

# Теортест-1 (Вариант 20)

## Тема – определенный интеграл

### Задача 1

Пусть  $f \in R[a, b]$ ,  $a < b$ . Выберите все верные утверждения:

1. Если  $f \geq 0$  на  $[a, b]$ , то  $\int_a^b f(x)dx \geq 0$ ;
2. Если  $f > 0$  на  $[a, b]$ , то  $\int_a^b f(x)dx > 0$ ;
3. Если  $\int_a^b |f(x)|dx = 0$ , то  $f(x) \equiv 0$  на  $[a, b]$ ;
4. Если  $\int_a^b |f(x)|dx < A$ , то  $\left| \int_a^b f(x)dx \right| < A$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

### Задача 2

Выберите все функции, имеющие дробно-рациональные первообразные:

1.  $\frac{x^4}{x^2-1}$ ;
2.  $\frac{x^3-3(x-1)^2}{(x-1)^3}$ ;
3.  $\frac{x^9}{x^5+1}$ ;
4.  $\frac{x^2-1}{x^2+1}$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

### Задача 3

Пусть  $f \in R[a, b]$ ,  $F(x) = \int_a^x f(t)dt$ . Выберите все верные утверждения:

1. Если  $f$  кусочно-непрерывна на  $[a, b]$ , то  $F$  – обобщенная первообразная для  $f$  на  $[a, b]$ ;
2. Если  $f \geq 0$  на  $[a, b]$ , то  $F$  не убывает на  $[a, b]$ ;
3.  $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$ ;
4. Если  $f$  непрерывна на  $[a, b]$ , то  $F$  – первообразная для  $f$  на  $[a, b]$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

#### Задача 4

Функция  $f \in R[0, 10]$  и  $-1 \leq f(x) \leq 10$  на  $[0, 10]$ . Выберите отрезки, содержащие значение интеграла  $\int_0^3 x^2 f(x) dx$ :

1.  $[-9; 90]$ ;
2.  $[9; 100]$ ;
3.  $[-2; 20]$ ;
4.  $[-9; 100]$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

#### Задача 5

Пусть  $f(x)$  – дифференцируемая функция. Выберите все верные утверждения:

1.  $\int f(x) \sin x dx = \cos x \cdot f(x) - \int f'(x) \cos x dx$ ;
2.  $2 \int x f(x) dx = x^2 f'(x) - \int x f'(x) dx$ ;
3.  $\int f'(x) e^x dx = e^x f(x) - \int f(x) e^x dx$ ;
4.  $2 \int f'(x) \sqrt{x} dx = 2\sqrt{x} f(x) - \int \frac{f(x)}{\sqrt{x}} dx$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

#### Задача 6

Пусть  $f$  интегрируема и  $f \geq 0$  на  $[a, b]$ . Выберите все достаточные условия для того, чтобы  $\int_a^b f(x) dx > 0$ :

1.  $f$  возрастает (нестрого) на  $[a, b]$  и  $f(b) = 1$ ;
2.  $f$  непрерывна на  $[a, b]$  и  $f((a+b)/2) = 1$ ;
3.  $f$  непрерывна в точке  $a$  и  $f(b) = 1$ ;
4.  $f((a+b)/2) = 1$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

### Задача 7

Пусть функция  $u = u(x)$  – первообразная для функции  $v = v(x)$  на  $[a, b]$ . Выберите все верные на  $[a, b]$  утверждения ( $C$  – произвольная постоянная):

1.  $v = u'$ ;
2.  $u = v'$ ;
3.  $v dt = du$ ;
4.  $u = v' + C$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

### Задача 8

Выберите все верные утверждения (множества  $A$  и  $B$  имеют площадь):

1. площадь одной точки равна нулю;
2. площадь графика интегрируемой функции равна нулю;
3. площадь отрезка равна нулю;
4. если  $A \subset B$ , то площадь  $A$  меньше площади  $B$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

### Задача 9

Выберите все верные утверждения для данной функции, заданной на отрезке  $[a, b]$ :

1. Верхняя сумма Дарбу является наибольшей из всех интегральных сумм для данного разбиения;
2. Верхняя сумма Дарбу не меньше любой интегральной суммы для данного разбиения;
3. При измельчении разбиения верхняя сумма Дарбу увеличивается или не изменяется;
4. При измельчении разбиения верхняя сумма Дарбу увеличивается;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

### Задача 10

Выберите все верные утверждения :

1. Длина кривой зависит от параметризации;
2. Спрямоляемы только кусочно-гладкие кривые;
3. Гладкая кривая – это кривая, все параметризации которой гладкие;
4. Длина замкнутой кривой равна нулю;
5. Кусочно-гладкая кривая прямоляема;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (*введите "0", если верных утверждений нет*)