

Теортест-1 (Вариант 110)

Тема – определенный интеграл

Задача 1

Выберите все верные утверждения :

1. Гладкая кривая – это кривая, все параметризации которой гладкие;
2. Длина любой кривой конечна;
3. Любая кривая имеет бесконечно много различных параметризаций;
4. Длина спрямляемой кривой конечна;
5. Длина кривой определяется как супремум длин всевозможных параметризаций кривой;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 2

Пусть $f(x)$ – дифференцируемая функция. Выберите все верные утверждения:

1. $\int \frac{f'(x)}{x} dx = \frac{f(x)}{x} + \int \frac{f(x)}{x^2} dx;$
2. $\int f'(x) \sin x dx = \cos x \cdot f(x) - \int f(x) \cos x dx;$
3. $\int f(x) \ln x dx = \ln x \cdot f(x) - \int \frac{f'(x)}{x} dx;$
4. $2 \int f'(x) \sqrt{x} dx = 2\sqrt{x} f(x) - \int \frac{f(x)}{\sqrt{x}} dx;$

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 3

Пусть f интегрируема и $f \geq 0$ на $[a, b]$. Выберите все достаточные условия для того, чтобы $\int_a^b f(x) dx > 0$:

1. $f > 0$ на $[a, b]$;
2. f непрерывна в точке a и $f(a) = 1$;
3. $f(a) > 0, f(b) > 0$;
4. $f((a+b)/2) = 1$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 4

Выберите все функции, имеющие дробно-рациональные первообразные:

1. $\frac{2x+1}{x^2+x+1}$;
2. $\frac{x^9}{x^5+1}$;
3. $\frac{x^2-x+1}{x^2+x}$;
4. $\frac{x^4}{x^2-1}$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 5

Выберите все верные утверждения (тела A и B имеют объем):

1. объем A всегда неотрицателен;
2. объем A всегда положителен;
3. если $A \subset B$, то объем A меньше объема B ;
4. при движении объем не меняется;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 6

Пусть $f \in R[a, b]$, $F(x) = \int_a^x f(t)dt$. Выберите все верные утверждения:

1. F непрерывна на $[a, b]$;
2. F ограничена на $[a, b]$;
3. F не убывает на $[a, b]$;
4. F дифференцируема на $[a, b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 7

Выберите все верные утверждения для данной функции, заданной на отрезке $[a, b]$:

1. Верхняя сумма Дарбу не меньше любой интегральной суммы для данного разбиения;

2. При измельчении разбиения верхняя сумма Дарбу уменьшается или не изменяется;
3. Верхняя сумма Дарбу является наибольшей из всех интегральных сумм для данного разбиения;
4. При измельчении разбиения верхняя сумма Дарбу увеличивается или не изменяется;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 8

Функция $f \in R[0, 10]$ и $-1 \leq f(x) \leq 10$ на $[0, 10]$. Выберите отрезки, содержащие значение интеграла $\int_0^2 xf(x)dx$:

1. $[-2, 10]$;
2. $[-10, 20]$;
3. $[-1, 10]$;
4. $[-2, 20]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 9

Пусть функция $u = u(x)$ – первообразная для функции $v = v(x)$ на $[a, b]$. Выберите все верные на $[a, b]$ утверждения (C – произвольная постоянная):

1. $u = v' + C$;
2. $u = v'$;
3. $u dt = dv$;
4. $v dt = du$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 10

Пусть $f \in R[a, b]$, $a < b$. Выберите все верные утверждения:

1. Если $\left| \int_a^b f(x)dx \right| < A$, то $\int_a^b |f(x)|dx < A$;
2. Если $\int_a^b |f(x)|dx < A$, то $\left| \int_a^b f(x)dx \right| < A$;

3. Если $\int_a^b |f(x)|dx = 0$, то $f(x) \equiv 0$ на $[a, b]$;

4. Если $\left| \int_a^b f(x)dx \right| = 0$, то $f(x) \equiv 0$ на $[a, b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)