Теортест-1 (Вариант 40)

Тема – определенный интеграл

Задача 1

Функция $f \in R[0, 10]$ и $-1 \leq f(x) \leq 10$ на $[0, 10]$. Выберите отрезки, содержащие значение интеграла $\int_0^2 xf(x)dx$:

1. $[-2, 20]$;
2. $[-2, 10]$;
3. $[-1, 20]$;
4. $[-10, 20]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 2

Пусть функции f, g: $[a, b] \to \mathbb{R}$. Выберите все верные утверждения:

1. Если $|f|$ интегрируема на $[a, b]$, то f тоже интегрируема на $[a, b]$;
2. Если $f > 0$ и интегрируема на $[a, b]$, то $1/f$ тоже интегрируема на $[a, b]$;
3. Если $[c, d] \subset [a, b]$ и f интегрируема на $[c, d]$, то f интегрируема и на $[a, b]$;
4. Если функция $f + g$ интегрируема на $[a, b]$, то f и g тоже интегрируемы на $[a, b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 3

Пусть $f \in R[a, b]$, $F(x) = \int_a^x f(t)dt$. Выберите все верные утверждения:

1. Если f кусочно-непрерывна на $[a, b]$, то F – обобщенная первообразная для f на $[a, b]$;
2. $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$;
3. Если f непрерывна на $[a, b]$, то F – первообразная для f на $[a, b]$;
4. Если $f \geq 0$ на $[a, b]$, то F не убывает на $[a, b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 4

Выберите все верные утверждения (множества A и B имеют площадь):

1. площадь одной точки равна нулю;
2. $S(A) = S(A \cap B) + S(A \setminus B)$;
3. площадь графика любой функции равна нулю;
4. площадь A всегда неотрицательна;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 5

Пусть функция $u = u(x)$ – первообразная для функции $v = v(x)$ на $[a, b]$. Выберите все верные на $[a, b]$ утверждения (C – произвольная постоянная):

1. $v = u' + C$;
2. $u = v'$;
3. $vdt = du$;
4. $v' = u + C$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 6

Выберите все верные утверждения :

1. Длина кривой зависит от параметризации;
2. Любая кривая имеет бесконечно много различных параметризаций;
3. Спрямляемы только кусочно-гладкие кривые;
4. Длина замкнутой кривой равна нулю;
5. Длина любого пути не меньше длины вписанной в его носитель ломаной;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 7

Выберите все функции, имеющие дробно-рациональные первообразные:

1. $\frac{x^4}{(x^5+1)^3}$;
2. $\frac{x^3-3(x-1)^2}{(x-1)^3}$;
3. $\frac{x^2+1}{x^5}$;
4. $\frac{2x+1}{x^2+x+1}$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 8

Пусть $f(x)$, $x(t)$ – дифференцирумые функции. Выберите все верные утверждения (при соответствующей замене) :

1. $\int f(\sqrt{x})dx = 2\int f(t)\sqrt{t}dt$;
2. $\int f(x)d(2x) = \int \frac{f(\sqrt{t})}{\sqrt{t}}dt$;
3. $\int f(x)dx = \int f(\ln t)tdt$;
4. $\int f(1/x)dx = -\int \frac{f(t)dt}{t^2}$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 9

Пусть f интегрируема и $f \geq 0$ на $[a,b]$. Выберите все достаточные условия для того, чтобы $\int_a^b f(x)dx > 0$:

1. f непрерывна на $[a,b]$ и $f(a+b) = 1$;
2. f непрерывна на $[a,b]$ и $f((a+b)/2) = 1$;
3. f непрерывна в точке a и $f(a) = 1$;
4. $f(a) = f(b) = 1$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 10

Пусть $f : [a, b] \to \mathbb{R}$; $\sigma_\tau(\xi)$ – интегральная сумма для f, построенная по разбиению τ с оснащением ξ; s_τ, S_τ – нижняя и верхняя суммы Дарбу. Выберите все верные утверждения:

1. $\forall\tau\ \forall\varepsilon > 0\ \exists\xi$: $\sigma_\tau(\xi) > S_\tau - \varepsilon$;
2. $\forall\tau\ \exists\xi$: $S_\tau = \sigma_\tau(\xi)$;
3. $\forall\tau, \xi$: $s_\tau \le \sigma_\tau(\xi) \le S_\tau$;
4. $\forall\tau\ \forall\varepsilon > 0\ \exists\xi$: $\sigma_\tau(\xi) < s_\tau - \varepsilon$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*