

Теортест-1 (Вариант 94)

Тема – определенный интеграл

Задача 1

Пусть $f \in R[a, b]$, $F(x) = \int_a^x f(t)dt$. Выберите все верные утверждения:

1. F непрерывна на $[a, b]$;
2. F ограничена на $[a, b]$;
3. F – первообразная для f на $[a, b]$;
4. F дифференцируема на $[a, b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 2

Пусть f интегрируема и $f \geq 0$ на $[a, b]$. Выберите все достаточные условия для того, чтобы $\int_a^b f(x)dx > 0$:

1. f непрерывна на $[a, b]$ и $f((a+b)/2) = 1$;
2. $f(a) = f(b) = 1$;
3. $f(a) > 0$, $f(b) > 0$;
4. f непрерывна на $[a, b]$ и $f(a+b) = 1$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 3

Пусть $f(x)$ определена на отрезке $[a, b]$. Выберите все верные утверждения:

1. Если f интегрируема на $[a, b]$, то она ограничена на $[a, b]$;
2. Если f интегрируема на $[a, b]$, то она монотонна на $[a, b]$;
3. Если f ограничена на $[a, b]$, то она интегрируема на $[a, b]$;
4. Если f непрерывна на $[a, b]$, то она интегрируема на $[a, b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 4

Пусть $f(x)$, $x(t)$ – дифференцируемые функции. Выберите все верные утверждения (при соответствующей замене) :

1. $\int f(x)dx = \int f(\ln t)tdt$;

2. $\int f(x)d(2x) = \int \frac{f(\sqrt{t})}{\sqrt{t}}dt$;

3. $\int \frac{f(x)}{\ln x}dx = \int f(e^t)dt$;

4. $\int f(x^2)dx = 2 \int f(t)tdt$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 5

Пусть функция $u = u(t)$ – первообразная для функции $v = v(t)$ на $[a, b]$. Выберите все верные на $[a, b]$ утверждения (C – произвольная постоянная):

1. $dv = udt + C$;

2. $u = dv + C$;

3. $du = v$;

4. $v = du + C$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 6

Функция $f \in R[0, 10]$ и $-1 \leq f(x) \leq 10$ на $[0, 10]$. Выберите отрезки, содержащие значение интеграла $\int_e^{e^3} \frac{f(x)}{x}dx$:

1. $[-1, 20]$;

2. $[-10, 20]$;

3. $[-2, 20]$;

4. $[-2, 10]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 7

Выберите все верные утверждения (множества A и B имеют площадь):

1. $S(A) = S(A \cap B) + S(A \setminus B)$;
2. площадь графика любой функции равна нулю;
3. площадь графика интегрируемой функции равна нулю;
4. если $A \subset B$, то площадь A меньше площади B ;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 8

Выберите все функции, имеющие дробно-рациональные первообразные:

1. $\frac{x^4}{(x^5+1)^3}$;
2. $\frac{x^2+1}{x^5}$;
3. $\frac{x^4}{x^2-1}$;
4. $\frac{2x+1}{x^2+x+1}$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 9

Пусть $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$; $\sigma_\tau(\xi)$ – интегральная сумма для f , построенная по разбиению τ с оснащением ξ ; s_τ , S_τ – нижняя и верхняя суммы Дарбу. Выберите все утверждения, равносильные интегрируемости функции f на отрезке $[a, b]$:

1. $\forall \tau, \exists \xi: s_\tau \leq \sigma_\tau(\xi) \leq S_\tau$;
2. $\forall \varepsilon > 0 \forall \tau: S_\tau - s_\tau < \varepsilon$;
3. $\exists E \in \mathbb{R}: \forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0: \forall \tau: |\tau| < \delta \exists \xi: -\varepsilon < \sigma_\tau(\xi) - E < \varepsilon$;
4. $\exists E \in \mathbb{R}: \forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0: \exists \tau: |\tau| < \delta \exists \xi: -\varepsilon < \sigma_\tau(\xi) - E < \varepsilon$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 10

Выберите все верные утверждения :

1. Длины противоположных путей равны;
2. Длина любого пути не меньше длины вписанной в его носитель ломаной;
3. Спряжляемы только кусочно-гладкие кривые;
4. Любая кривая имеет неотрицательную длину;
5. Кусочно-гладкая кривая спряжляема;

Пример ввода: 3, 1, 4 (*введите "0", если верных утверждений нет*)