

Теортест-1 (Вариант 51)

Тема – определенный интеграл

Задача 1

Пусть $f(x)$ – дифференцируемая функция. Выберите все верные утверждения:

1. $\int \frac{f'(x)}{x} dx = \frac{f(x)}{x} + \int \frac{f(x)}{x^2} dx$;
2. $\int f'(x) \sin x dx = \cos x \cdot f(x) - \int f(x) \cos x dx$;
3. $2 \int f'(x) \sqrt{x} dx = 2\sqrt{x} f(x) - \int \frac{f(x)}{\sqrt{x}} dx$;
4. $\int f(x) \sin x dx = \cos x \cdot f(x) - \int f'(x) \cos x dx$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 2

Выберите все верные утверждения (множества A и B имеют площадь):

1. при движении площадь не меняется;
2. площадь графика интегрируемой функции равна нулю;
3. если $A \subset B$, то площадь A меньше площади B ;
4. площадь графика любой функции равна нулю;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 3

Пусть f интегрируема и $f \geq 0$ на $[a, b]$. Выберите все достаточные условия для того, чтобы $\int_a^b f(x) dx > 0$:

1. $f > 0$ на $[a, b]$;
2. f непрерывна в точке a и $f(a) = 1$;
3. f непрерывна на $[a, b]$ и $f((a+b)/2) = 1$;
4. f непрерывна в точке a и $f(b) = 1$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 4

Выберите все верные утверждения для данной функции, заданной на отрезке $[a, b]$:

1. При измельчении разбиения верхняя сумма Дарбу уменьшается;
2. Верхняя сумма Дарбу является наибольшей из всех интегральных сумм для данного разбиения;
3. При измельчении разбиения верхняя сумма Дарбу увеличивается или не изменяется;
4. Верхняя сумма Дарбу не меньше любой интегральной суммы для данного разбиения;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 5

Пусть функция $u = u(t)$ – первообразная для функции $v = v(t)$ на $[a, b]$. Выберите все верные на $[a, b]$ утверждения (C – произвольная постоянная):

1. $v = du + C$;
2. $vdt = u'dt$;
3. $du = vdt$;
4. $du = v$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 6

Функция $f \in R[0, 10]$ и $-1 \leq f(x) \leq 10$ на $[0, 10]$. Выберите отрезки, содержащие значение интеграла $\int_e^{e^3} \frac{f(x)}{x} dx$:

1. $[-1, 20]$;
2. $[-10, 20]$;
3. $[-2, 10]$;
4. $[-2, 20]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 7

Пусть $f \in R[a, b]$, $F(x) = \int_a^x f(t)dt$. Выберите все верные утверждения:

1. F непрерывна на $[a, b]$;
2. F не убывает на $[a, b]$;
3. $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$;
4. F имеет разрывы в точках разрыва функции f ;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 8

Выберите все верные утверждения:

1. первообразная дробно-рациональной функции является дробно-рациональной функцией;
2. если первообразная дробно-рациональной функции $f(x)$ является дробно-рациональной, то все корни знаменателя $f(x)$ кратные;
3. если все корни знаменателя дробно-рациональной функции кратные, то ее первообразная является дробно-рациональной функцией;
4. первообразная дробно-рациональной функции выражается через элементарные функции;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 9

Пусть $f \in R[a, b]$, $a < b$. Выберите все верные утверждения:

1. Если $\int_a^b |f(x)|dx < A$, то $\left| \int_a^b f(x)dx \right| < A$;
2. Если $f \geq 0$ на $[a, b]$ и $\exists c \in [a, b]: f(c) > 0$, то $\int_a^b f(x)dx > 0$;
3. Если $\int_a^b |f(x)|dx = 0$, то $f(x) \equiv 0$ на $[a, b]$;
4. Если $f > 0$ на $[a, b]$, то $\int_a^b f(x)dx > 0$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 10

Выберите все верные утверждения :

1. Любая кривая имеет бесконечно много различных параметризаций;
2. Спрямоляемы только кусочно-гладкие кривые;
3. Длина кривой зависит от параметризации;
4. Длина любой кривой не меньше длины отрезка, соединяющего ее начало и конец;
5. Любая кривая имеет неотрицательную длину;

Пример ввода: 3, 1, 4 (*введите "0", если верных утверждений нет*)