Теортест-1 (Вариант 102)

Тема – определенный интеграл

Задача 1

Выберите все верные утверждения (тела A и B имеют объем):

1. объем A всегда положителен;
2. $V(A) = V(A \cap B) + V(A \setminus B)$;
3. любое множество имеет неотрицательный объем;
4. объем A всегда неотрицателен;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 2

Пусть $f(x)$ – дифференцируемая функция. Выберите все верные утверждения:

1. $\int f'(x) \sin x dx = \cos x \cdot f(x) - \int f(x) \cos x dx$;
2. $\int \frac{f'(x)}{x} dx = \frac{f(x)}{x} + \int \frac{f(x)}{x^2} dx$;
3. $\int f'(x) e^x dx = e^x f(x) - \int f(x) e^x dx$;
4. $2 \int x f(x) dx = x^2 f'(x) - \int x^{\cdot} f'(x) dx$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 3

Пусть функция $u = u(t)$ – первообразная для функции $v = v(t)$ на $[a, b]$. Выберите все верные на $[a, b]$ утверждения (C – произвольная постоянная):

1. $u = dv + C$;
2. $du = vdt + C$;
3. $du = vdt$;
4. $v = du + C$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 4

Пусть $f : [a,b] \to \mathbb{R}$; $\sigma_\tau(\xi)$ – интегральная сумма для f, построенная по разбиению τ с оснащением ξ; s_τ, S_τ – нижняя и верхняя суммы Дарбу. Выберите все утверждения, равносильные интегрируемости функции f на отрезке $[a,b]$:

1. $\forall \varepsilon > 0\ \exists \delta > 0$: $\forall \tau : |\tau| < \delta \Rightarrow S_\tau - s_\tau < \varepsilon$;
2. $\exists E \in \mathbb{R}$: $\forall \varepsilon > 0\ \exists \delta > 0$: $\forall \tau : |\tau| < \delta\ \exists \xi$: $-\varepsilon < \sigma_\tau(\xi) - E < \varepsilon$;
3. $\forall \tau$, $\forall \xi$: $s_\tau \le \sigma_\tau(\xi) \le S_\tau$;
4. $\forall \varepsilon > 0\ \exists \delta > 0$: $\forall \tau : |\tau| < \delta\ \exists \xi$: $S_\tau - \sigma_\tau(\xi) < \varepsilon$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 5

Пусть $f \in R[a,b]$, $F(x) = \int_a^x f(t)dt$. Выберите все верные утверждения:

1. $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$;
2. F ограничена на $[a,b]$;
3. Если $f \ge 0$ на $[a,b]$, то F не убывает на $[a,b]$;
4. Если f непрерывна на $[a,b]$, то F – первообразная для f на $[a,b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 6

Выберите все верные утверждения :

1. Длина кривой определяется как супремум длин всевозможных параметризаций кривой;
2. Длина любой кривой не меньше длины отрезка, соединяющего ее начало и конец;
3. Любая кривая имеет бесконечно много различных параметризаций;
4. Длины противоположных путей равны;
5. Длина замкнутой кривой равна нулю;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 7

Пусть $f(x)$ определена на отрезке $[a, b]$. Выберите все верные утверждения:

1. Если f имеет конечное число точек разрыва на $[a, b]$, то она интегрируема на $[a, b]$;
2. Если f интегрируема на $[a, b]$, то она имеет первообразную на $[a, b]$;
3. Если f интегрируема на $[a, b]$, то она ограничена на $[a, b]$;
4. Если f непрерывна на $[a, b]$, то она интегрируема на $[a, b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 8

Выберите все верные утверждения:

1. если все корни знаменателя дробно-рациональной функции кратные, то ее первообразная является дробно-рациональной функцией;
2. если первообразная дробно-рациональной функции $f(x)$ выражается через логарифм, то знаменатель $f(x)$ имеет только простые вещественные корни;
3. первообразная дробно-рациональной функции является дробно-рациональной функцией;
4. если первообразная дробно-рациональной функции $f(x)$ является дробно-рациональной, то все корни знаменателя $f(x)$ кратные;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 9

Функция $f \in R[0, 10]$ и $-1 \leq f(x) \leq 10$ на $[0, 10]$. Выберите отрезки, содержащие значение интеграла $\int_{-\ln 2}^{0} \frac{f(x)}{e^x} dx$:

1. $[0.5; 5]$;
2. $[-1; 5]$;
3. $[-0.25; 10]$;
4. $[-1; 10]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 10

Пусть f интегрируема и $f \geq 0$ на $[a, b]$. Выберите все достаточные условия для того, чтобы $\int_a^b f(x)dx > 0$:

1. f непрерывна на $[a, b]$ и $f((a+b)/2) = 1$;
2. $f(a) > 0$, $f(b) > 0$;
3. $f(a) = f(b) = 1$;
4. $f((a+b)/2) = 1$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*