

Теортест-1 (Вариант 120)

Тема – определенный интеграл

Задача 1

Выберите все верные утверждения (тела A и B имеют объем):

1. объем любого сечения тела A равен нулю;
2. объем A всегда неотрицателен;
3. если $A \subset B$, то объем A меньше объема B ;
4. объем A всегда положителен;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 2

Выберите все верные утверждения :

1. Длина замкнутой кривой равна нулю;
2. Длина любой кривой конечна;
3. Длина кривой определяется как супремум длин всевозможных параметризаций кривой;
4. Любая кривая имеет неотрицательную длину;
5. Кусочно-гладкая кривая спрямляема;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 3

Пусть функция $u = u(t)$ – первообразная для функции $v = v(t)$ на $[a, b]$. Выберите все верные на $[a, b]$ утверждения (C – произвольная постоянная):

1. $u = dv + C$;
2. $du = vdt$;
3. $du = vdt + C$;
4. $du = v$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 4

Пусть $f \in R[a, b]$, $a < b$. Выберите все верные утверждения:

1. Если $f \geq 0$ на $[a, b]$, то $\int_a^b f(x)dx \geq 0$;
2. Если $\int_a^b |f(x)|dx = 0$, то $f(x) \equiv 0$ на $[a, b]$;
3. Если $\left| \int_a^b f(x)dx \right| < A$, то $\int_a^b |f(x)|dx < A$;
4. Если $f \geq 0$ на $[a, b]$ и $\exists c \in [a, b]: f(c) > 0$, то $\int_a^b f(x)dx > 0$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 5

Пусть $f \in R[a, b]$, $F(x) = \int_a^x f(t)dt$. Выберите все верные утверждения:

1. F не убывает на $[a, b]$;
2. F дифференцируема на $[a, b]$;
3. F ограничена на $[a, b]$;
4. $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 6

Выберите все верные утверждения для данной функции, заданной на отрезке $[a, b]$:

1. При измельчении разбиения верхняя сумма Дарбу увеличивается или не изменяется;
2. Верхняя сумма Дарбу не меньше любой интегральной суммы для данного разбиения;
3. Верхняя сумма Дарбу является наибольшей из всех интегральных сумм для данного разбиения;
4. При измельчении разбиения верхняя сумма Дарбу уменьшается или не изменяется;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 7

Выберите все верные утверждения:

1. первообразная дробно-рациональной функции выражается через элементарные функции;
2. если все корни знаменателя дробно-рациональной функции кратные, то ее первообразная является дробно-рациональной функцией;
3. если первообразная дробно-рациональной функции $f(x)$ выражается через логарифм, то знаменатель $f(x)$ имеет только простые вещественные корни;
4. первообразная дробно-рациональной функции является дробно-рациональной функцией;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 8

Функция $f \in R[0, 10]$ и $-1 \leq f(x) \leq 10$ на $[0, 10]$. Выберите отрезки, содержащие значение интеграла $\int_0^2 xf(x)dx$:

1. $[-1, 20]$;
2. $[-1, 10]$;
3. $[-2, 10]$;
4. $[0, 10]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 9

Пусть $f(x)$, $x(t)$ – дифференцируемые функции. Выберите все верные утверждения (при соответствующей замене) :

1. $\int \frac{f(x)}{\ln x} dx = \int f(e^t) dt$;
2. $\int f(x) dx = \int f(\ln t) t dt$;
3. $\int f(x) dx = \int f(1/t) \frac{dt}{t^2}$;
4. $\int f(\sqrt{x}) dx = 2 \int f(t) \sqrt{t} dt$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 10

Пусть f интегрируема и $f \geq 0$ на $[a, b]$. Выберите все достаточные условия для того, чтобы $\int_a^b f(x)dx > 0$:

1. f непрерывна на $[a, b]$ и $f(a + b) = 1$;
2. f непрерывна в точке a и $f(b) = 1$;
3. f непрерывна в точке a и $f(a) = 1$;
4. $f(a) > 0, f(b) > 0$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)