Теортест-1 (Вариант 2)

Тема – определенный интеграл

Задача 1

Пусть функция $u = u(t)$ – первообразная для функции $v = v(t)$ на $[a, b]$. Выберите все верные на $[a, b]$ утверждения (C – произвольная постоянная):

1. $du = v$;
2. $du = vdt$;
3. $vdt = u'dt$;
4. $v = du + C$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 2

Выберите все верные утверждения (тела A и B имеют объем):

1. любое множество имеет неотрицательный объем;
2. объем $A \cup B$ равен сумме объемов A и B;
3. объем A всегда положителен;
4. объем A всегда неотрицателен;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 3

Пусть функции f, g: $[a, b] \to \mathbb{R}$. Выберите все верные утверждения:

1. Если функция $f+g$ интегрируема на $[a, b]$, то f и g тоже интегрируемы на $[a, b]$;
2. Если $[c, d] \subset [a, b]$ и f интегрируема на $[c, d]$, то f интегрируема и на $[a, b]$;
3. Если f и g интегрируемы на $[a, b]$, то $f + g$ тоже интегрируема на $[a, b]$;
4. Если $|f|$ интегрируема на $[a, b]$, то f тоже интегрируема на $[a, b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 4

Пусть $f \in R[a,b]$, $F(x) = \int_a^x f(t)dt$. Выберите все верные утверждения:

1. $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$;
2. F ограничена на $[a,b]$;
3. Если f кусочно-непрерывна на $[a,b]$, то F – обобщенная первообразная для f на $[a,b]$;
4. Если $f \geq 0$ на $[a,b]$, то F не убывает на $[a,b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 5

Выберите все верные утверждения :

1. Любая кривая имеет бесконечно много различных параметризаций;
2. Длина любой кривой не меньше длины отрезка, соединяющего ее начало и конец;
3. Любая кривая имеет неотрицательную длину;
4. Длина кривой определяется как супремум длин всевозможных параметризаций кривой;
5. Длина кривой зависит от параметризации;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 6

Пусть f интегрируема и $f \geq 0$ на $[a,b]$. Выберите все достаточные условия для того, чтобы $\int_a^b f(x)dx > 0$:

1. f возрастает (нестрого) на $[a,b]$ и $f(b) = 1$;
2. $f((a+b)/2) = 1$;
3. f непрерывна на $[a,b]$ и $f((a+b)/2) = 1$;
4. $f(a) = f(b) = 1$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 7

Пусть $f : [a,b] \to \mathbb{R}$; $\sigma_\tau(\xi)$ – интегральная сумма для f, построенная по разбиению τ с оснащением ξ; s_τ, S_τ – нижняя и верхняя суммы Дарбу. Выберите все утверждения, равносильные интегрируемости функции f на отрезке $[a,b]$:

1. $\forall\tau$, $\exists\xi$: $s_\tau \le \sigma_\tau(\xi) \le S_\tau$;
2. $\forall\varepsilon > 0\ \exists\delta > 0$: $\forall\tau : |\tau| < \delta \Rightarrow S_\tau - s_\tau < \varepsilon$;
3. $\exists E \in \mathbb{R}$: $\forall\varepsilon > 0\ \exists\delta > 0$: $\exists\tau : |\tau| < \delta\ \exists\xi$: $-\varepsilon < \sigma_\tau(\xi) - E < \varepsilon$;
4. $\forall\varepsilon > 0\ \exists\tau$: $S_\tau - s_\tau < \varepsilon$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 8

Пусть $f(x)$, $x(t)$ – дифференцирумые функции. Выберите все верные утверждения (при соответствующей замене) :

1. $\int f(x)dx = \int f(\ln t)tdt$;
2. $\int f(x^2)dx = 2\int f(t)tdt$;
3. $\int f(\sqrt{x})dx = 2\int f(t)\sqrt{t}dt$;
4. $\int f(x)dx = \int f(1/t)\frac{dt}{t^2}$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 9

Функция $f \in R[0,10]$ и $-1 \le f(x) \le 10$ на $[0,10]$. Выберите отрезки, содержащие значение интеграла $\int_0^3 x^2 f(x)dx$:

1. $[-9;90]$;
2. $[-9;100]$;
3. $[-2;20]$;
4. $[0;100]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 10

Выберите все верные утверждения:

1. если первообразная дробно-рациональной функции $f(x)$ является дробно-рациональной, то все корни знаменателя $f(x)$ кратные;

2. первообразная дробно-рациональной функции выражается через элементарные функции;

3. если все корни знаменателя дробно-рациональной функции кратные, то ее первообразная является дробно-рациональной функцией;

4. первообразная дробно-рациональной функции является дробно-рациональной функцией;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*