Теортест-1 (Вариант 99)

Тема – определенный интеграл

Задача 1

Пусть $f(x)$ – дифференцируемая функция. Выберите все верные утверждения:

1. $\int \frac{f'(x)}{x}dx = \frac{f(x)}{x} + \int \frac{f(x)}{x^2}dx$;
2. $2\int xf(x)dx = x^2 f'(x) - \int x^{\cdot} f'(x)dx$;
3. $\int f'(x)\sin x dx = \cos x \cdot f(x) - \int f(x)\cos x dx$;
4. $2\int f'(x)\sqrt{x}dx = 2\sqrt{x}f(x) - \int \frac{f(x)}{\sqrt{x}}dx$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 2

Функция $f \in R[0,10]$ и $-1 \leq f(x) \leq 10$ на $[0,10]$. Выберите отрезки, содержащие значение интеграла $\int_e^{e^3} \frac{f(x)}{x}dx$:

1. $[-2,20]$;
2. $[-2,10]$;
3. $[0,10]$;
4. $[-1,10]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 3

Выберите все верные утверждения (тела A и B имеют объем):

1. объем A всегда неотрицателен;
2. объем $A \cup B$ равен сумме объемов A и B;
3. объем любого сечения тела A равен нулю;
4. объем треугольника равен нулю;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 4

Пусть f интегрируема и $f \geq 0$ на $[a, b]$. Выберите все достаточные условия для того, чтобы $\int_a^b f(x)dx > 0$:

1. f возрастает (нестрого) на $[a, b]$ и $f(b) = 1$;
2. $f((a + b)/2) = 1$;
3. f непрерывна на $[a, b]$ и $f((a + b)/2) = 1$;
4. f непрерывна в точке a и $f(b) = 1$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 5

Пусть $f \in R[a, b]$, $F(x) = \int_a^x f(t)dt$. Выберите все верные утверждения:

1. F ограничена на $[a, b]$;
2. F не убывает на $[a, b]$;
3. $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$;
4. F дифференцируема на $[a, b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 6

Пусть $f : [a, b] \to \mathbb{R}$; $\sigma_\tau(\xi)$ – интегральная сумма для f, построенная по разбиению τ с оснащением ξ; s_τ, S_τ – нижняя и верхняя суммы Дарбу. Выберите все утверждения, равносильные интегрируемости функции f на отрезке $[a, b]$:

1. $\forall \varepsilon > 0\ \exists \delta > 0$: $\forall \tau : |\tau| < \delta \Rightarrow S_\tau - s_\tau < \varepsilon$;
2. $\forall \varepsilon > 0\ \exists \tau$: $S_\tau - s_\tau < \varepsilon$;
3. $\forall \tau$, $\exists \xi$: $s_\tau \leq \sigma_\tau(\xi) \leq S_\tau$;
4. $\exists E \in \mathbb{R}$: $\forall \varepsilon > 0\ \exists \delta > 0$: $\exists \tau : |\tau| < \delta\ \exists \xi$: $-\varepsilon < \sigma_\tau(\xi) - E < \varepsilon$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 7

Пусть функция $u = u(x)$ – первообразная для функции $v = v(x)$ на $[a, b]$. Выберите все верные на $[a, b]$ утверждения (C – произвольная постоянная):

1. $v' = u + C$;
2. $vdt = du$;
3. $u = v'$;
4. $u = v' + C$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 8

Выберите все функции, имеющие дробно-рациональные первообразные:

1. $\frac{x^9}{x^5+1}$;
2. $\frac{x^4}{(x^5+1)^3}$;
3. $\frac{x}{x^2-1}$;
4. $\frac{x^3-3(x-1)^2}{(x-1)^3}$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 9

Пусть функции f, g: $[a, b] \to \mathbb{R}$. Выберите все верные утверждения:

1. Если $c \in [a, b]$ и f интегрируема на $[a, c]$ и на $[c, b]$, то f интегрируема и на $[a, b]$;
2. Если f и g интегрируемы на $[a, b]$, то $f \cdot g$ тоже интегрируема на $[a, b]$;
3. Если $f > 0$ и интегрируема на $[a, b]$, то $1/f$ тоже интегрируема на $[a, b]$;
4. Если $|f|$ интегрируема на $[a, b]$, то f тоже интегрируема на $[a, b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 10

Выберите все верные утверждения :

1. Гладкая кривая – это кривая, все параметризации которой гладкие;
2. Любая кривая имеет неотрицательную длину;
3. Спрямляемы только кусочно-гладкие кривые;
4. Длины противоположных путей равны;
5. Длина кривой определяется как супремум длин всевозможных параметризаций кривой;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*