

Теортест-1 (Вариант 104)

Тема – определенный интеграл

Задача 1

Пусть $f \in R[a, b]$, $F(x) = \int_a^x f(t)dt$. Выберите все верные утверждения:

1. F непрерывна на $[a, b]$;
2. F имеет разрывы в точках разрыва функции f ;
3. F дифференцируема на $[a, b]$;
4. F ограничена на $[a, b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 2

Выберите все верные утверждения :

1. Гладкая кривая – это кривая, все параметризации которой гладкие;
2. Любая кривая имеет неотрицательную длину;
3. Кусочно-гладкая кривая спрямляема;
4. Любая кривая имеет бесконечно много различных параметризаций;
5. Длина любой кривой конечна;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 3

Пусть $f(x)$ – дифференцируемая функция. Выберите все верные утверждения:

1. $\int f'(x) \sin x dx = \cos x \cdot f(x) - \int f(x) \cos x dx$;
2. $\int f(x) \sin x dx = \cos x \cdot f(x) - \int f'(x) \cos x dx$;
3. $\int f'(x) e^x dx = e^x f(x) - \int f(x) e^x dx$;
4. $\int f(x) \ln x dx = \ln x \cdot f(x) - \int \frac{f'(x)}{x} dx$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 4

Пусть $f \in R[a, b]$, $a < b$. Выберите все верные утверждения:

1. Если $\left| \int_a^b f(x) dx \right| = 0$, то $f(x) \equiv 0$ на $[a, b]$;
2. Если $\left| \int_a^b f(x) dx \right| < A$, то $\int_a^b |f(x)| dx < A$;
3. Если $\int_a^b |f(x)| dx < A$, то $\left| \int_a^b f(x) dx \right| < A$;
4. Если $f > 0$ на $[a, b]$, то $\int_a^b f(x) dx > 0$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 5

Выберите все верные утверждения:

1. первообразная дробно-рациональной функции является дробно-рациональной функцией;
2. если первообразная дробно-рациональной функции $f(x)$ выражается через логарифм, то знаменатель $f(x)$ имеет только простые вещественные корни;
3. первообразная дробно-рациональной функции выражается через элементарные функции;
4. если первообразная дробно-рациональной функции $f(x)$ является дробно-рациональной, то все корни знаменателя $f(x)$ кратные;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 6

Пусть функция $u = u(x)$ – первообразная для функции $v = v(x)$ на $[a, b]$. Выберите все верные на $[a, b]$ утверждения (C – произвольная постоянная):

1. $v = u' + C$;
2. $v = u'$;
3. $v dt = du$;
4. $u = v' + C$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 7

Функция $f \in R[0, 10]$ и $-1 \leq f(x) \leq 10$ на $[0, 10]$. Выберите отрезки, содержащие значение интеграла $\int_0^2 xf(x)dx$:

1. $[-1, 10]$;
2. $[-10, 20]$;
3. $[-2, 10]$;
4. $[-1, 20]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 8

Выберите все верные утверждения для данной функции, заданной на отрезке $[a, b]$:

1. Нижняя сумма Дарбу не больше любой интегральной суммы для данного разбиения;
2. Нижняя сумма Дарбу является наименьшей из всех интегральных сумм для данного разбиения;
3. При измельчении разбиения нижняя сумма Дарбу увеличивается;
4. При измельчении разбиения нижняя сумма Дарбу уменьшается или не изменяется;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 9

Выберите все верные утверждения (множества A и B имеют площадь):

1. площадь графика интегрируемой функции равна нулю;
2. любое множество имеет неотрицательную площадь;
3. $S(A) = S(A \cap B) + S(A \setminus B)$;
4. площадь A всегда неотрицательна;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 10

Пусть f интегрируема и $f \geq 0$ на $[a, b]$. Выберите все достаточные условия для того, чтобы $\int_a^b f(x)dx > 0$:

1. $f(a) = f(b) = 1$;
2. $f((a+b)/2) = 1$;
3. $f(a) > 0, f(b) > 0$;
4. f непрерывна в точке a и $f(a) = 1$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)