

Теортест-1 (Вариант 73)

Тема – определенный интеграл

Задача 1

Пусть f интегрируема и $f \geq 0$ на $[a, b]$. Выберите все достаточные условия для того, чтобы $\int_a^b f(x)dx > 0$:

1. f возрастает (нестрого) на $[a, b]$ и $f(b) = 1$;
2. $f(a) > 0, f(b) > 0$;
3. $f > 0$ на $[a, b]$;
4. f непрерывна на $[a, b]$ и $f(a + b) = 1$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 2

Пусть функция $u = u(x)$ – первообразная для функции $v = v(x)$ на $[a, b]$. Выберите все верные на $[a, b]$ утверждения (C – произвольная постоянная):

1. $vdt = du$;
2. $udt = dv$;
3. $v' = u + C$;
4. $u' = v + C$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 3

Выберите все верные утверждения:

1. если первообразная дробно-рациональной функции $f(x)$ является дробно-рациональной, то все корни знаменателя $f(x)$ кратные;
2. если все корни знаменателя дробно-рациональной функции кратные, то ее первообразная является дробно-рациональной функцией;
3. первообразная дробно-рациональной функции является дробно-рациональной функцией;
4. если первообразная дробно-рациональной функции $f(x)$ выражается через логарифм, то знаменатель $f(x)$ имеет только простые вещественные корни;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 4

Пусть $f(x)$ определена на отрезке $[a, b]$. Выберите все верные утверждения:

1. Если f интегрируема на $[a, b]$, то она ограничена на $[a, b]$;
2. Если f интегрируема на $[a, b]$, то она монотонна на $[a, b]$;
3. Если f монотонна на $[a, b]$, то она интегрируема на $[a, b]$;
4. Если f имеет конечное число точек разрыва на $[a, b]$, то она интегрируема на $[a, b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 5

Функция $f \in R[0, 10]$ и $-1 \leq f(x) \leq 10$ на $[0, 10]$. Выберите отрезки, содержащие значение интеграла $\int_{-\ln 2}^0 \frac{f(x)}{e^x} dx$:

1. $[-0.25; 10]$;
2. $[-1; 10]$;
3. $[-1; 5]$;
4. $[-2; 10]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 6

Выберите все верные утверждения (множества A и B имеют площадь):

1. площадь графика любой функции равна нулю;
2. площадь отрезка равна нулю;
3. площадь A всегда положительна;
4. площадь $A \cup B$ равна сумме площадей A и B ;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 7

Пусть $f(x)$, $x(t)$ – дифференцируемые функции. Выберите все верные утверждения (при соответствующей замене) :

1. $\int f(1/x)dx = -\int \frac{f(t)dt}{t^2}$;
2. $\int f(x)dx = \int \frac{f(\ln t)}{t}dt$;
3. $\int f(\sqrt{x})dx = 2 \int f(t)\sqrt{t}dt$;
4. $\int f(x)dx = \int f(\ln t)tdt$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 8

Выберите все верные утверждения для данной функции, заданной на отрезке $[a, b]$:

1. При измельчении разбиения нижняя сумма Дарбу уменьшается;
2. При измельчении разбиения нижняя сумма Дарбу увеличивается;
3. При измельчении разбиения нижняя сумма Дарбу увеличивается или не изменяется;
4. Нижняя сумма Дарбу является наименьшей из всех интегральных сумм для данного разбиения;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 9

Выберите все верные утверждения :

1. Длина замкнутой кривой равна нулю;
2. Длина любой кривой не меньше длины отрезка, соединяющего ее начало и конец;
3. Длина кривой зависит от параметризации;
4. Длина кривой определяется как супремум длин всевозможных параметризаций кривой;
5. Длина спрямляемой кривой конечна;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 10

Пусть $f \in R[a, b]$, $F(x) = \int_a^x f(t)dt$. Выберите все верные утверждения:

1. F непрерывна на $[a, b]$;
2. F ограничена на $[a, b]$;
3. Если f кусочно-непрерывна на $[a, b]$, то F – обобщенная первообразная для f на $[a, b]$;
4. Если $f \geq 0$ на $[a, b]$, то F не убывает на $[a, b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)