Теортест-1 (Вариант 87)

Тема – определенный интеграл

Задача 1

Пусть $f(x)$, $x(t)$ – дифференцирумые функции. Выберите все верные утверждения (при соответствующей замене) :

1. $\int f(x)dx = \int \frac{f(\ln t)}{t}dt$;
2. $\int f(1/x)dx = -\int \frac{f(t)dt}{t^2}$;
3. $\int f(x)d(2x) = \int \frac{f(\sqrt{t})}{\sqrt{t}}dt$;
4. $\int f(\sqrt{x})dx = 2\int f(t)\sqrt{t}dt$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 2

Функция $f \in R[0, 10]$ и $-1 \leq f(x) \leq 10$ на $[0, 10]$. Выберите отрезки, содержащие значение интеграла $\int_{-\ln 2}^{0} \frac{f(x)}{e^x}dx$:

1. $[-1; 10]$;
2. $[-0.25; 10]$;
3. $[-2; 10]$;
4. $[0.5; 5]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 3

Выберите все верные утверждения :

1. Любая кривая имеет неотрицательную длину;
2. Длина любого пути не меньше длины вписанной в его носитель ломаной;
3. Кусочно-гладкая кривая спрямляема;
4. Длина любой кривой конечна;
5. Длина замкнутой кривой равна нулю;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 4

Пусть $f(x)$ определена на отрезке $[a, b]$. Выберите все верные утверждения:

1. Если f имеет конечное число точек разрыва на $[a, b]$, то она интегрируема на $[a, b]$;
2. Если f интегрируема на $[a, b]$, то она ограничена на $[a, b]$;
3. Если f непрерывна на $[a, b]$, то она интегрируема на $[a, b]$;
4. Если f имеет первообразную на $[a, b]$, то она интегрируема на $[a, b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 5

Выберите все верные утверждения (множества A и B имеют площадь):

1. площадь A всегда неотрицательна;
2. $S(A) = S(A \cap B) + S(A \setminus B)$;
3. если $A \subset B$, то площадь A меньше площади B;
4. площадь графика любой функции равна нулю;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 6

Выберите все верные утверждения:

1. если первообразная дробно-рациональной функции $f(x)$ является дробно-рациональной, то все корни знаменателя $f(x)$ кратные;
2. первообразная дробно-рациональной функции является дробно-рациональной функцией;
3. если первообразная дробно-рациональной функции $f(x)$ выражается через логарифм, то знаменатель $f(x)$ имеет только простые вещественные корни;
4. если все корни знаменателя дробно-рациональной функции кратные, то ее первообразная является дробно-рациональной функцией;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 7

Пусть $f \in R[a,b]$, $F(x) = \int_a^x f(t)dt$. Выберите все верные утверждения:

1. F ограничена на $[a,b]$;

2. $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$;

3. Если f кусочно-непрерывна на $[a,b]$, то F – обобщенная первообразная для f на $[a,b]$;

4. F имеет разрывы в точках разрыва функции f;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 8

Пусть f интегрируема и $f \geq 0$ на $[a,b]$. Выберите все достаточные условия для того, чтобы $\int_a^b f(x)dx > 0$:

1. f непрерывна в точке a и $f(b) = 1$;

2. $f(a) = f(b) = 1$;

3. f непрерывна в точке a и $f(a) = 1$;

4. f непрерывна на $[a,b]$ и $f(a+b) = 1$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 9

Пусть функция $u = u(t)$ – первообразная для функции $v = v(t)$ на $[a,b]$. Выберите все верные на $[a,b]$ утверждения (C – произвольная постоянная):

1. $du = v$;

2. $du = vdt + C$;

3. $v = du + C$;

4. $vdt = u'dt$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 10

Пусть $f : [a, b] \to \mathbb{R}$; $\sigma_\tau(\xi)$ – интегральная сумма для f, построенная по разбиению τ с оснащением ξ; s_τ, S_τ – нижняя и верхняя суммы Дарбу. Выберите все утверждения, равносильные интегрируемости функции f на отрезке $[a, b]$:

1. $\forall\varepsilon > 0\ \exists\delta > 0$: $\forall\tau : |\tau| < \delta \Rightarrow S_\tau - s_\tau < \varepsilon$;
2. $\forall\varepsilon > 0\ \exists\tau$: $S_\tau - s_\tau < \varepsilon$;
3. $\forall\tau$, $\forall\xi$: $s_\tau \le \sigma_\tau(\xi) \le S_\tau$;
4. $\exists E \in \mathbb{R}$: $\forall\varepsilon > 0\ \exists\delta > 0$: $\forall\tau : |\tau| < \delta$, $\forall\xi$: $-\varepsilon < \sigma_\tau(\xi) - E < \varepsilon$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*