

Теортест-1 (Вариант 15)

Тема – определенный интеграл

Задача 1

Выберите все верные утверждения для данной функции, заданной на отрезке $[a, b]$:

1. Нижняя сумма Дарбу не больше любой интегральной суммы для данного разбиения;
2. При измельчении разбиения нижняя сумма Дарбу уменьшается или не изменяется;
3. При измельчении разбиения нижняя сумма Дарбу уменьшается;
4. При измельчении разбиения нижняя сумма Дарбу увеличивается;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 2

Выберите все верные утверждения (тела A и B имеют объем):

1. объем треугольника равен нулю;
2. любое множество имеет неотрицательный объем;
3. объем одной точки равен нулю;
4. при движении объем не меняется;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 3

Пусть $f \in R[a, b]$, $a < b$. Выберите все верные утверждения:

1. Если $\left| \int_a^b f(x)dx \right| = 0$, то $f(x) \equiv 0$ на $[a, b]$;
2. Если $f \geq 0$ на $[a, b]$, то $\int_a^b f(x)dx \geq 0$;
3. Если $\left| \int_a^b f(x)dx \right| < A$, то $\int_a^b |f(x)|dx < A$;
4. Если $f \geq 0$ на $[a, b]$ и $\exists c \in [a, b]: f(c) > 0$, то $\int_a^b f(x)dx > 0$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 4

Выберите все верные утверждения:

1. если первообразная дробно-рациональной функции $f(x)$ является дробно-рациональной, то все корни знаменателя $f(x)$ кратные;
2. если все корни знаменателя дробно-рациональной функции кратные, то ее первообразная является дробно-рациональной функцией;
3. если первообразная дробно-рациональной функции $f(x)$ выражается через логарифм, то знаменатель $f(x)$ имеет только простые вещественные корни;
4. первообразная дробно-рациональной функции выражается через элементарные функции;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 5

Пусть $f(x)$, $x(t)$ – дифференцируемые функции. Выберите все верные утверждения (при соответствующей замене) :

1. $\int f(x^2)dx = 2 \int f(t)tdt$;
2. $\int f(x)dx = \int \frac{f(\ln t)}{t}dt$;
3. $\int f(x)dx = \int f(1/t)\frac{dt}{t^2}$;
4. $\int f(\sqrt{x})dx = 2 \int f(t)\sqrt{t}dt$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 6

Выберите все верные утверждения :

1. Длина любой кривой конечна;
2. Длина любой кривой не меньше длины отрезка, соединяющего ее начало и конец;
3. Кусочно-гладкая кривая спрямляема;
4. Спрямляемы только кусочно-гладкие кривые;
5. Длина кривой определяется как супремум длин всевозможных параметризаций кривой;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 7

Пусть функция $u = u(x)$ – первообразная для функции $v = v(x)$ на $[a, b]$. Выберите все верные на $[a, b]$ утверждения (C – произвольная постоянная):

1. $v dt = du$;
2. $v = u'$;
3. $u dt = dv$;
4. $u = v' + C$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 8

Функция $f \in R[0, 10]$ и $-1 \leq f(x) \leq 10$ на $[0, 10]$. Выберите отрезки, содержащие значение интеграла $\int_0^3 x^2 f(x) dx$:

1. $[9; 100]$;
2. $[-9; 90]$;
3. $[-3; 90]$;
4. $[0; 100]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 9

Пусть $f \in R[a, b]$, $F(x) = \int_a^x f(t) dt$. Выберите все верные утверждения:

1. Если f кусочно-непрерывна на $[a, b]$, то F – обобщенная первообразная для f на $[a, b]$;
2. $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$;
3. Если f непрерывна на $[a, b]$, то F – первообразная для f на $[a, b]$;
4. F имеет разрывы в точках разрыва функции f ;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 10

Пусть f интегрируема и $f \geq 0$ на $[a, b]$. Выберите все достаточные условия для того, чтобы $\int_a^b f(x)dx > 0$:

1. f возрастает (нестрого) на $[a, b]$ и $f(b) = 1$;
2. f непрерывна в точке a и $f(a) = 1$;
3. $f(a) > 0, f(b) > 0$;
4. f непрерывна на $[a, b]$ и $f((a + b)/2) = 1$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)