UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

PREGRADO EN ESTADISTICA

DEPARTAMENTO DE ESTADÍSTICA
FACULTAD DE CIENCIAS

— ACTUARIA DE CONTINGENCIAS DE VIDA —

Profesor:
Norman Diego Giraldo Gomez
Primer Trabajo de Actuaria

Integrantes:

Ricardo William Salazar Espinal C.C. 1017219472

Medellín, Colombia

Medellin, abril 3 de 2024

Índice

1 Punto 1

Usa las fórmulas en la sección 2.4.1, pag.~35, con la definición de la variable $T(x)^{\alpha i}$, para calcular la probabilidad de que a la vida x le ocurra un episodio de la enfermedad en el intervalo de n años: $P(T(x)^{\alpha i} \leq n)$.

1.1 Solucion

Primero realizaremos este analisis considerando la enfermedad de tipo 2, definiremos algunas funciones para la incidencia de una enfermedad la cual segun la formula (2.35) es:

$$f_{T(x)^{\alpha i}}(t) = tPx \cdot e^{-\int_0^t \mu_{x+s}^{\alpha i} ds} \cdot \mu_{x+t}^{\alpha i}, \quad 0 < t < 110 - x,$$

donde en nuestro caso $\mu_{x+t}^{\alpha i}$ es la fuerza o intensidad de aparicion de un tipo de enfermedad para una vida(X) inicialmente sana.luego usando la identidad (2.39) de las notas de clase la expresion inicial se puede escribir como:

$$f_{T(x)^{\alpha i}}(t) = tPx \cdot h_X(t), \quad 0 < t < 110 - x$$

donde $h_X(t) = \frac{f_X(x+t)}{1-F_X(x)}$.

Esta ultima expresion se puede calcular de manera mas facil y sencilla usando la libreria flexsurv, donde haremos uso de la funcion dgompertz y pgompertz para calcular la funcion $h_X(t)$, estas funciones mencionadas usaran los parametros de la siguiente tabla

tipo	$b=$ rate	$a=$ shape
1	0.0000156	0.1016537
2	0.0000281	0.0962189

donde tomaremos el rate y shape del tipo 2 que representan a los datos asociados a las mujeres para la enfermedad de tipo 2.

Adicionalmente tenemos que definir a tPx como para ello usaremos la primera ley de mortalidad de perks la cual nos indica que su expresion es de la forma:

$$tPx = e^{-a_1 t}\left(\frac{a_2 e^{a_3 x}+1}{a_2 e^{a_3(x+t)}+1}\right)^{\frac{1-a_1}{a_3}}$$

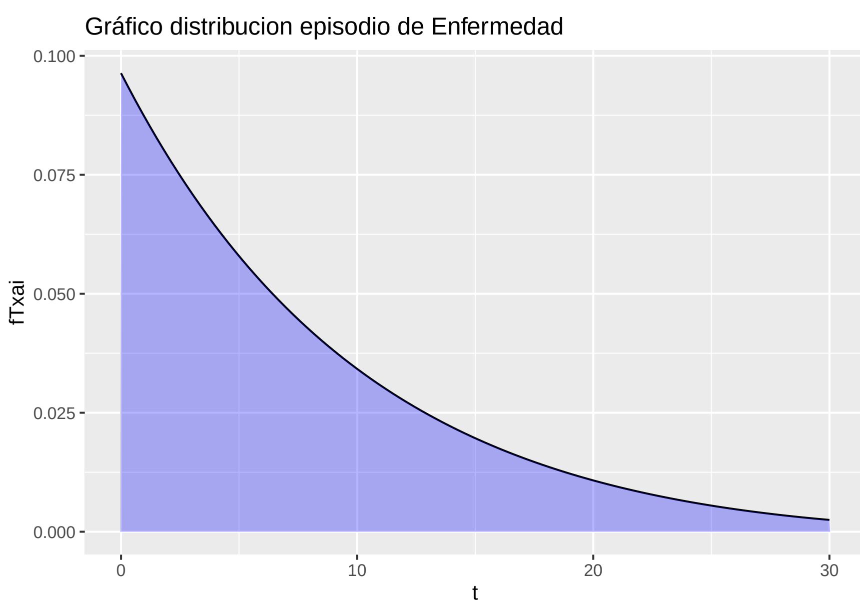
Notemos que esta funcion depende de 3 parametros los cuales nosotros tomaremos como $a_1 = 0.00025748, a_2 = 0.00002553, a_3 = 0.10128397$. luego podemos definir de incidencia de una enfermedad como:

$$f_{T(x)^{\alpha i}}(t) = \frac{tPx \cdot f_X(x+t)}{1-F_X(x)}, \quad 0 < t < 110 - x$$

Ahora bien como queremos calcular la probabilidad que una vida de 50 años pase de estar saludable a tener un episodio de enfermedad en los siguientes 30 años debemos calcular una integral, este calculo seria el siguiente:

$$P(T(x)^{\alpha i} \leq 30) = \int_0^{30} \frac{tPx \cdot f_X(X+t)}{1-F_X(x)} dt = 0.8681354$$

donde podemos notar que la funcion $f_{T(x)^{\alpha i}}(t) = \frac{tPx \cdot f_X(x+t)}{1-F_X(x)}$ tiene como distribucion la siguiente grafica



por lo tanto estaria calculando el area bajo la curva representada en la grafica, este valor el cual es 0.8681354 es plausible ya que la integral calculada es impropia, adicionalmente estos valores dependeran de el tipo de enfermedades la distribucion de esta y los parametros que se usen en el calculo.

