Теортест-1 (Вариант 71)

Тема – определенный интеграл

Задача 1

Выберите все верные утверждения :

1. Гладкая кривая – это кривая, все параметризации которой гладкие;
2. Спрямляемы только кусочно-гладкие кривые;
3. Длина любой кривой конечна;
4. Длина спрямляемой кривой конечна;
5. Любая кривая имеет бесконечно много различных параметризаций;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 2

Пусть $f : [a,b] \to \mathbb{R}$; $\sigma_\tau(\xi)$ – интегральная сумма для f, построенная по разбиению τ с оснащением ξ; s_τ, S_τ – нижняя и верхняя суммы Дарбу. Выберите все утверждения, равносильные интегрируемости функции f на отрезке $[a,b]$:

1. $\forall \varepsilon > 0\ \forall \tau$: $S_\tau - s_\tau < \varepsilon$;
2. $\exists \tau$, $\forall \xi$: $s_\tau \leq \sigma_\tau(\xi) \leq S_\tau$;
3. $\forall \varepsilon > 0\ \exists \tau$: $S_\tau - s_\tau < \varepsilon$;
4. $\exists E \in \mathbb{R}$: $\forall \varepsilon > 0\ \exists \delta > 0$: $\exists \tau : |\tau| < \delta\ \exists \xi$: $-\varepsilon < \sigma_\tau(\xi) - E < \varepsilon$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 3

Функция $f \in R[0,10]$ и $-1 \leq f(x) \leq 10$ на $[0,10]$. Выберите отрезки, содержащие значение интеграла $\int_{-\ln 2}^{0} \frac{f(x)}{e^x} dx$:

1. $[-10; 0]$;
2. $[-1; 10]$;
3. $[-1; 5]$;
4. $[-0.25; 10]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 4

Выберите все функции, имеющие дробно-рациональные первообразные:

1. $\frac{x^4}{x^2-1}$;

2. $\frac{x}{x^2-1}$;

3. $\frac{x^2-x+1}{x^2+x}$;

4. $\frac{2x+1}{x^2(x+1)^2}$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 5

Выберите все верные утверждения (множества A и B имеют площадь):

1. если $A \subset B$, то площадь A меньше площади B;

2. площадь одной точки равна нулю;

3. площадь отрезка равна нулю;

4. площадь A всегда неотрицательна;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 6

Пусть функция $u = u(t)$ – первообразная для функции $v = v(t)$ на $[a, b]$. Выберите все верные на $[a, b]$ утверждения (C – произвольная постоянная):

1. $du = v$;

2. $vdt = u'dt$;

3. $u = dv + C$;

4. $du = vdt$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 7

Пусть $f(x)$ определена на отрезке $[a,b]$. Выберите все верные утверждения:

1. Если f интегрируема на $[a,b]$, то она имеет первообразную на $[a,b]$;
2. Если f ограничена на $[a,b]$, то она интегрируема на $[a,b]$;
3. Если f интегрируема на $[a,b]$, то она непрерывна на $[a,b]$;
4. Если f интегрируема на $[a,b]$, то она ограничена на $[a,b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 8

Пусть $f \in R[a,b]$, $F(x) = \int_a^x f(t)dt$. Выберите все верные утверждения:

1. Если f непрерывна на $[a,b]$, то F – первообразная для f на $[a,b]$;
2. F ограничена на $[a,b]$;
3. Если f кусочно-непрерывна на $[a,b]$, то F – обобщенная первообразная для f на $[a,b]$;
4. $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 9

Пусть $f(x)$ – дифференцируемая функция. Выберите все верные утверждения:

1. $\int f(x) \ln x dx = \ln x \cdot f'(x) - \int \frac{f'(x)}{x} dx$;
2. $\int f(x) \sin x dx = \cos x \cdot f(x) - \int f'(x) \cos x dx$;
3. $\int \frac{f'(x)}{x^2} dx = \frac{f(x)}{x^2} + \int \frac{f(x)}{x} dx$;
4. $\int f'(x) e^x dx = e^x f(x) - \int f(x) e^x dx$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 10

Пусть f интегрируема и $f \geq 0$ на $[a, b]$. Выберите все достаточные условия для того, чтобы $\int_a^b f(x)dx > 0$:

1. f непрерывна на $[a, b]$ и $f((a + b)/2) = 1$;
2. $f((a + b)/2) = 1$;
3. f непрерывна в точке a и $f(b) = 1$;
4. $f(a) = f(b) = 1$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*