Теортест-1 (Вариант 61)

Тема – определенный интеграл

Задача 1

Выберите все верные утверждения (множества A и B имеют площадь):

1. площадь одной точки равна нулю;
2. площадь графика любой функции равна нулю;
3. площадь $A \cup B$ равна сумме площадей A и B;
4. $S(A) = S(A \cap B) + S(A \setminus B)$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 2

Пусть функция $u = u(t)$ – первообразная для функции $v = v(t)$ на $[a, b]$. Выберите все верные на $[a, b]$ утверждения (C – произвольная постоянная):

1. $dv = udt + C$;
2. $u = dv + C$;
3. $u = dv$;
4. $du = vdt$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 3

Пусть $f(x)$, $x(t)$ – дифференцирумые функции. Выберите все верные утверждения (при соответствующей замене) :

1. $\int f(\sqrt{x})dx = 2\int f(t)\sqrt{t}dt$;
2. $\int f(x)dx = \int f(1/t)\frac{dt}{t^2}$;
3. $\int f(1/x)dx = -\int \frac{f(t)dt}{t^2}$;
4. $\int \frac{f(x)}{\ln x}dx = \int f(e^t)dt$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 4

Выберите все функции, имеющие дробно-рациональные первообразные:

1. $\frac{x^9}{x^5+1}$;

2. $\frac{x^4}{(x^5+1)^3}$;

3. $\frac{x^4}{x^2-1}$;

4. $\frac{x}{x^2-1}$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 5

Пусть функции f, g: $[a,b] \to \mathbb{R}$. Выберите все верные утверждения:

1. Если $c \in [a,b]$ и f интегрируема на $[a,c]$ и на $(c,b]$, то f интегрируема и на $[a,b]$;

2. Если f и g интегрируемы на $[a,b]$, то $f \cdot g$ тоже интегрируема на $[a,b]$;

3. Если f интегрируема на $[a,b]$, то $|f|$ тоже интегрируема на $[a,b]$;

4. Если $c \in [a,b]$ и f интегрируема на $[a,c)$ и на $[c,b]$, то f интегрируема и на $[a,b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 6

Пусть $f : [a,b] \to \mathbb{R}$; $\sigma_\tau(\xi)$ – интегральная сумма для f, построенная по разбиению τ с оснащением ξ; s_τ, S_τ – нижняя и верхняя суммы Дарбу. Выберите все верные утверждения:

1. $\forall \tau\ \forall \varepsilon > 0\ \exists \xi$: $\sigma_\tau(\xi) < s_\tau - \varepsilon$;

2. $\forall \tau, \xi$: $s_\tau \le \sigma_\tau(\xi) \le S_\tau$;

3. $\forall \tau$: $s_\tau < S_\tau$;

4. $\forall \tau\ \forall \varepsilon > 0\ \exists \xi$: $\sigma_\tau(\xi) > S_\tau + \varepsilon$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 7

Пусть $f \in R[a, b]$, $F(x) = \int_a^x f(t)dt$. Выберите все верные утверждения:

1. F ограничена на $[a, b]$;
2. F непрерывна на $[a, b]$;
3. $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$;
4. F дифференцируема на $[a, b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 8

Функция $f \in R[0, 10]$ и $-1 \leq f(x) \leq 10$ на $[0, 10]$. Выберите отрезки, содержащие значение интеграла $\int_{-\ln 2}^{0} \frac{f(x)}{e^x} dx$:

1. $[-10; 0]$;
2. $[-0.25; 10]$;
3. $[-2; 10]$;
4. $[0.5; 5]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 9

Пусть f интегрируема и $f \geq 0$ на $[a, b]$. Выберите все достаточные условия для того, чтобы $\int_a^b f(x)dx > 0$:

1. f непрерывна в точке a и $f(a) = 1$;
2. $f(a) = f(b) = 1$;
3. f непрерывна на $[a, b]$ и $f(a + b) = 1$;
4. $f(a) > 0$, $f(b) > 0$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 10

Выберите все верные утверждения :

1. Длина любого пути не меньше длины вписанной в его носитель ломаной;
2. Любая кривая имеет неотрицательную длину;
3. Длина кривой определяется как супремум длин всевозможных параметризаций кривой;
4. Длины противоположных путей равны;
5. Спрямляемы только кусочно-гладкие кривые;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*