Para los usuarios se recomienda,dado el gran riesgo de enfermedad, las personas deben considerar la planificación financiera y de atención médica a largo plazo, incluida la posibilidad de adquirir un seguro de salud adecuado y establecer un fondo de emergencia para cubrir posibles gastos médicos.

Para la aseguradora se recomienda implementar programas de bienestar y prevención dirigidos a asegurados de 50 años en adelante, que incluyan exámenes médicos preventivos, programas de ejercicio físico, orientación sobre dieta y nutrición, y educación sobre estilos de vida saludables.

2 Punto 2

Calcule la prima neta

$$\bar{A}^{ai}_{x:\overline{n}|}$$

definida en (2.90), pag. 65, para un seguro médico temporal, que paga el beneficio \$ b(t) \$ al momento del diagnóstico de una enfermedad de alto riesgo. Utilice una tasa de \$ i = 0.06 \$. Una tasa para incremento de costo de vida de \$ iq = 0.025 \$, ambas efectivas anuales. Valor asegurado inicial $C = 100$ unidades. Ayuda: ver el código R 2.1, pag. 37.

2.1 Solucion

Primero consideraremos para este analisis la enfermedad tipo 2,enemos que para calcular la prima neta de un seguro medico temporal al momento de un diagnostico de una enfermedad de alto riesgo se usa la formula (2.90):

$$\bar{A}^{ai}_{x:\overline{n}|} = c \cdot \int_0^{90-x} v^t (1+iq)^{\lfloor t \rfloor} tPx \cdot e^{\int_0^t \mu^{\alpha i}_{x+u} du} \cdot \mu^{\alpha i}_{x+t} dt$$

realizando un poco de algebra y uso de propiedades esta ecuacion se puede calcular mediante la siguiente funcion que es equivalente.

$$\bar{A}^{ai}_{x:\overline{n}|} = \frac{C}{1 - F_X(x)} \cdot \int_0^n v^t (1+iq)^{\lfloor t \rfloor} tPx f_X(x+t) dt$$

Donde para nuestro caso la persona asegurada es una muejer,tomaremos a $n = 30$, $x = 50$ usaremos, adicionalmente definimos a tPx mediante la primera ley de mortalidad de perks la cual nos indica que su expresion es de la forma:

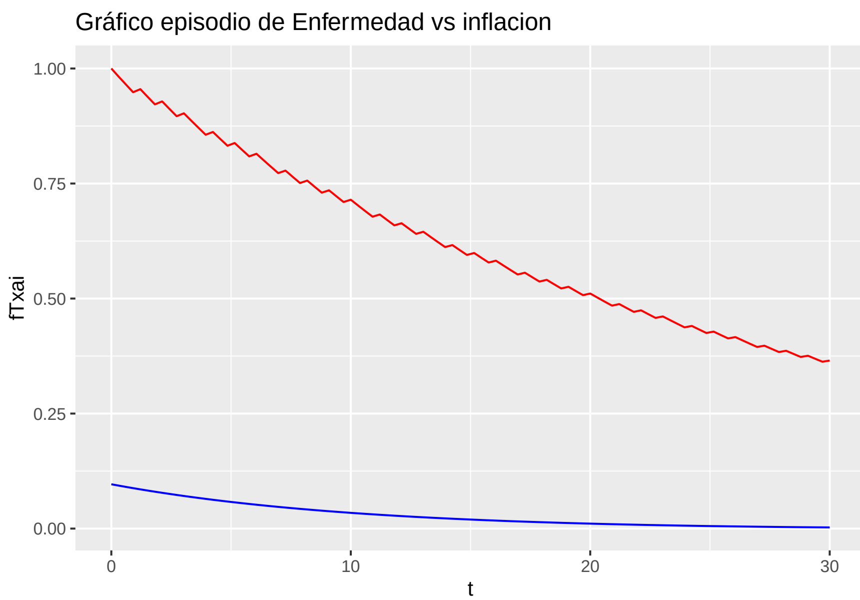
$$tPx = e^{-a_1 t} \left(\frac{a_2 e^{a_3 x} + 1}{a_2 e^{a_3 (x+t)} + 1} \right)^{\frac{1-a_1}{a_3}}$$

Definimos a $v = \frac{1}{1+i}$ y usaremos el que $F_X(x)$ y $f_X(x+t)$ son la densidad y la distribucion de la transicion a una enfermedad de una Gompertz, las cuales usaremos para poder realizar el calculo de manera correcta

Al realizar los calculos obtenemos que la prima

$$\bar{A}^{ai}_{x:\overline{n}|} = 67.4510649$$

, la cual es un pago muy costoso acorde a las 100 unidades aseguradas inicialmente, esto teniendo encuenta que se aseguro una enfermedad de alto riesgo y teniendo encuenta que $i = 0.06$ y $iq = 0.025$ son intereses que amortiguan la inflacion anual, seria poco recomendable para la aseguradora expedir este tipo de seguro para este tipo de enfermedad.



