

Теортест-1 (Вариант 63)

Тема – определенный интеграл

Задача 1

Функция $f \in R[0, 10]$ и $-1 \leq f(x) \leq 10$ на $[0, 10]$. Выберите отрезки, содержащие значение интеграла $\int_e^{e^3} \frac{f(x)}{x} dx$:

1. $[-2, 10]$;
2. $[-10, 20]$;
3. $[-1, 20]$;
4. $[0, 10]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 2

Пусть f интегрируема и $f \geq 0$ на $[a, b]$. Выберите все достаточные условия для того, чтобы $\int_a^b f(x) dx > 0$:

1. f непрерывна в точке a и $f(b) = 1$;
2. $f > 0$ на $[a, b]$;
3. $f((a+b)/2) = 1$;
4. f непрерывна в точке a и $f(a) = 1$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 3

Пусть $f \in R[a, b]$, $a < b$. Выберите все верные утверждения:

1. Если $f \geq 0$ на $[a, b]$, то $\int_a^b f(x) dx \geq 0$;
2. Если $\int_a^b |f(x)| dx = 0$, то $f(x) \equiv 0$ на $[a, b]$;
3. Если $f \geq 0$ на $[a, b]$ и $\exists c \in [a, b]: f(c) > 0$, то $\int_a^b f(x) dx > 0$;
4. Если $\left| \int_a^b f(x) dx \right| < A$, то $\int_a^b |f(x)| dx < A$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 4

Выберите все верные утверждения (множества A и B имеют площадь):

1. если $A \subset B$, то площадь A меньше площади B ;
2. площадь графика любой функции равна нулю;
3. площадь одной точки равна нулю;
4. площадь A всегда положительна;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 5

Пусть функция $u = u(t)$ – первообразная для функции $v = v(t)$ на $[a, b]$. Выберите все верные на $[a, b]$ утверждения (C – произвольная постоянная):

1. $du = vdt$;
2. $du = vdt + C$;
3. $v = du + C$;
4. $u = dv + C$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 6

Выберите все верные утверждения:

1. если первообразная дробно-рациональной функции $f(x)$ выражается через логарифм, то знаменатель $f(x)$ имеет только простые вещественные корни;
2. если первообразная дробно-рациональной функции $f(x)$ является дробно-рациональной, то все корни знаменателя $f(x)$ кратные;
3. первообразная дробно-рациональной функции выражается через элементарные функции;
4. первообразная дробно-рациональной функции является дробно-рациональной функцией;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 7

Пусть $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$; $\sigma_\tau(\xi)$ – интегральная сумма для f , построенная по разбиению τ с оснащением ξ ; s_τ, S_τ – нижняя и верхняя суммы Дарбу. Выберите все верные утверждения:

1. $\forall \tau \forall \varepsilon > 0 \exists \xi: \sigma_\tau(\xi) < s_\tau + \varepsilon$;
2. $\forall \tau \exists \xi: s_\tau = \sigma_\tau(\xi)$;
3. $\forall \tau \forall \varepsilon > 0 \exists \xi: \sigma_\tau(\xi) > S_\tau - \varepsilon$;
4. $\forall \tau: s_\tau < S_\tau$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 8

Пусть $f \in R[a, b]$, $F(x) = \int_a^x f(t)dt$. Выберите все верные утверждения:

1. F имеет разрывы в точках разрыва функции f ;
2. Если f непрерывна на $[a, b]$, то F – первообразная для f на $[a, b]$;
3. $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$;
4. Если f кусочно-непрерывна на $[a, b]$, то F – обобщенная первообразная для f на $[a, b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 9

Пусть $f(x), x(t)$ – дифференцируемые функции. Выберите все верные утверждения (при соответствующей замене) :

1. $\int f(x^2)dx = 2 \int f(t)tdt$;
2. $\int f(x)dx = \int \frac{f(\ln t)}{t}dt$;
3. $\int f(x)d(2x) = \int \frac{f(\sqrt{t})}{\sqrt{t}}dt$;
4. $\int \frac{f(x)}{\ln x}dx = \int f(e^t)dt$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 10

Выберите все верные утверждения :

1. Длина кривой определяется как супремум длин всевозможных параметризаций кривой;
2. Кусочно-гладкая кривая спрямляема;
3. Длины противоположных путей равны;
4. Длина любой кривой конечна;
5. Любая кривая имеет неотрицательную длину;

Пример ввода: 3, 1, 4 (*введите "0", если верных утверждений нет*)