

# Теортест-1 (Вариант 30)

## Тема – определенный интеграл

### Задача 1

Пусть  $f \in R[a, b]$ ,  $F(x) = \int_a^x f(t)dt$ . Выберите все верные утверждения:

1.  $F$  не убывает на  $[a, b]$ ;
2.  $F$  имеет разрывы в точках разрыва функции  $f$ ;
3.  $F$  ограничена на  $[a, b]$ ;
4.  $F$  – первообразная для  $f$  на  $[a, b]$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

### Задача 2

Пусть  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ ;  $\sigma_\tau(\xi)$  – интегральная сумма для  $f$ , построенная по разбиению  $\tau$  с оснащением  $\xi$ ;  $s_\tau, S_\tau$  – нижняя и верхняя суммы Дарбу. Выберите все верные утверждения:

1.  $\forall \tau \forall \varepsilon > 0 \exists \xi: \sigma_\tau(\xi) > S_\tau - \varepsilon$ ;
2.  $\forall \tau: s_\tau < S_\tau$ ;
3.  $\forall \tau, \xi: s_\tau \leq \sigma_\tau(\xi) \leq S_\tau$ ;
4.  $\forall \tau \exists \xi: s_\tau = \sigma_\tau(\xi)$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

### Задача 3

Выберите все верные утверждения :

1. Длина кривой зависит от параметризации;
2. Длина спрямляемой кривой конечна;
3. Длины противоположных путей равны;
4. Любая кривая имеет бесконечно много различных параметризаций;
5. Любая кривая имеет неотрицательную длину;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

#### Задача 4

Пусть  $f(x)$  – дифференцируемая функция. Выберите все верные утверждения:

1.  $\int \frac{f'(x)}{x} dx = \frac{f(x)}{x} + \int \frac{f(x)}{x^2} dx;$
2.  $\int \frac{f'(x)}{x^2} dx = \frac{f(x)}{x^2} + \int \frac{f(x)}{x} dx;$
3.  $\int f(x) \ln x dx = \ln x \cdot f'(x) - \int \frac{f'(x)}{x} dx;$
4.  $\int f(x) \sin x dx = \cos x \cdot f(x) - \int f'(x) \cos x dx;$

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

#### Задача 5

Пусть  $f$  интегрируема и  $f \geq 0$  на  $[a, b]$ . Выберите все достаточные условия для того, чтобы  $\int_a^b f(x) dx > 0$ :

1.  $f(a) > 0, f(b) > 0;$
2.  $f$  непрерывна на  $[a, b]$  и  $f((a+b)/2) = 1;$
3.  $f$  возрастает (нестрого) на  $[a, b]$  и  $f(b) = 1;$
4.  $f$  непрерывна на  $[a, b]$  и  $f(a+b) = 1;$

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

#### Задача 6

Функция  $f \in R[0, 10]$  и  $-1 \leq f(x) \leq 10$  на  $[0, 10]$ . Выберите отрезки, содержащие значение интеграла  $\int_0^3 x^2 f(x) dx$ :

1.  $[0; 100];$
2.  $[-3; 90];$
3.  $[-2; 20];$
4.  $[-9; 100];$

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

### Задача 7

Выберите все верные утверждения (тела  $A$  и  $B$  имеют объем):

1. любое множество имеет неотрицательный объем;
2.  $V(A) = V(A \cap B) + V(A \setminus B)$ ;
3. объем любого сечения тела  $A$  равен нулю;
4. при движении объем не меняется;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

### Задача 8

Пусть  $f \in R[a, b]$ ,  $a < b$ . Выберите все верные утверждения:

1. Если  $\left| \int_a^b f(x) dx \right| = 0$ , то  $f(x) \equiv 0$  на  $[a, b]$ ;
2. Если  $f > 0$  на  $[a, b]$ , то  $\int_a^b f(x) dx > 0$ ;
3. Если  $f \geq 0$  на  $[a, b]$  и  $\exists c \in [a, b]: f(c) > 0$ , то  $\int_a^b f(x) dx > 0$ ;
4. Если  $\int_a^b |f(x)| dx < A$ , то  $\left| \int_a^b f(x) dx \right| < A$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

### Задача 9

Выберите все верные утверждения:

1. если все корни знаменателя дробно-рациональной функции кратные, то ее первообразная является дробно-рациональной функцией;
2. первообразная дробно-рациональной функции является дробно-рациональной функцией;
3. если первообразная дробно-рациональной функции  $f(x)$  выражается через логарифм, то знаменатель  $f(x)$  имеет только простые вещественные корни;
4. если первообразная дробно-рациональной функции  $f(x)$  является дробно-рациональной, то все корни знаменателя  $f(x)$  кратные;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

### Задача 10

Пусть функция  $u = u(t)$  – первообразная для функции  $v = v(t)$  на  $[a, b]$ . Выберите все верные на  $[a, b]$  утверждения ( $C$  – произвольная постоянная):

1.  $dv = udt + C$ ;

2.  $u = dv$ ;

3.  $v = du + C$ ;

4.  $u = dv + C$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)