

# Теортест-1 (Вариант 55)

## Тема – определенный интеграл

### Задача 1

Пусть функция  $u = u(t)$  – первообразная для функции  $v = v(t)$  на  $[a, b]$ . Выберите все верные на  $[a, b]$  утверждения ( $C$  – произвольная постоянная):

1.  $v = du + C$ ;
2.  $du = v$ ;
3.  $dv = udt + C$ ;
4.  $u = dv$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

### Задача 2

Выберите все верные утверждения (множества  $A$  и  $B$  имеют площадь):

1. площадь  $A \cup B$  равна сумме площадей  $A$  и  $B$ ;
2. площадь одной точки равна нулю;
3. площадь  $A$  всегда неотрицательна;
4. площадь графика интегрируемой функции равна нулю;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

### Задача 3

Выберите все верные утверждения для данной функции, заданной на отрезке  $[a, b]$ :

1. При измельчении разбиения нижняя сумма Дарбу увеличивается;
2. При измельчении разбиения нижняя сумма Дарбу уменьшается или не изменяется;
3. При измельчении разбиения нижняя сумма Дарбу увеличивается или не изменяется;
4. Нижняя сумма Дарбу является наименьшей из всех интегральных сумм для данного разбиения;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

#### Задача 4

Выберите все функции, имеющие дробно-рациональные первообразные:

1.  $\frac{x^2-x+1}{x^2+x}$ ;
2.  $\frac{x^3-3(x-1)^2}{(x-1)^3}$ ;
3.  $\frac{2x+1}{x^2+x+1}$ ;
4.  $\frac{2x+1}{x^2(x+1)^2}$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

#### Задача 5

Пусть  $f$  интегрируема и  $f \geq 0$  на  $[a, b]$ . Выберите все достаточные условия для того, чтобы  $\int_a^b f(x)dx > 0$ :

1.  $f$  непрерывна в точке  $a$  и  $f(a) = 1$ ;
2.  $f > 0$  на  $[a, b]$ ;
3.  $f$  возрастает (нестрого) на  $[a, b]$  и  $f(b) = 1$ ;
4.  $f$  непрерывна на  $[a, b]$  и  $f((a+b)/2) = 1$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

#### Задача 6

Пусть  $f(x)$  определена на отрезке  $[a, b]$ . Выберите все верные утверждения:

1. Если  $f$  имеет первообразную на  $[a, b]$ , то она интегрируема на  $[a, b]$ ;
2. Если  $f$  непрерывна на  $[a, b]$ , то она интегрируема на  $[a, b]$ ;
3. Если  $f$  интегрируема на  $[a, b]$ , то она монотонна на  $[a, b]$ ;
4. Если  $f$  дифференцируема на  $[a, b]$ , то она интегрируема на  $[a, b]$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

### Задача 7

Функция  $f \in R[0, 10]$  и  $-1 \leq f(x) \leq 10$  на  $[0, 10]$ . Выберите отрезки, содержащие значение интеграла  $\int_0^3 x^2 f(x) dx$ :

1.  $[-9; 90]$ ;
2.  $[-3; 90]$ ;
3.  $[-2; 20]$ ;
4.  $[-9; 100]$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

### Задача 8

Пусть  $f(x)$ ,  $x(t)$  – дифференцируемые функции. Выберите все верные утверждения (при соответствующей замене) :

1.  $\int \frac{f(x)}{\ln x} dx = \int f(e^t) dt$ ;
2.  $\int f(1/x) dx = - \int \frac{f(t) dt}{t^2}$ ;
3.  $\int f(\sqrt{x}) dx = 2 \int f(t) \sqrt{t} dt$ ;
4.  $\int f(x) dx = \int f(\ln t) t dt$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

### Задача 9

Выберите все верные утверждения :

1. Гладкая кривая – это кривая, все параметризации которой гладкие;
2. Длина замкнутой кривой равна нулю;
3. Длина спрямляемой кривой конечна;
4. Длина любого пути не меньше длины вписанной в его носитель ломаной;
5. Длины противоположных путей равны;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

### Задача 10

Пусть  $f \in R[a, b]$ ,  $F(x) = \int_a^x f(t)dt$ . Выберите все верные утверждения:

1.  $F$  имеет разрывы в точках разрыва функции  $f$ ;
2.  $F$  дифференцируема на  $[a, b]$ ;
3.  $F$  – первообразная для  $f$  на  $[a, b]$ ;
4.  $F$  непрерывна на  $[a, b]$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)