

# Теортест-1 (Вариант 76)

## Тема – определенный интеграл

### Задача 1

Выберите все верные утверждения (множества  $A$  и  $B$  имеют площадь):

1. площадь  $A \cup B$  равна сумме площадей  $A$  и  $B$ ;
2. площадь одной точки равна нулю;
3. площадь графика любой функции равна нулю;
4. при движении площадь не меняется;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

### Задача 2

Выберите все верные утверждения :

1. Кусочно-гладкая кривая спрямляема;
2. Любая кривая имеет неотрицательную длину;
3. Гладкая кривая – это кривая, все параметризации которой гладкие;
4. Длина замкнутой кривой равна нулю;
5. Длины противоположных путей равны;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

### Задача 3

Пусть  $f(x)$  определена на отрезке  $[a, b]$ . Выберите все верные утверждения:

1. Если  $f$  имеет первообразную на  $[a, b]$ , то она интегрируема на  $[a, b]$ ;
2. Если  $f$  интегрируема на  $[a, b]$ , то она имеет первообразную на  $[a, b]$ ;
3. Если  $f$  имеет конечное число точек разрыва на  $[a, b]$ , то она интегрируема на  $[a, b]$ ;
4. Если  $f$  ограничена на  $[a, b]$ , то она интегрируема на  $[a, b]$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

#### Задача 4

Пусть  $f(x)$ ,  $x(t)$  – дифференцируемые функции. Выберите все верные утверждения (при соответствующей замене) :

1.  $\int f(x^2)dx = 2 \int f(t)tdt$ ;
2.  $\int f(\sqrt{x})dx = 2 \int f(t)\sqrt{t}dt$ ;
3.  $\int f(x)dx = \int \frac{f(\ln t)}{t}dt$ ;
4.  $\int f(x)d(2x) = \int \frac{f(\sqrt{t})}{\sqrt{t}}dt$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

#### Задача 5

Пусть  $f$  интегрируема и  $f \geq 0$  на  $[a, b]$ . Выберите все достаточные условия для того, чтобы  $\int_a^b f(x)dx > 0$ :

1.  $f((a+b)/2) = 1$ ;
2.  $f$  непрерывна на  $[a, b]$  и  $f(a+b) = 1$ ;
3.  $f$  возрастает (не строго) на  $[a, b]$  и  $f(b) = 1$ ;
4.  $f$  непрерывна в точке  $a$  и  $f(b) = 1$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

#### Задача 6

Функция  $f \in R[0, 10]$  и  $-1 \leq f(x) \leq 10$  на  $[0, 10]$ . Выберите отрезки, содержащие значение интеграла  $\int_e^{e^3} \frac{f(x)}{x}dx$ :

1.  $[-1, 10]$ ;
2.  $[-2, 20]$ ;
3.  $[-1, 20]$ ;
4.  $[0, 10]$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

### Задача 7

Выберите все функции, имеющие дробно-рациональные первообразные:

1.  $\frac{x^4}{x^2-1}$ ;
2.  $\frac{2x+1}{x^2+x+1}$ ;
3.  $\frac{x^3-3(x-1)^2}{(x-1)^3}$ ;
4.  $\frac{x^4}{(x^5+1)^3}$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

### Задача 8

Пусть функция  $u = u(x)$  – первообразная для функции  $v = v(x)$  на  $[a, b]$ . Выберите все верные на  $[a, b]$  утверждения ( $C$  – произвольная постоянная):

1.  $v' = u + C$ ;
2.  $u = v'$ ;
3.  $v = u' + C$ ;
4.  $v = u'$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

### Задача 9

Пусть  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ ;  $\sigma_\tau(\xi)$  – интегральная сумма для  $f$ , построенная по разбиению  $\tau$  с оснащением  $\xi$ ;  $s_\tau, S_\tau$  – нижняя и верхняя суммы Дарбу. Выберите все верные утверждения:

1.  $\forall \tau \exists \xi: S_\tau = \sigma_\tau(\xi)$ ;
2.  $\forall \tau \forall \varepsilon > 0 \exists \xi: \sigma_\tau(\xi) > S_\tau - \varepsilon$ ;
3.  $\forall \tau \forall \varepsilon > 0 \exists \xi: \sigma_\tau(\xi) > S_\tau + \varepsilon$ ;
4.  $\forall \tau \forall \varepsilon > 0 \exists \xi: \sigma_\tau(\xi) < s_\tau + \varepsilon$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

### Задача 10

Пусть  $f \in R[a, b]$ ,  $F(x) = \int_a^x f(t)dt$ . Выберите все верные утверждения:

1.  $F$  непрерывна на  $[a, b]$ ;
2.  $F$  имеет разрывы в точках разрыва функции  $f$ ;
3.  $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$ ;
4.  $F$  – первообразная для  $f$  на  $[a, b]$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (*введите "0", если верных утверждений нет*)