

Теортест-1 (Вариант 77)

Тема – определенный интеграл

Задача 1

Пусть функции $f, g: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$. Выберите все верные утверждения:

1. Если f и g интегрируемы на $[a, b]$, то $f \cdot g$ тоже интегрируема на $[a, b]$;
2. Если f и g интегрируемы на $[a, b]$, то $f + g$ тоже интегрируема на $[a, b]$;
3. Если f интегрируема на $[a, b]$, то $|f|$ тоже интегрируема на $[a, b]$;
4. Если $|f|$ интегрируема на $[a, b]$, то f тоже интегрируема на $[a, b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 2

Выберите все верные утверждения :

1. Длина кривой определяется как супремум длин всевозможных параметризаций кривой;
2. Длина любой кривой не меньше длины отрезка, соединяющего ее начало и конец;
3. Любая кривая имеет бесконечно много различных параметризаций;
4. Длина спрямляемой кривой конечна;
5. Длина замкнутой кривой равна нулю;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 3

Выберите все верные утверждения:

1. если первообразная дробно-рациональной функции $f(x)$ выражается через логарифм, то знаменатель $f(x)$ имеет только простые вещественные корни;
2. первообразная дробно-рациональной функции является дробно-рациональной функцией;
3. если первообразная дробно-рациональной функции $f(x)$ является дробно-рациональной, то все корни знаменателя $f(x)$ кратные;
4. если все корни знаменателя дробно-рациональной функции кратные, то ее первообразная является дробно-рациональной функцией;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 4

Пусть f интегрируема и $f \geq 0$ на $[a, b]$. Выберите все достаточные условия для того, чтобы $\int_a^b f(x)dx > 0$:

1. $f > 0$ на $[a, b]$;
2. f возрастает (нестрого) на $[a, b]$ и $f(b) = 1$;
3. f непрерывна в точке a и $f(b) = 1$;
4. $f(a) > 0, f(b) > 0$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 5

Пусть $f(x)$ – дифференцируемая функция. Выберите все верные утверждения:

1. $\int \frac{f'(x)}{x^2} dx = \frac{f(x)}{x^2} + \int \frac{f(x)}{x} dx$;
2. $2 \int x f(x) dx = x^2 f'(x) - \int x f'(x) dx$;
3. $\int f'(x) e^x dx = e^x f(x) - \int f(x) e^x dx$;
4. $\int f(x) \ln x dx = \ln x \cdot f'(x) - \int \frac{f'(x)}{x} dx$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 6

Выберите все верные утверждения для данной функции, заданной на отрезке $[a, b]$:

1. При измельчении разбиения верхняя сумма Дарбу увеличивается или не изменяется;
2. Верхняя сумма Дарбу является наибольшей из всех интегральных сумм для данного разбиения;
3. При измельчении разбиения верхняя сумма Дарбу увеличивается;
4. При измельчении разбиения верхняя сумма Дарбу уменьшается;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 7

Функция $f \in R[0, 10]$ и $-1 \leq f(x) \leq 10$ на $[0, 10]$. Выберите отрезки, содержащие значение интеграла $\int_{-\ln 2}^0 \frac{f(x)}{e^x} dx$:

1. $[-1; 10]$;
2. $[-1; 5]$;
3. $[-10; 0]$;
4. $[0.5; 5]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 8

Выберите все верные утверждения (множества A и B имеют площадь):

1. если $A \subset B$, то площадь A меньше площади B ;
2. площадь одной точки равна нулю;
3. площадь A всегда положительна;
4. площадь графика интегрируемой функции равна нулю;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 9

Пусть функция $u = u(x)$ – первообразная для функции $v = v(x)$ на $[a, b]$. Выберите все верные на $[a, b]$ утверждения (C – произвольная постоянная):

1. $v' = u + C$;
2. $u = v'$;
3. $u = v' + C$;
4. $u dt = dv$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 10

Пусть $f \in R[a, b]$, $F(x) = \int_a^x f(t)dt$. Выберите все верные утверждения:

1. $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$;
2. F непрерывна на $[a, b]$;
3. F не убывает на $[a, b]$;
4. F – первообразная для f на $[a, b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)