

# Теортест-1 (Вариант 95)

## Тема – определенный интеграл

### Задача 1

Выберите все верные утверждения:

1. первообразная дробно-рациональной функции выражается через элементарные функции;
2. если все корни знаменателя дробно-рациональной функции кратные, то ее первообразная является дробно-рациональной функцией;
3. первообразная дробно-рациональной функции является дробно-рациональной функцией;
4. если первообразная дробно-рациональной функции  $f(x)$  выражается через логарифм, то знаменатель  $f(x)$  имеет только простые вещественные корни;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

### Задача 2

Пусть  $f \in R[a, b]$ ,  $a < b$ . Выберите все верные утверждения:

1. Если  $\left| \int_a^b f(x) dx \right| = 0$ , то  $f(x) \equiv 0$  на  $[a, b]$ ;
2. Если  $\int_a^b |f(x)| dx < A$ , то  $\left| \int_a^b f(x) dx \right| < A$ ;
3. Если  $f > 0$  на  $[a, b]$ , то  $\int_a^b f(x) dx > 0$ ;
4. Если  $\int_a^b |f(x)| dx = 0$ , то  $f(x) \equiv 0$  на  $[a, b]$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

### Задача 3

Выберите все верные утверждения (тела  $A$  и  $B$  имеют объем):

1. любое множество имеет неотрицательный объем;
2. объем  $A$  всегда неотрицателен;
3. объем треугольника равен нулю;
4. объем  $A \cup B$  равен сумме объемов  $A$  и  $B$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

#### Задача 4

Пусть  $f$  интегрируема и  $f \geq 0$  на  $[a, b]$ . Выберите все достаточные условия для того, чтобы  $\int_a^b f(x)dx > 0$ :

1.  $f$  непрерывна на  $[a, b]$  и  $f((a+b)/2) = 1$ ;
2.  $f$  непрерывна в точке  $a$  и  $f(b) = 1$ ;
3.  $f((a+b)/2) = 1$ ;
4.  $f$  возрастает (нестрого) на  $[a, b]$  и  $f(b) = 1$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

#### Задача 5

Функция  $f \in R[0, 10]$  и  $-1 \leq f(x) \leq 10$  на  $[0, 10]$ . Выберите отрезки, содержащие значение интеграла  $\int_0^2 xf(x)dx$ :

1.  $[-1, 20]$ ;
2.  $[-2, 20]$ ;
3.  $[-10, 20]$ ;
4.  $[0, 10]$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

#### Задача 6

Пусть функция  $u = u(x)$  – первообразная для функции  $v = v(x)$  на  $[a, b]$ . Выберите все верные на  $[a, b]$  утверждения ( $C$  – произвольная постоянная):

1.  $vdt = du$ ;
2.  $v = u' + C$ ;
3.  $u' = v + C$ ;
4.  $v' = u + C$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

### Задача 7

Пусть  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ ;  $\sigma_\tau(\xi)$  – интегральная сумма для  $f$ , построенная по разбиению  $\tau$  с оснащением  $\xi$ ;  $s_\tau, S_\tau$  – нижняя и верхняя суммы Дарбу. Выберите все верные утверждения:

1.  $\forall \tau: s_\tau < S_\tau$ ;
2.  $\forall \tau \exists \xi: s_\tau \leq \sigma_\tau(\xi) \leq S_\tau$ ;
3.  $\forall \tau \exists \xi: S_\tau = \sigma_\tau(\xi)$ ;
4.  $\forall \tau \forall \varepsilon > 0 \exists \xi: \sigma_\tau(\xi) > S_\tau + \varepsilon$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

### Задача 8

Пусть  $f(x)$  – дифференцируемая функция. Выберите все верные утверждения:

1.  $\int f(x) \ln x dx = \ln x \cdot f'(x) - \int \frac{f'(x)}{x} dx$ ;
2.  $\int \frac{f'(x)}{x^2} dx = \frac{f(x)}{x^2} + \int \frac{f(x)}{x} dx$ ;
3.  $2 \int x f(x) dx = x^2 f'(x) - \int x f'(x) dx$ ;
4.  $\int f(x) \sin x dx = \cos x \cdot f(x) - \int f'(x) \cos x dx$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

### Задача 9

Пусть  $f \in R[a, b]$ ,  $F(x) = \int_a^x f(t) dt$ . Выберите все верные утверждения:

1.  $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$ ;
2.  $F$  дифференцируема на  $[a, b]$ ;
3.  $F$  ограничена на  $[a, b]$ ;
4.  $F$  – первообразная для  $f$  на  $[a, b]$ ;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

### Задача 10

Выберите все верные утверждения :

1. Длина спрямляемой кривой конечна;
2. Гладкая кривая – это кривая, все параметризации которой гладкие;
3. Длина кривой определяется как супремум длин всевозможных параметризаций кривой;
4. Длина любого пути не меньше длины вписанной в его носитель ломаной;
5. Длины противоположных путей равны;

**Пример ввода:** 3, 1, 4 (*введите "0", если верных утверждений нет*)