

Теортест-1 (Вариант 57)

Тема – определенный интеграл

Задача 1

Пусть $f(x)$, $x(t)$ – дифференцируемые функции. Выберите все верные утверждения (при соответствующей замене) :

1. $\int f(x^2)dx = 2 \int f(t)tdt$;
2. $\int f(1/x)dx = - \int \frac{f(t)dt}{t^2}$;
3. $\int f(\sqrt{x})dx = 2 \int f(t)\sqrt{t}dt$;
4. $\int f(x)dx = \int f(1/t)\frac{dt}{t^2}$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 2

Функция $f \in R[0, 10]$ и $-1 \leq f(x) \leq 10$ на $[0, 10]$. Выберите отрезки, содержащие значение интеграла $\int_e^{e^3} \frac{f(x)}{x} dx$:

1. $[0, 10]$;
2. $[-2, 10]$;
3. $[-1, 10]$;
4. $[-10, 20]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 3

Пусть f интегрируема и $f \geq 0$ на $[a, b]$. Выберите все достаточные условия для того, чтобы $\int_a^b f(x)dx > 0$:

1. f непрерывна на $[a, b]$ и $f(a+b) = 1$;
2. $f > 0$ на $[a, b]$;
3. f непрерывна в точке a и $f(b) = 1$;
4. $f(a) > 0$, $f(b) > 0$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 4

Выберите все верные утверждения:

1. первообразная дробно-рациональной функции является дробно-рациональной функцией;
2. первообразная дробно-рациональной функции выражается через элементарные функции;
3. если первообразная дробно-рациональной функции $f(x)$ является дробно-рациональной, то все корни знаменателя $f(x)$ кратные;
4. если первообразная дробно-рациональной функции $f(x)$ выражается через логарифм, то знаменатель $f(x)$ имеет только простые вещественные корни;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 5

Выберите все верные утверждения для данной функции, заданной на отрезке $[a, b]$:

1. Верхняя сумма Дарбу является наибольшей из всех интегральных сумм для данного разбиения;
2. При измельчении разбиения верхняя сумма Дарбу увеличивается или не изменяется;
3. При измельчении разбиения верхняя сумма Дарбу увеличивается;
4. Верхняя сумма Дарбу не меньше любой интегральной суммы для данного разбиения;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 6

Выберите все верные утверждения :

1. Кусочно-гладкая кривая спрямляема;
2. Длина любой кривой не меньше длины отрезка, соединяющего ее начало и конец;
3. Любая кривая имеет неотрицательную длину;
4. Длины противоположных путей равны;
5. Длина кривой определяется как супремум длин всевозможных параметризаций кривой;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 7

Пусть $f \in R[a, b]$, $F(x) = \int_a^x f(t)dt$. Выберите все верные утверждения:

1. F – первообразная для f на $[a, b]$;
2. F непрерывна на $[a, b]$;
3. F дифференцируема на $[a, b]$;
4. F имеет разрывы в точках разрыва функции f ;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 8

Выберите все верные утверждения (множества A и B имеют площадь):

1. любое множество имеет неотрицательную площадь;
2. площадь графика интегрируемой функции равна нулю;
3. если $A \subset B$, то площадь A меньше площади B ;
4. площадь отрезка равна нулю;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 9

Пусть функция $u = u(x)$ – первообразная для функции $v = v(x)$ на $[a, b]$. Выберите все верные на $[a, b]$ утверждения (C – произвольная постоянная):

1. $v' = u + C$;
2. $u' = v + C$;
3. $u = v' + C$;
4. $vdt = du$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 10

Пусть $f(x)$ определена на отрезке $[a, b]$. Выберите все верные утверждения:

1. Если f дифференцируема на $[a, b]$, то она интегрируема на $[a, b]$;
2. Если f имеет конечное число точек разрыва на $[a, b]$, то она интегрируема на $[a, b]$;

3. Если f имеет конечное число точек разрыва типа скачок на $[a, b]$, то она интегрируема на $[a, b]$;
4. Если f непрерывна на $[a, b]$, то она интегрируема на $[a, b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (*введите "0", если верных утверждений нет*)