

Теортест-1 (Вариант 117)

Тема – определенный интеграл

Задача 1

Пусть $f(x)$ – дифференцируемая функция. Выберите все верные утверждения:

1. $\int f(x) \sin x dx = \cos x \cdot f(x) - \int f'(x) \cos x dx$;
2. $\int \frac{f'(x)}{x} dx = \frac{f(x)}{x} + \int \frac{f(x)}{x^2} dx$;
3. $\int \frac{f'(x)}{x^2} dx = \frac{f(x)}{x^2} + \int \frac{f(x)}{x} dx$;
4. $2 \int f'(x) \sqrt{x} dx = 2\sqrt{x} f(x) - \int \frac{f(x)}{\sqrt{x}} dx$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 2

Функция $f \in R[0, 10]$ и $-1 \leq f(x) \leq 10$ на $[0, 10]$. Выберите отрезки, содержащие значение интеграла $\int_e^{e^3} \frac{f(x)}{x} dx$:

1. $[0, 10]$;
2. $[-10, 20]$;
3. $[-2, 20]$;
4. $[-2, 10]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 3

Выберите все функции, имеющие дробно-рациональные первообразные:

1. $\frac{x^4}{(x^5+1)^3}$;
2. $\frac{x^2-x+1}{x^2+x}$;
3. $\frac{x^3-3(x-1)^2}{(x-1)^3}$;
4. $\frac{2x+1}{x^2(x+1)^2}$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 4

Выберите все верные утверждения (множества A и B имеют площадь):

1. площадь A всегда неотрицательна;
2. любое множество имеет неотрицательную площадь;
3. $S(A) = S(A \cap B) + S(A \setminus B)$;
4. площадь графика интегрируемой функции равна нулю;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 5

Пусть функции $f, g: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$. Выберите все верные утверждения:

1. Если функция $f + g$ интегрируема на $[a, b]$, то f и g тоже интегрируемы на $[a, b]$;
2. Если f и g интегрируемы на $[a, b]$, то $f + g$ тоже интегрируема на $[a, b]$;
3. Если $f > 0$ и интегрируема на $[a, b]$, то $1/f$ тоже интегрируема на $[a, b]$;
4. Если $c \in [a, b]$ и f интегрируема на $[a, c]$ и на $[c, b]$, то f интегрируема и на $[a, b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 6

Выберите все верные утверждения :

1. Длина замкнутой кривой равна нулю;
2. Длины противоположных путей равны;
3. Длина кривой определяется как супремум длин всевозможных параметризаций кривой;
4. Длина любого пути не меньше длины вписанной в его носитель ломаной;
5. Длина любой кривой конечна;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 7

Пусть $f \in R[a, b]$, $F(x) = \int_a^x f(t)dt$. Выберите все верные утверждения:

1. F имеет разрывы в точках разрыва функции f ;
2. F непрерывна на $[a, b]$;
3. Если f кусочно-непрерывна на $[a, b]$, то F – обобщенная первообразная для f на $[a, b]$;
4. Если f непрерывна на $[a, b]$, то F – первообразная для f на $[a, b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 8

Выберите все верные утверждения для данной функции, заданной на отрезке $[a, b]$:

1. При измельчении разбиения верхняя сумма Дарбу уменьшается;
2. При измельчении разбиения верхняя сумма Дарбу увеличивается или не изменяется;
3. При измельчении разбиения верхняя сумма Дарбу уменьшается или не изменяется;
4. Верхняя сумма Дарбу является наибольшей из всех интегральных сумм для данного разбиения;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 9

Пусть функция $u = u(x)$ – первообразная для функции $v = v(x)$ на $[a, b]$. Выберите все верные на $[a, b]$ утверждения (C – произвольная постоянная):

1. $u' = v + C$;
2. $v = u'$;
3. $v = u' + C$;
4. $u dt = dv$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 10

Пусть f интегрируема и $f \geq 0$ на $[a, b]$. Выберите все достаточные условия для того, чтобы $\int_a^b f(x)dx > 0$:

1. f непрерывна на $[a, b]$ и $f((a+b)/2) = 1$;
2. $f > 0$ на $[a, b]$;
3. f непрерывна на $[a, b]$ и $f(a+b) = 1$;
4. $f(a) = f(b) = 1$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)