

Теортест-1 (Вариант 130)

Тема – определенный интеграл

Задача 1

Пусть функция $u = u(t)$ – первообразная для функции $v = v(t)$ на $[a, b]$. Выберите все верные на $[a, b]$ утверждения (C – произвольная постоянная):

1. $u = dv + C$;
2. $du = vdt + C$;
3. $u = dv$;
4. $vdt = u'dt$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 2

Пусть функции $f, g: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$. Выберите все верные утверждения:

1. Если $f > 0$ и интегрируема на $[a, b]$, то $1/f$ тоже интегрируема на $[a, b]$;
2. Если функция $f \cdot g$ интегрируема на $[a, b]$, то f и g тоже интегрируемы на $[a, b]$;
3. Если функция $f + g$ интегрируема на $[a, b]$, то f и g тоже интегрируемы на $[a, b]$;
4. Если f и g интегрируемы на $[a, b]$, то $f + g$ тоже интегрируема на $[a, b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 3

Выберите все верные утверждения для данной функции, заданной на отрезке $[a, b]$:

1. Верхняя сумма Дарбу является наибольшей из всех интегральных сумм для данного разбиения;
2. При измельчении разбиения верхняя сумма Дарбу увеличивается;
3. При измельчении разбиения верхняя сумма Дарбу уменьшается;
4. При измельчении разбиения верхняя сумма Дарбу уменьшается или не изменяется;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 4

Пусть $f \in R[a, b]$, $F(x) = \int_a^x f(t)dt$. Выберите все верные утверждения:

1. F ограничена на $[a, b]$;
2. F непрерывна на $[a, b]$;
3. Если f непрерывна на $[a, b]$, то F – первообразная для f на $[a, b]$;
4. Если $f \geq 0$ на $[a, b]$, то F не убывает на $[a, b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 5

Пусть $f(x)$, $x(t)$ – дифференцируемые функции. Выберите все верные утверждения (при соответствующей замене) :

1. $\int f(x)dx = \int f(\ln t)tdt$;
2. $\int f(x)dx = \int \frac{f(\ln t)}{t}dt$;
3. $\int f(\sqrt{x})dx = 2 \int f(t)\sqrt{t}dt$;
4. $\int f(x)dx = \int f(1/t)\frac{dt}{t^2}$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 6

Пусть f интегрируема и $f \geq 0$ на $[a, b]$. Выберите все достаточные условия для того, чтобы $\int_a^b f(x)dx > 0$:

1. f непрерывна на $[a, b]$ и $f(a+b) = 1$;
2. f возрастает (нестрого) на $[a, b]$ и $f(b) = 1$;
3. f непрерывна на $[a, b]$ и $f((a+b)/2) = 1$;
4. f непрерывна в точке a и $f(a) = 1$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 7

Функция $f \in R[0, 10]$ и $-1 \leq f(x) \leq 10$ на $[0, 10]$. Выберите отрезки, содержащие значение интеграла $\int_0^3 x^2 f(x) dx$:

1. $[-9; 100]$;
2. $[0; 100]$;
3. $[-9; 90]$;
4. $[-3; 90]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 8

Выберите все верные утверждения:

1. первообразная дробно-рациональной функции выражается через элементарные функции;
2. если первообразная дробно-рациональной функции $f(x)$ выражается через логарифм, то знаменатель $f(x)$ имеет только простые вещественные корни;
3. если первообразная дробно-рациональной функции $f(x)$ является дробно-рациональной, то все корни знаменателя $f(x)$ кратные;
4. первообразная дробно-рациональной функции является дробно-рациональной функцией;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 9

Выберите все верные утверждения (множества A и B имеют площадь):

1. любое множество имеет неотрицательную площадь;
2. если $A \subset B$, то площадь A меньше площади B ;
3. площадь графика любой функции равна нулю;
4. площадь $A \cup B$ равна сумме площадей A и B ;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 10

Выберите все верные утверждения :

1. Кусочно-гладкая кривая спрямляема;
2. Длина любого пути не меньше длины вписанной в его носитель ломаной;
3. Любая кривая имеет неотрицательную длину;
4. Спрямляемы только кусочно-гладкие кривые;
5. Гладкая кривая – это кривая, все параметризации которой гладкие;

Пример ввода: 3, 1, 4 (*введите "0", если верных утверждений нет*)