Теортест-1 (Вариант 67)

Тема – определенный интеграл

Задача 1

Пусть функция $u = u(x)$ – первообразная для функции $v = v(x)$ на $[a, b]$. Выберите все верные на $[a, b]$ утверждения (C – произвольная постоянная):

1. $vdt = du$;
2. $v = u' + C$;
3. $v = u'$;
4. $u = v' + C$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 2

Пусть $f(x)$, $x(t)$ – дифференцирумые функции. Выберите все верные утверждения (при соответствующей замене) :

1. $\int \frac{f(x)}{\ln x} dx = \int f(e^t) dt$;
2. $\int f(\sqrt{x}) dx = 2 \int f(t)\sqrt{t} dt$;
3. $\int f(x) dx = \int f(1/t) \frac{dt}{t^2}$;
4. $\int f(x^2) dx = 2 \int f(t) t dt$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 3

Выберите все верные утверждения :

1. Гладкая кривая – это кривая, все параметризации которой гладкие;
2. Спрямляемы только кусочно-гладкие кривые;
3. Длины противоположных путей равны;
4. Длина замкнутой кривой равна нулю;
5. Длина любого пути не меньше длины вписанной в его носитель ломаной;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 4

Пусть f интегрируема и $f \geq 0$ на $[a, b]$. Выберите все достаточные условия для того, чтобы $\int_a^b f(x)dx > 0$:

1. f непрерывна в точке a и $f(a) = 1$;
2. f непрерывна на $[a, b]$ и $f(a + b) = 1$;
3. f непрерывна на $[a, b]$ и $f((a + b)/2) = 1$;
4. $f > 0$ на $[a, b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 5

Функция $f \in R[0, 10]$ и $-1 \leq f(x) \leq 10$ на $[0, 10]$. Выберите отрезки, содержащие значение интеграла $\int_0^2 xf(x)dx$:

1. $[0, 10]$;
2. $[-2, 20]$;
3. $[-1, 20]$;
4. $[-2, 10]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 6

Пусть функции f, g: $[a, b] \to \mathbb{R}$. Выберите все верные утверждения:

1. Если $c \in [a, b]$ и f интегрируема на $[a, c]$ и на $(c, b]$, то f интегрируема и на $[a, b]$;
2. Если функция $f \cdot g$ интегрируема на $[a, b]$, то f и g тоже интегрируемы на $[a, b]$;
3. Если f и g интегрируемы на $[a, b]$, то $f + g$ тоже интегрируема на $[a, b]$;
4. Если $f > 0$ и интегрируема на $[a, b]$, то $1/f$ тоже интегрируема на $[a, b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 7

Выберите все верные утверждения (тела A и B имеют объем):

1. объем A всегда неотрицателен;
2. при движении объем не меняется;
3. $V(A) = V(A \cap B) + V(A \setminus B)$;
4. объем треугольника равен нулю;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 8

Пусть $f : [a, b] \to \mathbb{R}$; $\sigma_\tau(\xi)$ – интегральная сумма для f, построенная по разбиению τ с оснащением ξ; s_τ, S_τ – нижняя и верхняя суммы Дарбу. Выберите все утверждения, равносильные интегрируемости функции f на отрезке $[a, b]$:

1. $\exists E \in \mathbb{R}$: $\forall \varepsilon > 0$ $\exists \delta > 0$: $\forall \tau : |\tau| < \delta$ $\exists \xi$: $-\varepsilon < \sigma_\tau(\xi) - E < \varepsilon$;
2. $\exists \tau$, $\forall \xi$: $s_\tau \leq \sigma_\tau(\xi) \leq S_\tau$;
3. $\forall \varepsilon > 0$ $\exists \tau$: $S_\tau - s_\tau < \varepsilon$;
4. $\forall \tau$, $\forall \xi$: $s_\tau \leq \sigma_\tau(\xi) \leq S_\tau$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 9

Выберите все верные утверждения:

1. если все корни знаменателя дробно-рациональной функции кратные, то ее первообразная является дробно-рациональной функцией;
2. если первообразная дробно-рациональной функции $f(x)$ является дробно-рациональной, то все корни знаменателя $f(x)$ кратные;
3. первообразная дробно-рациональной функции выражается через элементарные функции;
4. если первообразная дробно-рациональной функции $f(x)$ выражается через логарифм, то знаменатель $f(x)$ имеет только простые вещественные корни;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 10

Пусть $f \in R[a,b]$, $F(x) = \int_a^x f(t)dt$. Выберите все верные утверждения:

1. Если f непрерывна на $[a,b]$, то F – первообразная для f на $[a,b]$;
2. F имеет разрывы в точках разрыва функции f;
3. F непрерывна на $[a,b]$;
4. $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*