

Теортест-1 (Вариант 109)

Тема – определенный интеграл

Задача 1

Выберите все верные утверждения для данной функции, заданной на отрезке $[a, b]$:

1. При измельчении разбиения верхняя сумма Дарбу уменьшается или не изменяется;
2. При измельчении разбиения верхняя сумма Дарбу уменьшается;
3. Верхняя сумма Дарбу не меньше любой интегральной суммы для данного разбиения;
4. При измельчении разбиения верхняя сумма Дарбу увеличивается;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 2

Пусть функция $u = u(t)$ – первообразная для функции $v = v(t)$ на $[a, b]$. Выберите все верные на $[a, b]$ утверждения (C – произвольная постоянная):

1. $u = dv$;
2. $dv = udt + C$;
3. $u = dv + C$;
4. $vdt = u'dt$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 3

Выберите все верные утверждения :

1. Длина спрямляемой кривой конечна;
2. Длина любого пути не меньше длины вписанной в его носитель ломаной;
3. Любая кривая имеет бесконечно много различных параметризаций;
4. Длина кривой определяется как супремум длин всевозможных параметризаций кривой;
5. Спрямляемы только кусочно-гладкие кривые;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 4

Пусть $f(x)$, $x(t)$ – дифференцируемые функции. Выберите все верные утверждения (при соответствующей замене) :

1. $\int f(x)dx = \int f(\ln t)tdt$;
2. $\int f(x^2)dx = 2 \int f(t)tdt$;
3. $\int f(x)dx = \int \frac{f(\ln t)}{t}dt$;
4. $\int f(\sqrt{x})dx = 2 \int f(t)\sqrt{t}dt$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 5

Пусть $f \in R[a, b]$, $a < b$. Выберите все верные утверждения:

1. Если $\left| \int_a^b f(x)dx \right| < A$, то $\int_a^b |f(x)|dx < A$;
2. Если $f \geq 0$ на $[a, b]$ и $\exists c \in [a, b]: f(c) > 0$, то $\int_a^b f(x)dx > 0$;
3. Если $\int_a^b |f(x)|dx = 0$, то $f(x) \equiv 0$ на $[a, b]$;
4. Если $\int_a^b |f(x)|dx < A$, то $\left| \int_a^b f(x)dx \right| < A$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 6

Пусть $f \in R[a, b]$, $F(x) = \int_a^x f(t)dt$. Выберите все верные утверждения:

1. F – первообразная для f на $[a, b]$;
2. $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$;
3. F непрерывна на $[a, b]$;
4. F ограничена на $[a, b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 7

Выберите все верные утверждения (множества A и B имеют площадь):

1. любое множество имеет неотрицательную площадь;
2. площадь A всегда положительна;
3. площадь отрезка равна нулю;
4. площадь одной точки равна нулю;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 8

Выберите все функции, имеющие дробно-рациональные первообразные:

1. $\frac{2x+1}{x^2+x+1}$;
2. $\frac{x^2-1}{x^2+1}$;
3. $\frac{x^2-x+1}{x^2+x}$;
4. $\frac{x^3-3(x-1)^2}{(x-1)^3}$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 9

Функция $f \in R[0, 10]$ и $-1 \leq f(x) \leq 10$ на $[0, 10]$. Выберите отрезки, содержащие значение интеграла $\int_0^2 xf(x)dx$:

1. $[-1, 10]$;
2. $[-1, 20]$;
3. $[-2, 20]$;
4. $[-2, 10]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 10

Пусть f интегрируема и $f \geq 0$ на $[a, b]$. Выберите все достаточные условия для того, чтобы $\int_a^b f(x)dx > 0$:

1. $f(a) > 0, f(b) > 0$;
2. $f(a) = f(b) = 1$;
3. f непрерывна на $[a, b]$ и $f(a + b) = 1$;
4. f возрастает (нестрого) на $[a, b]$ и $f(b) = 1$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)