

Теортест-1 (Вариант 113)

Тема – определенный интеграл

Задача 1

Выберите все верные утверждения :

1. Длина любой кривой не меньше длины отрезка, соединяющего ее начало и конец;
2. Длина кривой зависит от параметризации;
3. Длина кривой определяется как супремум длин всевозможных параметризаций кривой;
4. Гладкая кривая – это кривая, все параметризации которой гладкие;
5. Любая кривая имеет бесконечно много различных параметризаций;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 2

Пусть функция $u = u(t)$ – первообразная для функции $v = v(t)$ на $[a, b]$. Выберите все верные на $[a, b]$ утверждения (C – произвольная постоянная):

1. $du = vdt$;
2. $v = du + C$;
3. $dv = udt + C$;
4. $vdt = u'dt$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 3

Выберите все верные утверждения:

1. если первообразная дробно-рациональной функции $f(x)$ выражается через логарифм, то знаменатель $f(x)$ имеет только простые вещественные корни;
2. если первообразная дробно-рациональной функции $f(x)$ является дробно-рациональной, то все корни знаменателя $f(x)$ кратные;
3. если все корни знаменателя дробно-рациональной функции кратные, то ее первообразная является дробно-рациональной функцией;
4. первообразная дробно-рациональной функции является дробно-рациональной функцией;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 4

Пусть $f(x)$ определена на отрезке $[a, b]$. Выберите все верные утверждения:

1. Если f дифференцируема на $[a, b]$, то она интегрируема на $[a, b]$;
2. Если f имеет конечное число точек разрыва на $[a, b]$, то она интегрируема на $[a, b]$;
3. Если f непрерывна на $[a, b]$, то она интегрируема на $[a, b]$;
4. Если f имеет конечное число точек разрыва типа скачок на $[a, b]$, то она интегрируема на $[a, b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 5

Пусть f интегрируема и $f \geq 0$ на $[a, b]$. Выберите все достаточные условия для того, чтобы $\int_a^b f(x)dx > 0$:

1. $f > 0$ на $[a, b]$;
2. $f((a+b)/2) = 1$;
3. f непрерывна в точке a и $f(b) = 1$;
4. f непрерывна в точке a и $f(a) = 1$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 6

Пусть $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$; $\sigma_\tau(\xi)$ – интегральная сумма для f , построенная по разбиению τ с оснащением ξ ; s_τ, S_τ – нижняя и верхняя суммы Дарбу. Выберите все утверждения, равносильные интегрируемости функции f на отрезке $[a, b]$:

1. $\forall \tau, \exists \xi: s_\tau \leq \sigma_\tau(\xi) \leq S_\tau$;
2. $\forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0: \forall \tau: |\tau| < \delta \exists \xi: S_\tau - \sigma_\tau(\xi) < \varepsilon$;
3. $\exists E \in \mathbb{R}: \forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0: \forall \tau: |\tau| < \delta \exists \xi: -\varepsilon < \sigma_\tau(\xi) - E < \varepsilon$;
4. $\forall \tau, \forall \xi: s_\tau \leq \sigma_\tau(\xi) \leq S_\tau$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 7

Функция $f \in R[0, 10]$ и $-1 \leq f(x) \leq 10$ на $[0, 10]$. Выберите отрезки, содержащие значение интеграла $\int_e^{e^3} \frac{f(x)}{x} dx$:

1. $[-2, 20]$;
2. $[-1, 10]$;
3. $[-1, 20]$;
4. $[-10, 20]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 8

Выберите все верные утверждения (тела A и B имеют объем):

1. при движении объем не меняется;
2. объем $A \cup B$ равен сумме объемов A и B ;
3. если $A \subset B$, то объем A меньше объема B ;
4. объем треугольника равен нулю;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 9

Пусть $f \in R[a, b]$, $F(x) = \int_a^x f(t) dt$. Выберите все верные утверждения:

1. F ограничена на $[a, b]$;
2. F не убывает на $[a, b]$;
3. $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$;
4. F дифференцируема на $[a, b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 10

Пусть $f(x)$, $x(t)$ – дифференцируемые функции. Выберите все верные утверждения (при соответствующей замене) :

1. $\int f(1/x)dx = -\int \frac{f(t)dt}{t^2};$

2. $\int f(x)dx = \int f(1/t)\frac{dt}{t^2};$

3. $\int f(x)dx = \int \frac{f(\ln t)}{t}dt;$

4. $\int f(x)d(2x) = \int \frac{f(\sqrt{t})}{\sqrt{t}}dt;$

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)