

Теортест-1 (Вариант 11)

Тема – определенный интеграл

Задача 1

Выберите все верные утверждения :

1. Длина кривой зависит от параметризации;
2. Спрямолинейны только кусочно-гладкие кривые;
3. Длина любой кривой не меньше длины отрезка, соединяющего ее начало и конец;
4. Длина спрямляемой кривой конечна;
5. Гладкая кривая – это кривая, все параметризации которой гладкие;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 2

Пусть $f \in R[a, b]$, $a < b$. Выберите все верные утверждения:

1. Если $\left| \int_a^b f(x) dx \right| < A$, то $\int_a^b |f(x)| dx < A$;
2. Если $f > 0$ на $[a, b]$, то $\int_a^b f(x) dx > 0$;
3. Если $f \geq 0$ на $[a, b]$ и $\exists c \in [a, b]: f(c) > 0$, то $\int_a^b f(x) dx > 0$;
4. Если $f \geq 0$ на $[a, b]$, то $\int_a^b f(x) dx \geq 0$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 3

Пусть f интегрируема и $f \geq 0$ на $[a, b]$. Выберите все достаточные условия для того, чтобы $\int_a^b f(x) dx > 0$:

1. f непрерывна в точке a и $f(a) = 1$;
2. $f((a+b)/2) = 1$;
3. $f(a) = f(b) = 1$;
4. f непрерывна на $[a, b]$ и $f(a+b) = 1$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 4

Пусть $f(x)$ – дифференцируемая функция. Выберите все верные утверждения:

1. $\int f'(x) \sin x dx = \cos x \cdot f(x) - \int f(x) \cos x dx$;
2. $2 \int x f(x) dx = x^2 f'(x) - \int x f'(x) dx$;
3. $\int \frac{f'(x)}{x^2} dx = \frac{f(x)}{x^2} + \int \frac{f(x)}{x} dx$;
4. $\int f(x) \ln x dx = \ln x \cdot f'(x) - \int \frac{f'(x)}{x} dx$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 5

Пусть функция $u = u(x)$ – первообразная для функции $v = v(x)$ на $[a, b]$. Выберите все верные на $[a, b]$ утверждения (C – произвольная постоянная):

1. $u = v'$;
2. $v' = u + C$;
3. $u dt = dv$;
4. $u = v' + C$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 6

Выберите все верные утверждения (множества A и B имеют площадь):

1. площадь A всегда неотрицательна;
2. если $A \subset B$, то площадь A меньше площади B ;
3. при движении площадь не меняется;
4. $S(A) = S(A \cap B) + S(A \setminus B)$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 7

Функция $f \in R[0, 10]$ и $-1 \leq f(x) \leq 10$ на $[0, 10]$. Выберите отрезки, содержащие значение интеграла $\int_0^3 x^2 f(x) dx$:

1. $[-9; 90]$;
2. $[-3; 90]$;
3. $[-2; 20]$;
4. $[9; 100]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 8

Пусть $f \in R[a, b]$, $F(x) = \int_a^x f(t) dt$. Выберите все верные утверждения:

1. F непрерывна на $[a, b]$;
2. F имеет разрывы в точках разрыва функции f ;
3. Если f непрерывна на $[a, b]$, то F – первообразная для f на $[a, b]$;
4. F ограничена на $[a, b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 9

Выберите все функции, имеющие дробно-рациональные первообразные:

1. $\frac{x^9}{x^5+1}$;
2. $\frac{x^2+1}{x^5}$;
3. $\frac{x^3-3(x-1)^2}{(x-1)^3}$;
4. $\frac{x^4}{(x^5+1)^3}$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 10

Пусть $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$; $\sigma_\tau(\xi)$ – интегральная сумма для f , построенная по разбиению τ с оснащением ξ ; s_τ, S_τ – нижняя и верхняя суммы Дарбу. Выберите все утверждения, равносильные интегрируемости функции f на отрезке $[a, b]$:

1. $\forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0: \forall \tau : |\tau| < \delta \exists \xi: S_\tau - \sigma_\tau(\xi) < \varepsilon;$
2. $\exists E \in \mathbb{R}: \forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0: \forall \tau : |\tau| < \delta \exists \xi: -\varepsilon < \sigma_\tau(\xi) - E < \varepsilon;$
3. $\forall \tau, \exists \xi: s_\tau \leq \sigma_\tau(\xi) \leq S_\tau;$
4. $\forall \tau, \forall \xi: s_\tau \leq \sigma_\tau(\xi) \leq S_\tau;$

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)