Теортест-1 (Вариант 42)

Тема – определенный интеграл

Задача 1

Пусть $f \in R[a,b]$, $F(x) = \int_a^x f(t)dt$. Выберите все верные утверждения:

1. F ограничена на $[a,b]$;
2. Если $f \geq 0$ на $[a,b]$, то F не убывает на $[a,b]$;
3. $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$;
4. F непрерывна на $[a,b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 2

Функция $f \in R[0,10]$ и $-1 \leq f(x) \leq 10$ на $[0,10]$. Выберите отрезки, содержащие значение интеграла $\int_0^3 x^2 f(x)dx$:

1. $[-3; 90]$;
2. $[0; 100]$;
3. $[9; 100]$;
4. $[-9; 90]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 3

Выберите все верные утверждения (тела A и B имеют объем):

1. если $A \subset B$, то объем A меньше объема B;
2. при движении объем не меняется;
3. объем A всегда неотрицателен;
4. объем A всегда положителен;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 4

Пусть $f(x)$ определена на отрезке $[a, b]$. Выберите все верные утверждения:

1. Если f имеет конечное число точек разрыва на $[a, b]$, то она интегрируема на $[a, b]$;
2. Если f монотонна на $[a, b]$, то она интегрируема на $[a, b]$;
3. Если f имеет конечное число точек разрыва типа скачок на $[a, b]$, то она интегрируема на $[a, b]$;
4. Если f имеет первообразную на $[a, b]$, то она интегрируема на $[a, b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 5

Пусть f интегрируема и $f \geq 0$ на $[a, b]$. Выберите все достаточные условия для того, чтобы $\int_a^b f(x)dx > 0$:

1. $f > 0$ на $[a, b]$;
2. f непрерывна на $[a, b]$ и $f(a + b) = 1$;
3. f непрерывна в точке a и $f(b) = 1$;
4. $f((a + b)/2) = 1$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 6

Пусть $f : [a, b] \to \mathbb{R}$; $\sigma_\tau(\xi)$ – интегральная сумма для f, построенная по разбиению τ с оснащением ξ; s_τ, S_τ – нижняя и верхняя суммы Дарбу. Выберите все верные утверждения:

1. $\forall \tau\ \exists \xi$: $s_\tau = \sigma_\tau(\xi)$;
2. $\forall \tau, \xi$: $s_\tau \leq \sigma_\tau(\xi) \leq S_\tau$;
3. $\forall \tau\ \exists \xi$: $s_\tau \leq \sigma_\tau(\xi) \leq S_\tau$;
4. $\forall \tau\ \forall \varepsilon > 0\ \exists \xi$: $\sigma_\tau(\xi) < s_\tau + \varepsilon$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 7

Выберите все верные утверждения :

1. Гладкая кривая – это кривая, все параметризации которой гладкие;
2. Длины противоположных путей равны;
3. Длина любой кривой не меньше длины отрезка, соединяющего ее начало и конец;
4. Кусочно-гладкая кривая спрямляема;
5. Любая кривая имеет бесконечно много различных параметризаций;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 8

Пусть $f(x)$ – дифференцируемая функция. Выберите все верные утверждения:

1. $\int f(x) \ln x dx = \ln x \cdot f'(x) - \int \frac{f'(x)}{x} dx$;
2. $2 \int x f(x) dx = x^2 f'(x) - \int x^{\cdot} f'(x) dx$;
3. $\int f'(x) e^x dx = e^x f(x) - \int f(x) e^x dx$;
4. $\int f'(x) \sin x dx = \cos x \cdot f(x) - \int f(x) \cos x dx$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 9

Выберите все верные утверждения:

1. если первообразная дробно-рациональной функции $f(x)$ является дробно-рациональной, то все корни знаменателя $f(x)$ кратные;
2. первообразная дробно-рациональной функции является дробно-рациональной функцией;
3. если первообразная дробно-рациональной функции $f(x)$ выражается через логарифм, то знаменатель $f(x)$ имеет только простые вещественные корни;
4. первообразная дробно-рациональной функции выражается через элементарные функции;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 10

Пусть функция $u = u(t)$ – первообразная для функции $v = v(t)$ на $[a, b]$. Выберите все верные на $[a, b]$ утверждения (C – произвольная постоянная):

1. $v = du + C$;
2. $u = dv + C$;
3. $du = vdt + C$;
4. $du = v$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*