

Теортест-1 (Вариант 3)

Тема – определенный интеграл

Задача 1

Выберите все верные утверждения :

1. Любая кривая имеет бесконечно много различных параметризаций;
2. Длина кривой зависит от параметризации;
3. Длина спрямляемой кривой конечна;
4. Длина кривой определяется как супремум длин всевозможных параметризаций кривой;
5. Кусочно-гладкая кривая спрямляема;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 2

Пусть $f \in R[a, b]$, $F(x) = \int_a^x f(t)dt$. Выберите все верные утверждения:

1. Если f кусочно-непрерывна на $[a, b]$, то F – обобщенная первообразная для f на $[a, b]$;
2. Если $f \geq 0$ на $[a, b]$, то F не убывает на $[a, b]$;
3. F непрерывна на $[a, b]$;
4. $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 3

Пусть $f(x)$ – дифференцируемая функция. Выберите все верные утверждения:

1. $\int f'(x)e^x dx = e^x f(x) - \int f(x)e^x dx$;
2. $\int \frac{f'(x)}{x^2} dx = \frac{f(x)}{x^2} + \int \frac{f(x)}{x} dx$;
3. $\int f(x) \sin x dx = \cos x \cdot f(x) - \int f'(x) \cos x dx$;
4. $\int f'(x) \sin x dx = \cos x \cdot f(x) - \int f(x) \cos x dx$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 4

Пусть $f \in R[a, b]$, $a < b$. Выберите все верные утверждения:

1. Если $\int_a^b |f(x)|dx < A$, то $\left| \int_a^b f(x)dx \right| < A$;
2. Если $\int_a^b |f(x)|dx = 0$, то $f(x) \equiv 0$ на $[a, b]$;
3. Если $f \geq 0$ на $[a, b]$, то $\int_a^b f(x)dx \geq 0$;
4. Если $f \geq 0$ на $[a, b]$ и $\exists c \in [a, b]: f(c) > 0$, то $\int_a^b f(x)dx > 0$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 5

Выберите все функции, имеющие дробно-рациональные первообразные:

1. $\frac{x^2-1}{x^2+1}$;
2. $\frac{x}{x^2-1}$;
3. $\frac{x^3-3(x-1)^2}{(x-1)^3}$;
4. $\frac{2x+1}{x^2(x+1)^2}$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 6

Пусть функция $u = u(x)$ – первообразная для функции $v = v(x)$ на $[a, b]$. Выберите все верные на $[a, b]$ утверждения (C – произвольная постоянная):

1. $v = u'$;
2. $u dt = dv$;
3. $v = u' + C$;
4. $u = v'$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 7

Пусть f интегрируема и $f \geq 0$ на $[a, b]$. Выберите все достаточные условия для того, чтобы $\int_a^b f(x)dx > 0$:

1. $f > 0$ на $[a, b]$;
2. f непрерывна в точке a и $f(a) = 1$;
3. f возрастает (нестрого) на $[a, b]$ и $f(b) = 1$;
4. $f((a+b)/2) = 1$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 8

Функция $f \in R[0, 10]$ и $-1 \leq f(x) \leq 10$ на $[0, 10]$. Выберите отрезки, содержащие значение интеграла $\int_0^2 xf(x)dx$:

1. $[-1, 20]$;
2. $[-1, 10]$;
3. $[-2, 20]$;
4. $[0, 10]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 9

Выберите все верные утверждения (множества A и B имеют площадь):

1. при движении площадь не меняется;
2. площадь отрезка равна нулю;
3. площадь графика интегрируемой функции равна нулю;
4. любое множество имеет неотрицательную площадь;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 10

Пусть $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$; $\sigma_\tau(\xi)$ – интегральная сумма для f , построенная по разбиению τ с оснащением ξ ; s_τ, S_τ – нижняя и верхняя суммы Дарбу. Выберите все верные утверждения:

1. $\forall \tau \forall \varepsilon > 0 \exists \xi: \sigma_\tau(\xi) < s_\tau + \varepsilon$;
2. $\forall \tau \forall \varepsilon > 0 \exists \xi: \sigma_\tau(\xi) < s_\tau - \varepsilon$;
3. $\forall \tau: s_\tau < S_\tau$;
4. $\forall \tau \exists \xi: s_\tau \leq \sigma_\tau(\xi) \leq S_\tau$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)