

Теортест-1 (Вариант 25)

Тема – определенный интеграл

Задача 1

Выберите все верные утверждения :

1. Гладкая кривая – это кривая, все параметризации которой гладкие;
2. Спрямолинейны только кусочно-гладкие кривые;
3. Длина кривой зависит от параметризации;
4. Длина кривой определяется как супремум длин всевозможных параметризаций кривой;
5. Длина любой кривой не меньше длины отрезка, соединяющего ее начало и конец;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 2

Пусть f интегрируема и $f \geq 0$ на $[a, b]$. Выберите все достаточные условия для того, чтобы $\int_a^b f(x)dx > 0$:

1. f непрерывна на $[a, b]$ и $f((a + b)/2) = 1$;
2. $f > 0$ на $[a, b]$;
3. f непрерывна в точке a и $f(a) = 1$;
4. $f(a) = f(b) = 1$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 3

Пусть $f(x)$ определена на отрезке $[a, b]$. Выберите все верные утверждения:

1. Если f интегрируема на $[a, b]$, то она ограничена на $[a, b]$;
2. Если f монотонна на $[a, b]$, то она интегрируема на $[a, b]$;
3. Если f непрерывна на $[a, b]$, то она интегрируема на $[a, b]$;
4. Если f интегрируема на $[a, b]$, то она непрерывна на $[a, b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 4

Пусть $f(x)$, $x(t)$ – дифференцируемые функции. Выберите все верные утверждения (при соответствующей замене) :

1. $\int f(x)d(2x) = \int \frac{f(\sqrt{t})}{\sqrt{t}}dt$;
2. $\int f(\sqrt{x})dx = 2 \int f(t)\sqrt{t}dt$;
3. $\int f(x)dx = \int f(1/t)\frac{dt}{t^2}$;
4. $\int f(x)dx = \int f(\ln t)tdt$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 5

Выберите все верные утверждения:

1. если первообразная дробно-рациональной функции $f(x)$ выражается через логарифм, то знаменатель $f(x)$ имеет только простые вещественные корни;
2. первообразная дробно-рациональной функции выражается через элементарные функции;
3. если все корни знаменателя дробно-рациональной функции кратные, то ее первообразная является дробно-рациональной функцией;
4. если первообразная дробно-рациональной функции $f(x)$ является дробно-рациональной, то все корни знаменателя $f(x)$ кратные;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 6

Пусть функция $u = u(x)$ – первообразная для функции $v = v(x)$ на $[a, b]$. Выберите все верные на $[a, b]$ утверждения (C – произвольная постоянная):

1. $u dt = dv$;
2. $v = u'$;
3. $u = v' + C$;
4. $v dt = du$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 7

Пусть $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$; $\sigma_\tau(\xi)$ – интегральная сумма для f , построенная по разбиению τ с оснащением ξ ; s_τ, S_τ – нижняя и верхняя суммы Дарбу. Выберите все утверждения, равносильные интегрируемости функции f на отрезке $[a, b]$:

1. $\forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0: \forall \tau : |\tau| < \delta \Rightarrow S_\tau - s_\tau < \varepsilon$;
2. $\forall \tau, \forall \xi: s_\tau \leq \sigma_\tau(\xi) \leq S_\tau$;
3. $\exists E \in \mathbb{R}: \forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0: \forall \tau : |\tau| < \delta, \forall \xi: -\varepsilon < \sigma_\tau(\xi) - E < \varepsilon$;
4. $\forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0: \forall \tau : |\tau| < \delta \exists \xi: S_\tau - \sigma_\tau(\xi) < \varepsilon$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 8

Пусть $f \in R[a, b]$, $F(x) = \int_a^x f(t)dt$. Выберите все верные утверждения:

1. F имеет разрывы в точках разрыва функции f ;
2. Если f кусочно-непрерывна на $[a, b]$, то F – обобщенная первообразная для f на $[a, b]$;
3. F непрерывна на $[a, b]$;
4. Если f непрерывна на $[a, b]$, то F – первообразная для f на $[a, b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 9

Выберите все верные утверждения (множества A и B имеют площадь):

1. площадь $A \cup B$ равна сумме площадей A и B ;
2. площадь A всегда неотрицательна;
3. при движении площадь не меняется;
4. площадь графика интегрируемой функции равна нулю;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 10

Функция $f \in R[0, 10]$ и $-1 \leq f(x) \leq 10$ на $[0, 10]$. Выберите отрезки, содержащие значение интеграла $\int_0^2 xf(x)dx$:

1. $[0, 10]$;
2. $[-1, 20]$;
3. $[-10, 20]$;
4. $[-2, 20]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)