Теортест-1 (Вариант 37)

Тема – определенный интеграл

Задача 1

Выберите все функции, имеющие дробно-рациональные первообразные:

1. $\frac{x^2-x+1}{x^2+x}$;
2. $\frac{x^9}{x^5+1}$;
3. $\frac{x^2+1}{x^5}$;
4. $\frac{x^4}{x^2-1}$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 2

Пусть $f(x)$, $x(t)$ – дифференцирумые функции. Выберите все верные утверждения (при соответствующей замене) :

1. $\int f(1/x)dx = -\int \frac{f(t)dt}{t^2}$;
2. $\int f(\sqrt{x})dx = 2\int f(t)\sqrt{t}dt$;
3. $\int f(x)dx = \int \frac{f(\ln t)}{t}dt$;
4. $\int f(x)d(2x) = \int \frac{f(\sqrt{t})}{\sqrt{t}}dt$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 3

Функция $f \in R[0,10]$ и $-1 \le f(x) \le 10$ на $[0,10]$. Выберите отрезки, содержащие значение интеграла $\int_0^2 xf(x)dx$:

1. $[-2,20]$;
2. $[0,10]$;
3. $[-1,10]$;
4. $[-1,20]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 4

Пусть $f \in R[a, b]$, $F(x) = \int_a^x f(t)dt$. Выберите все верные утверждения:

1. Если $f \geq 0$ на $[a, b]$, то F не убывает на $[a, b]$;
2. Если f непрерывна на $[a, b]$, то F – первообразная для f на $[a, b]$;
3. F имеет разрывы в точках разрыва функции f;
4. F непрерывна на $[a, b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 5

Пусть f интегрируема и $f \geq 0$ на $[a, b]$. Выберите все достаточные условия для того, чтобы $\int_a^b f(x)dx > 0$:

1. f непрерывна на $[a, b]$ и $f((a + b)/2) = 1$;
2. $f(a) > 0$, $f(b) > 0$;
3. f непрерывна в точке a и $f(b) = 1$;
4. f возрастает (нестрого) на $[a, b]$ и $f(b) = 1$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 6

Пусть $f \in R[a, b]$, $a < b$. Выберите все верные утверждения:

1. Если $\left| \int_a^b f(x)dx \right| < A$, то $\int_a^b |f(x)|dx < A$;
2. Если $\int_a^b |f(x)|dx < A$, то $\left| \int_a^b f(x)dx \right| < A$;
3. Если $\left| \int_a^b f(x)dx \right| = 0$, то $f(x) \equiv 0$ на $[a, b]$;
4. Если $f > 0$ на $[a, b]$, то $\int_a^b f(x)dx > 0$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 7

Пусть $f : [a, b] \to \mathbb{R}$; $\sigma_\tau(\xi)$ – интегральная сумма для f, построенная по разбиению τ с оснащением ξ; s_τ, S_τ – нижняя и верхняя суммы Дарбу. Выберите все утверждения, равносильные интегрируемости функции f на отрезке $[a, b]$:

1. $\exists E \in \mathbb{R}$: $\forall \varepsilon > 0$ $\exists \delta > 0$: $\forall \tau : |\tau| < \delta$ $\exists \xi$: $-\varepsilon < \sigma_\tau(\xi) - E < \varepsilon$;
2. $\forall \tau$, $\exists \xi$: $s_\tau \leq \sigma_\tau(\xi) \leq S_\tau$;
3. $\exists \tau$, $\forall \xi$: $s_\tau \leq \sigma_\tau(\xi) \leq S_\tau$;
4. $\forall \varepsilon > 0$ $\exists \delta > 0$: $\forall \tau : |\tau| < \delta$ $\exists \xi$: $S_\tau - \sigma_\tau(\xi) < \varepsilon$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 8

Выберите все верные утверждения (множества A и B имеют площадь):

1. площадь A всегда положительна;
2. $S(A) = S(A \cap B) + S(A \setminus B)$;
3. площадь одной точки равна нулю;
4. при движении площадь не меняется;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 9

Пусть функция $u = u(x)$ – первообразная для функции $v = v(x)$ на $[a, b]$. Выберите все верные на $[a, b]$ утверждения (C – произвольная постоянная):

1. $v' = u + C$;
2. $u = v' + C$;
3. $vdt = du$;
4. $v = u' + C$;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*

Задача 10

Выберите все верные утверждения :

1. Любая кривая имеет бесконечно много различных параметризаций;
2. Кусочно-гладкая кривая спрямляема;
3. Длина замкнутой кривой равна нулю;
4. Длина любой кривой конечна;
5. Любая кривая имеет неотрицательную длину;

Пример ввода: 3, 1, 4 *(введите "0", если верных утверждений нет)*