Теортест-1 (Вариант 93)

Тема – определенный интеграл

Задача 1

Пусть $f(x)$, $x(t)$ – дифференцирумые функции. Выберите все верные утверждения (при соответствующей замене) :

1. $\int f(x)dx = \int f(1/t)\frac{dt}{t^2}$;
2. $\int f(1/x)dx = -\int \frac{f(t)dt}{t^2}$;
3. $\int f(x)d(2x) = \int \frac{f(\sqrt{t})}{\sqrt{t}}dt$;
4. $\int f(x)dx = \int f(\ln t)tdt$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 2

Выберите все верные утверждения :

1. Любая кривая имеет бесконечно много различных параметризаций;
2. Гладкая кривая – это кривая, все параметризации которой гладкие;
3. Длина любого пути не меньше длины вписанной в его носитель ломаной;
4. Спрямляемы только кусочно-гладкие кривые;
5. Длина кривой определяется как супремум длин всевозможных параметризаций кривой;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 3

Пусть функция $u = u(x)$ – первообразная для функции $v = v(x)$ на $[a, b]$. Выберите все верные на $[a, b]$ утверждения (C – произвольная постоянная):

1. $v = u'$;
2. $v = u' + C$;
3. $v' = u + C$;
4. $udt = dv$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 4

Выберите все верные утверждения (тела A и B имеют объем):

1. объем любого сечения тела A равен нулю;
2. при движении объем не меняется;
3. $V(A) = V(A \cap B) + V(A \setminus B)$;
4. если $A \subset B$, то объем A меньше объема B;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 5

Пусть функции f, g: $[a, b] \to \mathbb{R}$. Выберите все верные утверждения:

1. Если $c \in [a, b]$ и f интегрируема на $[a, c]$ и на $(c, b]$, то f интегрируема и на $[a, b]$;
2. Если f и g интегрируемы на $[a, b]$, то $f \cdot g$ тоже интегрируема на $[a, b]$;
3. Если $[c, d] \subset [a, b]$ и f интегрируема на $[a, b]$, то f интегрируема и на $[c, d]$;
4. Если $[c, d] \subset [a, b]$ и f интегрируема на $[c, d]$, то f интегрируема и на $[a, b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 6

Функция $f \in R[0, 10]$ и $-1 \leq f(x) \leq 10$ на $[0, 10]$. Выберите отрезки, содержащие значение интеграла $\int_0^2 xf(x)dx$:

1. $[-2, 10]$;
2. $[-10, 20]$;
3. $[-1, 20]$;
4. $[-2, 20]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 7

Выберите все верные утверждения:

1. если все корни знаменателя дробно-рациональной функции кратные, то ее первообразная является дробно-рациональной функцией;

2. первообразная дробно-рациональной функции является дробно-рациональной функцией;
3. первообразная дробно-рациональной функции выражается через элементарные функции;
4. если первообразная дробно-рациональной функции $f(x)$ является дробно-рациональной, то все корни знаменателя $f(x)$ кратные;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 8

Пусть $f : [a, b] \to \mathbb{R}$; $\sigma_\tau(\xi)$ – интегральная сумма для f, построенная по разбиению τ с оснащением ξ; s_τ, S_τ – нижняя и верхняя суммы Дарбу. Выберите все утверждения, равносильные интегрируемости функции f на отрезке $[a, b]$:

1. $\exists E \in \mathbb{R}$: $\forall \varepsilon > 0$ $\exists \delta > 0$: $\forall \tau : |\tau| < \delta$ $\exists \xi$: $-\varepsilon < \sigma_\tau(\xi) - E < \varepsilon$;
2. $\forall \tau$, $\exists \xi$: $s_\tau \le \sigma_\tau(\xi) \le S_\tau$;
3. $\exists E \in \mathbb{R}$: $\forall \varepsilon > 0$ $\exists \delta > 0$: $\forall \tau : |\tau| < \delta$, $\forall \xi$: $-\varepsilon < \sigma_\tau(\xi) - E < \varepsilon$;
4. $\forall \tau$, $\forall \xi$: $s_\tau \le \sigma_\tau(\xi) \le S_\tau$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 9

Пусть f интегрируема и $f \ge 0$ на $[a, b]$. Выберите все достаточные условия для того, чтобы $\int_a^b f(x)dx > 0$:

1. f непрерывна на $[a, b]$ и $f(a + b) = 1$;
2. $f(a) > 0$, $f(b) > 0$;
3. $f(a) = f(b) = 1$;
4. f непрерывна на $[a, b]$ и $f((a + b)/2) = 1$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 10

Пусть $f \in R[a, b]$, $F(x) = \int_a^x f(t)dt$. Выберите все верные утверждения:

1. Если f кусочно-непрерывна на $[a, b]$, то F – обобщенная первообразная для f на $[a, b]$;
2. $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$;

3. F ограничена на $[a, b]$;

4. Если f непрерывна на $[a, b]$, то F – первообразная для f на $[a, b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*