

Теортест-1 (Вариант 107)

Тема – определенный интеграл

Задача 1

Пусть $f \in R[a, b]$, $F(x) = \int_a^x f(t)dt$. Выберите все верные утверждения:

1. F ограничена на $[a, b]$;
2. F непрерывна на $[a, b]$;
3. F дифференцируема на $[a, b]$;
4. $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 2

Выберите все верные утверждения (тела A и B имеют объем):

1. любое множество имеет неотрицательный объем;
2. $V(A) = V(A \cap B) + V(A \setminus B)$;
3. объем любого сечения тела A равен нулю;
4. если $A \subset B$, то объем A меньше объема B ;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 3

Выберите все верные утверждения :

1. Гладкая кривая – это кривая, все параметризации которой гладкие;
2. Длины противоположных путей равны;
3. Длина кривой зависит от параметризации;
4. Длина любого пути не меньше длины вписанной в его носитель ломаной;
5. Длина спрямляемой кривой конечна;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 4

Пусть $f \in R[a, b]$, $a < b$. Выберите все верные утверждения:

1. Если $\left| \int_a^b f(x) dx \right| = 0$, то $f(x) \equiv 0$ на $[a, b]$;
2. Если $\int_a^b |f(x)| dx < A$, то $\left| \int_a^b f(x) dx \right| < A$;
3. Если $f > 0$ на $[a, b]$, то $\int_a^b f(x) dx > 0$;
4. Если $\left| \int_a^b f(x) dx \right| < A$, то $\int_a^b |f(x)| dx < A$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 5

Пусть f интегрируема и $f \geq 0$ на $[a, b]$. Выберите все достаточные условия для того, чтобы $\int_a^b f(x) dx > 0$:

1. f непрерывна на $[a, b]$ и $f(a + b) = 1$;
2. f непрерывна на $[a, b]$ и $f((a + b)/2) = 1$;
3. $f > 0$ на $[a, b]$;
4. $f(a) > 0$, $f(b) > 0$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 6

Функция $f \in R[0, 10]$ и $-1 \leq f(x) \leq 10$ на $[0, 10]$. Выберите отрезки, содержащие значение интеграла $\int_0^2 xf(x) dx$:

1. $[-1, 10]$;
2. $[-10, 20]$;
3. $[-2, 10]$;
4. $[0, 10]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 7

Выберите все верные утверждения для данной функции, заданной на отрезке $[a, b]$:

1. Нижняя сумма Дарбу является наименьшей из всех интегральных сумм для данного разбиения;
2. При измельчении разбиения нижняя сумма Дарбу увеличивается или не изменяется;
3. При измельчении разбиения нижняя сумма Дарбу уменьшается;
4. Нижняя сумма Дарбу не больше любой интегральной суммы для данного разбиения;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 8

Пусть функция $u = u(x)$ – первообразная для функции $v = v(x)$ на $[a, b]$. Выберите все верные на $[a, b]$ утверждения (C – произвольная постоянная):

1. $u = v'$;
2. $u = v' + C$;
3. $u' = v + C$;
4. $v = u' + C$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 9

Пусть $f(x)$, $x(t)$ – дифференцируемые функции. Выберите все верные утверждения (при соответствующей замене) :

1. $\int \frac{f(x)}{\ln x} dx = \int f(e^t) dt$;
2. $\int f(x) dx = \int f(\ln t) t dt$;
3. $\int f(x) d(2x) = \int \frac{f(\sqrt{t})}{\sqrt{t}} dt$;
4. $\int f(1/x) dx = - \int \frac{f(t) dt}{t^2}$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 10

Выберите все верные утверждения:

1. если первообразная дробно-рациональной функции $f(x)$ выражается через логарифм, то знаменатель $f(x)$ имеет только простые вещественные корни;
2. первообразная дробно-рациональной функции выражается через элементарные функции;
3. если первообразная дробно-рациональной функции $f(x)$ является дробно-рациональной, то все корни знаменателя $f(x)$ кратные;
4. первообразная дробно-рациональной функции является дробно-рациональной функцией;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)