

Теортест-1 (Вариант 6)

Тема – определенный интеграл

Задача 1

Пусть f интегрируема и $f \geq 0$ на $[a, b]$. Выберите все достаточные условия для того, чтобы $\int_a^b f(x)dx > 0$:

1. $f((a+b)/2) = 1$;
2. $f(a) = f(b) = 1$;
3. f возрастает (нестрого) на $[a, b]$ и $f(b) = 1$;
4. f непрерывна на $[a, b]$ и $f(a+b) = 1$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 2

Пусть $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$; $\sigma_\tau(\xi)$ – интегральная сумма для f , построенная по разбиению τ с оснащением ξ ; s_τ, S_τ – нижняя и верхняя суммы Дарбу. Выберите все верные утверждения:

1. $\forall \tau, \xi: s_\tau \leq \sigma_\tau(\xi) \leq S_\tau$;
2. $\forall \tau \exists \xi: S_\tau = \sigma_\tau(\xi)$;
3. $\forall \tau \forall \varepsilon > 0 \exists \xi: \sigma_\tau(\xi) < s_\tau - \varepsilon$;
4. $\forall \tau \exists \xi: s_\tau = \sigma_\tau(\xi)$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 3

Функция $f \in R[0, 10]$ и $-1 \leq f(x) \leq 10$ на $[0, 10]$. Выберите отрезки, содержащие значение интеграла $\int_e^{e^3} \frac{f(x)}{x} dx$:

1. $[-1, 10]$;
2. $[-10, 20]$;
3. $[-1, 20]$;
4. $[0, 10]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 4

Выберите все верные утверждения (множества A и B имеют площадь):

1. площадь отрезка равна нулю;
2. если $A \subset B$, то площадь A меньше площади B ;
3. площадь $A \cup B$ равна сумме площадей A и B ;
4. площадь графика любой функции равна нулю;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 5

Пусть $f \in R[a, b]$, $F(x) = \int_a^x f(t)dt$. Выберите все верные утверждения:

1. $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$;
2. F – первообразная для f на $[a, b]$;
3. F ограничена на $[a, b]$;
4. F не убывает на $[a, b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 6

Выберите все функции, имеющие дробно-рациональные первообразные:

1. $\frac{2x+1}{x^2(x+1)^2}$;
2. $\frac{x^4}{(x^5+1)^3}$;
3. $\frac{x^3-3(x-1)^2}{(x-1)^3}$;
4. $\frac{x}{x^2-1}$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 7

Пусть $f(x)$ – дифференцируемая функция. Выберите все верные утверждения:

1. $2 \int x f(x)dx = x^2 f'(x) - \int x f'(x)dx$;
2. $\int \frac{f'(x)}{x}dx = \frac{f(x)}{x} + \int \frac{f(x)}{x^2}dx$;

$$3. \int \frac{f'(x)}{x^2} dx = \frac{f(x)}{x^2} + \int \frac{f(x)}{x} dx;$$

$$4. \int f(x) \ln x dx = \ln x \cdot f'(x) - \int \frac{f'(x)}{x} dx;$$

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 8

Выберите все верные утверждения :

1. Длина кривой зависит от параметризации;
2. Длина замкнутой кривой равна нулю;
3. Длина любой кривой не меньше длины отрезка, соединяющего ее начало и конец;
4. Длина любой кривой конечна;
5. Гладкая кривая – это кривая, все параметризации которой гладкие;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 9

Пусть функция $u = u(x)$ – первообразная для функции $v = v(x)$ на $[a, b]$. Выберите все верные на $[a, b]$ утверждения (C – произвольная постоянная):

1. $v dt = du$;
2. $v = u' + C$;
3. $u' = v + C$;
4. $u = v' + C$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 10

Пусть $f \in R[a, b]$, $a < b$. Выберите все верные утверждения:

1. Если $f > 0$ на $[a, b]$, то $\int_a^b f(x) dx > 0$;
2. Если $\int_a^b |f(x)| dx < A$, то $\left| \int_a^b f(x) dx \right| < A$;
3. Если $\left| \int_a^b f(x) dx \right| < A$, то $\int_a^b |f(x)| dx < A$;
4. Если $f \geq 0$ на $[a, b]$, то $\int_a^b f(x) dx \geq 0$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)