

# Теортест-1 (Вариант 47)

## Тема – определенный интеграл

### Задача 1

Пусть  $f(x)$  определена на отрезке  $[a, b]$ . Выберите все верные утверждения:

1. Если  $f$  имеет первообразную на  $[a, b]$ , то она интегрируема на  $[a, b]$ ;
2. Если  $f$  интегрируема на  $[a, b]$ , то она монотонна на  $[a, b]$ ;
3. Если  $f$  ограничена на  $[a, b]$ , то она интегрируема на  $[a, b]$ ;
4. Если  $f$  интегрируема на  $[a, b]$ , то она имеет первообразную на  $[a, b]$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

### Задача 2

Пусть функция  $u = u(t)$  – первообразная для функции  $v = v(t)$  на  $[a, b]$ . Выберите все верные на  $[a, b]$  утверждения ( $C$  – произвольная постоянная):

1.  $vdt = u'dt$ ;
2.  $du = v$ ;
3.  $u = dv$ ;
4.  $v = du + C$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

### Задача 3

Выберите все верные утверждения (тела  $A$  и  $B$  имеют объем):

1. объем  $A$  всегда положителен;
2. объем треугольника равен нулю;
3. если  $A \subset B$ , то объем  $A$  меньше объема  $B$ ;
4. любое множество имеет неотрицательный объем;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

#### Задача 4

Пусть  $f(x)$  – дифференцируемая функция. Выберите все верные утверждения:

1.  $\int f'(x) \sin x dx = \cos x \cdot f(x) - \int f(x) \cos x dx$ ;
2.  $\int f(x) \ln x dx = \ln x \cdot f'(x) - \int \frac{f'(x)}{x} dx$ ;
3.  $2 \int f'(x) \sqrt{x} dx = 2\sqrt{x} f(x) - \int \frac{f(x)}{\sqrt{x}} dx$ ;
4.  $2 \int x f(x) dx = x^2 f'(x) - \int x f'(x) dx$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

#### Задача 5

Выберите все функции, имеющие дробно-рациональные первообразные:

1.  $\frac{x^4}{(x^5+1)^3}$ ;
2.  $\frac{x}{x^2-1}$ ;
3.  $\frac{x^2+1}{x^5}$ ;
4.  $\frac{x^4}{x^2-1}$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

#### Задача 6

Пусть  $f$  интегрируема и  $f \geq 0$  на  $[a, b]$ . Выберите все достаточные условия для того, чтобы  $\int_a^b f(x) dx > 0$ :

1.  $f$  возрастает (нестрого) на  $[a, b]$  и  $f(b) = 1$ ;
2.  $f$  непрерывна в точке  $a$  и  $f(b) = 1$ ;
3.  $f$  непрерывна в точке  $a$  и  $f(a) = 1$ ;
4.  $f$  непрерывна на  $[a, b]$  и  $f((a+b)/2) = 1$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

### Задача 7

Функция  $f \in R[0, 10]$  и  $-1 \leq f(x) \leq 10$  на  $[0, 10]$ . Выберите отрезки, содержащие значение интеграла  $\int_e^{e^3} \frac{f(x)}{x} dx$ :

1.  $[0, 10]$ ;
2.  $[-2, 10]$ ;
3.  $[-2, 20]$ ;
4.  $[-1, 20]$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

### Задача 8

Выберите все верные утверждения для данной функции, заданной на отрезке  $[a, b]$ :

1. Нижняя сумма Дарбу является наименьшей из всех интегральных сумм для данного разбиения;
2. При измельчении разбиения нижняя сумма Дарбу уменьшается или не изменяется;
3. При измельчении разбиения нижняя сумма Дарбу увеличивается;
4. При измельчении разбиения нижняя сумма Дарбу уменьшается;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

### Задача 9

Пусть  $f \in R[a, b]$ ,  $F(x) = \int_a^x f(t) dt$ . Выберите все верные утверждения:

1. Если  $f$  кусочно-непрерывна на  $[a, b]$ , то  $F$  – обобщенная первообразная для  $f$  на  $[a, b]$ ;
2. Если  $f$  непрерывна на  $[a, b]$ , то  $F$  – первообразная для  $f$  на  $[a, b]$ ;
3.  $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$ ;
4.  $F$  имеет разрывы в точках разрыва функции  $f$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

### Задача 10

Выберите все верные утверждения :

1. Любая кривая имеет неотрицательную длину;
2. Длина кривой зависит от параметризации;
3. Длина кривой определяется как супремум длин всевозможных параметризаций кривой;
4. Кусочно-гладкая кривая спрямляема;
5. Длины противоположных путей равны;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (*введите "0", если верных утверждений нет*)