

# Теортест-1 (Вариант 50)

## Тема – определенный интеграл

### Задача 1

Пусть  $f$  интегрируема и  $f \geq 0$  на  $[a, b]$ . Выберите все достаточные условия для того, чтобы  $\int_a^b f(x)dx > 0$ :

1.  $f > 0$  на  $[a, b]$ ;
2.  $f$  возрастает (нестрого) на  $[a, b]$  и  $f(b) = 1$ ;
3.  $f$  непрерывна в точке  $a$  и  $f(b) = 1$ ;
4.  $f$  непрерывна на  $[a, b]$  и  $f((a+b)/2) = 1$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

### Задача 2

Пусть функция  $u = u(x)$  – первообразная для функции  $v = v(x)$  на  $[a, b]$ . Выберите все верные на  $[a, b]$  утверждения ( $C$  – произвольная постоянная):

1.  $v = u'$ ;
2.  $v = u' + C$ ;
3.  $v' = u + C$ ;
4.  $u dt = dv$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

### Задача 3

Выберите все верные утверждения (множества  $A$  и  $B$  имеют площадь):

1. площадь  $A$  всегда неотрицательна;
2. площадь одной точки равна нулю;
3. площадь  $A \cup B$  равна сумме площадей  $A$  и  $B$ ;
4. площадь  $A$  всегда положительна;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

#### Задача 4

Функция  $f \in R[0, 10]$  и  $-1 \leq f(x) \leq 10$  на  $[0, 10]$ . Выберите отрезки, содержащие значение интеграла  $\int_e^{e^3} \frac{f(x)}{x} dx$ :

1.  $[-10, 20]$ ;
2.  $[-1, 10]$ ;
3.  $[-2, 10]$ ;
4.  $[-2, 20]$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

#### Задача 5

Выберите все верные утверждения :

1. Длина замкнутой кривой равна нулю;
2. Длина любого пути не меньше длины вписанной в его носитель ломаной;
3. Длина кривой определяется как супремум длин всевозможных параметризаций кривой;
4. Кусочно-гладкая кривая спрямляема;
5. Длина спрямляемой кривой конечна;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

#### Задача 6

Пусть  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ ;  $\sigma_\tau(\xi)$  – интегральная сумма для  $f$ , построенная по разбиению  $\tau$  с оснащением  $\xi$ ;  $s_\tau$ ,  $S_\tau$  – нижняя и верхняя суммы Дарбу. Выберите все верные утверждения:

1.  $\forall \tau \exists \xi: S_\tau = \sigma_\tau(\xi)$ ;
2.  $\forall \tau \exists \xi: s_\tau \leq \sigma_\tau(\xi) \leq S_\tau$ ;
3.  $\forall \tau \forall \varepsilon > 0 \exists \xi: \sigma_\tau(\xi) > S_\tau - \varepsilon$ ;
4.  $\forall \tau: s_\tau < S_\tau$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

### Задача 7

Пусть  $f(x)$ ,  $x(t)$  – дифференцируемые функции. Выберите все верные утверждения (при соответствующей замене) :

1.  $\int f(x)d(2x) = \int \frac{f(\sqrt{t})}{\sqrt{t}}dt;$

2.  $\int f(1/x)dx = - \int \frac{f(t)dt}{t^2};$

3.  $\int f(x)dx = \int \frac{f(\ln t)}{t}dt;$

4.  $\int f(x)dx = \int f(\ln t)t dt;$

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

### Задача 8

Выберите все функции, имеющие дробно-рациональные первообразные:

1.  $\frac{x^2-1}{x^2+1};$

2.  $\frac{2x+1}{x^2+x+1};$

3.  $\frac{x^4}{x^2-1};$

4.  $\frac{x^9}{x^5+1};$

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

### Задача 9

Пусть  $f \in R[a, b]$ ,  $F(x) = \int_a^x f(t)dt$ . Выберите все верные утверждения:

1.  $F$  имеет разрывы в точках разрыва функции  $f$ ;

2. Если  $f \geq 0$  на  $[a, b]$ , то  $F$  не убывает на  $[a, b]$ ;

3. Если  $f$  кусочно-непрерывна на  $[a, b]$ , то  $F$  – обобщенная первообразная для  $f$  на  $[a, b]$ ;

4.  $F$  ограничена на  $[a, b]$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

### Задача 10

Пусть  $f \in R[a, b]$ ,  $a < b$ . Выберите все верные утверждения:

1. Если  $f > 0$  на  $[a, b]$ , то  $\int_a^b f(x)dx > 0$ ;
2. Если  $\int_a^b |f(x)|dx < A$ , то  $\left| \int_a^b f(x)dx \right| < A$ ;
3. Если  $f \geq 0$  на  $[a, b]$  и  $\exists c \in [a, b]: f(c) > 0$ , то  $\int_a^b f(x)dx > 0$ ;
4. Если  $f \geq 0$  на  $[a, b]$ , то  $\int_a^b f(x)dx \geq 0$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)