Adicionalmente vemos como es el comportamiento de la inflacion grafica roja, que reflejaria el valor presente osea el termino $v^t \cdot (1+iq)^{\lfloor t \rfloor}$ vs la densidad de la incidencia de la enfermedad que en nuestro caso es fTxai. podemos notar que la grafica roja tiene sentido ya que $iq < i$ y como iq esta en el numerador y i esta en el denominador esta valor tiende a decrecer. Luego observando la grafica roja y azul tiene mas sentido el valor obtenido en la prima.

3 Punto 3

Suponga dos tipos de enfermedad: 1 y 2. Considere dos variables aleatorias independientes: $T(x)^{ai,1}$, $T(x)^{ai,2}$. defina $v = \frac{1}{1+i}$ y la variable aleatoria $T(x)^{ai,1,2} = min(T(x)^{ai,1}, T(x)^{ai,2}$, calcule la prima

$$E(V^{T(x)^{ai,1,2}} b(T(x)^{ai,1,2}) I(T(x)^{ai,1,2} \leq 30))$$

3.1 Solucion

Calcularemos este Seguro de enfermedad de cobertura a n años, un seguro de enfermedad cobertura a n años que paga una suma determinada por la funcion b(t), cuando suceda el diagnostico de una de las enfermedades especificadas en la poliza. Tiene prima neta, dada por $b(t) = C(1 + iq)^{\lfloor t \rfloor}$. Este seguro paga el caso donde ocurran 3 tipos de eventos diferentes los cuales especificaremos a continuacion.

Para nuestro caso seria considerar varios casos ya que tenemos dos enfermedades diferentes que pueden suceder en un lapso de n años debemos considerar a $T(x)^{ai,1,2} = min(T(x)^{ai,1}, T(x)^{ai,2})$, y como ya vimos en clase este minimo es de la forma de la productoria de sus tPx con sus $\mu_{x+t}^{ai,j}$ donde j es 1 o 2 ya que tenemos dos enfermedades que pueden ocurrir en los años determinados.

Para el desarrollo de esto debemos considerar primero la siguiente identidad:

$$A \cup B = (A^c \cap B) \cup (A \cap B^c) \cup (A \cap B)$$

Donde consideremos los siguiente eventos:

$$\begin{cases} A = \text{Ocurre la enfermedad } T(x)^{ai,1} \\ B = \text{Ocurre la enfermedad } T(x)^{ai,2} \\ A^c = \text{No ocurre la enfermedad } T(x)^{ai,1} \\ B^c = \text{No ocurre la enfermedad } T(x)^{ai,2} \end{cases}$$

Ahora consideremos la funcion indicadora $I(T(x)^{ai,1,2}) = I(A \cup B) = I((A^c \cap B) \cup (A \cap B^c) \cup (A \cap B)) = I(A \cup B) = I(A^c \cap B) \cup I(A \cap B^c) \cup I(A \cap B))$

$$E(V^{T(x)^{ai,1,2}} b(T(x)^{ai,1,2}) I(T(x)^{ai,1,2}) \leq 30)) = E(V^{T(x)^{ai,1,2}} b(T(x)^{ai,1,2}) I((A^c \cap B) \cup (A \cap B^c) \cup (A \cap B)))$$

Esta ultima igualdad es equivalente a considerar las siguientes 3 esperanzas las cuales son:

$$E(V^{T(x)^{ai,1,2}} b(T(x)^{ai,1,2}) I(A^c \cap B)) + E(V^{T(x)^{ai,1,2}} b(T(x)^{ai,1,2}) I(A \cap B^c)) + E(V^{T(x)^{ai,1,2}} b(T(x)^{ai,1,2}) I(A \cap B))$$

Bajo esta igualdad y teniendo encuenta la definicion de los eventos el calculo de la prima en el caso que estamos estudiando seria la suma de estas 3 esperanzas, realicemos estos computos:

- consideremos el caso donde 1) $I(A \cap B^{\complement}) \longrightarrow min(T(x)^{a_i,1}, T(x)^{a_i,2}) = min(T(x)^{a_i,1}, \infty) = I(T(x)^{a_i,1})$

  este caso es donde la primera enfermedad ocurre pero la segunda no se presenta en el lapso de tiempo luego, teniendo encuenta que la funcion indicadora toma este valor tenemos que la ecuacion se reduce a:

$$
\begin{aligned}
&E(v^{T(x)^{a_i,1,2}} \cdot b(T(x)^{a_i,1,2}) \cdot I(T(x)^{a_i,1,2} \leq n)) \\
&= E(v^{T(x)^{a_i,1}} \cdot b(T(x)^{a_i,1}) \cdot I(T(x)^{a_i,1} \leq n)) \\
&= c\int_0^n v^t(1+iq)^{\lfloor t \rfloor} tpxe^{-\int_0^t \mu_{x+u}^{a_i,1} du} \cdot \mu_{x+u}^{a_i,1} dt \\
&= \frac{c}{1-F_{X_1}(x)} \int_0^n v^t(1+iq)^{\lfloor t \rfloor} tp_x \cdot f_{x_1}(x+t)dt
\end{aligned}
$$

