

Теортест-1 (Вариант 58)

Тема – определенный интеграл

Задача 1

Пусть $f \in R[a, b]$, $F(x) = \int_a^x f(t)dt$. Выберите все верные утверждения:

1. Если f непрерывна на $[a, b]$, то F – первообразная для f на $[a, b]$;
2. F имеет разрывы в точках разрыва функции f ;
3. Если f кусочно-непрерывна на $[a, b]$, то F – обобщенная первообразная для f на $[a, b]$;
4. $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 2

Пусть функции $f, g: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$. Выберите все верные утверждения:

1. Если f и g интегрируемы на $[a, b]$, то $f + g$ тоже интегрируема на $[a, b]$;
2. Если $c \in [a, b]$ и f интегрируема на $[a, c]$ и на $[c, b]$, то f интегрируема и на $[a, b]$;
3. Если f интегрируема на $[a, b]$, то $|f|$ тоже интегрируема на $[a, b]$;
4. Если $f > 0$ и интегрируема на $[a, b]$, то $1/f$ тоже интегрируема на $[a, b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 3

Выберите все верные утверждения :

1. Длина любой кривой конечна;
2. Гладкая кривая – это кривая, все параметризации которой гладкие;
3. Любая кривая имеет неотрицательную длину;
4. Длина кривой зависит от параметризации;
5. Спрямоляемы только кусочно-гладкие кривые;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 4

Выберите все функции, имеющие дробно-рациональные первообразные:

1. $\frac{x^4}{x^2-1}$;
2. $\frac{x^2+1}{x^5}$;
3. $\frac{2x+1}{x^2+x+1}$;
4. $\frac{x^9}{x^5+1}$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 5

Пусть $f(x)$, $x(t)$ – дифференцируемые функции. Выберите все верные утверждения (при соответствующей замене) :

1. $\int f(1/x)dx = - \int \frac{f(t)dt}{t^2}$;
2. $\int f(x)dx = \int \frac{f(\ln t)}{t}dt$;
3. $\int f(x)d(2x) = \int \frac{f(\sqrt{t})}{\sqrt{t}}dt$;
4. $\int f(x)dx = \int f(1/t)\frac{dt}{t^2}$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 6

Выберите все верные утверждения (множества A и B имеют площадь):

1. при движении площадь не меняется;
2. любое множество имеет неотрицательную площадь;
3. площадь одной точки равна нулю;
4. площадь A всегда неотрицательна;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 7

Функция $f \in R[0, 10]$ и $-1 \leq f(x) \leq 10$ на $[0, 10]$. Выберите отрезки, содержащие значение интеграла $\int_e^{e^3} \frac{f(x)}{x} dx$:

1. $[-1, 10]$;
2. $[-2, 20]$;
3. $[0, 10]$;
4. $[-1, 20]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 8

Выберите все верные утверждения для данной функции, заданной на отрезке $[a, b]$:

1. При измельчении разбиения верхняя сумма Дарбу увеличивается или не изменяется;
2. При измельчении разбиения верхняя сумма Дарбу уменьшается;
3. При измельчении разбиения верхняя сумма Дарбу увеличивается;
4. Верхняя сумма Дарбу является наибольшей из всех интегральных сумм для данного разбиения;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 9

Пусть функция $u = u(x)$ – первообразная для функции $v = v(x)$ на $[a, b]$. Выберите все верные на $[a, b]$ утверждения (C – произвольная постоянная):

1. $v dt = du$;
2. $u dt = dv$;
3. $v' = u + C$;
4. $v = u'$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 10

Пусть f интегрируема и $f \geq 0$ на $[a, b]$. Выберите все достаточные условия для того, чтобы $\int_a^b f(x)dx > 0$:

1. $f > 0$ на $[a, b]$;
2. f непрерывна на $[a, b]$ и $f(a + b) = 1$;
3. $f(a) = f(b) = 1$;
4. $f(a) > 0, f(b) > 0$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)