Теортест-1 (Вариант 123)

Тема – определенный интеграл

Задача 1

Пусть f интегрируема и $f \geq 0$ на $[a, b]$. Выберите все достаточные условия для того, чтобы $\int_a^b f(x)dx > 0$:

1. f непрерывна на $[a, b]$ и $f((a+b)/2) = 1$;
2. $f((a+b)/2) = 1$;
3. $f(a) > 0$, $f(b) > 0$;
4. $f > 0$ на $[a, b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 2

Выберите все верные утверждения:

1. если первообразная дробно-рациональной функции $f(x)$ является дробно-рациональной, то все корни знаменателя $f(x)$ кратные;
2. первообразная дробно-рациональной функции выражается через элементарные функции;
3. первообразная дробно-рациональной функции является дробно-рациональной функцией;
4. если все корни знаменателя дробно-рациональной функции кратные, то ее первообразная является дробно-рациональной функцией;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 3

Пусть $f : [a, b] \to \mathbb{R}$; $\sigma_\tau(\xi)$ – интегральная сумма для f, построенная по разбиению τ с оснащением ξ; s_τ, S_τ – нижняя и верхняя суммы Дарбу. Выберите все верные утверждения:

1. $\forall \tau\ \exists \xi$: $s_\tau = \sigma_\tau(\xi)$;
2. $\forall \tau\ \forall \varepsilon > 0\ \exists \xi$: $\sigma_\tau(\xi) < s_\tau - \varepsilon$;
3. $\forall \tau\ \forall \varepsilon > 0\ \exists \xi$: $\sigma_\tau(\xi) < s_\tau + \varepsilon$;
4. $\forall \tau, \xi$: $s_\tau \leq \sigma_\tau(\xi) \leq S_\tau$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 4

Пусть функция $u = u(t)$ – первообразная для функции $v = v(t)$ на $[a, b]$. Выберите все верные на $[a, b]$ утверждения (C – произвольная постоянная):

1. $du = v$;
2. $v = du + C$;
3. $du = vdt$;
4. $dv = udt + C$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 5

Пусть $f(x)$ – дифференцируемая функция. Выберите все верные утверждения:

1. $\int \frac{f'(x)}{x} dx = \frac{f(x)}{x} + \int \frac{f(x)}{x^2} dx$;
2. $\int f'(x) \sin x dx = \cos x \cdot f(x) - \int f(x) \cos x dx$;
3. $\int f(x) \ln x dx = \ln x \cdot f'(x) - \int \frac{f'(x)}{x} dx$;
4. $2 \int x f(x) dx = x^2 f'(x) - \int x^{\cdot} f'(x) dx$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 6

Выберите все верные утверждения (тела A и B имеют объем):

1. если $A \subset B$, то объем A меньше объема B;
2. объем любого сечения тела A равен нулю;
3. объем A всегда неотрицателен;
4. при движении объем не меняется;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 7

Выберите все верные утверждения :

1. Длина замкнутой кривой равна нулю;
2. Кусочно-гладкая кривая спрямляема;

3. Длина кривой зависит от параметризации;

4. Длина кривой определяется как супремум длин всевозможных параметризаций кривой;

5. Длина любой кривой не меньше длины отрезка, соединяющего ее начало и конец;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 8

Функция $f \in R[0, 10]$ и $-1 \leq f(x) \leq 10$ на $[0, 10]$. Выберите отрезки, содержащие значение интеграла $\int_e^{e^3} \frac{f(x)}{x} dx$:

1. $[-2, 20]$;
2. $[-1, 10]$;
3. $[0, 10]$;
4. $[-10, 20]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 9

Пусть $f(x)$ определена на отрезке $[a, b]$. Выберите все верные утверждения:

1. Если f интегрируема на $[a, b]$, то она монотонна на $[a, b]$;
2. Если f монотонна на $[a, b]$, то она интегрируема на $[a, b]$;
3. Если f интегрируема на $[a, b]$, то она ограничена на $[a, b]$;
4. Если f имеет конечное число точек разрыва на $[a, b]$, то она интегрируема на $[a, b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 10

Пусть $f \in R[a, b]$, $F(x) = \int_a^x f(t)dt$. Выберите все верные утверждения:

1. F имеет разрывы в точках разрыва функции f;
2. $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$;
3. F непрерывна на $[a, b]$;
4. F – первообразная для f на $[a, b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*