Donde F_{X_1} y $f_{X_1}(x+t)$ son las funciones dgompertz y pgompertz de la libreria flexsurv asociados a los parametros shape y rate para la enfermedad tipo 1

- consideremos el caso donde $2)I(A^{\complement} \cap B) \longrightarrow min(T(x)^{a_i,1}, T(x)^{a_i,2}) = min(\infty, T(x)^{a_i,2} = T(x)^{a_i,2}$

  Este caso es el caso donde la primera enfermedad no sucede y la segunda enfermadad si,por lo tanto tenemos que paso lo siguiente

$$
\begin{aligned}
&E(v^{T(x)^{a_i,1,2}} \cdot b(T(x)^{a_i,1,2}) \cdot I(T(x)^{a_i,1,2} \leq n)) \\
&= E(v^{T(x)^{a_i,2}} \cdot b(T(x)^{a_i,2}) \cdot I(T(x)^{a_i,2} \leq n)) \\
&= c\int_0^n v^t(1+iq)^{\lfloor t \rfloor} tpxe^{-\int_0^t \mu_{x+u}^{a_i,2} du} \cdot \mu_{x+u}^{a_i,2} dt \\
&= \frac{c}{1-F_{X_2}(x)} \int_0^n v^t(1+iq)^{\lfloor t \rfloor} tp_x \cdot f_{x_2}(x+t)dt
\end{aligned}
$$

  Donde F_{X_2} y $f_{X_2}(x+t)$ son las funciones dgompertz y pgompertz de la libreria flexsurv asociados a los parametros shape y rate para la enfermedad tipo 2

- Por ultimo consideramos el caso donde ambas enfermedades ocurren en el lapso de tiempo $3)I(A \cap B) \longrightarrow min(T(x)^{a_i,1}, T(x)^{a_i,2})$

  para este caso en particular tenemos que considerar la funcion de distribucion conjunta para un minimo:

$$
min(T(x)^{a_i,1}, T(x)^{a_i,2}) = T(x)^{a_i,1,2}
$$

  Usando la definicion vista en clase y taller tenemos que podemos escribir la expresion como:
  $T(x)^{a_i,1,2} = (tp_x) \cdot e^{-\int_0^t \mu_{x+u}^{a_i,1} du} \cdot e^{-\int_0^t \mu_{x+u}^{a_i,2} du} \cdot \sum_{j=1}^2 \mu_{x+u}^{a_i,j}$
  Luego,

$$
\begin{aligned}
&E(v^{T(x)^{a_i,1,2}} \cdot b(T(x)^{a_i,1,2}) \cdot I(T(x)^{a_i,1,2} \leq n)) \\
&= c\int_0^n v^y(1+iq)^{\lfloor t \rfloor}(tp_x) \cdot e^{-\int_0^t \mu x_1 + u^{a_i,1} du} \cdot e^{-\int_0^t \mu_{x_2+u}^{a_i,2} du} \cdot (\mu_{x_1+u}^{a_i,1} + \mu_{x_2+u}^{a_i,2}) \\
&= c\int_0^n v^y(1+iq)^{\lfloor t \rfloor}(tp_x) \cdot \left[\frac{fx_1(x+t)}{1-F_{X_1}(x)} \cdot e^{-\int_0^t \mu_{x_2+u}^{a_i,2} du} + \frac{f_{x_2}(x+t)}{1-F_{X_2}(x)} \cdot e^{-\int_0^t \mu_{x_1+u}^{a_i,1} du}\right]
\end{aligned}
$$

par el desarrollo de estas exponenciales debemos tener encuenta la pagina 36 de las notas de clases donde tenemos que:

$$e^{-\int_0^t \mu_{x+s}^{ai} ds} = \frac{1 - F_X(x+t)}{1 - F_x(x)}$$

usando este hecho y teniendo encuenta que son dos enfermedades diferentes tenemos entonces que la expresion anterior es equivalente a:

$$= c \int_0^n v^t (1+iq)^{\lfloor t \rfloor} (tp_x) \left[\frac{f_{X_1}(x+t) \cdot (1 - F_{X_2}(x+t))}{(1 - F_{X_1}(x))(1 - F_{X_2}(x))} + \frac{f_{X_2}(x+t) \cdot (1 - F_{X_1}(x+t))}{(1 - F_{X_1}(x))(1 - F_{X_2}(x))} \right] dt$$

luego tenemos que el valor total de la prima es la suma de los 3 casos por lo tanto para el caso 1 su prima es: 68.7893364, para el caso 2 su prima es: 67.4510649, para el caso numero 3 su prima es 2.7023673×10^{-5}, teniendo una prima total de 136.2404283, la cual es una prima alta pero teniendo encuenta que son dos posibles enfermades con un alto nivel de probabilidad que ocurran y dado que pensamos un seguro a 30 años es un valor razonable, igual la recomendacion para la aseguradora seria no asegurar a esta persona ya que es demasiado costoso ya que la enfermedad tiene una alta probabilidad de ocurrir, en su defecto seria mejor proponer seguros a plazos de un año donde se pueda tener un riesgo mas controlado.

