

Теортест-1 (Вариант 84)

Тема – определенный интеграл

Задача 1

Пусть $f \in R[a, b]$, $F(x) = \int_a^x f(t)dt$. Выберите все верные утверждения:

1. F не убывает на $[a, b]$;
2. F имеет разрывы в точках разрыва функции f ;
3. F – первообразная для f на $[a, b]$;
4. $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 2

Функция $f \in R[0, 10]$ и $-1 \leq f(x) \leq 10$ на $[0, 10]$. Выберите отрезки, содержащие значение интеграла $\int_e^{e^3} \frac{f(x)}{x} dx$:

1. $[-1, 10]$;
2. $[-2, 20]$;
3. $[-10, 20]$;
4. $[-1, 20]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 3

Выберите все верные утверждения :

1. Длина любой кривой конечна;
2. Любая кривая имеет бесконечно много различных параметризаций;
3. Кусочно-гладкая кривая спрямляема;
4. Длины противоположных путей равны;
5. Длина любой кривой не меньше длины отрезка, соединяющего ее начало и конец;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 4

Пусть функция $u = u(t)$ – первообразная для функции $v = v(t)$ на $[a, b]$. Выберите все верные на $[a, b]$ утверждения (C – произвольная постоянная):

1. $v = du + C$;
2. $u = dv + C$;
3. $du = vdt$;
4. $vdt = u'dt$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 5

Пусть f интегрируема и $f \geq 0$ на $[a, b]$. Выберите все достаточные условия для того, чтобы $\int_a^b f(x)dx > 0$:

1. $f(a) = f(b) = 1$;
2. $f > 0$ на $[a, b]$;
3. $f(a) > 0, f(b) > 0$;
4. f непрерывна в точке a и $f(a) = 1$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 6

Пусть $f(x)$ – дифференцируемая функция. Выберите все верные утверждения:

1. $\int \frac{f'(x)}{x^2} dx = \frac{f(x)}{x^2} + \int \frac{f(x)}{x} dx$;
2. $\int f(x) \sin x dx = \cos x \cdot f(x) - \int f'(x) \cos x dx$;
3. $\int f'(x) e^x dx = e^x f(x) - \int f(x) e^x dx$;
4. $2 \int f'(x) \sqrt{x} dx = 2\sqrt{x} f(x) - \int \frac{f(x)}{\sqrt{x}} dx$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 7

Пусть функции $f, g: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$. Выберите все верные утверждения:

1. Если f и g интегрируемы на $[a, b]$, то $f \cdot g$ тоже интегрируема на $[a, b]$;
2. Если $c \in [a, b]$ и f интегрируема на $[a, c]$ и на $(c, b]$, то f интегрируема и на $[a, b]$;
3. Если $c \in [a, b]$ и f интегрируема на $[a, c]$ и на $[c, b]$, то f интегрируема и на $[a, b]$;
4. Если $f > 0$ и интегрируема на $[a, b]$, то $1/f$ тоже интегрируема на $[a, b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 8

Пусть $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$; $\sigma_\tau(\xi)$ – интегральная сумма для f , построенная по разбиению τ с оснащением ξ ; s_τ, S_τ – нижняя и верхняя суммы Дарбу. Выберите все верные утверждения:

1. $\forall \tau \exists \xi: s_\tau = \sigma_\tau(\xi)$;
2. $\forall \tau: s_\tau < S_\tau$;
3. $\forall \tau \exists \xi: S_\tau = \sigma_\tau(\xi)$;
4. $\forall \tau \forall \varepsilon > 0 \exists \xi: \sigma_\tau(\xi) > S_\tau - \varepsilon$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 9

Выберите все верные утверждения (тела A и B имеют объем):

1. объем одной точки равен нулю;
2. если $A \subset B$, то объем A меньше объема B ;
3. объем любого сечения тела A равен нулю;
4. объем A всегда неотрицателен;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 10

Выберите все функции, имеющие дробно-рациональные первообразные:

1. $\frac{x^3-3(x-1)^2}{(x-1)^3};$

2. $\frac{x^9}{x^5+1};$

3. $\frac{2x+1}{x^2(x+1)^2};$

4. $\frac{2x+1}{x^2+x+1};$

Пример ввода: 3, 1, 4 (*введите "0", если верных утверждений нет*)