รายวิชา 568 351 สถิติและการประยุกต์ทางเภสัชศาสตร์

การทดสอบสมมติฐาน (HYPOTHESIS TESTING)

รศ.ดร.ลาวัลย์ ศรัทธาพุทธ

ภาควิชาสารสนเทศศาสตร์ทางสุขภาพ คณะเภสัชศาสตร์ มหาวิทยาลัยศิลปากร

References

- **รศ.ศศิธร สุวิรัชวิทยกิจ สถิติสำหรับวิทยาศาสตร์และนักวิทยาศาสตร์ประยุกต์ เล่ม 1, เล่ม 2 มหาวิทยาลัยศิลปากร**
- Elementary Statistics: A Step by Step Approach, 8th edition, Allan G. Bluman ,McGraw-Hill, 2009.
- ผศ. ดร.ลาวัลย์ ศรัทธาพุทธ คู่มือการใช้ซอฟต์แวร์เสรีทางสถิติ PSPP สำหรับผู้เริ่มต้น, โรงพิมพ์มหาวิทยาลัยศิลปากร, 2012.

การทดสอบสมมติฐาน

- เริ่มจากนักวิจัยมี**ความเชื่อ**ในเรื่องใดเรื่องหนึ่งที่เกี่ยวกับคุณลักษณะของประชากร
- **การพิสูจน์ความเชื่อ**นั้นทำได้โดยการตั้งสมมติฐานของพารามิเตอร์ของประชากรแล้วไปเก็บรวมรวมข้อมูลจากการวัดค่าสังเกตจากตัวอย่างที่ถูกสุ่มมาจากประชากรหรือจากข้อมูลทุติยภูมิมาทำการวิเคราะห์เพื่อทดสอบสมมติฐานนั้น

การทดสอบสมมติฐาน

- **การทดสอบสมมติฐาน** (Hypothesis testing) คือ **กระบวนการ**ตัดสินใจว่าจะยอมรับหรือปฏิเสธสมมติฐานที่ตั้งขึ้น เพื่อสรุปการอ้างอิง**ค่าของตัวสถิติ** (ค่าของตัวอย่าง) ไปสู่**ค่าของพารามิเตอร์** (ค่าของประชากร)
- **สมมติฐานทางสถิติ** (Statistical hypothesis) คือ**ข้อสมมติ**เกี่ยวกับค่าพารามิเตอร์ของประชากร

ทบทวนนิยามศัพท์

- **ประชากร** (Population หรือ Universe) หมายถึง ส่วนทั้งหมดของหน่วยเบื้องต้นที่ต้องการศึกษาหรือหาข้อมูล

- **ตัวอย่าง** (Sample) หมายถึง กลุ่มของหน่วยตัวอย่างที่สุ่มเลือกมาจากกรอบตัวอย่าง เพื่อใช้เป็นตัวแทนในการศึกษาหรือสรุปอ้างอิงถึงลักษณะของประชากร

ทบทวนนิยามศัพท์

- **พารามิเตอร์** (Parameter) คือค่าคงที่ที่แสดงคุณลักษณะบางประการของประชากรที่ไม่ทราบค่าที่แท้จริง

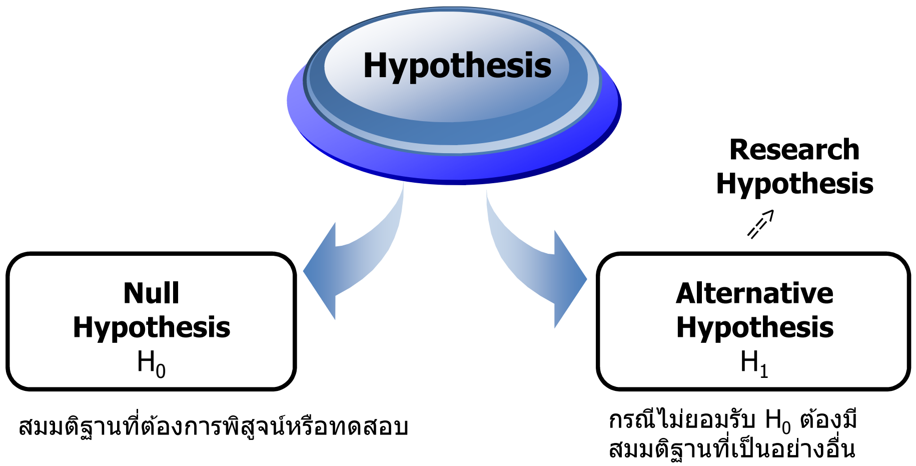
- **ตัวสถิติ** (Statistic) คือ ฟังก์ชันของค่าสังเกตที่วัดมาจากหน่วยตัวอย่างต่างๆ ที่ถูกเลือกขึ้นมาเป็นตัวอย่าง ซึ่งมีค่าแตกต่างกันไปตามตัวอย่างที่สุ่มมาได้ ดังนั้นจึงถือว่าตัวสถิติเป็นตัวแปรสุ่ม และสามารถหาการแจกแจงความน่าจะเป็นได้
  - ฟังก์ชันดังกล่าวจะไม่มีตัวพารามิเตอร์อื่นใดที่ยังไม่ทราบค่าติดอยู่เลย
  - ค่าของตัวสถิติที่คำนวณออกมาเป็นตัวเลขจะใช้เป็นค่าประมาณ (Estimate) ของพารามิเตอร์ต่อไป

