

Теортест-1 (Вариант 126)

Тема – определенный интеграл

Задача 1

Выберите все верные утверждения для данной функции, заданной на отрезке $[a, b]$:

1. При измельчении разбиения верхняя сумма Дарбу увеличивается или не изменяется;
2. Верхняя сумма Дарбу не меньше любой интегральной суммы для данного разбиения;
3. Верхняя сумма Дарбу является наибольшей из всех интегральных сумм для данного разбиения;
4. При измельчении разбиения верхняя сумма Дарбу увеличивается;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 2

Выберите все верные утверждения (тела A и B имеют объем):

1. объем A всегда положителен;
2. при движении объем не меняется;
3. объем треугольника равен нулю;
4. объем любого сечения тела A равен нулю;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 3

Пусть $f(x)$, $x(t)$ – дифференцируемые функции. Выберите все верные утверждения (при соответствующей замене) :

1. $\int f(1/x)dx = -\int \frac{f(t)dt}{t^2}$;
2. $\int f(x)dx = \int f(1/t)\frac{dt}{t^2}$;
3. $\int \frac{f(x)}{\ln x}dx = \int f(e^t)dt$;
4. $\int f(\sqrt{x})dx = 2 \int f(t)\sqrt{t}dt$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 4

Пусть функция $u = u(t)$ – первообразная для функции $v = v(t)$ на $[a, b]$. Выберите все верные на $[a, b]$ утверждения (C – произвольная постоянная):

1. $v = du + C$;
2. $u = dv$;
3. $dv = udt + C$;
4. $vdt = u'dt$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 5

Выберите все верные утверждения :

1. Спрямолинейны только кусочно-гладкие кривые;
2. Длина кривой определяется как супремум длин всевозможных параметризаций кривой;
3. Длина любой кривой конечна;
4. Длина спрямолинейной кривой конечна;
5. Гладкая кривая – это кривая, все параметризации которой гладкие;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 6

Пусть $f \in R[a, b]$, $F(x) = \int_a^x f(t)dt$. Выберите все верные утверждения:

1. F непрерывна на $[a, b]$;
2. F – первообразная для f на $[a, b]$;
3. F не убывает на $[a, b]$;
4. $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 7

Выберите все функции, имеющие дробно-рациональные первообразные:

1. $\frac{x^3-3(x-1)^2}{(x-1)^3}$;
2. $\frac{x^2+1}{x^5}$;
3. $\frac{x^4}{(x^5+1)^3}$;
4. $\frac{x^2-x+1}{x^2+x}$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 8

Пусть f интегрируема и $f \geq 0$ на $[a, b]$. Выберите все достаточные условия для того, чтобы $\int_a^b f(x)dx > 0$:

1. f непрерывна в точке a и $f(b) = 1$;
2. f непрерывна в точке a и $f(a) = 1$;
3. f непрерывна на $[a, b]$ и $f(a+b) = 1$;
4. f возрастает (нестрого) на $[a, b]$ и $f(b) = 1$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 9

Пусть $f \in R[a, b]$, $a < b$. Выберите все верные утверждения:

1. Если $f > 0$ на $[a, b]$, то $\int_a^b f(x)dx > 0$;
2. Если $\int_a^b |f(x)|dx = 0$, то $f(x) \equiv 0$ на $[a, b]$;
3. Если $\int_a^b |f(x)|dx < A$, то $\left| \int_a^b f(x)dx \right| < A$;
4. Если $f \geq 0$ на $[a, b]$ и $\exists c \in [a, b]: f(c) > 0$, то $\int_a^b f(x)dx > 0$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 10

Функция $f \in R[0, 10]$ и $-1 \leq f(x) \leq 10$ на $[0, 10]$. Выберите отрезки, содержащие значение интеграла $\int_{-\ln 2}^0 \frac{f(x)}{e^x} dx$:

1. $[-2; 10]$;
2. $[-1; 5]$;
3. $[-10; 0]$;
4. $[-1; 10]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)