

Теортест-1 (Вариант 1)

Тема – определенный интеграл

Задача 1

Функция $f \in R[0, 10]$ и $-1 \leq f(x) \leq 10$ на $[0, 10]$. Выберите отрезки, содержащие значение интеграла $\int_0^2 xf(x)dx$:

1. $[-1, 10]$;
2. $[-2, 20]$;
3. $[0, 10]$;
4. $[-2, 10]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 2

Пусть $f \in R[a, b]$, $F(x) = \int_a^x f(t)dt$. Выберите все верные утверждения:

1. F ограничена на $[a, b]$;
2. F имеет разрывы в точках разрыва функции f ;
3. F не убывает на $[a, b]$;
4. F непрерывна на $[a, b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 3

Выберите все верные утверждения :

1. Длина замкнутой кривой равна нулю;
2. Любая кривая имеет неотрицательную длину;
3. Длина любой кривой не меньше длины отрезка, соединяющего ее начало и конец;
4. Длина кривой определяется как супремум длин всевозможных параметризаций кривой;
5. Спрямолинейны только кусочно-гладкие кривые;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 4

Выберите все верные утверждения (тела A и B имеют объем):

1. объем A всегда положителен;
2. объем одной точки равен нулю;
3. объем A всегда неотрицателен;
4. $V(A) = V(A \cap B) + V(A \setminus B)$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 5

Пусть функция $u = u(x)$ – первообразная для функции $v = v(x)$ на $[a, b]$. Выберите все верные на $[a, b]$ утверждения (C – произвольная постоянная):

1. $vdt = du$;
2. $v' = u + C$;
3. $u = v'$;
4. $udt = dv$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 6

Пусть функции $f, g: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$. Выберите все верные утверждения:

1. Если $c \in [a, b]$ и f интегрируема на $[a, c]$ и на $[c, b]$, то f интегрируема и на $[a, b]$;
2. Если $c \in [a, b]$ и f интегрируема на $[a, c]$ и на $(c, b]$, то f интегрируема и на $[a, b]$;
3. Если f и g интегрируемы на $[a, b]$, то $f + g$ тоже интегрируема на $[a, b]$;
4. Если функция $f + g$ интегрируема на $[a, b]$, то f и g тоже интегрируемы на $[a, b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 7

Пусть f интегрируема и $f \geq 0$ на $[a, b]$. Выберите все достаточные условия для того, чтобы $\int_a^b f(x)dx > 0$:

1. $f((a + b)/2) = 1$;
2. $f(a) > 0, f(b) > 0$;

3. f возрастает (нестрого) на $[a, b]$ и $f(b) = 1$;
4. $f > 0$ на $[a, b]$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 8

Пусть $f(x)$ – дифференцируемая функция. Выберите все верные утверждения:

1. $\int f'(x) \sin x dx = \cos x \cdot f(x) - \int f(x) \cos x dx$;
2. $\int f'(x) e^x dx = e^x f(x) - \int f(x) e^x dx$;
3. $\int \frac{f'(x)}{x^2} dx = \frac{f(x)}{x^2} + \int \frac{f(x)}{x} dx$;
4. $2 \int x f(x) dx = x^2 f'(x) - \int x f'(x) dx$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 9

Выберите все функции, имеющие дробно-рациональные первообразные:

1. $\frac{x^9}{x^5+1}$;
2. $\frac{x^2-x+1}{x^2+x}$;
3. $\frac{x}{x^2-1}$;
4. $\frac{x^3-3(x-1)^2}{(x-1)^3}$;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)

Задача 10

Выберите все верные утверждения для данной функции, заданной на отрезке $[a, b]$:

1. При измельчении разбиения верхняя сумма Дарбу увеличивается;
2. При измельчении разбиения верхняя сумма Дарбу уменьшается;
3. При измельчении разбиения верхняя сумма Дарбу увеличивается или не изменяется;
4. Верхняя сумма Дарбу является наибольшей из всех интегральных сумм для данного разбиения;

Пример ввода: 3, 1, 4 (введите "0", если верных утверждений нет)