Теортест-1 (Вариант 8)

Тема – определенный интеграл

Задача 1

Пусть функция $u = u(t)$ – первообразная для функции $v = v(t)$ на $[a, b]$. Выберите все верные на $[a, b]$ утверждения (C – произвольная постоянная):

1. $dv = udt + C$;
2. $du = vdt + C$;
3. $v = du + C$;
4. $vdt = u'dt$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 2

Пусть $f(x)$ определена на отрезке $[a, b]$. Выберите все верные утверждения:

1. Если f имеет конечное число точек разрыва типа скачок на $[a, b]$, то она интегрируема на $[a, b]$;
2. Если f имеет конечное число точек разрыва на $[a, b]$, то она интегрируема на $[a, b]$;
3. Если f дифференцируема на $[a, b]$, то она интегрируема на $[a, b]$;
4. Если f ограничена на $[a, b]$, то она интегрируема на $[a, b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 3

Выберите все верные утверждения :

1. Спрямляемы только кусочно-гладкие кривые;
2. Гладкая кривая – это кривая, все параметризации которой гладкие;
3. Кусочно-гладкая кривая спрямляема;
4. Любая кривая имеет неотрицательную длину;
5. Любая кривая имеет бесконечно много различных параметризаций;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 4

Пусть $f \in R[a,b]$, $F(x) = \int_a^x f(t)dt$. Выберите все верные утверждения:

1. Если $f \geq 0$ на $[a,b]$, то F не убывает на $[a,b]$;
2. F имеет разрывы в точках разрыва функции f;
3. $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$;
4. Если f кусочно-непрерывна на $[a,b]$, то F – обобщенная первообразная для f на $[a,b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 5

Пусть f интегрируема и $f \geq 0$ на $[a,b]$. Выберите все достаточные условия для того, чтобы $\int_a^b f(x)dx > 0$:

1. $f > 0$ на $[a,b]$;
2. f непрерывна в точке a и $f(a) = 1$;
3. f непрерывна в точке a и $f(b) = 1$;
4. $f(a) > 0$, $f(b) > 0$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 6

Функция $f \in R[0,10]$ и $-1 \leq f(x) \leq 10$ на $[0,10]$. Выберите отрезки, содержащие значение интеграла $\int_{-\ln 2}^{0} \frac{f(x)}{e^x} dx$:

1. $[-0.25; 10]$;
2. $[-1; 5]$;
3. $[0.5; 5]$;
4. $[-2; 10]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 7

Выберите все функции, имеющие дробно-рациональные первообразные:

1. $\frac{x^3-3(x-1)^2}{(x-1)^3}$;

2. $\frac{x^4}{x^2-1}$;

3. $\frac{x^2-x+1}{x^2+x}$;

4. $\frac{x^2-1}{x^2+1}$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 8

Выберите все верные утверждения (тела A и B имеют объем):

1. при движении объем не меняется;

2. объем одной точки равен нулю;

3. объем A всегда неотрицателен;

4. любое множество имеет неотрицательный объем;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 9

Пусть $f(x)$, $x(t)$ – дифференцирумые функции. Выберите все верные утверждения (при соответствующей замене) :

1. $\int f(1/x)dx = -\int \frac{f(t)dt}{t^2}$;

2. $\int f(x^2)dx = 2\int f(t)tdt$;

3. $\int \frac{f(x)}{\ln x}dx = \int f(e^t)dt$;

4. $\int f(x)d(2x) = \int \frac{f(\sqrt{t})}{\sqrt{t}}dt$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 10

Пусть $f : [a,b] \to \mathbb{R}$; $\sigma_\tau(\xi)$ – интегральная сумма для f, построенная по разбиению τ с оснащением ξ; s_τ, S_τ – нижняя и верхняя суммы Дарбу. Выберите все утверждения, равносильные интегрируемости функции f на отрезке $[a,b]$:

1. $\exists E \in \mathbb{R}$: $\forall \varepsilon > 0$ $\exists \delta > 0$: $\exists \tau : |\tau| < \delta$ $\exists \xi$: $-\varepsilon < \sigma_\tau(\xi) - E < \varepsilon$;
2. $\exists \tau$, $\forall \xi$: $s_\tau \leq \sigma_\tau(\xi) \leq S_\tau$;
3. $\exists E \in \mathbb{R}$: $\forall \varepsilon > 0$ $\exists \delta > 0$: $\forall \tau : |\tau| < \delta$, $\forall \xi$: $-\varepsilon < \sigma_\tau(\xi) - E < \varepsilon$;
4. $\forall \varepsilon > 0$ $\exists \delta > 0$: $\forall \tau : |\tau| < \delta \Rightarrow S_\tau - s_\tau < \varepsilon$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*