Nota: Podemos observar que la prima en el caso 3 es un valor extremadamente pequeño, lo cual nos puede indicar que probablemente la funcion que definimos $tP^{ai_1}x \cdot tP^{ai_2}x \cdot (\mu_{x+u}^{ai,1} + \mu_{x+u}^{ai,2})$, no sean los unico terminos que componenen la expresion, si no que probablemente hay mas terminos en este mismo. Para ello proponemos un analisis diferente para este caso a cotinuacion.

3.1.1 Observaciones: para el caso 3 funcion de densidad caso en que las dos enfermedades ocurran en el mismo lapso de tiempo.

Realizaremos un analisis diferente para la funcion del minimo ya que como tenemos funciones que cumplen lo siguiente:

$\int_0^{110-x} f_{T(x)^{ai,1,2}}(t)dt < 1$, es decir las integrales son impropias para las dos enfermedades, por lo que abordar el tema como lo hicimos en el caso 3 puede no ser el adecuado.Para ellos consideremos el siguiente analisis.

$$T(x)^{a_{1,2}} = min(T(x)^{a_1}, T(x)^{a_2})$$

$$P(T(x)^{ai,1,2} > t) = P(T(x)^{ai,1} > t) + P(T(x)^{ai,2} > t) + P(T(x)^{ai,1,2} > t)$$

esto es equivalente a tener estos 3 posibles casos.

$$A)\ ({}_tp_x^{a_1} + {}_tp_x^{a_2} + {}_tp_x^{a_1} \cdot {}_tp_x^{a_2})$$

Notemos que nosotros solo consideramos el caso ${}_tp_x^{a_1} \cdot {}_tp_x^{a_2}$ en el caso 3 del punto 3, pero ahora tenemos dos terminos adicionales. realizaremos un analisis equivalente al visto en clase y calcularemos la distribucion de esta ultima.

$$-\frac{\partial\ ln}{\partial t}({}_tp_x^{a_1} + {}_tp_x^{a_2} + {}_tp_x^{a_1} \cdot {}_tp_x^{a_2})$$

$$B)\ (\frac{\mu_{x+t}^{a_1} + \mu_{x+t}^{a_2} + (tp_x^{a_1} \cdot \mu x + t^{a_2} + \mu_{x+t}^{a_1} \cdot {}_tp_x^{a_2})}{{}_tp_x^{a_1} + {}_tp_x^{a_2} + {}_tp_x^{a_1} \cdot {}_tp_x^{a_2}})$$

Tenemos que la distribucion conjunta seria el producto del caso A y B

$$f_{T(x)^{a_1},T(x)^{a_2}}(t) = A \cdot B$$

$$f_{T(x)^{ai_1},T(x)^{ai_2}}(t) = (tp_x^{ai_1} + {}_tp_x^{ai_2} + {}_tp_x^{ai_1} \cdot {}_tp_x^{ai_2}) \cdot (\frac{\mu x + t^{ai_1} + \mu_{x+t}^{ai_2} + (tp_x^{ai_1} \cdot \mu_{x+t}^{ai_2} + \mu_{x+t}^{ai_1} \cdot {}_tp_x^{ai_2})}{tp_x^{ai_1} + {}_tp_x^{ai_2} + {}_tp_x^{ai_1} \cdot {}_tp_x^{ai_2}})$$

$$f_{T(x)^{a_{i.1}},T(x)^{a_{i,2}}}(t) = \mu_{x+t}^{ai_1} + \mu_{x+t}^{ai_2} + (tp_x^{ai_1} \cdot \mu_{x+t}^{ai_2} + \mu_{x+t}^{ai_1} \cdot {}_tp_x^{ai_2})$$

Donde tenemos que:

$$\begin{cases} \mu_{x+t}^{ai_1} \text{ es la distribucion hazard para la gompertz, para la enfermadad tipo 1} \\ \mu_{x+t}^{ai_2} \text{ es la distribucion hazard para la gompertz, para la enfermadad tipo 2} \\ tp_x^{ai_1} \text{ es la distribucion de la gompertz, para la enfermadad tipo 1} \\ tp_x^{ai_2} \text{ es la distribucion de la gompertz, para la enfermadad tipo 2} \end{cases}$$

Por ultimo multiplicamos esta expresion por la densidad de la distribucion de la perks1 la cual denotamos como tPx

$$tp_x \cdot (\mu_{x+t}^{a_1} + \mu_{x+t}^{a_2} + (tp_x^{a_1} \cdot \mu_{x+t}^{a_2} + \mu_{x+t}^{a_1} \cdot {}_tp_x^{a_2}))$$

esta expresion es la que introducimos en la integral y que procedemos a calcular como sigue:

$$c\int_0^n v^y(1+iq)^{\lfloor t \rfloor}(tp_x) \cdot e^{-\int_0^t \mu x_1 + u^{a_i,1} du} \cdot e^{-\int_0^t \mu_{x_2+u}^{a_i,2} du} \cdot (\mu_{x+t}^{a_1} + \mu_{x+t}^{a_2} + (tp_x^{a_1} \cdot \mu x + t^{a_2} + \mu_{x+t}^{a_1} \cdot {}_tp_x^{a_2}))dt$$

esta ultima mediante el uso del paquete flexsurv se calcula y obtenemos un valor diferente al obtenido anteriormente

