

Теортест-1 (Вариант 56)

Тема – определенный интеграл

Задача 1

Функция $f \in R[0, 10]$ и $-1 \leq f(x) \leq 10$ на $[0, 10]$. Выберите отрезки, содержащие значение интеграла $\int_0^3 x^2 f(x) dx$:

1. $[-2; 20]$;
2. $[0; 100]$;
3. $[9; 100]$;
4. $[-9; 90]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 2

Выберите все функции, имеющие дробно-рациональные первообразные:

1. $\frac{2x+1}{x^2(x+1)^2}$;
2. $\frac{2x+1}{x^2+x+1}$;
3. $\frac{x^2-x+1}{x^2+x}$;
4. $\frac{x^4}{x^2-1}$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 3

Пусть функция $u = u(t)$ – первообразная для функции $v = v(t)$ на $[a, b]$. Выберите все верные на $[a, b]$ утверждения (C – произвольная постоянная):

1. $du = vdt$;
2. $dv = udt + C$;
3. $u = dv + C$;
4. $v = du + C$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 4

Пусть $f(x)$, $x(t)$ – дифференцируемые функции. Выберите все верные утверждения (при соответствующей замене) :

1. $\int f(x^2)dx = 2 \int f(t)t dt;$

2. $\int f(x)d(2x) = \int \frac{f(\sqrt{t})}{\sqrt{t}} dt;$

3. $\int f(1/x)dx = - \int \frac{f(t)dt}{t^2};$

4. $\int \frac{f(x)}{\ln x} dx = \int f(e^t)dt;$

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 5

Пусть f интегрируема и $f \geq 0$ на $[a, b]$. Выберите все достаточные условия для того, чтобы $\int_a^b f(x)dx > 0$:

1. $f((a+b)/2) = 1;$

2. $f(a) > 0, f(b) > 0;$

3. $f(a) = f(b) = 1;$

4. $f > 0$ на $[a, b];$

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 6

Выберите все верные утверждения (тела A и B имеют объем):

1. объем A всегда положителен;

2. объем любого сечения тела A равен нулю;

3. объем одной точки равен нулю;

4. объем $A \cup B$ равен сумме объемов A и B ;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 7

Пусть функции $f, g: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$. Выберите все верные утверждения:

1. Если f и g интегрируемы на $[a, b]$, то $f + g$ тоже интегрируема на $[a, b]$;
2. Если $c \in [a, b]$ и f интегрируема на $[a, c]$ и на $[c, b]$, то f интегрируема и на $[a, b]$;
3. Если f и g интегрируемы на $[a, b]$, то $f \cdot g$ тоже интегрируема на $[a, b]$;
4. Если функция $f \cdot g$ интегрируема на $[a, b]$, то f и g тоже интегрируемы на $[a, b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 8

Выберите все верные утверждения :

1. Длина кривой зависит от параметризации;
2. Длина замкнутой кривой равна нулю;
3. Любая кривая имеет бесконечно много различных параметризаций;
4. Длина спрямляемой кривой конечна;
5. Любая кривая имеет неотрицательную длину;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 9

Пусть $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$; $\sigma_\tau(\xi)$ – интегральная сумма для f , построенная по разбиению τ с оснащением ξ ; s_τ, S_τ – нижняя и верхняя суммы Дарбу. Выберите все утверждения, равносильные интегрируемости функции f на отрезке $[a, b]$:

1. $\exists E \in \mathbb{R}: \forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0: \exists \tau : |\tau| < \delta \exists \xi: -\varepsilon < \sigma_\tau(\xi) - E < \varepsilon;$
2. $\forall \tau, \forall \xi: s_\tau \leq \sigma_\tau(\xi) \leq S_\tau;$
3. $\forall \varepsilon > 0 \exists \tau: S_\tau - s_\tau < \varepsilon;$
4. $\forall \tau, \exists \xi: s_\tau \leq \sigma_\tau(\xi) \leq S_\tau;$

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 10

Пусть $f \in R[a, b]$, $F(x) = \int_a^x f(t)dt$. Выберите все верные утверждения:

1. F – первообразная для f на $[a, b]$;
2. F ограничена на $[a, b]$;
3. $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$;
4. F непрерывна на $[a, b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)