

## Теортест-1 (Вариант 10)

### Тема – определенный интеграл

#### Задача 1

Пусть  $f(x)$  – дифференцируемая функция. Выберите все верные утверждения:

1.  $\int f(x) \sin x dx = \cos x \cdot f(x) - \int f'(x) \cos x dx$ ;
2.  $\int \frac{f'(x)}{x} dx = \frac{f(x)}{x} + \int \frac{f(x)}{x^2} dx$ ;
3.  $\int f'(x) e^x dx = e^x f(x) - \int f(x) e^x dx$ ;
4.  $2 \int x f(x) dx = x^2 f'(x) - \int x f'(x) dx$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

#### Задача 2

Выберите все верные утверждения (множества  $A$  и  $B$  имеют площадь):

1. площадь  $A \cup B$  равна сумме площадей  $A$  и  $B$ ;
2. площадь  $A$  всегда неотрицательна;
3. любое множество имеет неотрицательную площадь;
4. площадь одной точки равна нулю;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

#### Задача 3

Пусть функция  $u = u(t)$  – первообразная для функции  $v = v(t)$  на  $[a, b]$ . Выберите все верные на  $[a, b]$  утверждения ( $C$  – произвольная постоянная):

1.  $v = du + C$ ;
2.  $u = dv$ ;
3.  $dv = u dt + C$ ;
4.  $du = v dt$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

#### Задача 4

Пусть  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ ;  $\sigma_\tau(\xi)$  – интегральная сумма для  $f$ , построенная по разбиению  $\tau$  с оснащением  $\xi$ ;  $s_\tau, S_\tau$  – нижняя и верхняя суммы Дарбу. Выберите все утверждения, равносильные интегрируемости функции  $f$  на отрезке  $[a, b]$ :

1.  $\forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0: \forall \tau : |\tau| < \delta \exists \xi: S_\tau - \sigma_\tau(\xi) < \varepsilon$ ;
2.  $\forall \tau, \forall \xi: s_\tau \leq \sigma_\tau(\xi) \leq S_\tau$ ;
3.  $\forall \varepsilon > 0 \forall \tau: S_\tau - s_\tau < \varepsilon$ ;
4.  $\forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0: \forall \tau : |\tau| < \delta \Rightarrow S_\tau - s_\tau < \varepsilon$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

#### Задача 5

Пусть  $f \in R[a, b]$ ,  $F(x) = \int_a^x f(t)dt$ . Выберите все верные утверждения:

1. Если  $f \geq 0$  на  $[a, b]$ , то  $F$  не убывает на  $[a, b]$ ;
2.  $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$ ;
3.  $F$  непрерывна на  $[a, b]$ ;
4.  $F$  имеет разрывы в точках разрыва функции  $f$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

#### Задача 6

Пусть  $f$  интегрируема и  $f \geq 0$  на  $[a, b]$ . Выберите все достаточные условия для того, чтобы  $\int_a^b f(x)dx > 0$ :

1.  $f((a+b)/2) = 1$ ;
2.  $f(a) > 0, f(b) > 0$ ;
3.  $f$  непрерывна на  $[a, b]$  и  $f(a+b) = 1$ ;
4.  $f$  непрерывна на  $[a, b]$  и  $f((a+b)/2) = 1$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

### Задача 7

Выберите все верные утверждения :

1. Длина любой кривой не меньше длины отрезка, соединяющего ее начало и конец;
2. Длины противоположных путей равны;
3. Кусочно-гладкая кривая спрямляема;
4. Любая кривая имеет бесконечно много различных параметризаций;
5. Длина спрямляемой кривой конечна;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

### Задача 8

Функция  $f \in R[0, 10]$  и  $-1 \leq f(x) \leq 10$  на  $[0, 10]$ . Выберите отрезки, содержащие значение интеграла  $\int_e^{e^3} \frac{f(x)}{x} dx$ :

1.  $[-10, 20]$ ;
2.  $[0, 10]$ ;
3.  $[-2, 20]$ ;
4.  $[-1, 20]$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

### Задача 9

Выберите все верные утверждения:

1. если все корни знаменателя дробно-рациональной функции кратные, то ее первообразная является дробно-рациональной функцией;
2. если первообразная дробно-рациональной функции  $f(x)$  является дробно-рациональной, то все корни знаменателя  $f(x)$  кратные;
3. первообразная дробно-рациональной функции является дробно-рациональной функцией;
4. если первообразная дробно-рациональной функции  $f(x)$  выражается через логарифм, то знаменатель  $f(x)$  имеет только простые вещественные корни;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

### Задача 10

Пусть функции  $f, g: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ . Выберите все верные утверждения:

1. Если  $c \in [a, b]$  и  $f$  интегрируема на  $[a, c]$  и на  $[c, b]$ , то  $f$  интегрируема и на  $[a, b]$ ;
2. Если функция  $f \cdot g$  интегрируема на  $[a, b]$ , то  $f$  и  $g$  тоже интегрируемы на  $[a, b]$ ;
3. Если  $f$  интегрируема на  $[a, b]$ , то  $|f|$  тоже интегрируема на  $[a, b]$ ;
4. Если  $f > 0$  и интегрируема на  $[a, b]$ , то  $1/f$  тоже интегрируема на  $[a, b]$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)