

Теортест-1 (Вариант 36)

Тема – определенный интеграл

Задача 1

Пусть $f \in R[a, b]$, $F(x) = \int_a^x f(t)dt$. Выберите все верные утверждения:

1. Если $f \geq 0$ на $[a, b]$, то F не убывает на $[a, b]$;
2. F ограничена на $[a, b]$;
3. F непрерывна на $[a, b]$;
4. Если f кусочно-непрерывна на $[a, b]$, то F – обобщенная первообразная для f на $[a, b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 2

Пусть $f(x)$ – дифференцируемая функция. Выберите все верные утверждения:

1. $\int \frac{f'(x)}{x} dx = \frac{f(x)}{x} + \int \frac{f(x)}{x^2} dx$;
2. $2 \int f'(x) \sqrt{x} dx = 2\sqrt{x}f(x) - \int \frac{f(x)}{\sqrt{x}} dx$;
3. $\int f'(x)e^x dx = e^x f(x) - \int f(x)e^x dx$;
4. $\int f(x) \ln x dx = \ln x \cdot f'(x) - \int \frac{f'(x)}{x} dx$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 3

Выберите все функции, имеющие дробно-рациональные первообразные:

1. $\frac{x}{x^2-1}$;
2. $\frac{x^3-3(x-1)^2}{(x-1)^3}$;
3. $\frac{2x+1}{x^2(x+1)^2}$;
4. $\frac{x^2+1}{x^5}$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 4

Пусть $f \in R[a, b]$, $a < b$. Выберите все верные утверждения:

1. Если $\left| \int_a^b f(x) dx \right| = 0$, то $f(x) \equiv 0$ на $[a, b]$;
2. Если $f \geq 0$ на $[a, b]$, то $\int_a^b f(x) dx \geq 0$;
3. Если $\int_a^b |f(x)| dx = 0$, то $f(x) \equiv 0$ на $[a, b]$;
4. Если $\left| \int_a^b f(x) dx \right| < A$, то $\int_a^b |f(x)| dx < A$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 5

Пусть функция $u = u(x)$ – первообразная для функции $v = v(x)$ на $[a, b]$. Выберите все верные на $[a, b]$ утверждения (C – произвольная постоянная):

1. $v' = u + C$;
2. $v = u'$;
3. $v dt = du$;
4. $v = u' + C$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 6

Пусть f интегрируема и $f \geq 0$ на $[a, b]$. Выберите все достаточные условия для того, чтобы $\int_a^b f(x) dx > 0$:

1. f непрерывна в точке a и $f(b) = 1$;
2. f непрерывна на $[a, b]$ и $f(a + b) = 1$;
3. $f > 0$ на $[a, b]$;
4. f непрерывна на $[a, b]$ и $f((a + b)/2) = 1$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 7

Выберите все верные утверждения (множества A и B имеют площадь):

1. площадь графика интегрируемой функции равна нулю;
2. площадь A всегда неотрицательна;
3. площадь A всегда положительна;
4. площадь графика любой функции равна нулю;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 8

Функция $f \in R[0, 10]$ и $-1 \leq f(x) \leq 10$ на $[0, 10]$. Выберите отрезки, содержащие значение интеграла $\int_{-\ln 2}^0 \frac{f(x)}{e^x} dx$:

1. $[-1; 5]$;
2. $[-10; 0]$;
3. $[0.5; 5]$;
4. $[-2; 10]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 9

Выберите все верные утверждения :

1. Спрямолинейны только кусочно-гладкие кривые;
2. Длина кривой определяется как супремум длин всевозможных параметризаций кривой;
3. Любая кривая имеет бесконечно много различных параметризаций;
4. Длина любой кривой конечна;
5. Длина кривой зависит от параметризации;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 10

Выберите все верные утверждения для данной функции, заданной на отрезке $[a, b]$:

1. При измельчении разбиения нижняя сумма Дарбу уменьшается или не изменяется;
2. При измельчении разбиения нижняя сумма Дарбу увеличивается или не изменяется;
3. Нижняя сумма Дарбу не больше любой интегральной суммы для данного разбиения;
4. При измельчении разбиения нижняя сумма Дарбу увеличивается;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)