สัญลักษณ์

- การกำหนดสัญลักษณ์ที่แตกต่างกันของตัวสถิติและพารามิเตอร์

การวิเคราะห์	ตัวสถิติ	พารามิเตอร์
Mean	$\bar{x}$	μ
Proportion	p	π
Standard deviation	s	σ
Correlation	r	ρ
Regression	b	β

สมมติฐานทางสถิติ (Hypothesis)



การตั้งสมมติฐานทางสถิติ

- **สมมติฐานว่าง** (Null Hypothesis, H_0) คือสมมติฐานที่บอกถึงค่าของพารามิเตอร์ของประชากรที่มาจาก**ความเชื่อที่ต้องการพิสูจน์**
- **สมมติฐานทางเลือก** (Alternative Hypothesis, H_1 หรือ H_a) คือสมมติฐานที่ตรงกันข้ามกับ H_0 ซึ่งเป็นสมมติฐานของ**ความเชื่อที่ผู้วิจัยสนใจ**

เช่น $H_0 : \mu = 200$ $H_1 : \mu \neq 200$

$H_0 : \mu_1 = \mu_2$ $H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$

หรือ $H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0$ $H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq 0$

ตัวอย่างสมมติฐาน

- เช่นต้องการตรวจสอบว่าโดยเฉลี่ยน้ำหนักแรกเกิดของทารกที่มีความผิดปกติทางปาก 200 คน แตกต่างจากน้ำหนักแรกเกิดของทารกปกติทั่วไป 2500 กรัมหรือไม่

$H_0 : \mu = 2500$

$H_1 : \mu \neq 2500$ (การทดสอบสองทาง) (Two tailed test)

หรือ $H_1 : \mu < 2500$ (การทดสอบทางเดียว) (One tailed test)

ผลการทดสอบสมมติฐาน

- ผลการทดสอบมี 2 อย่าง
  - ปฏิเสธ H_0 หมายถึงการมีหลักฐานเพียงพอที่จะเชื่อว่าเป็นอย่างอื่น
  - ไม่ปฏิเสธ H_0 หมายถึงการไม่มีหลักฐานเพียงพอที่จะเชื่อว่าเป็นอย่างอื่น

- การปฏิเสธ H_0 ไม่ได้แปลว่า H_0 ไม่จริง
- การไม่ปฏิเสธ H_0 ไม่ได้แปลว่า H_0 จริง
- การไม่ปฏิเสธ H_0 ไม่ได้แปลว่า ยอมรับ H_0 เพียงแต่บอกถึงสภาวะที่ไม่สามารถปฏิเสธ H_0 ได้เท่านั้น

ความผิดพลาดในการทดสอบสมมติฐาน

- ผลการทดสอบสมมติฐานขึ้นอยู่กับการสุ่ม (เลือก) ตัวอย่างจากประชากร ความคลาดเคลื่อนในการสุ่ม (sampling error) เป็นเหตุให้เกิดความผิดพลาดในการทดสอบสมมติฐานได้ 2 ประเภท ได้แก่
  - ความผิดพลาดประเภทที่ 1 (Type I error, α-error)
    - คือความคลาดเคลื่อนที่เกิดจากการปฏิเสธสมมติฐาน H_0 ทั้งๆ ที่สมมติฐานนั้นเป็นจริง => ปฏิเสธ H_0 / H_0 จริง
  - ความผิดพลาดประเภทที่ 2 (Type II error, β-error)
    - คือความคลาดเคลื่อนที่เกิดจากการไม่ปฏิเสธสมมติฐาน H_0 ทั้งๆ ที่สมมติฐานนั้นไม่เป็นจริง => ไม่ปฏิเสธ H_0 / H_0 ไม่จริง

ชนิดของความผิดพลาด (ความคลาดเคลื่อน)

- ชนิดของความผิดพลาด (Type of Error)

การตัดสินใจ	สมมติฐาน H_0 จริง	สมมติฐาน H_0 ไม่จริง
ไม่ปฏิเสธ สมมติฐาน H_0	ไม่มีความผิดพลาด ($1-\alpha$)	ความผิดพลาดชนิดที่ 2 (β-error)
ปฏิเสธ สมมติฐาน H_0	ความผิดพลาดชนิดที่ 1 (α-error)	ไม่มีความผิดพลาด ($1-\beta$)