Ahora tenemos que para el caso numero 3, su prima seria: 96.9503929, este valor es un valor mas realista que el obtenido en el primer analisis suponiendo esto:

$$f_{T(x)^{ai1},T(x)^{ai2}}(t) = tPx^{ai_1} \cdot tPx^{ai_2} \cdot (\mu^{a_1}_{x+t} + \mu^{a_2}_{x+t})$$

En conclucion como tenemos integrales impropias el uso de la densidad mediante la expresion anterior puede que no sea del todo exacta y por lo tanto el uso de una expresion como la que se realizo en este apartado puede ser mucho mas precisa a la hora de realizar los computos.

Ahora si comparamos las dos primas totales tenemos que la primera es de 136.2404283 mientras que la segunda es de 233.1907942, a un que ambas son muy altas la segunda es de un valor muchisimo mayor por lo tanto en ambos casos es recomendable para la aseguradora no aceptar este tipo de seguro conjunto par las enfermedades de tipo 1 ni tipo 2.

4 Conclusiones

Durante todo el analisis nos encontramos que las enfermedades tenian una alta probabilidad de desarrollarse durante los 30 años de estudio, por ello muchas de las primas calculadas para las enfermedades tenian un valor tan alto.

Hay que tenes extremo cuidado a la hora de plantear distribuciones conjuntas para minimos entre dos tipos de enfermedades distintas ya que las integrales son de tipo impropio y las funciones que se proponen normalmente no serian del todo exactas, por lo tanto calcular y definir las funciones de densidad apropiadas sera de extrema importancia.

5 Apendice

En esta seccion anexamos los codigos utilizados:

codigos usados en el punto 1

```
#punto 1
muxt.pe1 <- function(t, x, pars) {
  a1 <- pars[1]
  a2 <- pars[2]
  a3 <- pars[3]
  m <- (a1 + a2 * exp(a3 * (x + t))) / (1 + a2 * exp(a3 * (x + t)))
  return(m)
}



tpx.pe1 = function(t,x,pars){
  a1 = pars[1]
  a2 = pars[2]
  a3 = pars[3]
  g = (1-a1)/a3
```

```r
  v = exp(-a1*t)*((a2*exp(a3*x)+1)/(a2*exp(a3*(x+t))+1))^g
return(v)}

M_w <- matrix(0, 2, 2)
M_w[1, 1] <- 0.0000156
M_w[1, 2] <- 0.1016537
M_w[2, 1] <- 0.0000281
M_w[2, 2] <- 0.0962189

tpxai <- function(t, x, a, b) {
  dgompertz(x + t, shape = a, rate = b) /
    pgompertz(x, shape = a, rate = b, lower.tail = FALSE)
}

fTxai <- function(t, x, pars, a, b) {
  tpxai(t, x, a, b) * tpx.pe1(t, x, pars)
}

Ax.ain <- function(x, n, fTxai, pars, a, b) {
  ft <- function(t) {
    fTxai(t, x, pars, a, b)
  }
  p <- integrate(ft, 0, n)$value
  return(p)
}

pars <- c(0.00025748, 0.00002553, 0.10128397
)
a <- M_w[2, 1]
b <- M_w[2, 2]
x <- 50
n <- 30

probabilidad<-Ax.ain(x = x, n = n, fTxai = fTxai, pars = pars, a = a, b = b)

probabilidad1<-Ax.ain(x = x, n = 1, fTxai = fTxai, pars = pars, a = a, b = b)
probabilidad2<-Ax.ain(x = 51, n = 1, fTxai = fTxai, pars = pars, a = a, b = b)
```

```r
#grafico punto 1

library(ggplot2)

# Definir el rango de valores para t
t_values <- seq(0, 30, length.out = 100)
```

```r
# Calcular los valores de fTxai para cada valor de t en el rango
fTxai_values <- sapply(t_values, function(t) fTxai(t, x = 50, pars = pars, a = a, b = b)

# Crear un data frame con los valores de t y fTxai
data <- data.frame(t = t_values, fTxai = fTxai_values)

# Graficar la función fTxai
ggplot(data, aes(x = t, y = fTxai)) +
  geom_line() +
  geom_area(fill = "blue", alpha = 0.3) +  # Agregar área bajo la curva
  labs(x = "t", y = "fTxai") +
  ggtitle("Gráfico distribucion episodio de Enfermedad")
```

