Теортест-1 (Вариант 96)

Тема – определенный интеграл

Задача 1

Пусть f интегрируема и $f \ge 0$ на [a,b]. Выберите все достаточные условия для того, чтобы $\int_a^b f(x) dx > 0$:

- 1. f непрерывна в точке a и f(b) = 1;
- 2. f > 0 на [a, b];
- 3. f((a+b)/2) = 1;
- 4. f непрерывна на [a, b] и f(a + b) = 1;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 2

Выберите все верные утверждения для данной функции, заданной на отрезке [a,b]:

- 1. Верхняя сумма Дарбу не меньше любой интегральной суммы для данного разбиения;
- 2. Верхняя сумма Дарбу является наибольшей из всех интегральных сумм для данного разбиения;
- 3. При измельчении разбиения верхняя сумма Дарбу уменьшается или не изменяется;
- 4. При измельчении разбиения верхняя сумма Дарбу увеличивается или не изменяется;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 3

Пусть $f \in R[a,b], F(x) = \int_a^x f(t)dt$. Выберите все верные утверждения:

- 1. F имеет разрывы в точках разрыва функции f;
- 2. F непрерывна на [a, b];
- 3. Если f кусочно-непрерывна на [a,b], то F обобщенная первообразная для f на [a,b];
- 4. F ограничена на [a,b];

Задача 4

Функция $f\in R[0,10]$ и $-1\leq f(x)\leq 10$ на [0,10]. Выберите отрезки, содержащие значение интеграла $\int_e^{e^3} \frac{f(x)}{x} dx$:

- 1. [0, 10];
- 2. [-2, 10];
- 3. [-1, 10];
- 4. [-1, 20];

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 5

Пусть функция u=u(x) – первообразная для функции v=v(x) на [a,b]. Выберите все верные на [a,b] утверждения (C – произвольная постоянная):

- 1. v' = u + C;
- 2. v = u';
- 3. u' = v + C;
- 4. vdt = du;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 6

Выберите все верные утверждения:

- 1. Спрямляемы только кусочно-гладкие кривые;
- 2. Любая кривая имеет бесконечно много различных параметризаций;
- 3. Длина спрямляемой кривой конечна;
- 4. Длина любого пути не меньше длины вписанной в его носитель ломаной;
- 5. Длина кривой определяется как супремум длин всевозможных параметризаций кривой;

Задача 7

Выберите все верные утверждения:

- 1. первообразная дробно-рациональной функции выражается через элементарные функции;
- 2. первообразная дробно-рациональной функции является дробно-рациональной функцией;
- 3. если все корни знаменателя дробно-рациональной функции кратные, то ее первообразная является дробно-рациональной функцией;
- 4. если первообразная дробно-рациональной функции f(x) является дробно-рациональной, то все корни знаменателя f(x) кратные;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 8

Выберите все верные утверждения (тела A и B имеют объем):

- 1. объем A всегда неотрицателен;
- 2. объем треугольника равен нулю;
- 3. при движении объем не меняется;
- 4. объем одной точки равен нулю;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 9

Пусть f(x), x(t) – дифференцирумые функции. Выберите все верные утверждения (при соответствующей замене) :

- 1. $\int f(x)dx = \int f(1/t) \frac{dt}{t^2}$;
- 2. $\int f(x^2)dx = 2 \int f(t)tdt$;
- 3. $\int \frac{f(x)}{\ln x} dx = \int f(e^t) dt;$
- 4. $\int f(x)d(2x) = \int \frac{f(\sqrt{t})}{\sqrt{t}}dt;$

Задача 10

Пусть f(x) определена на отрезке [a,b]. Выберите все верные утверждения:

- 1. Если f интегрируема на [a,b], то она ограничена на [a,b];
- 2. Если f интегрируема на [a,b], то она непрерывна на [a,b];
- 3. Если f имеет конечное число точек разрыва типа скачок на [a,b], то она интегрируема на [a,b];
- 4. Если f непрерывна на [a, b], то она интегрируема на [a, b];