Теортест-1 (Вариант 88)

Тема – определенный интеграл

Задача 1

Пусть $f \in R[a,b], F(x) = \int_a^x f(t)dt$. Выберите все верные утверждения:

- 1. F ограничена на [a, b];
- 2. F первообразная для f на [a, b];
- $3. \ F$ непрерывна на [a,b];
- 4. F имеет разрывы в точках разрыва функции f;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 2

Пусть $f \in R[a,b], a < b$. Выберите все верные утверждения:

- 1. Если $f \ge 0$ на [a,b] и $\exists c \in [a,b] : f(c) > 0$, то $\int_a^b f(x) dx > 0$;
- 2. Если $\int_a^b |f(x)| dx < A$, то $\left| \int_a^b f(x) dx \right| < A$;
- 3. Если $\int_a^b |f(x)| dx = 0$, то $f(x) \equiv 0$ на [a,b];
- 4. Если $\left| \int_a^b f(x) dx \right| < A$, то $\int_a^b |f(x)| dx < A$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 3

Выберите все функции, имеющие дробно-рациональные первообразные:

- 1. $\frac{x^2+1}{x^5}$;
- 2. $\frac{x^3-3(x-1)^2}{(x-1)^3}$;
- $3. \frac{x^2-1}{x^2+1};$
- 4. $\frac{2x+1}{x^2(x+1)^2}$;

Задача 4

Функция $f \in R[0,10]$ и $-1 \le f(x) \le 10$ на [0,10]. Выберите отрезки, содержащие значение интеграла $\int_{-\ln 2}^0 \frac{f(x)}{e^x} dx$:

- 1. [-0.25; 10];
- 2. [0.5; 5];
- 3. [-2; 10];
- 4. [-10; 0];

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 5

Выберите все верные утверждения (множества A и B имеют площадь):

- 1. если $A \subset B$, то площадь A меньше площади B;
- 2. любое множество имеет неотрицательную площадь;
- 3. площадь графика интегрируемой функции равна нулю;
- 4. площадь A всегда положительна;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 6

Пусть f(x), x(t) – дифференцирумые функции. Выберите все верные утверждения (при соответствующей замене) :

- 1. $\int f(\sqrt{x})dx = 2 \int f(t)\sqrt{t}dt$;
- 2. $\int f(x^2)dx = 2 \int f(t)tdt$;
- 3. $\int \frac{f(x)}{\ln x} dx = \int f(e^t) dt;$
- 4. $\int f(x)d(2x) = \int \frac{f(\sqrt{t})}{\sqrt{t}}dt;$

Задача 7

Выберите все верные утверждения для данной функции, заданной на отрезке [a,b]:

- 1. При измельчении разбиения верхняя сумма Дарбу уменьшается или не изменяется;
- 2. Верхняя сумма Дарбу является наибольшей из всех интегральных сумм для данного разбиения;
- 3. При измельчении разбиения верхняя сумма Дарбу уменьшается;
- 4. При измельчении разбиения верхняя сумма Дарбу увеличивается;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 8

Пусть f интегрируема и $f \geq 0$ на [a,b]. Выберите все достаточные условия для того, чтобы $\int_a^b f(x) dx > 0$:

- 1. f возрастает (нестрого) на [a, b] и f(b) = 1;
- 2. f((a+b)/2) = 1;
- 3. f > 0 на [a, b];
- 4. f(a) > 0, f(b) > 0;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 9

Пусть функция u = u(x) – первообразная для функции v = v(x) на [a,b]. Выберите все верные на [a,b] утверждения (C – произвольная постоянная):

- 1. u = v' + C;
- $2. \ vdt = du;$
- 3. udt = dv;
- 4. v = u':

Задача 10

Выберите все верные утверждения:

- 1. Гладкая кривая это кривая, все параметризации которой гладкие;
- 2. Длина спрямляемой кривой конечна;
- 3. Длина любой кривой конечна;
- 4. Длины противоположных путей равны;
- 5. Спрямляемы только кусочно-гладкие кривые;