Codigos usados en el punto 2

```r
#punto 2

muxt.pe1 <- function(t, x, pars) {
  a1 <- pars[1]
  a2 <- pars[2]
  a3 <- pars[3]
  m <- (a1 + a2 * exp(a3 * (x + t))) / (1 + a2 * exp(a3 * (x + t)))
  return(m)
}

tpx.pe1 <- function(t, x, pars) {
  a1 <- pars[1]
  a2 <- pars[2]
  a3 <- pars[3]
  g <- (1 - a1) / a3
  v <- exp(-a1 * t) * ((a2 * exp(a3 * x) + 1) / (a2 * exp(a3 * (x + t)) + 1))^g
  return(v)
}

M_w <- matrix(0, 2, 2)
M_w[1, 1] <- 0.0000156
M_w[1, 2] <- 0.1016537
M_w[2, 1] <- 0.0000281
M_w[2, 2] <- 0.0962189

c_valor <- 100
x <- 50
n <- 30
pars <- c(0.00025748, 0.00002553, 0.10128397)
```

```r
a <- M_w[2, 1]
b <- M_w[2, 2]
i <- 0.06
r <- 1 / (1 + i)
iq <- 0.025
e <- M_w[1, 1]
f <- M_w[1, 2]
tpxai <- function(t, x, a, b) {
  dgompertz(x + t, shape = a, rate = b) /
    pgompertz(x, shape = a, rate = b, lower.tail = FALSE)
}

# FDP de una vida remanente con la incidencia de alguna enfermedad
fTxai <- function(t, x, a, b, pars) {
  tpxai(t, x, a, b) * tpx.pe1(t, x, pars)
}

Ax.ain <- function(x, n, c, i, iq, fTxai, pars, a, b, subdivisions = 10000) {
  ft <- function(t) c * r^t * (1 + iq)^floor(t) * fTxai(t, x, a, b, pars)
  p <- integrate(ft, 0, n, subdivisions = subdivisions)$value
  return(p)
}

prima2 <- Ax.ain(x = x, n = n, c = c_valor, i = i, iq = iq, fTxai = fTxai, pars = pars,

prima1<- Ax.ain(x = x, n = n, c = c_valor, i = i, iq = iq, fTxai = fTxai, pars = pars, a
```

```r
library(ggplot2)

#grafica punto 2

# Definir el rango de valores para t
t_values <- seq(0, 30, length.out = 100)

# Calcular los valores de fTxai para cada valor de t en el rango
fTxai_values <- sapply(t_values, function(t) fTxai(t, x = 50, pars = pars, a = a, b = b)

# Calcular los valores de r^t * (1 + iq)^floor(t) para cada valor de t en el rango
i <- 0.025
iq <- 0.06
r <- 1 / (1 + i)
additional_values <-  (1 + i)^floor(t_values) /(1+iq)^{(t_values)}

# Crear un data frame con los valores de t, fTxai y la función adicional
```

```
data <- data.frame(t = t_values, fTxai = fTxai_values, additional = additional_values)

# Graficar la función fTxai y la función adicional en la misma gráfica
ggplot(data, aes(x = t)) +
  geom_line(aes(y = fTxai), color = "blue") +
  geom_line(aes(y = additional), color = "red") +
  geom_area(data = . %>% filter(fTxai >= additional), aes(y = fTxai), fill = "blue", alp
  labs(x = "t", y = "fTxai", title = "Gráfico episodio de Enfermedad vs inflacion") +
  scale_color_manual(values = c("blue", "red"), name = "Funciones", labels = c("fTxai",
```

