

Теортест-1 (Вариант 12)

Тема – определенный интеграл

Задача 1

Выберите все верные утверждения (тела A и B имеют объем):

1. объем $A \cup B$ равен сумме объемов A и B ;
2. любое множество имеет неотрицательный объем;
3. если $A \subset B$, то объем A меньше объема B ;
4. при движении объем не меняется;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 2

Выберите все функции, имеющие дробно-рациональные первообразные:

1. $\frac{x}{x^2-1}$;
2. $\frac{x^9}{x^5+1}$;
3. $\frac{x^2-x+1}{x^2+x}$;
4. $\frac{x^3-3(x-1)^2}{(x-1)^3}$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 3

Выберите все верные утверждения для данной функции, заданной на отрезке $[a, b]$:

1. При измельчении разбиения нижняя сумма Дарбу увеличивается или не изменяется;
2. При измельчении разбиения нижняя сумма Дарбу уменьшается;
3. Нижняя сумма Дарбу является наименьшей из всех интегральных сумм для данного разбиения;
4. При измельчении разбиения нижняя сумма Дарбу увеличивается;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 4

Пусть f интегрируема и $f \geq 0$ на $[a, b]$. Выберите все достаточные условия для того, чтобы $\int_a^b f(x)dx > 0$:

1. $f(a) > 0, f(b) > 0$;
2. f непрерывна на $[a, b]$ и $f((a+b)/2) = 1$;
3. $f((a+b)/2) = 1$;
4. f возрастает (нестрого) на $[a, b]$ и $f(b) = 1$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 5

Функция $f \in R[0, 10]$ и $-1 \leq f(x) \leq 10$ на $[0, 10]$. Выберите отрезки, содержащие значение интеграла $\int_{-\ln 2}^0 \frac{f(x)}{e^x} dx$:

1. $[0.5; 5]$;
2. $[-10; 0]$;
3. $[-0.25; 10]$;
4. $[-2; 10]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 6

Пусть $f(x)$ – дифференцируемая функция. Выберите все верные утверждения:

1. $\int \frac{f'(x)}{x} dx = \frac{f(x)}{x} + \int \frac{f(x)}{x^2} dx$;
2. $2 \int f'(x) \sqrt{x} dx = 2\sqrt{x}f(x) - \int \frac{f(x)}{\sqrt{x}} dx$;
3. $2 \int x f(x) dx = x^2 f'(x) - \int x f'(x) dx$;
4. $\int \frac{f'(x)}{x^2} dx = \frac{f(x)}{x^2} + \int \frac{f(x)}{x} dx$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 7

Выберите все верные утверждения :

1. Длина любого пути не меньше длины вписанной в его носитель ломаной;
2. Кусочно-гладкая кривая спрямляема;
3. Длина замкнутой кривой равна нулю;
4. Любая кривая имеет бесконечно много различных параметризаций;
5. Длина спрямляемой кривой конечна;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 8

Пусть функция $u = u(x)$ – первообразная для функции $v = v(x)$ на $[a, b]$. Выберите все верные на $[a, b]$ утверждения (C – произвольная постоянная):

1. $u' = v + C$;
2. $v' = u + C$;
3. $v = u' + C$;
4. $u dt = dv$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 9

Пусть функции $f, g: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$. Выберите все верные утверждения:

1. Если $c \in [a, b]$ и f интегрируема на $[a, c]$ и на $[c, b]$, то f интегрируема и на $[a, b]$;
2. Если $[c, d] \subset [a, b]$ и f интегрируема на $[a, b]$, то f интегрируема и на $[c, d]$;
3. Если f и g интегрируемы на $[a, b]$, то $f \cdot g$ тоже интегрируема на $[a, b]$;
4. Если $|f|$ интегрируема на $[a, b]$, то f тоже интегрируема на $[a, b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 10

Пусть $f \in R[a, b]$, $F(x) = \int_a^x f(t)dt$. Выберите все верные утверждения:

1. F непрерывна на $[a, b]$;
2. Если $f \geq 0$ на $[a, b]$, то F не убывает на $[a, b]$;
3. F имеет разрывы в точках разрыва функции f ;
4. Если f кусочно-непрерывна на $[a, b]$, то F – обобщенная первообразная для f на $[a, b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)