

Теортест-1 (Вариант 54)

Тема – определенный интеграл

Задача 1

Функция $f \in R[0, 10]$ и $-1 \leq f(x) \leq 10$ на $[0, 10]$. Выберите отрезки, содержащие значение интеграла $\int_0^2 xf(x)dx$:

1. $[-1, 10]$;
2. $[0, 10]$;
3. $[-10, 20]$;
4. $[-2, 10]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 2

Выберите все верные утверждения (множества A и B имеют площадь):

1. площадь отрезка равна нулю;
2. если $A \subset B$, то площадь A меньше площади B ;
3. площадь графика интегрируемой функции равна нулю;
4. при движении площадь не меняется;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 3

Пусть $f \in R[a, b]$, $a < b$. Выберите все верные утверждения:

1. Если $\int_a^b |f(x)|dx = 0$, то $f(x) \equiv 0$ на $[a, b]$;
2. Если $f \geq 0$ на $[a, b]$ и $\exists c \in [a, b]: f(c) > 0$, то $\int_a^b f(x)dx > 0$;
3. Если $\int_a^b |f(x)|dx < A$, то $\left| \int_a^b f(x)dx \right| < A$;
4. Если $f \geq 0$ на $[a, b]$, то $\int_a^b f(x)dx \geq 0$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 4

Пусть $f \in R[a, b]$, $F(x) = \int_a^x f(t)dt$. Выберите все верные утверждения:

1. F ограничена на $[a, b]$;
2. F дифференцируема на $[a, b]$;
3. F имеет разрывы в точках разрыва функции f ;
4. F не убывает на $[a, b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 5

Пусть $f(x)$ – дифференцируемая функция. Выберите все верные утверждения:

1. $2 \int f'(x)\sqrt{x}dx = 2\sqrt{x}f(x) - \int \frac{f(x)}{\sqrt{x}}dx$;
2. $\int f'(x) \sin x dx = \cos x \cdot f(x) - \int f(x) \cos x dx$;
3. $\int f'(x)e^x dx = e^x f(x) - \int f(x)e^x dx$;
4. $\int \frac{f'(x)}{x} dx = \frac{f(x)}{x} + \int \frac{f(x)}{x^2} dx$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 6

Пусть f интегрируема и $f \geq 0$ на $[a, b]$. Выберите все достаточные условия для того, чтобы $\int_a^b f(x)dx > 0$:

1. f непрерывна на $[a, b]$ и $f(a+b) = 1$;
2. f непрерывна в точке a и $f(b) = 1$;
3. f непрерывна на $[a, b]$ и $f((a+b)/2) = 1$;
4. f возрастает (нестрого) на $[a, b]$ и $f(b) = 1$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 7

Выберите все верные утверждения :

1. Длина кривой зависит от параметризации;
2. Длина спрямляемой кривой конечна;
3. Гладкая кривая – это кривая, все параметризации которой гладкие;
4. Кусочно-гладкая кривая спрямляема;
5. Спрямлиемы только кусочно-гладкие кривые;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 8

Пусть функция $u = u(x)$ – первообразная для функции $v = v(x)$ на $[a, b]$. Выберите все верные на $[a, b]$ утверждения (C – произвольная постоянная):

1. $u' = v + C$;
2. $v = u' + C$;
3. $u = v' + C$;
4. $u = v'$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 9

Пусть $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$; $\sigma_\tau(\xi)$ – интегральная сумма для f , построенная по разбиению τ с оснащением ξ ; s_τ , S_τ – нижняя и верхняя суммы Дарбу. Выберите все верные утверждения:

1. $\forall \tau \forall \varepsilon > 0 \exists \xi: \sigma_\tau(\xi) > S_\tau + \varepsilon$;
2. $\forall \tau \exists \xi: S_\tau = \sigma_\tau(\xi)$;
3. $\forall \tau: s_\tau < S_\tau$;
4. $\forall \tau \forall \varepsilon > 0 \exists \xi: \sigma_\tau(\xi) > S_\tau - \varepsilon$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 10

Выберите все функции, имеющие дробно-рациональные первообразные:

1. $\frac{x^9}{x^5+1}$;

2. $\frac{x^4}{(x^5+1)^3}$;

3. $\frac{x^4}{x^2-1}$;

4. $\frac{2x+1}{x^2+x+1}$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (*введите "0", если верных утверждений нет*)