ความน่าจะเป็นที่จะเกิด Type I error

- ความน่าจะเป็นที่จะเกิดความผิดพลาดประเภทที่ 1

= α

= P[ความผิดพลาดชนิดที่ 1]

= P[ปฏิเสธ H_0 / H_0 จริง]

= ระดับนัยสำคัญ

= Level of significance

= Significance level

ความน่าจะเป็นที่จะเกิด Type II error

- ความน่าจะเป็นที่จะเกิดความผิดพลาดประเภทที่ 2

= β

= P[ความผิดพลาดชนิดที่ 2]

= P[ไม่ปฏิเสธ H_0 / H_0 ไม่จริง]

อำนาจการทดสอบ (Power of the test)

- ความน่าจะเป็นที่ปฏิเสธ H_0 เมื่อ H_0 ไม่จริง

= $1-\beta$

= P[ปฏิเสธ H_0 / H_0 ไม่จริง]

= อำนาจการทดสอบ

= กำลังการทดสอบ

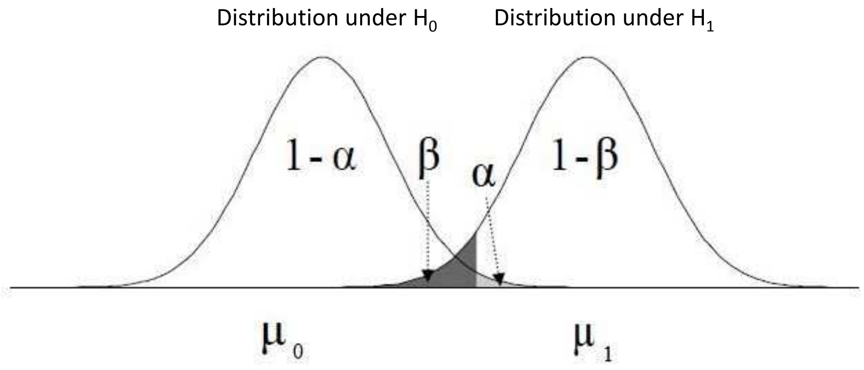
= Power of the test

อำนาจการทดสอบ (Power of the test)

- การเพิ่มค่า α จะทำให้บริเวณ β เล็กลง ซึ่งทำให้ค่า 1-β มีค่าเพิ่มขึ้น
- ดังนั้นการควบคุม β ให้เล็ก เพื่อทำให้ 1-β มีค่าสูง ทำได้โดยการเพิ่ม α
- ฟังก์ชั่นของพารามิเตอร์ภายใต้ H_1 เรียกว่า ฟังชั่นกำลัง หรือโค้งกำลัง

1-β = P[ปฏิเสธ H_0/ H_0 ไม่จริง]

อำนาจการทดสอบ (Power of the test)



https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Statistical_Power.JPG

อำนาจการทดสอบ (Power of the test)

- อำนาจการทดสอบ หรือ กำลังการทดสอบ = 1-β

1-β = P[ปฏิเสธ H_0/ H_0 ไม่จริง]

- ค่า α เป็นค่าที่ผู้วิจัยกำหนดขึ้น
- การควบคุมค่า α มีผลต่อค่า 1-β
- ผู้วิจัยสามารถควบคุมค่า α เพื่อให้ค่า 1-β มีค่าสูงสุดได้ ขึ้นอยู่กับความสำคัญของปัญหาที่กำลังศึกษา
- ถ้าเรื่องที่ศึกษามีความสำคัญมาก เช่น การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับยา หรือเกี่ยวกับความหายนะของระบบ ควรต้องกำหนดค่า α ที่ทำให้ค่า 1-β มีค่าสูงๆ (หรืออาจเพิ่มจำนวนตัวอย่าง)

ข้อสังเกต

- α-error คือ ความผิดพลาดชนิดที่ 1 (type I error)
- β-error คือ ความผิดพลาดชนิดที่ 2 (type II error)
- α คือ ความน่าจะเป็นที่จะเกิด type I error หรือเขียนว่า P(type I error)
- β คือ ความน่าจะเป็นที่จะเกิด type II error หรือเขียนว่า P(type II error)

