

# Теортест-1 (Вариант 108)

## Тема – определенный интеграл

### Задача 1

Выберите все функции, имеющие дробно-рациональные первообразные:

1.  $\frac{x^9}{x^5+1}$ ;
2.  $\frac{x^4}{(x^5+1)^3}$ ;
3.  $\frac{x^3-3(x-1)^2}{(x-1)^3}$ ;
4.  $\frac{x}{x^2-1}$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

### Задача 2

Пусть  $f \in R[a, b]$ ,  $a < b$ . Выберите все верные утверждения:

1. Если  $\left| \int_a^b f(x) dx \right| < A$ , то  $\int_a^b |f(x)| dx < A$ ;
2. Если  $\int_a^b |f(x)| dx < A$ , то  $\left| \int_a^b f(x) dx \right| < A$ ;
3. Если  $\int_a^b |f(x)| dx = 0$ , то  $f(x) \equiv 0$  на  $[a, b]$ ;
4. Если  $f \geq 0$  на  $[a, b]$  и  $\exists c \in [a, b]: f(c) > 0$ , то  $\int_a^b f(x) dx > 0$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

### Задача 3

Пусть функция  $u = u(t)$  – первообразная для функции  $v = v(t)$  на  $[a, b]$ . Выберите все верные на  $[a, b]$  утверждения ( $C$  – произвольная постоянная):

1.  $v dt = u' dt$ ;
2.  $u = dv$ ;
3.  $du = v dt + C$ ;
4.  $du = v$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

#### Задача 4

Пусть  $f(x)$ ,  $x(t)$  – дифференцируемые функции. Выберите все верные утверждения (при соответствующей замене) :

1.  $\int f(x)dx = \int \frac{f(\ln t)}{t}dt$ ;
2.  $\int f(1/x)dx = - \int \frac{f(t)dt}{t^2}$ ;
3.  $\int f(x)dx = \int f(1/t)\frac{dt}{t^2}$ ;
4.  $\int \frac{f(x)}{\ln x}dx = \int f(e^t)dt$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

#### Задача 5

Пусть  $f$  интегрируема и  $f \geq 0$  на  $[a, b]$ . Выберите все достаточные условия для того, чтобы  $\int_a^b f(x)dx > 0$ :

1.  $f$  непрерывна в точке  $a$  и  $f(a) = 1$ ;
2.  $f(a) = f(b) = 1$ ;
3.  $f((a+b)/2) = 1$ ;
4.  $f(a) > 0, f(b) > 0$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

#### Задача 6

Выберите все верные утверждения (тела  $A$  и  $B$  имеют объем):

1. объем  $A$  всегда положителен;
2. если  $A \subset B$ , то объем  $A$  меньше объема  $B$ ;
3. объем одной точки равен нулю;
4. объем треугольника равен нулю;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

### Задача 7

Выберите все верные утверждения :

1. Гладкая кривая – это кривая, все параметризации которой гладкие;
2. Длина замкнутой кривой равна нулю;
3. Длина кривой определяется как супремум длин всевозможных параметризаций кривой;
4. Длина кривой зависит от параметризации;
5. Любая кривая имеет бесконечно много различных параметризаций;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

### Задача 8

Выберите все верные утверждения для данной функции, заданной на отрезке  $[a, b]$ :

1. При измельчении разбиения верхняя сумма Дарбу уменьшается;
2. При измельчении разбиения верхняя сумма Дарбу увеличивается;
3. Верхняя сумма Дарбу является наибольшей из всех интегральных сумм для данного разбиения;
4. Верхняя сумма Дарбу не меньше любой интегральной суммы для данного разбиения;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

### Задача 9

Функция  $f \in R[0, 10]$  и  $-1 \leq f(x) \leq 10$  на  $[0, 10]$ . Выберите отрезки, содержащие значение интеграла  $\int_e^{e^3} \frac{f(x)}{x} dx$ :

1.  $[0, 10]$ ;
2.  $[-2, 20]$ ;
3.  $[-1, 20]$ ;
4.  $[-10, 20]$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

### Задача 10

Пусть  $f \in R[a, b]$ ,  $F(x) = \int_a^x f(t)dt$ . Выберите все верные утверждения:

1.  $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$ ;
2. Если  $f$  непрерывна на  $[a, b]$ , то  $F$  – первообразная для  $f$  на  $[a, b]$ ;
3. Если  $f \geq 0$  на  $[a, b]$ , то  $F$  не убывает на  $[a, b]$ ;
4. Если  $f$  кусочно-непрерывна на  $[a, b]$ , то  $F$  – обобщенная первообразная для  $f$  на  $[a, b]$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)