

Теортест-1 (Вариант 80)

Тема – определенный интеграл

Задача 1

Пусть f интегрируема и $f \geq 0$ на $[a, b]$. Выберите все достаточные условия для того, чтобы $\int_a^b f(x)dx > 0$:

1. $f((a+b)/2) = 1$;
2. $f(a) = f(b) = 1$;
3. f непрерывна на $[a, b]$ и $f(a+b) = 1$;
4. f непрерывна в точке a и $f(a) = 1$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 2

Выберите все верные утверждения:

1. если первообразная дробно-рациональной функции $f(x)$ выражается через логарифм, то знаменатель $f(x)$ имеет только простые вещественные корни;
2. если первообразная дробно-рациональной функции $f(x)$ является дробно-рациональной, то все корни знаменателя $f(x)$ кратные;
3. первообразная дробно-рациональной функции выражается через элементарные функции;
4. первообразная дробно-рациональной функции является дробно-рациональной функцией;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 3

Функция $f \in R[0, 10]$ и $-1 \leq f(x) \leq 10$ на $[0, 10]$. Выберите отрезки, содержащие значение интеграла $\int_0^2 xf(x)dx$:

1. $[0, 10]$;
2. $[-2, 20]$;
3. $[-10, 20]$;
4. $[-1, 20]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 4

Выберите все верные утверждения :

1. Гладкая кривая – это кривая, все параметризации которой гладкие;
2. Длина кривой определяется как супремум длин всевозможных параметризаций кривой;
3. Длины противоположных путей равны;
4. Длина любой кривой конечна;
5. Любая кривая имеет неотрицательную длину;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 5

Пусть $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$; $\sigma_\tau(\xi)$ – интегральная сумма для f , построенная по разбиению τ с оснащением ξ ; s_τ, S_τ – нижняя и верхняя суммы Дарбу. Выберите все верные утверждения:

1. $\forall \tau \forall \varepsilon > 0 \exists \xi: \sigma_\tau(\xi) > S_\tau + \varepsilon$;
2. $\forall \tau \forall \varepsilon > 0 \exists \xi: \sigma_\tau(\xi) < s_\tau + \varepsilon$;
3. $\forall \tau, \xi: s_\tau \leq \sigma_\tau(\xi) \leq S_\tau$;
4. $\forall \tau \exists \xi: s_\tau \leq \sigma_\tau(\xi) \leq S_\tau$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 6

Пусть $f(x)$ – дифференцируемая функция. Выберите все верные утверждения:

1. $\int f(x) \sin x dx = \cos x \cdot f(x) - \int f'(x) \cos x dx$;
2. $2 \int x f(x) dx = x^2 f'(x) - \int x' f'(x) dx$;
3. $\int f'(x) e^x dx = e^x f(x) - \int f(x) e^x dx$;
4. $\int \frac{f'(x)}{x^2} dx = \frac{f(x)}{x^2} + \int \frac{f(x)}{x} dx$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 7

Пусть $f \in R[a, b]$, $F(x) = \int_a^x f(t)dt$. Выберите все верные утверждения:

1. F имеет разрывы в точках разрыва функции f ;
2. Если f кусочно-непрерывна на $[a, b]$, то F – обобщенная первообразная для f на $[a, b]$;
3. Если $f \geq 0$ на $[a, b]$, то F не убывает на $[a, b]$;
4. $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 8

Пусть $f \in R[a, b]$, $a < b$. Выберите все верные утверждения:

1. Если $\int_a^b |f(x)|dx < A$, то $\left| \int_a^b f(x)dx \right| < A$;
2. Если $\left| \int_a^b f(x)dx \right| < A$, то $\int_a^b |f(x)|dx < A$;
3. Если $\left| \int_a^b f(x)dx \right| = 0$, то $f(x) \equiv 0$ на $[a, b]$;
4. Если $\int_a^b |f(x)|dx = 0$, то $f(x) \equiv 0$ на $[a, b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 9

Пусть функция $u = u(x)$ – первообразная для функции $v = v(x)$ на $[a, b]$. Выберите все верные на $[a, b]$ утверждения (C – произвольная постоянная):

1. $u dt = dv$;
2. $v = u' + C$;
3. $u = v' + C$;
4. $u' = v + C$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 10

Выберите все верные утверждения (множества A и B имеют площадь):

1. если $A \subset B$, то площадь A меньше площади B ;
2. площадь A всегда неотрицательна;
3. площадь A всегда положительна;
4. площадь графика любой функции равна нулю;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)