ;
3.  $[-2, 10]$ ;
4.  $[-1, 10]$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

### Задача 2

Пусть  $f(x)$  – дифференцируемая функция. Выберите все верные утверждения:

1.  $2 \int f'(x) \sqrt{x} dx = 2\sqrt{x} f(x) - \int \frac{f(x)}{\sqrt{x}} dx$ ;
2.  $\int f(x) \sin x dx = \cos x \cdot f(x) - \int f'(x) \cos x dx$ ;
3.  $2 \int x f(x) dx = x^2 f'(x) - \int x f'(x) dx$ ;
4.  $\int \frac{f'(x)}{x^2} dx = \frac{f(x)}{x^2} + \int \frac{f(x)}{x} dx$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

### Задача 3

Выберите все верные утверждения (множества  $A$  и  $B$  имеют площадь):

1. площадь одной точки равна нулю;
2. если  $A \subset B$ , то площадь  $A$  меньше площади  $B$ ;
3. площадь графика интегрируемой функции равна нулю;
4. площадь  $A$  всегда неотрицательна;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

#### Задача 4

Пусть  $f$  интегрируема и  $f \geq 0$  на  $[a, b]$ . Выберите все достаточные условия для того, чтобы  $\int_a^b f(x)dx > 0$ :

1.  $f$  возрастает (нестрого) на  $[a, b]$  и  $f(b) = 1$ ;
2.  $f > 0$  на  $[a, b]$ ;
3.  $f(a) = f(b) = 1$ ;
4.  $f((a+b)/2) = 1$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

#### Задача 5

Выберите все верные утверждения :

1. Длины противоположных путей равны;
2. Длина замкнутой кривой равна нулю;
3. Спрямяемы только кусочно-гладкие кривые;
4. Длина любой кривой не меньше длины отрезка, соединяющего ее начало и конец;
5. Кусочно-гладкая кривая спрямяема;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

#### Задача 6

Пусть  $f \in R[a, b]$ ,  $F(x) = \int_a^x f(t)dt$ . Выберите все верные утверждения:

1. Если  $f$  кусочно-непрерывна на  $[a, b]$ , то  $F$  – обобщенная первообразная для  $f$  на  $[a, b]$ ;
2. Если  $f \geq 0$  на  $[a, b]$ , то  $F$  не убывает на  $[a, b]$ ;
3.  $F$  имеет разрывы в точках разрыва функции  $f$ ;
4.  $F$  непрерывна на  $[a, b]$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

### Задача 7

Выберите все верные утверждения:

1. первообразная дробно-рациональной функции является дробно-рациональной функцией;
2. если первообразная дробно-рациональной функции  $f(x)$  выражается через логарифм, то знаменатель  $f(x)$  имеет только простые вещественные корни;
3. первообразная дробно-рациональной функции выражается через элементарные функции;
4. если первообразная дробно-рациональной функции  $f(x)$  является дробно-рациональной, то все корни знаменателя  $f(x)$  кратные;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

### Задача 8

Пусть функция  $u = u(x)$  – первообразная для функции  $v = v(x)$  на  $[a, b]$ . Выберите все верные на  $[a, b]$  утверждения ( $C$  – произвольная постоянная):

1.  $v dt = du$ ;
2.  $u = v'$ ;
3.  $v' = u + C$ ;
4.  $v = u'$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

### Задача 9

Пусть функции  $f, g: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ . Выберите все верные утверждения:

1. Если  $c \in [a, b]$  и  $f$  интегрируема на  $[a, c]$  и на  $[c, b]$ , то  $f$  интегрируема и на  $[a, b]$ ;
2. Если функция  $f \cdot g$  интегрируема на  $[a, b]$ , то  $f$  и  $g$  тоже интегрируемы на  $[a, b]$ ;
3. Если функция  $f + g$  интегрируема на  $[a, b]$ , то  $f$  и  $g$  тоже интегрируемы на  $[a, b]$ ;
4. Если  $f > 0$  и интегрируема на  $[a, b]$ , то  $1/f$  тоже интегрируема на  $[a, b]$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

### Задача 10

Выберите все верные утверждения для данной функции, заданной на отрезке  $[a, b]$ :

1. Нижняя сумма Дарбу является наименьшей из всех интегральных сумм для данного разбиения;
2. Нижняя сумма Дарбу не больше любой интегральной суммы для данного разбиения;
3. При измельчении разбиения нижняя сумма Дарбу увеличивается;
4. При измельчении разбиения нижняя сумма Дарбу уменьшается;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)