

Теортест-1 (Вариант 119)

Тема – определенный интеграл

Задача 1

Пусть $f \in R[a, b]$, $a < b$. Выберите все верные утверждения:

1. Если $f \geq 0$ на $[a, b]$, то $\int_a^b f(x)dx \geq 0$;
2. Если $\left| \int_a^b f(x)dx \right| = 0$, то $f(x) \equiv 0$ на $[a, b]$;
3. Если $\int_a^b |f(x)|dx < A$, то $\left| \int_a^b f(x)dx \right| < A$;
4. Если $f > 0$ на $[a, b]$, то $\int_a^b f(x)dx > 0$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 2

Пусть $f(x)$, $x(t)$ – дифференцируемые функции. Выберите все верные утверждения (при соответствующей замене) :

1. $\int f(x)dx = \int \frac{f(\ln t)}{t} dt$;
2. $\int f(x)dx = \int f(1/t) \frac{dt}{t^2}$;
3. $\int f(1/x)dx = - \int \frac{f(t)dt}{t^2}$;
4. $\int f(x)d(2x) = \int \frac{f(\sqrt{t})}{\sqrt{t}} dt$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 3

Пусть функция $u = u(x)$ – первообразная для функции $v = v(x)$ на $[a, b]$. Выберите все верные на $[a, b]$ утверждения (C – произвольная постоянная):

1. $u = v'$;
2. $u dt = dv$;
3. $u' = v + C$;
4. $u = v' + C$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 4

Выберите все верные утверждения (множества A и B имеют площадь):

1. площадь графика любой функции равна нулю;
2. площадь графика интегрируемой функции равна нулю;
3. $S(A) = S(A \cap B) + S(A \setminus B)$;
4. площадь $A \cup B$ равна сумме площадей A и B ;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 5

Выберите все функции, имеющие дробно-рациональные первообразные:

1. $\frac{x^9}{x^5+1}$;
2. $\frac{x^3-3(x-1)^2}{(x-1)^3}$;
3. $\frac{2x+1}{x^2(x+1)^2}$;
4. $\frac{x}{x^2-1}$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 6

Выберите все верные утверждения :

1. Любая кривая имеет неотрицательную длину;
2. Длина кривой определяется как супремум длин всевозможных параметризаций кривой;
3. Длина любой кривой не меньше длины отрезка, соединяющего ее начало и конец;
4. Длина любого пути не меньше длины вписанной в его носитель ломаной;
5. Длина спрямляемой кривой конечна;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 7

Функция $f \in R[0, 10]$ и $-1 \leq f(x) \leq 10$ на $[0, 10]$. Выберите отрезки, содержащие значение интеграла $\int_e^{e^3} \frac{f(x)}{x} dx$:

1. $[-1, 20]$;
2. $[-1, 10]$;
3. $[-10, 20]$;
4. $[-2, 10]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 8

Пусть f интегрируема и $f \geq 0$ на $[a, b]$. Выберите все достаточные условия для того, чтобы $\int_a^b f(x) dx > 0$:

1. f непрерывна в точке a и $f(a) = 1$;
2. f непрерывна на $[a, b]$ и $f((a+b)/2) = 1$;
3. f возрастает (нестрого) на $[a, b]$ и $f(b) = 1$;
4. $f(a) > 0, f(b) > 0$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 9

Пусть $f \in R[a, b]$, $F(x) = \int_a^x f(t) dt$. Выберите все верные утверждения:

1. F ограничена на $[a, b]$;
2. Если f непрерывна на $[a, b]$, то F – первообразная для f на $[a, b]$;
3. F непрерывна на $[a, b]$;
4. Если f кусочно-непрерывна на $[a, b]$, то F – обобщенная первообразная для f на $[a, b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 10

Выберите все верные утверждения для данной функции, заданной на отрезке $[a, b]$:

1. При измельчении разбиения нижняя сумма Дарбу увеличивается;
2. При измельчении разбиения нижняя сумма Дарбу уменьшается;
3. Нижняя сумма Дарбу является наименьшей из всех интегральных сумм для данного разбиения;
4. При измельчении разбиения нижняя сумма Дарбу уменьшается или не изменяется;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)