

Теортест-1 (Вариант 64)

Тема – определенный интеграл

Задача 1

Выберите все функции, имеющие дробно-рациональные первообразные:

1. $\frac{x^2-1}{x^2+1}$;
2. $\frac{x^4}{(x^5+1)^3}$;
3. $\frac{x^2+1}{x^5}$;
4. $\frac{2x+1}{x^2+x+1}$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 2

Пусть f интегрируема и $f \geq 0$ на $[a, b]$. Выберите все достаточные условия для того, чтобы $\int_a^b f(x)dx > 0$:

1. $f(a) = f(b) = 1$;
2. f непрерывна на $[a, b]$ и $f((a+b)/2) = 1$;
3. $f(a) > 0, f(b) > 0$;
4. f непрерывна в точке a и $f(b) = 1$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 3

Выберите все верные утверждения :

1. Длина кривой зависит от параметризации;
2. Длины противоположных путей равны;
3. Кусочно-гладкая кривая спрямляема;
4. Длина спрямляемой кривой конечна;
5. Длина любого пути не меньше длины вписанной в его носитель ломаной;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 4

Пусть $f \in R[a, b]$, $F(x) = \int_a^x f(t)dt$. Выберите все верные утверждения:

1. F непрерывна на $[a, b]$;
2. F имеет разрывы в точках разрыва функции f ;
3. $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$;
4. Если f непрерывна на $[a, b]$, то F – первообразная для f на $[a, b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 5

Пусть функция $u = u(x)$ – первообразная для функции $v = v(x)$ на $[a, b]$. Выберите все верные на $[a, b]$ утверждения (C – произвольная постоянная):

1. $u dt = dv$;
2. $u = v' + C$;
3. $v' = u + C$;
4. $v dt = du$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 6

Функция $f \in R[0, 10]$ и $-1 \leq f(x) \leq 10$ на $[0, 10]$. Выберите отрезки, содержащие значение интеграла $\int_e^{e^3} \frac{f(x)}{x} dx$:

1. $[-1, 10]$;
2. $[-2, 20]$;
3. $[-2, 10]$;
4. $[-10, 20]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 7

Пусть $f(x)$, $x(t)$ – дифференцируемые функции. Выберите все верные утверждения (при соответствующей замене) :

1. $\int f(x)d(2x) = \int \frac{f(\sqrt{t})}{\sqrt{t}}dt;$

2. $\int f(x)dx = \int f(1/t)\frac{dt}{t^2};$

3. $\int f(x^2)dx = 2 \int f(t)t dt;$

4. $\int f(x)dx = \int \frac{f(\ln t)}{t}dt;$

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 8

Пусть $f(x)$ определена на отрезке $[a, b]$. Выберите все верные утверждения:

1. Если f имеет первообразную на $[a, b]$, то она интегрируема на $[a, b]$;

2. Если f имеет конечное число точек разрыва на $[a, b]$, то она интегрируема на $[a, b]$;

3. Если f интегрируема на $[a, b]$, то она ограничена на $[a, b]$;

4. Если f ограничена на $[a, b]$, то она интегрируема на $[a, b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 9

Выберите все верные утверждения (множества A и B имеют площадь):

1. если $A \subset B$, то площадь A меньше площади B ;

2. площадь графика любой функции равна нулю;

3. $S(A) = S(A \cap B) + S(A \setminus B)$;

4. площадь одной точки равна нулю;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 10

Выберите все верные утверждения для данной функции, заданной на отрезке $[a, b]$:

1. При измельчении разбиения верхняя сумма Дарбу увеличивается;
2. Верхняя сумма Дарбу является наибольшей из всех интегральных сумм для данного разбиения;
3. Верхняя сумма Дарбу не меньше любой интегральной суммы для данного разбиения;
4. При измельчении разбиения верхняя сумма Дарбу уменьшается или не изменяется;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)