

# Теортест-1 (Вариант 112)

## Тема – определенный интеграл

### Задача 1

Выберите все верные утверждения (тела  $A$  и  $B$  имеют объем):

1. любое множество имеет неотрицательный объем;
2. если  $A \subset B$ , то объем  $A$  меньше объема  $B$ ;
3. объем  $A$  всегда положителен;
4. объем  $A$  всегда неотрицателен;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

### Задача 2

Пусть  $f$  интегрируема и  $f \geq 0$  на  $[a, b]$ . Выберите все достаточные условия для того, чтобы  $\int_a^b f(x)dx > 0$ :

1.  $f(a) > 0$ ,  $f(b) > 0$ ;
2.  $f$  возрастает (нестрого) на  $[a, b]$  и  $f(b) = 1$ ;
3.  $f$  непрерывна на  $[a, b]$  и  $f((a+b)/2) = 1$ ;
4.  $f$  непрерывна на  $[a, b]$  и  $f(a+b) = 1$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

### Задача 3

Выберите все верные утверждения :

1. Длина замкнутой кривой равна нулю;
2. Любая кривая имеет неотрицательную длину;
3. Гладкая кривая – это кривая, все параметризации которой гладкие;
4. Длина любой кривой не меньше длины отрезка, соединяющего ее начало и конец;
5. Любая кривая имеет бесконечно много различных параметризаций;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

#### Задача 4

Пусть  $f(x)$  – дифференцируемая функция. Выберите все верные утверждения:

1.  $\int \frac{f'(x)}{x^2} dx = \frac{f(x)}{x^2} + \int \frac{f(x)}{x} dx$ ;
2.  $\int f'(x)e^x dx = e^x f(x) - \int f(x)e^x dx$ ;
3.  $2 \int x f(x) dx = x^2 f'(x) - \int x f'(x) dx$ ;
4.  $\int f'(x) \sin x dx = \cos x \cdot f(x) - \int f(x) \cos x dx$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

#### Задача 5

Выберите все верные утверждения:

1. первообразная дробно-рациональной функции является дробно-рациональной функцией;
2. первообразная дробно-рациональной функции выражается через элементарные функции;
3. если все корни знаменателя дробно-рациональной функции кратные, то ее первообразная является дробно-рациональной функцией;
4. если первообразная дробно-рациональной функции  $f(x)$  является дробно-рациональной, то все корни знаменателя  $f(x)$  кратные;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

#### Задача 6

Функция  $f \in R[0, 10]$  и  $-1 \leq f(x) \leq 10$  на  $[0, 10]$ . Выберите отрезки, содержащие значение интеграла  $\int_e^{e^3} \frac{f(x)}{x} dx$ :

1.  $[-1, 10]$ ;
2.  $[-10, 20]$ ;
3.  $[-1, 20]$ ;
4.  $[-2, 10]$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

### Задача 7

Пусть функция  $u = u(t)$  – первообразная для функции  $v = v(t)$  на  $[a, b]$ . Выберите все верные на  $[a, b]$  утверждения ( $C$  – произвольная постоянная):

1.  $du = vdt$ ;
2.  $u = dv$ ;
3.  $du = vdt + C$ ;
4.  $v = du + C$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

### Задача 8

Пусть  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ ;  $\sigma_\tau(\xi)$  – интегральная сумма для  $f$ , построенная по разбиению  $\tau$  с оснащением  $\xi$ ;  $s_\tau, S_\tau$  – нижняя и верхняя суммы Дарбу. Выберите все утверждения, равносильные интегрируемости функции  $f$  на отрезке  $[a, b]$ :

1.  $\forall \tau, \exists \xi: s_\tau \leq \sigma_\tau(\xi) \leq S_\tau$ ;
2.  $\exists E \in \mathbb{R}: \forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0: \forall \tau: |\tau| < \delta, \forall \xi: -\varepsilon < \sigma_\tau(\xi) - E < \varepsilon$ ;
3.  $\exists \tau, \forall \xi: s_\tau \leq \sigma_\tau(\xi) \leq S_\tau$ ;
4.  $\forall \tau, \forall \xi: s_\tau \leq \sigma_\tau(\xi) \leq S_\tau$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

### Задача 9

Пусть  $f \in R[a, b]$ ,  $F(x) = \int_a^x f(t)dt$ . Выберите все верные утверждения:

1.  $F$  ограничена на  $[a, b]$ ;
2.  $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$ ;
3. Если  $f$  кусочно-непрерывна на  $[a, b]$ , то  $F$  – обобщенная первообразная для  $f$  на  $[a, b]$ ;
4.  $F$  имеет разрывы в точках разрыва функции  $f$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

### Задача 10

Пусть  $f(x)$  определена на отрезке  $[a, b]$ . Выберите все верные утверждения:

1. Если  $f$  интегрируема на  $[a, b]$ , то она ограничена на  $[a, b]$ ;
2. Если  $f$  ограничена на  $[a, b]$ , то она интегрируема на  $[a, b]$ ;
3. Если  $f$  монотонна на  $[a, b]$ , то она интегрируема на  $[a, b]$ ;
4. Если  $f$  интегрируема на  $[a, b]$ , то она непрерывна на  $[a, b]$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)