Теортест-1 (Вариант 91)

Тема – определенный интеграл

Задача 1

Пусть $f \in R[a, b]$, $F(x) = \int_a^x f(t)dt$. Выберите все верные утверждения:

1. F непрерывна на $[a, b]$;
2. Если f непрерывна на $[a, b]$, то F – первообразная для f на $[a, b]$;
3. $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$;
4. F ограничена на $[a, b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 2

Пусть f интегрируема и $f \geq 0$ на $[a, b]$. Выберите все достаточные условия для того, чтобы $\int_a^b f(x)dx > 0$:

1. f непрерывна на $[a, b]$ и $f((a + b)/2) = 1$;
2. f непрерывна на $[a, b]$ и $f(a + b) = 1$;
3. f непрерывна в точке a и $f(a) = 1$;
4. f возрастает (нестрого) на $[a, b]$ и $f(b) = 1$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 3

Выберите все верные утверждения (тела A и B имеют объем):

1. $V(A) = V(A \cap B) + V(A \setminus B)$;
2. если $A \subset B$, то объем A меньше объема B;
3. объем треугольника равен нулю;
4. любое множество имеет неотрицательный объем;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 4

Выберите все верные утверждения:

1. первообразная дробно-рациональной функции выражается через элементарные функции;
2. если первообразная дробно-рациональной функции $f(x)$ является дробно-рациональной, то все корни знаменателя $f(x)$ кратные;
3. первообразная дробно-рациональной функции является дробно-рациональной функцией;
4. если первообразная дробно-рациональной функции $f(x)$ выражается через логарифм, то знаменатель $f(x)$ имеет только простые вещественные корни;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 5

Пусть функции f, g: $[a, b] \to \mathbb{R}$. Выберите все верные утверждения:

1. Если $c \in [a, b]$ и f интегрируема на $[a, c]$ и на $(c, b]$, то f интегрируема и на $[a, b]$;
2. Если f и g интегрируемы на $[a, b]$, то $f \cdot g$ тоже интегрируема на $[a, b]$;
3. Если функция $f \cdot g$ интегрируема на $[a, b]$, то f и g тоже интегрируемы на $[a, b]$;
4. Если $c \in [a, b]$ и f интегрируема на $[a, c]$ и на $[c, b]$, то f интегрируема и на $[a, b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 6

Функция $f \in R[0, 10]$ и $-1 \le f(x) \le 10$ на $[0, 10]$. Выберите отрезки, содержащие значение интеграла $\int_e^{e^3} \frac{f(x)}{x} dx$:

1. $[-2, 20]$;
2. $[-1, 20]$;
3. $[-2, 10]$;
4. $[-10, 20]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 7

Пусть $f(x)$, $x(t)$ – дифференцирумые функции. Выберите все верные утверждения (при соответствующей замене) :

1. $\int f(x)dx = \int f(\ln t)tdt$;
2. $\int f(\sqrt{x})dx = 2\int f(t)\sqrt{t}dt$;
3. $\int f(x)dx = \int \frac{f(\ln t)}{t}dt$;
4. $\int f(x^2)dx = 2\int f(t)tdt$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 8

Пусть функция $u = u(t)$ – первообразная для функции $v = v(t)$ на $[a, b]$. Выберите все верные на $[a, b]$ утверждения (C – произвольная постоянная):

1. $dv = udt + C$;
2. $du = vdt$;
3. $du = vdt + C$;
4. $vdt = u'dt$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 9

Выберите все верные утверждения :

1. Длины противоположных путей равны;
2. Спрямляемы только кусочно-гладкие кривые;
3. Длина спрямляемой кривой конечна;
4. Кусочно-гладкая кривая спрямляема;
5. Длина замкнутой кривой равна нулю;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 10

Пусть $f : [a,b] \to \mathbb{R}$; $\sigma_\tau(\xi)$ – интегральная сумма для f, построенная по разбиению τ с оснащением ξ; s_τ, S_τ – нижняя и верхняя суммы Дарбу. Выберите все верные утверждения:

1. $\forall \tau\ \forall \varepsilon > 0\ \exists \xi$: $\sigma_\tau(\xi) > S_\tau - \varepsilon$;
2. $\forall \tau\ \exists \xi$: $S_\tau = \sigma_\tau(\xi)$;
3. $\forall \tau\ \forall \varepsilon > 0\ \exists \xi$: $\sigma_\tau(\xi) < s_\tau - \varepsilon$;
4. $\forall \tau$: $s_\tau < S_\tau$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*