Теортест-1 (Вариант 100)

Тема – определенный интеграл

Задача 1

Выберите все функции, имеющие дробно-рациональные первообразные:

1. $\frac{2x+1}{x^2(x+1)^2}$;
2. $\frac{x^4}{(x^5+1)^3}$;
3. $\frac{x^9}{x^5+1}$;
4. $\frac{x^4}{x^2-1}$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 2

Пусть функция $u = u(x)$ – первообразная для функции $v = v(x)$ на $[a, b]$. Выберите все верные на $[a, b]$ утверждения (C – произвольная постоянная):

1. $v = u'$;
2. $vdt = du$;
3. $u' = v + C$;
4. $v' = u + C$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 3

Выберите все верные утверждения (тела A и B имеют объем):

1. любое множество имеет неотрицательный объем;
2. объем треугольника равен нулю;
3. $V(A) = V(A \cap B) + V(A \setminus B)$;
4. если $A \subset B$, то объем A меньше объема B;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 4

Выберите все верные утверждения :

1. Любая кривая имеет бесконечно много различных параметризаций;
2. Спрямляемы только кусочно-гладкие кривые;
3. Любая кривая имеет неотрицательную длину;
4. Длина любого пути не меньше длины вписанной в его носитель ломаной;
5. Длина любой кривой конечна;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 5

Пусть $f : [a,b] \to \mathbb{R}$; $\sigma_\tau(\xi)$ – интегральная сумма для f, построенная по разбиению τ с оснащением ξ; s_τ, S_τ – нижняя и верхняя суммы Дарбу. Выберите все утверждения, равносильные интегрируемости функции f на отрезке $[a,b]$:

1. $\exists E \in \mathbb{R}$: $\forall \varepsilon > 0$ $\exists \delta > 0$: $\forall \tau : |\tau| < \delta$, $\forall \xi$: $-\varepsilon < \sigma_\tau(\xi) - E < \varepsilon$;
2. $\forall \varepsilon > 0$ $\exists \delta > 0$: $\forall \tau : |\tau| < \delta \Rightarrow S_\tau - s_\tau < \varepsilon$;
3. $\forall \varepsilon > 0$ $\exists \delta > 0$: $\forall \tau : |\tau| < \delta$ $\exists \xi$: $S_\tau - \sigma_\tau(\xi) < \varepsilon$;
4. $\forall \tau$, $\exists \xi$: $s_\tau \le \sigma_\tau(\xi) \le S_\tau$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 6

Функция $f \in R[0,10]$ и $-1 \le f(x) \le 10$ на $[0,10]$. Выберите отрезки, содержащие значение интеграла $\int_e^{e^3} \frac{f(x)}{x} dx$:

1. $[-1, 10]$;
2. $[-1, 20]$;
3. $[-2, 20]$;
4. $[-10, 20]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 7

Пусть $f(x)$, $x(t)$ – дифференцирумые функции. Выберите все верные утверждения (при соответствующей замене) :

1. $\int f(x^2)dx = 2\int f(t)tdt$;
2. $\int f(x)dx = \int f(1/t)\frac{dt}{t^2}$;
3. $\int \frac{f(x)}{\ln x}dx = \int f(e^t)dt$;
4. $\int f(\sqrt{x})dx = 2\int f(t)\sqrt{t}dt$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 8

Пусть $f \in R[a,b]$, $F(x) = \int_a^x f(t)dt$. Выберите все верные утверждения:

1. Если $f \geq 0$ на $[a,b]$, то F не убывает на $[a,b]$;
2. F имеет разрывы в точках разрыва функции f;
3. Если f кусочно-непрерывна на $[a,b]$, то F – обобщенная первообразная для f на $[a,b]$;
4. $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 9

Пусть функции f, g: $[a,b] \to \mathbb{R}$. Выберите все верные утверждения:

1. Если $[c,d] \subset [a,b]$ и f интегрируема на $[c,d]$, то f интегрируема и на $[a,b]$;
2. Если $|f|$ интегрируема на $[a,b]$, то f тоже интегрируема на $[a,b]$;
3. Если $f > 0$ и интегрируема на $[a,b]$, то $1/f$ тоже интегрируема на $[a,b]$;
4. Если функция $f+g$ интегрируема на $[a,b]$, то f и g тоже интегрируемы на $[a,b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 10

Пусть f интегрируема и $f \geq 0$ на $[a, b]$. Выберите все достаточные условия для того, чтобы $\int_a^b f(x)dx > 0$:

1. f возрастает (нестрого) на $[a, b]$ и $f(b) = 1$;
2. $f(a) = f(b) = 1$;
3. f непрерывна на $[a, b]$ и $f((a + b)/2) = 1$;
4. $f > 0$ на $[a, b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*