Теортест-1 (Вариант 39)

Тема – определенный интеграл

Задача 1

Выберите все функции, имеющие дробно-рациональные первообразные:

1. $\frac{x^4}{x^2-1}$;
2. $\frac{x^2+1}{x^5}$;
3. $\frac{x^2-1}{x^2+1}$;
4. $\frac{x^4}{(x^5+1)^3}$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 2

Пусть $f(x)$ – дифференцируемая функция. Выберите все верные утверждения:

1. $\int f'(x)e^x dx = e^x f(x) - \int f(x)e^x dx$;
2. $\int f(x)\ln x dx = \ln x \cdot f'(x) - \int \frac{f'(x)}{x}dx$;
3. $2\int f'(x)\sqrt{x}dx = 2\sqrt{x}f(x) - \int \frac{f(x)}{\sqrt{x}}dx$;
4. $2\int xf(x)dx = x^2 f'(x) - \int x^{\cdot} f'(x)dx$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 3

Пусть $f \in R[a,b]$, $F(x) = \int_a^x f(t)dt$. Выберите все верные утверждения:

1. Если $f \geq 0$ на $[a,b]$, то F не убывает на $[a,b]$;
2. F ограничена на $[a,b]$;
3. $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$;
4. Если f кусочно-непрерывна на $[a,b]$, то F – обобщенная первообразная для f на $[a,b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 4

Функция $f \in R[0,10]$ и $-1 \le f(x) \le 10$ на $[0,10]$. Выберите отрезки, содержащие значение интеграла $\int_{-\ln 2}^{0} \frac{f(x)}{e^x} dx$:

1. $[-1;5]$;
2. $[-10;0]$;
3. $[-2;10]$;
4. $[0.5;5]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 5

Выберите все верные утверждения (множества A и B имеют площадь):

1. при движении площадь не меняется;
2. $S(A) = S(A \cap B) + S(A \setminus B)$;
3. площадь $A \cup B$ равна сумме площадей A и B;
4. любое множество имеет неотрицательную площадь;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 6

Выберите все верные утверждения :

1. Длина кривой зависит от параметризации;
2. Длина любого пути не меньше длины вписанной в его носитель ломаной;
3. Длина любой кривой конечна;
4. Длина замкнутой кривой равна нулю;
5. Длина кривой определяется как супремум длин всевозможных параметризаций кривой;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 7

Пусть $f : [a,b] \to \mathbb{R}$; $\sigma_\tau(\xi)$ – интегральная сумма для f, построенная по разбиению τ с оснащением ξ; s_τ, S_τ – нижняя и верхняя суммы Дарбу. Выберите все утверждения, равносильные интегрируемости функции f на отрезке $[a,b]$:

1. $\forall\varepsilon > 0\ \exists\delta > 0$: $\forall\tau : |\tau| < \delta \Rightarrow S_\tau - s_\tau < \varepsilon$;
2. $\forall\tau$, $\exists\xi$: $s_\tau \le \sigma_\tau(\xi) \le S_\tau$;
3. $\exists E \in \mathbb{R}$: $\forall\varepsilon > 0\ \exists\delta > 0$: $\forall\tau : |\tau| < \delta$, $\forall\xi$: $-\varepsilon < \sigma_\tau(\xi) - E < \varepsilon$;
4. $\exists E \in \mathbb{R}$: $\forall\varepsilon > 0\ \exists\delta > 0$: $\forall\tau : |\tau| < \delta\ \exists\xi$: $-\varepsilon < \sigma_\tau(\xi) - E < \varepsilon$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 8

Пусть $f \in R[a,b]$, $a < b$. Выберите все верные утверждения:

1. Если $\left|\int_a^b f(x)dx\right| < A$, то $\int_a^b |f(x)|dx < A$;
2. Если $f > 0$ на $[a,b]$, то $\int_a^b f(x)dx > 0$;
3. Если $\left|\int_a^b f(x)dx\right| = 0$, то $f(x) \equiv 0$ на $[a,b]$;
4. Если $\int_a^b |f(x)|dx < A$, то $\left|\int_a^b f(x)dx\right| < A$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 9

Пусть f интегрируема и $f \ge 0$ на $[a,b]$. Выберите все достаточные условия для того, чтобы $\int_a^b f(x)dx > 0$:

1. f непрерывна на $[a,b]$ и $f((a+b)/2) = 1$;
2. f непрерывна на $[a,b]$ и $f(a+b) = 1$;
3. f непрерывна в точке a и $f(b) = 1$;
4. f возрастает (нестрого) на $[a,b]$ и $f(b) = 1$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 10

Пусть функция $u = u(x)$ – первообразная для функции $v = v(x)$ на $[a, b]$. Выберите все верные на $[a, b]$ утверждения (C – произвольная постоянная):

1. $v' = u + C$;
2. $udt = dv$;
3. $u' = v + C$;
4. $u = v'$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*