

Теортест-1 (Вариант 45)

Тема – определенный интеграл

Задача 1

Пусть $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$; $\sigma_\tau(\xi)$ – интегральная сумма для f , построенная по разбиению τ с оснащением ξ ; s_τ , S_τ – нижняя и верхняя суммы Дарбу. Выберите все утверждения, равносильные интегрируемости функции f на отрезке $[a, b]$:

1. $\forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0: \forall \tau : |\tau| < \delta \Rightarrow S_\tau - s_\tau < \varepsilon$;
2. $\forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0: \forall \tau : |\tau| < \delta \exists \xi: S_\tau - \sigma_\tau(\xi) < \varepsilon$;
3. $\exists E \in \mathbb{R}: \forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0: \forall \tau : |\tau| < \delta \exists \xi: -\varepsilon < \sigma_\tau(\xi) - E < \varepsilon$;
4. $\forall \tau, \exists \xi: s_\tau \leq \sigma_\tau(\xi) \leq S_\tau$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 2

Выберите все верные утверждения (тела A и B имеют объем):

1. объем одной точки равен нулю;
2. объем $A \cup B$ равен сумме объемов A и B ;
3. объем любого сечения тела A равен нулю;
4. $V(A) = V(A \cap B) + V(A \setminus B)$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 3

Пусть функции $f, g: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$. Выберите все верные утверждения:

1. Если $[c, d] \subset [a, b]$ и f интегрируема на $[c, d]$, то f интегрируема и на $[a, b]$;
2. Если f и g интегрируемы на $[a, b]$, то $f + g$ тоже интегрируема на $[a, b]$;
3. Если $c \in [a, b]$ и f интегрируема на $[a, c]$ и на $[c, b]$, то f интегрируема и на $[a, b]$;
4. Если $[c, d] \subset [a, b]$ и f интегрируема на $[a, b]$, то f интегрируема и на $[c, d]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 4

Выберите все верные утверждения:

1. первообразная дробно-рациональной функции выражается через элементарные функции;
2. если первообразная дробно-рациональной функции $f(x)$ является дробно-рациональной, то все корни знаменателя $f(x)$ кратные;
3. первообразная дробно-рациональной функции является дробно-рациональной функцией;
4. если все корни знаменателя дробно-рациональной функции кратные, то ее первообразная является дробно-рациональной функцией;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 5

Пусть f интегрируема и $f \geq 0$ на $[a, b]$. Выберите все достаточные условия для того, чтобы $\int_a^b f(x)dx > 0$:

1. $f((a+b)/2) = 1$;
2. $f(a) > 0, f(b) > 0$;
3. $f(a) = f(b) = 1$;
4. f непрерывна на $[a, b]$ и $f(a+b) = 1$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 6

Пусть $f \in R[a, b]$, $F(x) = \int_a^x f(t)dt$. Выберите все верные утверждения:

1. F непрерывна на $[a, b]$;
2. F ограничена на $[a, b]$;
3. F – первообразная для f на $[a, b]$;
4. F дифференцируема на $[a, b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 7

Выберите все верные утверждения :

1. Длины противоположных путей равны;
2. Длина кривой зависит от параметризации;
3. Любая кривая имеет бесконечно много различных параметризаций;
4. Длина спрямляемой кривой конечна;
5. Длина замкнутой кривой равна нулю;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 8

Пусть функция $u = u(t)$ – первообразная для функции $v = v(t)$ на $[a, b]$. Выберите все верные на $[a, b]$ утверждения (C – произвольная постоянная):

1. $dv = udt + C$;
2. $v = du + C$;
3. $vdt = u'dt$;
4. $u = dv$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 9

Функция $f \in R[0, 10]$ и $-1 \leq f(x) \leq 10$ на $[0, 10]$. Выберите отрезки, содержащие значение интеграла $\int_0^3 x^2 f(x) dx$:

1. $[-9; 100]$;
2. $[0; 100]$;
3. $[-9; 90]$;
4. $[9; 100]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 10

Пусть $f(x)$, $x(t)$ – дифференцируемые функции. Выберите все верные утверждения (при соответствующей замене) :

1. $\int f(x^2)dx = 2 \int f(t)tdt;$

2. $\int f(\sqrt{x})dx = 2 \int f(t)\sqrt{t}dt;$

3. $\int f(x)dx = \int f(1/t)\frac{dt}{t^2};$

4. $\int f(x)d(2x) = \int \frac{f(\sqrt{t})}{\sqrt{t}}dt;$

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)