

MODELISATION DU SYSTEME CHAT-FIV

Attention : un modèle n'est pas une fin en soi, mais un outil aidant à comprendre le mécanisme de fonctionnement d'un phénomène biologique complexe en identifiant les paramètres majeurs. Il est basé sur une réalité biologique et répond à des questions biologiques.

1 Présentation d'une population de chats domestiques en milieu rural

Population de Saint-Just-Chaleyssin comportant une centaine de chats. L'effectif est maintenu stable par les propriétaires qui procèdent à un contrôle de la taille des portées par euthanasie des chatons.

Paramètres démographiques et comportementaux

	Juveniles [0,1[Adultes [1,+[
Répartition en âge	28%	72%
Fécondité annuelle	0	7.6
Mortalité annuelle	0.35*	0.35
Sex-ratio	0.5	0.5

***il s'agit du taux de mortalité des chatons échappant à l'euthanasie**

Les chats mâles adultes sont **fortement agressifs** (bagarres fréquentes) et les plus forts monopolisent les femelles en période d'oestrus.

Paramètres épidémiologiques concernant le FIV

Les chats infectés par le virus FIV ne guérissent pas. Une fois contaminés, ils restent porteurs et vecteurs du virus toute leur vie.

Le FIV est présent dans :

- la salive des chats infectés
- le sperme
- le lait
- autres

Prévalence : juvéniles : 0%
mâles adultes : 24.4%
femelles adultes : 10%

En moyenne 2.35 nouveaux cas par an, essentiellement chez les mâles adultes.

Facteurs de risque : **sexe**, âge, origine

Mortalité annuelle des chats infectés : 0.45

2 Quelques données complémentaires sur le système chats-FIV

En milieu urbain, il n'y a pas de contacts agressifs entre les individus lors de la période de reproduction. Tous les mâles sexuellement matures peuvent s'accoupler avec les femelles. La prévalence chez les mâles adultes est plus faible que dans les populations rurales, autour de 10% en moyenne. La prévalence chez les femelles n'est pas différente de celle en milieu rural, autour de 10% également, malgré des accouplements plus fréquents.

En milieu rural, il apparaît que les individus dominants, qui sont généralement les plus âgés et les plus agressifs, sont également ceux qui se déplacent le plus pour trouver des femelles et sont le plus en contact avec des mâles d'autres populations. Ce sont les individus les plus infectés par le FIV.

3 Etude de la transmission du FIV dans la population de Saint Just-Chaleyssin : approche par la modélisation

Question 0 : d'après les données, quelle semble être la voie de transmission principale du FIV ? Les femelles semblent-elles avoir un rôle dans la propagation du virus ? De quelle façon cela permet-il de simplifier le modèle ?

Première partie : étude du modèle sans structure en âge

Question 1 : construire le schéma du modèle en compartiments sans structure en âge. On choisira une fonction de transmission de type « mélange proportionné ».

Question 2 : écrire le système d'équations différentielles correspondant, intégrant un terme de frein h , représentant l'euthanasie des chatons, tel que la population soit stable à l'effectif K .

Question 3 : calculer l'expression du terme h .

Question 4 : déterminer l'expression du R_0 .

Question 5 : rechercher les conditions de propagation de la maladie, en lien avec le R_0 .

Question 6 : rechercher les points d'équilibre du système.

Ce système répond aux conditions d'application du théorème de Poincaré disant que lorsqu'un des points d'équilibre du système est stable, l'autre est instable. De même, si l'un est instable, l'autre est stable. Pour avoir la stabilité des deux équilibres, il suffit donc d'étudier celui qui semble le plus simple.

Question 7 : sous quelles conditions le point d'équilibre endémique (pour lequel le nombre d'infectés n'est pas nul, donc où le virus persiste dans la population) est-il stable ?

Question 8 : à partir des données fournies au point **1**, estimer lorsque cela est possible les paramètres numériques correspondant à la population de chats étudiée.

Question 9 : donner un ordre de grandeur numérique du taux de transmission permettant d'obtenir la prévalence observée (égale à la moyenne pondérée des prévalences observées pour chaque catégorie d'individus considérée dans le modèle).

Question 10 : estimer, d'après le modèle, le nombre de nouveaux cas annuel de FIV nécessaire à l'obtention de la prévalence observée. Commenter.

Seconde partie : étude du modèle avec structure en âge

Question 11 : construire le schéma du modèle en compartiments avec structure en âge.

Question 12 : écrire le système d'équations différentielles correspondant, (recalculer le terme de frein h , tel que la population soit stable à l'effectif K).

Question 13 : Etudier le modèle sans FIV (but : validation du modèle démographique)

Question 14 : Etude du modèle complet. Rechercher les points d'équilibre du système.

Question 15 : déterminer l'expression du R_0 .

Question 16 : rechercher les conditions de propagation de la maladie, en lien avec le R_0 .

Question 17 : donner un ordre de grandeur numérique du taux de transmission permettant d'obtenir la prévalence observée.

Question 18 : estimer, d'après le modèle, le nombre de nouveaux cas annuel de FIV nécessaire à l'obtention de la prévalence observée. Commenter.