

# Теортест-1 (Вариант 131)

## Тема – определенный интеграл

### Задача 1

Пусть  $f(x)$ ,  $x(t)$  – дифференцируемые функции. Выберите все верные утверждения (при соответствующей замене) :

1.  $\int f(\sqrt{x})dx = 2 \int f(t)\sqrt{t}dt;$
2.  $\int f(x)dx = \int f(1/t)\frac{dt}{t^2};$
3.  $\int f(x^2)dx = 2 \int f(t)tdt;$
4.  $\int f(x)dx = \int f(\ln t)tdt;$

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

### Задача 2

Пусть  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ ;  $\sigma_\tau(\xi)$  – интегральная сумма для  $f$ , построенная по разбиению  $\tau$  с оснащением  $\xi$ ;  $s_\tau$ ,  $S_\tau$  – нижняя и верхняя суммы Дарбу. Выберите все верные утверждения:

1.  $\forall \tau, \xi: s_\tau \leq \sigma_\tau(\xi) \leq S_\tau;$
2.  $\forall \tau \forall \varepsilon > 0 \exists \xi: \sigma_\tau(\xi) < s_\tau - \varepsilon;$
3.  $\forall \tau \exists \xi: s_\tau = \sigma_\tau(\xi);$
4.  $\forall \tau \exists \xi: S_\tau = \sigma_\tau(\xi);$

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

### Задача 3

Пусть функция  $u = u(t)$  – первообразная для функции  $v = v(t)$  на  $[a, b]$ . Выберите все верные на  $[a, b]$  утверждения ( $C$  – произвольная постоянная):

1.  $u = dv + C;$
2.  $du = vdt + C;$
3.  $u = dv;$
4.  $dv = udt + C;$

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

#### Задача 4

Пусть  $f$  интегрируема и  $f \geq 0$  на  $[a, b]$ . Выберите все достаточные условия для того, чтобы  $\int_a^b f(x)dx > 0$ :

1.  $f$  непрерывна в точке  $a$  и  $f(a) = 1$ ;
2.  $f(a) > 0, f(b) > 0$ ;
3.  $f$  непрерывна на  $[a, b]$  и  $f(a + b) = 1$ ;
4.  $f$  непрерывна на  $[a, b]$  и  $f((a + b)/2) = 1$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

#### Задача 5

Выберите все верные утверждения :

1. Длина кривой определяется как супремум длин всевозможных параметризаций кривой;
2. Длины противоположных путей равны;
3. Длина любого пути не меньше длины вписанной в его носитель ломаной;
4. Длина спрямляемой кривой конечна;
5. Длина замкнутой кривой равна нулю;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

#### Задача 6

Выберите все верные утверждения (множества  $A$  и  $B$  имеют площадь):

1. любое множество имеет неотрицательную площадь;
2. площадь одной точки равна нулю;
3. площадь графика любой функции равна нулю;
4. площадь отрезка равна нулю;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

### Задача 7

Выберите все функции, имеющие дробно-рациональные первообразные:

1.  $\frac{x^2-x+1}{x^2+x}$ ;
2.  $\frac{x^2-1}{x^2+1}$ ;
3.  $\frac{x}{x^2-1}$ ;
4.  $\frac{x^4}{x^2-1}$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

### Задача 8

Функция  $f \in R[0, 10]$  и  $-1 \leq f(x) \leq 10$  на  $[0, 10]$ . Выберите отрезки, содержащие значение интеграла  $\int_{-\ln 2}^0 \frac{f(x)}{e^x} dx$ :

1.  $[-10; 0]$ ;
2.  $[-0.25; 10]$ ;
3.  $[-1; 5]$ ;
4.  $[0.5; 5]$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

### Задача 9

Пусть  $f(x)$  определена на отрезке  $[a, b]$ . Выберите все верные утверждения:

1. Если  $f$  интегрируема на  $[a, b]$ , то она имеет первообразную на  $[a, b]$ ;
2. Если  $f$  интегрируема на  $[a, b]$ , то она монотонна на  $[a, b]$ ;
3. Если  $f$  интегрируема на  $[a, b]$ , то она ограничена на  $[a, b]$ ;
4. Если  $f$  имеет конечное число точек разрыва типа скачок на  $[a, b]$ , то она интегрируема на  $[a, b]$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

### Задача 10

Пусть  $f \in R[a, b]$ ,  $F(x) = \int_a^x f(t)dt$ . Выберите все верные утверждения:

1.  $F$  ограничена на  $[a, b]$ ;
2.  $F$  непрерывна на  $[a, b]$ ;
3.  $F$  имеет разрывы в точках разрыва функции  $f$ ;
4. Если  $f$  непрерывна на  $[a, b]$ , то  $F$  – первообразная для  $f$  на  $[a, b]$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)