

Теортест-1 (Вариант 59)

Тема – определенный интеграл

Задача 1

Выберите все верные утверждения (множества A и B имеют площадь):

1. если $A \subset B$, то площадь A меньше площади B ;
2. площадь графика любой функции равна нулю;
3. площадь A всегда положительна;
4. площадь $A \cup B$ равна сумме площадей A и B ;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 2

Пусть f интегрируема и $f \geq 0$ на $[a, b]$. Выберите все достаточные условия для того, чтобы $\int_a^b f(x)dx > 0$:

1. f возрастает (нестрого) на $[a, b]$ и $f(b) = 1$;
2. f непрерывна в точке a и $f(a) = 1$;
3. $f((a+b)/2) = 1$;
4. f непрерывна на $[a, b]$ и $f((a+b)/2) = 1$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 3

Выберите все верные утверждения для данной функции, заданной на отрезке $[a, b]$:

1. При измельчении разбиения нижняя сумма Дарбу увеличивается или не изменяется;
2. Нижняя сумма Дарбу не больше любой интегральной суммы для данного разбиения;
3. При измельчении разбиения нижняя сумма Дарбу увеличивается;
4. Нижняя сумма Дарбу является наименьшей из всех интегральных сумм для данного разбиения;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 4

Пусть функции $f, g: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$. Выберите все верные утверждения:

1. Если $|f|$ интегрируема на $[a, b]$, то f тоже интегрируема на $[a, b]$;
2. Если $f > 0$ и интегрируема на $[a, b]$, то $1/f$ тоже интегрируема на $[a, b]$;
3. Если $[c, d] \subset [a, b]$ и f интегрируема на $[c, d]$, то f интегрируема и на $[a, b]$;
4. Если функция $f \cdot g$ интегрируема на $[a, b]$, то f и g тоже интегрируемы на $[a, b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 5

Пусть $f \in R[a, b]$, $F(x) = \int_a^x f(t)dt$. Выберите все верные утверждения:

1. Если f непрерывна на $[a, b]$, то F — первообразная для f на $[a, b]$;
2. Если $f \geq 0$ на $[a, b]$, то F не убывает на $[a, b]$;
3. $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$;
4. F ограничена на $[a, b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 6

Пусть $f(x)$ — дифференцируемая функция. Выберите все верные утверждения:

1. $2 \int x f(x)dx = x^2 f'(x) - \int x \cdot f'(x)dx$;
2. $\int f(x) \ln x dx = \ln x \cdot f'(x) - \int \frac{f'(x)}{x} dx$;
3. $2 \int f'(x) \sqrt{x} dx = 2 \sqrt{x} f(x) - \int \frac{f(x)}{\sqrt{x}} dx$;
4. $\int \frac{f'(x)}{x^2} dx = \frac{f(x)}{x^2} + \int \frac{f(x)}{x} dx$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 7

Функция $f \in R[0, 10]$ и $-1 \leq f(x) \leq 10$ на $[0, 10]$. Выберите отрезки, содержащие значение интеграла $\int_0^3 x^2 f(x)dx$:

1. $[-2; 20]$;
2. $[-9; 100]$;

3. $[9; 100]$;
4. $[-3; 90]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 8

Выберите все верные утверждения :

1. Любая кривая имеет бесконечно много различных параметризаций;
2. Длина любого пути не меньше длины вписанной в его носитель ломаной;
3. Длина любой кривой не меньше длины отрезка, соединяющего ее начало и конец;
4. Длина кривой зависит от параметризации;
5. Длина кривой определяется как супремум длин всевозможных параметризаций кривой;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 9

Выберите все функции, имеющие дробно-рациональные первообразные:

1. $\frac{x^4}{(x^5+1)^3}$;
2. $\frac{x^4}{x^2-1}$;
3. $\frac{x^2-1}{x^2+1}$;
4. $\frac{x^2-x+1}{x^2+x}$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 10

Пусть функция $u = u(t)$ – первообразная для функции $v = v(t)$ на $[a, b]$. Выберите все верные на $[a, b]$ утверждения (C – произвольная постоянная):

1. $u = dv + C$;
2. $du = v$;
3. $du = vdt$;
4. $du = vdt + C$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)