

Теортест-1 (Вариант 83)

Тема – определенный интеграл

Задача 1

Функция $f \in R[0, 10]$ и $-1 \leq f(x) \leq 10$ на $[0, 10]$. Выберите отрезки, содержащие значение интеграла $\int_e^{e^3} \frac{f(x)}{x} dx$:

1. $[0, 10]$;
2. $[-10, 20]$;
3. $[-1, 20]$;
4. $[-2, 10]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 2

Выберите все верные утверждения:

1. если первообразная дробно-рациональной функции $f(x)$ является дробно-рациональной, то все корни знаменателя $f(x)$ кратные;
2. первообразная дробно-рациональной функции является дробно-рациональной функцией;
3. если все корни знаменателя дробно-рациональной функции кратные, то ее первообразная является дробно-рациональной функцией;
4. первообразная дробно-рациональной функции выражается через элементарные функции;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 3

Пусть функции $f, g: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$. Выберите все верные утверждения:

1. Если f и g интегрируемы на $[a, b]$, то $f \cdot g$ тоже интегрируема на $[a, b]$;
2. Если $[c, d] \subset [a, b]$ и f интегрируема на $[a, b]$, то f интегрируема и на $[c, d]$;
3. Если функция $f \cdot g$ интегрируема на $[a, b]$, то f и g тоже интегрируемы на $[a, b]$;
4. Если $c \in [a, b]$ и f интегрируема на $[a, c]$ и на $[c, b]$, то f интегрируема и на $[a, b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 4

Выберите все верные утверждения :

1. Спрямяемы только кусочно-гладкие кривые;
2. Длина замкнутой кривой равна нулю;
3. Длины противоположных путей равны;
4. Длина любого пути не меньше длины вписанной в его носитель ломаной;
5. Кусочно-гладкая кривая спрямяема;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 5

Пусть $f(x)$ – дифференцируемая функция. Выберите все верные утверждения:

1. $\int \frac{f'(x)}{x} dx = \frac{f(x)}{x} + \int \frac{f(x)}{x^2} dx;$
2. $2 \int x f(x) dx = x^2 f'(x) - \int x f'(x) dx;$
3. $2 \int f'(x) \sqrt{x} dx = 2\sqrt{x} f(x) - \int \frac{f(x)}{\sqrt{x}} dx;$
4. $\int \frac{f'(x)}{x^2} dx = \frac{f(x)}{x^2} + \int \frac{f(x)}{x} dx;$

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 6

Выберите все верные утверждения (тела A и B имеют объем):

1. объем любого сечения тела A равен нулю;
2. объем треугольника равен нулю;
3. объем одной точки равен нулю;
4. любое множество имеет неотрицательный объем;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 7

Пусть функция $u = u(t)$ – первообразная для функции $v = v(t)$ на $[a, b]$. Выберите все верные на $[a, b]$ утверждения (C – произвольная постоянная):

1. $du = v$;
2. $v = du + C$;
3. $u = dv + C$;
4. $vdt = u'dt$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 8

Пусть $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$; $\sigma_\tau(\xi)$ – интегральная сумма для f , построенная по разбиению τ с оснащением ξ ; s_τ, S_τ – нижняя и верхняя суммы Дарбу. Выберите все верные утверждения:

1. $\forall \tau \forall \varepsilon > 0 \exists \xi: \sigma_\tau(\xi) < s_\tau + \varepsilon$;
2. $\forall \tau \exists \xi: s_\tau \leq \sigma_\tau(\xi) \leq S_\tau$;
3. $\forall \tau, \xi: s_\tau \leq \sigma_\tau(\xi) \leq S_\tau$;
4. $\forall \tau \forall \varepsilon > 0 \exists \xi: \sigma_\tau(\xi) > S_\tau + \varepsilon$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 9

Пусть $f \in R[a, b]$, $F(x) = \int_a^x f(t)dt$. Выберите все верные утверждения:

1. Если $f \geq 0$ на $[a, b]$, то F не убывает на $[a, b]$;
2. $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$;
3. Если f непрерывна на $[a, b]$, то F – первообразная для f на $[a, b]$;
4. Если f кусочно-непрерывна на $[a, b]$, то F – обобщенная первообразная для f на $[a, b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 10

Пусть f интегрируема и $f \geq 0$ на $[a, b]$. Выберите все достаточные условия для того, чтобы $\int_a^b f(x)dx > 0$:

1. f непрерывна в точке a и $f(b) = 1$;
2. f непрерывна в точке a и $f(a) = 1$;
3. $f((a+b)/2) = 1$;
4. $f(a) = f(b) = 1$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)