Codigos usados en el punto 3

```
# punto 3 codigo
#-------------Ley Perks 1
muxt.pe1 = function(t,x,pars){
  a = pars[1]
  b = pars[2]
  c = pars[3]
  d = pars[4]
  m=(a+exp(b+c*(x+t)))/(exp(b-c*(x+t))+exp(d+c*(x+t))+1)
  return(m)}

tpx.pe1 <- function(t, x, pars) {
  a1 <- pars[1]
  a2 <- pars[2]
  a3 <- pars[3]
  g <- (1 - a1) / a3
  v <- exp(-a1 * t) * ((a2 * exp(a3 * x) + 1) / (a2 * exp(a3 * (x + t)) + 1))^g
  return(v)
}



#---------parametros perks1
pars.gm = c(0.00025748, 0.00002553, 0.10128397)
library(flexsurv)
#--------------------par´ametros Gompertz
M.w = matrix(0,2,2)
#---------hombres
M.w[1,1] = 0.0000156
M.w[1,2] = 0.1016537
#----------mujeres
M.w[2,1] = 0.0000281
M.w[2,2] = 0.0962189
```

```r
colnames(M.w) = c("a","b")
rownames(M.w) = c("h","m")

#----------muxai
muxai = function(t,x,a,b){
  hgompertz(x+t,shape=a,rate=b)
}

#----------tpxai
tpxai = function(t,x,a,b){
  dgompertz(x+t,shape=a,rate=b)/
    pgompertz(x,shape=a,rate=b, lower.tail = FALSE)
  }
#----------fTxai
fTxai = function(t,x,a,b,pars){tpxai(t,x,a,b)*tpx.pe1(t,x,pars)}


#----------Resultado
Ax.ain = function(x, n, C, i, iq, fTxai, pars, a, b, subdivisions = 10000){
  v = 1/(1+i)
  ft = function(t){C*(v^(t))*(1+iq)^floor(t)*fTxai(t, x, a, b, pars)}
  p = integrate(ft,0,n, subdivisions = subdivisions)$value
  return(p)}

x=50
n=30
i=0.06
iq=0.025
C=100
a=M.w[2,1]
b=M.w[2,2]


enfermedad2=Ax.ain(x=x,n=n, C=C, i=i,iq=iq,fTxai=fTxai,pars=pars.gm, a=M.w[2,1], b=M.w[2

a1<-M.w[1,1]
b1<-M.w[1,2]

enfermedad1=Ax.ain(x=x,n=n, C=C, i=i,iq=iq,fTxai=fTxai,pars=pars.gm, a=M.w[1,1], b=M.w[1

#----------tpxai
tpxaii = function(t,x,a,b,c,d){
  (dgompertz(x+t,shape=a,rate=b)*pgompertz(x+t,shape=c,rate=d, lower.tail = FALSE))/
    (pgompertz(x,shape=a,rate=b, lower.tail = FALSE)*pgompertz(x,shape=c,rate=d, lower.t
```

```
    )+(dgompertz(x+t,shape=c,rate=d)*pgompertz(x+t,shape=a,rate=b, lower.tail = FALSE))/
    (pgompertz(x,shape=c,rate=d, lower.tail = FALSE)*pgompertz(x,shape=a,rate=b, lower.t
    )}



#----------fTxaii

fTxaii = function(t,x,a,b,c,d,pars){tpxaii(t,x,a,b,c,d)*tpx.pe1(t,x,pars)}

Ax.ain3 = function(x, n, C, i, iq, fTxaii, pars, a, b, c, d){
  v = 1/(1+i)
  ft = function(t){c*(v^(t))*(1+iq)^floor(t)*fTxaii(t,x,a,b,c,d,pars)}
  p = integrate(ft,0,n)$value
  return(p)}
enfermedad3=Ax.ain3(x=x,n=n, C=C, i=0,iq=0,fTxaii=fTxaii,pars=pars.gm, a=M.w[1,1], b=M.w
primaT=enfermedad1+enfermedad2+enfermedad3
```

```
#codigo punto 3.1

#-------------Ley Perks 1
muxt.pe1 = function(t,x,pars){
  a = pars[1]
  b = pars[2]
  c = pars[3]
  d = pars[4]
  m=(a+exp(b+c*(x+t)))/(exp(b-c*(x+t))+exp(d+c*(x+t))+1)
  return(m)}


tpx.pe1 <- function(t, x, pars) {
  a1 <- pars[1]
  a2 <- pars[2]
  a3 <- pars[3]
  g <- (1 - a1) / a3
  v <- exp(-a1 * t) * ((a2 * exp(a3 * x) + 1) / (a2 * exp(a3 * (x + t)) + 1))^g
  return(v)
}
#---------parametros perks1
pars.gm = c(0.00025748, 0.00002553, 0.10128397)
library(flexsurv)
#--------------------parámetros Gompertz
M.w = matrix(0,2,2)
#---------enfermedad 1
```

```
M.w[1,2] = 0.0000156
M.w[1,1] = 0.1016537
#----------enfermedad 2
M.w[2,2] = 0.0000281
M.w[2,1] = 0.0962189
colnames(M.w) = c("shape","rate")
rownames(M.w) = c("t1","t2")



shape1=M.w[1,1]
rate1=M.w[1,2]
shape2=M.w[2,1]
rate2=M.w[2,2]
#------------ muxa1
muxa1 = function(t,x,shape,rate){
  hgompertz(x+t,shape=shape1,rate=rate1)
}
#------------ muxa2
muxa2 = function(t,x,shape,rate){
  hgompertz(x+t,shape=shape2,rate=rate2)
}

#------------ producto
tpxa1 = function(t,x,shape,rate){
  dgompertz(x+t,shape=shape1,rate=rate1)
}

tpxa2 = function(t,x,shape,rate){
  dgompertz(x+t,shape=shape2,rate=rate2)
}

fdp <- function(t, x,shape1,rate1,shape2,rate2, pars) {
  muxa1(t, x, shape1, rate1) + muxa2(t, x, shape2, rate2) + tpxa1(t, x, shape1, rate1) +
}



x=50
n=30
i=0.06
iq=0.025
C=100
```

```
int <- function(t,x,shape1,rate1,shape2,rate2, pars){
  tpx.pe1(t, x, pars)*fdp(t, x, shape1, rate1, shape2, rate2, pars)

}



Ax.aini = function(x, n, C, i, iq, int, pars,shape1,rate1,shape2,rate2, subdivisions = 1
  v = 1/(1+i)
  ft = function(t){C*(v^(t))*(1+iq)^floor(t)*fdp(t,x,shape1,rate1,shape2,rate2,pars)}
  p = integrate(ft,0,n, subdivisions = subdivisions)$value
  return(p)}
#prima del caso 3 con la nueva modificacion
enfermedad3M=Ax.aini(x=x,n=n, C=C, i=i,iq=iq,int=fpd,pars=pars.gm, shape1=shape1, rate1=

primat2<-enfermedad1+enfermedad2+enfermedad3M
```