

Теортест-1 (Вариант 89)

Тема – определенный интеграл

Задача 1

Выберите все верные утверждения (тела A и B имеют объем):

1. любое множество имеет неотрицательный объем;
2. при движении объем не меняется;
3. объем любого сечения тела A равен нулю;
4. объем A всегда положителен;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 2

Выберите все функции, имеющие дробно-рациональные первообразные:

1. $\frac{x^4}{(x^5+1)^3}$;
2. $\frac{x^2-x+1}{x^2+x}$;
3. $\frac{x^3-3(x-1)^2}{(x-1)^3}$;
4. $\frac{x^4}{x^2-1}$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 3

Выберите все верные утверждения :

1. Длина любой кривой конечна;
2. Кусочно-гладкая кривая спрямляема;
3. Длина кривой зависит от параметризации;
4. Спрямляемы только кусочно-гладкие кривые;
5. Гладкая кривая – это кривая, все параметризации которой гладкие;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 4

Функция $f \in R[0, 10]$ и $-1 \leq f(x) \leq 10$ на $[0, 10]$. Выберите отрезки, содержащие значение интеграла $\int_{-\ln 2}^0 \frac{f(x)}{e^x} dx$:

1. $[-1; 10]$;
2. $[-2; 10]$;
3. $[-1; 5]$;
4. $[-10; 0]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 5

Пусть $f \in R[a, b]$, $F(x) = \int_a^x f(t)dt$. Выберите все верные утверждения:

1. F – первообразная для f на $[a, b]$;
2. F непрерывна на $[a, b]$;
3. F имеет разрывы в точках разрыва функции f ;
4. $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 6

Пусть $f \in R[a, b]$, $a < b$. Выберите все верные утверждения:

1. Если $\int_a^b |f(x)|dx = 0$, то $f(x) \equiv 0$ на $[a, b]$;
2. Если $f > 0$ на $[a, b]$, то $\int_a^b f(x)dx > 0$;
3. Если $\int_a^b |f(x)|dx < A$, то $\left| \int_a^b f(x)dx \right| < A$;
4. Если $\left| \int_a^b f(x)dx \right| = 0$, то $f(x) \equiv 0$ на $[a, b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 7

Пусть $f(x)$ – дифференцируемая функция. Выберите все верные утверждения:

1. $\int \frac{f'(x)}{x^2} dx = \frac{f(x)}{x^2} + \int \frac{f(x)}{x} dx$;
2. $\int f(x) \ln x dx = \ln x \cdot f'(x) - \int \frac{f'(x)}{x} dx$;
3. $\int f'(x) e^x dx = e^x f(x) - \int f(x) e^x dx$;
4. $2 \int x f(x) dx = x^2 f'(x) - \int x f'(x) dx$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 8

Пусть f интегрируема и $f \geq 0$ на $[a, b]$. Выберите все достаточные условия для того, чтобы $\int_a^b f(x) dx > 0$:

1. $f(a) > 0, f(b) > 0$;
2. f непрерывна на $[a, b]$ и $f(a + b) = 1$;
3. $f(a) = f(b) = 1$;
4. $f > 0$ на $[a, b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 9

Выберите все верные утверждения для данной функции, заданной на отрезке $[a, b]$:

1. Нижняя сумма Дарбу является наименьшей из всех интегральных сумм для данного разбиения;
2. При измельчении разбиения нижняя сумма Дарбу уменьшается или не изменяется;
3. При измельчении разбиения нижняя сумма Дарбу уменьшается;
4. Нижняя сумма Дарбу не больше любой интегральной суммы для данного разбиения;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 10

Пусть функция $u = u(x)$ – первообразная для функции $v = v(x)$ на $[a, b]$. Выберите все верные на $[a, b]$ утверждения (C – произвольная постоянная):

1. $v dt = du$;
2. $u = v' + C$;
3. $v = u' + C$;
4. $u = v'$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)