Теортест-1 (Вариант 65)

Тема – определенный интеграл

Задача 1

Выберите все верные утверждения (тела A и B имеют объем):

1. объем $A \cup B$ равен сумме объемов A и B;
2. если $A \subset B$, то объем A меньше объема B;
3. объем любого сечения тела A равен нулю;
4. объем A всегда положителен;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 2

Пусть $f : [a, b] \to \mathbb{R}$; $\sigma_\tau(\xi)$ – интегральная сумма для f, построенная по разбиению τ с оснащением ξ; s_τ, S_τ – нижняя и верхняя суммы Дарбу. Выберите все верные утверждения:

1. $\forall \tau\ \exists \xi$: $S_\tau = \sigma_\tau(\xi)$;
2. $\forall \tau, \xi$: $s_\tau \leq \sigma_\tau(\xi) \leq S_\tau$;
3. $\forall \tau\ \forall \varepsilon > 0\ \exists \xi$: $\sigma_\tau(\xi) > S_\tau - \varepsilon$;
4. $\forall \tau\ \forall \varepsilon > 0\ \exists \xi$: $\sigma_\tau(\xi) > S_\tau + \varepsilon$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 3

Выберите все верные утверждения :

1. Длина кривой определяется как супремум длин всевозможных параметризаций кривой;
2. Кусочно-гладкая кривая спрямляема;
3. Гладкая кривая – это кривая, все параметризации которой гладкие;
4. Любая кривая имеет бесконечно много различных параметризаций;
5. Длина кривой зависит от параметризации;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 4

Выберите все функции, имеющие дробно-рациональные первообразные:

1. $\frac{x^2+1}{x^5}$;

2. $\frac{x^2-1}{x^2+1}$;

3. $\frac{x^3-3(x-1)^2}{(x-1)^3}$;

4. $\frac{x^4}{x^2-1}$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 5

Пусть $f(x)$ – дифференцируемая функция. Выберите все верные утверждения:

1. $\int f'(x)e^x dx = e^x f(x) - \int f(x)e^x dx$;

2. $\int f(x)\sin x dx = \cos x \cdot f(x) - \int f'(x)\cos x dx$;

3. $2\int f'(x)\sqrt{x}dx = 2\sqrt{x}f(x) - \int \frac{f(x)}{\sqrt{x}}dx$;

4. $\int \frac{f'(x)}{x^2}dx = \frac{f(x)}{x^2} + \int \frac{f(x)}{x}dx$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 6

Функция $f \in R[0,10]$ и $-1 \leq f(x) \leq 10$ на $[0,10]$. Выберите отрезки, содержащие значение интеграла $\int_{-\ln 2}^{0} \frac{f(x)}{e^x}dx$:

1. $[-0.25; 10]$;

2. $[-2; 10]$;

3. $[-1; 5]$;

4. $[-1; 10]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 7

Пусть f интегрируема и $f \geq 0$ на $[a, b]$. Выберите все достаточные условия для того, чтобы $\int_a^b f(x)dx > 0$:

1. $f > 0$ на $[a, b]$;
2. f непрерывна в точке a и $f(b) = 1$;
3. $f(a) = f(b) = 1$;
4. $f(a) > 0$, $f(b) > 0$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 8

Пусть $f \in R[a, b]$, $a < b$. Выберите все верные утверждения:

1. Если $\left| \int_a^b f(x)dx \right| < A$, то $\int_a^b |f(x)|dx < A$;
2. Если $f > 0$ на $[a, b]$, то $\int_a^b f(x)dx > 0$;
3. Если $\int_a^b |f(x)|dx < A$, то $\left| \int_a^b f(x)dx \right| < A$;
4. Если $\int_a^b |f(x)|dx = 0$, то $f(x) \equiv 0$ на $[a, b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 9

Пусть $f \in R[a, b]$, $F(x) = \int_a^x f(t)dt$. Выберите все верные утверждения:

1. F имеет разрывы в точках разрыва функции f;
2. $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$;
3. Если f кусочно-непрерывна на $[a, b]$, то F – обобщенная первообразная для f на $[a, b]$;
4. F непрерывна на $[a, b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 10

Пусть функция $u = u(x)$ – первообразная для функции $v = v(x)$ на $[a, b]$. Выберите все верные на $[a, b]$ утверждения (C – произвольная постоянная):

1. $u = v' + C$;
2. $vdt = du$;
3. $u = v'$;
4. $v = u' + C$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*