Теортест-1 (Вариант 13)

Тема – определенный интеграл

Задача 1

Пусть f интегрируема и $f \geq 0$ на $[a, b]$. Выберите все достаточные условия для того, чтобы $\int_a^b f(x)dx > 0$:

1. $f > 0$ на $[a, b]$;
2. $f((a+b)/2) = 1$;
3. f непрерывна на $[a, b]$ и $f(a+b) = 1$;
4. $f(a) = f(b) = 1$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 2

Пусть $f : [a, b] \to \mathbb{R}$; $\sigma_\tau(\xi)$ – интегральная сумма для f, построенная по разбиению τ с оснащением ξ; s_τ, S_τ – нижняя и верхняя суммы Дарбу. Выберите все верные утверждения:

1. $\forall \tau\ \forall \varepsilon > 0\ \exists \xi$: $\sigma_\tau(\xi) < s_\tau + \varepsilon$;
2. $\forall \tau\ \forall \varepsilon > 0\ \exists \xi$: $\sigma_\tau(\xi) > S_\tau + \varepsilon$;
3. $\forall \tau\ \forall \varepsilon > 0\ \exists \xi$: $\sigma_\tau(\xi) < s_\tau - \varepsilon$;
4. $\forall \tau\ \exists \xi$: $s_\tau = \sigma_\tau(\xi)$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 3

Пусть $f(x)$, $x(t)$ – дифференцирумые функции. Выберите все верные утверждения (при соответствующей замене) :

1. $\int \frac{f(x)}{\ln x} dx = \int f(e^t) dt$;
2. $\int f(x)dx = \int \frac{f(\ln t)}{t} dt$;
3. $\int f(1/x)dx = -\int \frac{f(t)dt}{t^2}$;
4. $\int f(x)d(2x) = \int \frac{f(\sqrt{t})}{\sqrt{t}} dt$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 4

Выберите все верные утверждения :

1. Гладкая кривая – это кривая, все параметризации которой гладкие;
2. Длина любой кривой конечна;
3. Длина замкнутой кривой равна нулю;
4. Длина спрямляемой кривой конечна;
5. Кусочно-гладкая кривая спрямляема;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 5

Пусть $f \in R[a, b]$, $F(x) = \int_a^x f(t)dt$. Выберите все верные утверждения:

1. F ограничена на $[a, b]$;
2. F – первообразная для f на $[a, b]$;
3. F дифференцируема на $[a, b]$;
4. F имеет разрывы в точках разрыва функции f;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 6

Пусть функция $u = u(t)$ – первообразная для функции $v = v(t)$ на $[a, b]$. Выберите все верные на $[a, b]$ утверждения (C – произвольная постоянная):

1. $v = du + C$;
2. $du = v$;
3. $dv = udt + C$;
4. $du = vdt + C$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 7

Выберите все верные утверждения (множества A и B имеют площадь):

1. площадь A всегда неотрицательна;
2. $S(A) = S(A \cap B) + S(A \setminus B)$;
3. любое множество имеет неотрицательную площадь;
4. площадь A всегда положительна;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 8

Функция $f \in R[0, 10]$ и $-1 \leq f(x) \leq 10$ на $[0, 10]$. Выберите отрезки, содержащие значение интеграла $\int_e^{e^3} \frac{f(x)}{x} dx$:

1. $[-2, 10]$;
2. $[-2, 20]$;
3. $[-1, 20]$;
4. $[-1, 10]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 9

Выберите все верные утверждения:

1. если все корни знаменателя дробно-рациональной функции кратные, то ее первообразная является дробно-рациональной функцией;
2. первообразная дробно-рациональной функции является дробно-рациональной функцией;
3. если первообразная дробно-рациональной функции $f(x)$ выражается через логарифм, то знаменатель $f(x)$ имеет только простые вещественные корни;
4. первообразная дробно-рациональной функции выражается через элементарные функции;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 10

Пусть функции f, g: $[a, b] \to \mathbb{R}$. Выберите все верные утверждения:

1. Если f интегрируема на $[a, b]$, то $|f|$ тоже интегрируема на $[a, b]$;
2. Если $c \in [a, b]$ и f интегрируема на $[a, c)$ и на $[c, b]$, то f интегрируема и на $[a, b]$;
3. Если $|f|$ интегрируема на $[a, b]$, то f тоже интегрируема на $[a, b]$;
4. Если $c \in [a, b]$ и f интегрируема на $[a, c]$ и на $(c, b]$, то f интегрируема и на $[a, b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*