

# Теортест-1 (Вариант 92)

## Тема – определенный интеграл

### Задача 1

Пусть функция  $u = u(t)$  – первообразная для функции  $v = v(t)$  на  $[a, b]$ . Выберите все верные на  $[a, b]$  утверждения ( $C$  – произвольная постоянная):

1.  $u = dv + C$ ;
2.  $vdt = u'dt$ ;
3.  $du = vdt$ ;
4.  $u = dv$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

### Задача 2

Функция  $f \in R[0, 10]$  и  $-1 \leq f(x) \leq 10$  на  $[0, 10]$ . Выберите отрезки, содержащие значение интеграла  $\int_{-\ln 2}^0 \frac{f(x)}{e^x} dx$ :

1.  $[-1; 10]$ ;
2.  $[0.5; 5]$ ;
3.  $[-2; 10]$ ;
4.  $[-1; 5]$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

### Задача 3

Пусть  $f$  интегрируема и  $f \geq 0$  на  $[a, b]$ . Выберите все достаточные условия для того, чтобы  $\int_a^b f(x)dx > 0$ :

1.  $f$  непрерывна в точке  $a$  и  $f(a) = 1$ ;
2.  $f(a) = f(b) = 1$ ;
3.  $f$  возрастает (не строго) на  $[a, b]$  и  $f(b) = 1$ ;
4.  $f > 0$  на  $[a, b]$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

#### Задача 4

Пусть  $f(x)$ ,  $x(t)$  – дифференцируемые функции. Выберите все верные утверждения (при соответствующей замене) :

1.  $\int f(1/x)dx = -\int \frac{f(t)dt}{t^2}$ ;
2.  $\int f(\sqrt{x})dx = 2 \int f(t)\sqrt{t}dt$ ;
3.  $\int f(x^2)dx = 2 \int f(t)t dt$ ;
4.  $\int f(x)d(2x) = \int \frac{f(\sqrt{t})}{\sqrt{t}}dt$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

#### Задача 5

Пусть  $f \in R[a, b]$ ,  $F(x) = \int_a^x f(t)dt$ . Выберите все верные утверждения:

1.  $F$  дифференцируема на  $[a, b]$ ;
2.  $F$  не убывает на  $[a, b]$ ;
3.  $F$  ограничена на  $[a, b]$ ;
4.  $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

#### Задача 6

Пусть  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ ;  $\sigma_\tau(\xi)$  – интегральная сумма для  $f$ , построенная по разбиению  $\tau$  с оснащением  $\xi$ ;  $s_\tau$ ,  $S_\tau$  – нижняя и верхняя суммы Дарбу. Выберите все верные утверждения:

1.  $\forall \tau \forall \varepsilon > 0 \exists \xi: \sigma_\tau(\xi) > S_\tau - \varepsilon$ ;
2.  $\forall \tau: s_\tau < S_\tau$ ;
3.  $\forall \tau \exists \xi: S_\tau = \sigma_\tau(\xi)$ ;
4.  $\forall \tau \forall \varepsilon > 0 \exists \xi: \sigma_\tau(\xi) < s_\tau - \varepsilon$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

### Задача 7

Выберите все верные утверждения:

1. если первообразная дробно-рациональной функции  $f(x)$  выражается через логарифм, то знаменатель  $f(x)$  имеет только простые вещественные корни;
2. первообразная дробно-рациональной функции является дробно-рациональной функцией;
3. если все корни знаменателя дробно-рациональной функции кратные, то ее первообразная является дробно-рациональной функцией;
4. первообразная дробно-рациональной функции выражается через элементарные функции;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

### Задача 8

Пусть функции  $f, g: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ . Выберите все верные утверждения:

1. Если  $c \in [a, b]$  и  $f$  интегрируема на  $[a, c]$  и на  $[c, b]$ , то  $f$  интегрируема и на  $[a, b]$ ;
2. Если  $|f|$  интегрируема на  $[a, b]$ , то  $f$  тоже интегрируема на  $[a, b]$ ;
3. Если  $c \in [a, b]$  и  $f$  интегрируема на  $[a, c]$  и на  $[c, b]$ , то  $f$  интегрируема и на  $[a, b]$ ;
4. Если  $f$  интегрируема на  $[a, b]$ , то  $|f|$  тоже интегрируема на  $[a, b]$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

### Задача 9

Выберите все верные утверждения (множества  $A$  и  $B$  имеют площадь):

1. площадь отрезка равна нулю;
2. площадь  $A$  всегда положительна;
3. при движении площадь не меняется;
4. если  $A \subset B$ , то площадь  $A$  меньше площади  $B$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

### Задача 10

Выберите все верные утверждения :

1. Любая кривая имеет неотрицательную длину;
2. Длина кривой зависит от параметризации;
3. Длина любого пути не меньше длины вписанной в его носитель ломаной;
4. Длина спрямляемой кривой конечна;
5. Длина кривой определяется как супремум длин всевозможных параметризаций кривой;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (*введите "0", если верных утверждений нет*)