

Теортест-1 (Вариант 98)

Тема – определенный интеграл

Задача 1

Функция $f \in R[0, 10]$ и $-1 \leq f(x) \leq 10$ на $[0, 10]$. Выберите отрезки, содержащие значение интеграла $\int_e^{e^3} \frac{f(x)}{x} dx$:

1. $[-2, 20]$;
2. $[-10, 20]$;
3. $[-2, 10]$;
4. $[0, 10]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 2

Пусть функции $f, g: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$. Выберите все верные утверждения:

1. Если $[c, d] \subset [a, b]$ и f интегрируема на $[a, b]$, то f интегрируема и на $[c, d]$;
2. Если $|f|$ интегрируема на $[a, b]$, то f тоже интегрируема на $[a, b]$;
3. Если $[c, d] \subset [a, b]$ и f интегрируема на $[c, d]$, то f интегрируема и на $[a, b]$;
4. Если функция $f \cdot g$ интегрируема на $[a, b]$, то f и g тоже интегрируемы на $[a, b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 3

Пусть f интегрируема и $f \geq 0$ на $[a, b]$. Выберите все достаточные условия для того, чтобы $\int_a^b f(x) dx > 0$:

1. $f(a) = f(b) = 1$;
2. $f((a+b)/2) = 1$;
3. f непрерывна в точке a и $f(a) = 1$;
4. $f(a) > 0, f(b) > 0$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 4

Пусть $f(x)$, $x(t)$ – дифференцируемые функции. Выберите все верные утверждения (при соответствующей замене) :

1. $\int f(\sqrt{x})dx = 2 \int f(t)\sqrt{t}dt;$

2. $\int f(x)dx = \int f(1/t)\frac{dt}{t^2};$

3. $\int f(x)dx = \int f(\ln t)t dt;$

4. $\int f(1/x)dx = - \int \frac{f(t)dt}{t^2};$

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 5

Выберите все верные утверждения (тела A и B имеют объем):

1. $V(A) = V(A \cap B) + V(A \setminus B);$

2. при движении объем не меняется;

3. объем $A \cup B$ равен сумме объемов A и B ;

4. объем A всегда положителен;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 6

Пусть функция $u = u(t)$ – первообразная для функции $v = v(t)$ на $[a, b]$. Выберите все верные на $[a, b]$ утверждения (C – произвольная постоянная):

1. $v = du + C;$

2. $dv = udt + C;$

3. $u = dv;$

4. $vdt = u'dt;$

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 7

Выберите все верные утверждения:

1. если первообразная дробно-рациональной функции $f(x)$ выражается через логарифм, то знаменатель $f(x)$ имеет только простые вещественные корни;
2. если все корни знаменателя дробно-рациональной функции кратные, то ее первообразная является дробно-рациональной функцией;
3. первообразная дробно-рациональной функции является дробно-рациональной функцией;
4. если первообразная дробно-рациональной функции $f(x)$ является дробно-рациональной, то все корни знаменателя $f(x)$ кратные;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 8

Пусть $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$; $\sigma_\tau(\xi)$ – интегральная сумма для f , построенная по разбиению τ с оснащением ξ ; s_τ, S_τ – нижняя и верхняя суммы Дарбу. Выберите все утверждения, равносильные интегрируемости функции f на отрезке $[a, b]$:

1. $\exists E \in \mathbb{R}: \forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0: \exists \tau : |\tau| < \delta \exists \xi: -\varepsilon < \sigma_\tau(\xi) - E < \varepsilon;$
2. $\exists E \in \mathbb{R}: \forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0: \forall \tau : |\tau| < \delta \exists \xi: -\varepsilon < \sigma_\tau(\xi) - E < \varepsilon;$
3. $\forall \varepsilon > 0 \exists \tau: S_\tau - s_\tau < \varepsilon;$
4. $\forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0: \forall \tau : |\tau| < \delta \Rightarrow S_\tau - s_\tau < \varepsilon;$

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 9

Пусть $f \in R[a, b]$, $F(x) = \int_a^x f(t)dt$. Выберите все верные утверждения:

1. Если f кусочно-непрерывна на $[a, b]$, то F – обобщенная первообразная для f на $[a, b]$;
2. Если $f \geq 0$ на $[a, b]$, то F не убывает на $[a, b]$;
3. Если f непрерывна на $[a, b]$, то F – первообразная для f на $[a, b]$;
4. F ограничена на $[a, b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 10

Выберите все верные утверждения :

1. Спрямяемы только кусочно-гладкие кривые;
2. Длина спрямляемой кривой конечна;
3. Длина замкнутой кривой равна нулю;
4. Длина любой кривой конечна;
5. Любая кривая имеет неотрицательную длину;

Пример ввода: 3, 1, 4 (*введите "0", если верных утверждений нет*)