Теортест-1 (Вариант 133)

Тема – определенный интеграл

Задача 1

Функция $f \in R[0,10]$ и $-1 \leq f(x) \leq 10$ на $[0,10]$. Выберите отрезки, содержащие значение интеграла $\int_0^3 x^2 f(x)dx$:

1. $[-9; 90]$;
2. $[9; 100]$;
3. $[-9; 100]$;
4. $[0; 100]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 2

Пусть f интегрируема и $f \geq 0$ на $[a,b]$. Выберите все достаточные условия для того, чтобы $\int_a^b f(x)dx > 0$:

1. $f(a) = f(b) = 1$;
2. f возрастает (нестрого) на $[a,b]$ и $f(b) = 1$;
3. $f > 0$ на $[a,b]$;
4. f непрерывна в точке a и $f(a) = 1$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 3

Пусть $f \in R[a,b]$, $F(x) = \int_a^x f(t)dt$. Выберите все верные утверждения:

1. $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$;
2. Если f непрерывна на $[a,b]$, то F – первообразная для f на $[a,b]$;
3. Если f кусочно-непрерывна на $[a,b]$, то F – обобщенная первообразная для f на $[a,b]$;
4. F имеет разрывы в точках разрыва функции f;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 4

Пусть функция $u = u(t)$ – первообразная для функции $v = v(t)$ на $[a, b]$. Выберите все верные на $[a, b]$ утверждения (C – произвольная постоянная):

1. $u = dv$;
2. $dv = udt + C$;
3. $u = dv + C$;
4. $v = du + C$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 5

Пусть $f : [a, b] \to \mathbb{R}$; $\sigma_\tau(\xi)$ – интегральная сумма для f, построенная по разбиению τ с оснащением ξ; s_τ, S_τ – нижняя и верхняя суммы Дарбу. Выберите все утверждения, равносильные интегрируемости функции f на отрезке $[a, b]$:

1. $\exists E \in \mathbb{R}$: $\forall \varepsilon > 0$ $\exists \delta > 0$: $\forall \tau : |\tau| < \delta$, $\forall \xi$: $-\varepsilon < \sigma_\tau(\xi) - E < \varepsilon$;
2. $\exists \tau$, $\forall \xi$: $s_\tau \leq \sigma_\tau(\xi) \leq S_\tau$;
3. $\forall \varepsilon > 0$ $\exists \delta > 0$: $\forall \tau : |\tau| < \delta \Rightarrow S_\tau - s_\tau < \varepsilon$;
4. $\exists E \in \mathbb{R}$: $\forall \varepsilon > 0$ $\exists \delta > 0$: $\exists \tau : |\tau| < \delta$ $\exists \xi$: $-\varepsilon < \sigma_\tau(\xi) - E < \varepsilon$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 6

Выберите все верные утверждения :

1. Гладкая кривая – это кривая, все параметризации которой гладкие;
2. Длина спрямляемой кривой конечна;
3. Длина кривой зависит от параметризации;
4. Кусочно-гладкая кривая спрямляема;
5. Длина кривой определяется как супремум длин всевозможных параметризаций кривой;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 7

Выберите все верные утверждения (множества A и B имеют площадь):

1. любое множество имеет неотрицательную площадь;

2. если $A \subset B$, то площадь A меньше площади B;

3. площадь графика любой функции равна нулю;

4. $S(A) = S(A \cap B) + S(A \setminus B)$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 8

Выберите все функции, имеющие дробно-рациональные первообразные:

1. $\frac{x^2-x+1}{x^2+x}$;

2. $\frac{2x+1}{x^2+x+1}$;

3. $\frac{x^2-1}{x^2+1}$;

4. $\frac{x^2+1}{x^5}$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 9

Пусть $f(x)$, $x(t)$ – дифференцирумые функции. Выберите все верные утверждения (при соответствующей замене) :

1. $\int f(x)dx = \int \frac{f(\ln t)}{t} dt$;

2. $\int f(1/x)dx = -\int \frac{f(t)dt}{t^2}$;

3. $\int f(x)dx = \int f(\ln t)tdt$;

4. $\int f(x^2)dx = 2\int f(t)tdt$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 10

Пусть функции f, g: $[a,b] \to \mathbb{R}$. Выберите все верные утверждения:

1. Если $[c,d] \subset [a,b]$ и f интегрируема на $[a,b]$, то f интегрируема и на $[c,d]$;
2. Если $|f|$ интегрируема на $[a,b]$, то f тоже интегрируема на $[a,b]$;
3. Если $[c,d] \subset [a,b]$ и f интегрируема на $[c,d]$, то f интегрируема и на $[a,b]$;
4. Если f и g интегрируемы на $[a,b]$, то $f+g$ тоже интегрируема на $[a,b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*