21

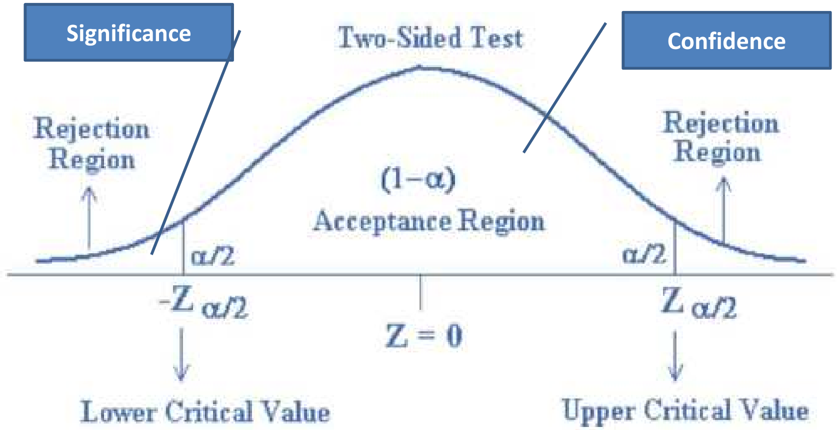
ค่าวิกฤต (Critical Value)

- **ค่าวิกฤต (Critical value)** คือ ค่าที่แบ่งบริเวณที่ปฏิเสธ H_0 กับบริเวณไม่ปฏิเสธ H_0
- บริเวณที่ปฏิเสธ H_0 (Rejection region) คือพื้นที่ใต้โค้งที่มีค่าเท่ากับ α
  - บริเวณวิกฤต (Critical region)
  - บริเวณนัยสำคัญ (Significance)
- บริเวณไม่ปฏิเสธ H_0 (Non-rejection region) คือพื้นที่ส่วนที่เหลือซึ่งมีค่าเท่ากับ 1-α
  - บริเวณไม่วิกฤต (Noncritical region)
  - บริเวณยอมรับ (Acceptance region)
  - บริเวณความเชื่อมั่น (Confidence)

22

Two-tailed test

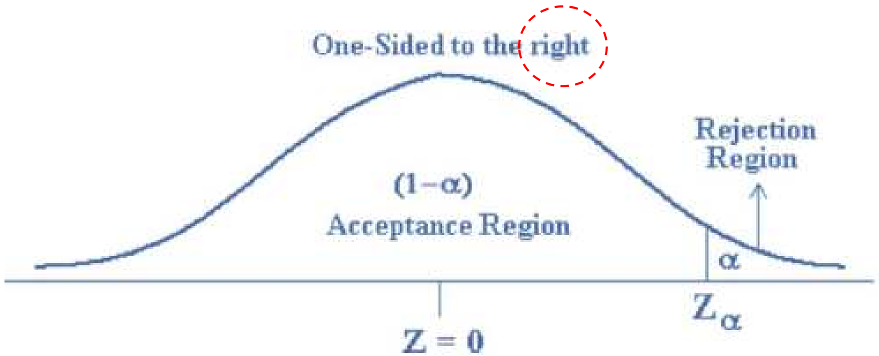
- Acceptance region and Rejection regions for the hypothesis test



23

Right-tailed test

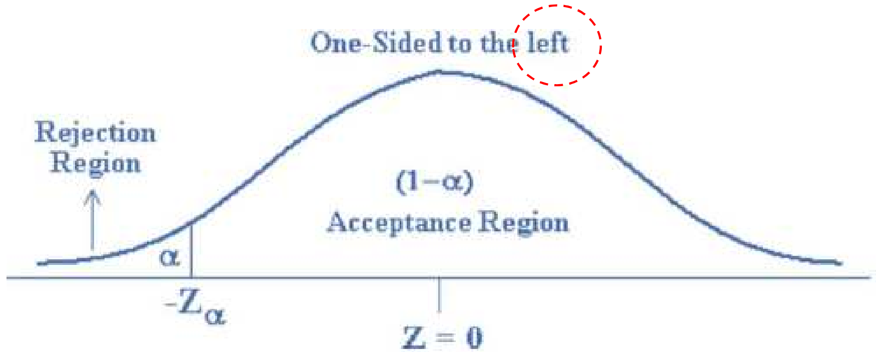
- Acceptance region and Rejection regions for the hypothesis test



24

Left-tailed test

- Acceptance region and Rejection regions for the hypothesis test



ทบทวนนิยามศัพท์

- **ค่าสถิติทดสอบ** (Test statistic, Test value) คือค่าสถิติที่ได้จากการคำนวณจากตัวสถิติ ซึ่งมีสูตรคำนวณที่แตกต่างกันไปขึ้นอยู่กับพารามิเตอร์ที่ต้องการทดสอบ และค่านี้มีผลต่อการตัดสินใจว่าจะปฏิเสธ H_0 หรือไม่ เช่น $Z_{calculate}$

- **ค่าวิกฤติ** (Critical value) คือค่าสถิติที่ได้จากการเปิดตารางสถิติ เช่น Z_{table}

การทดสอบสมมติฐาน

1. กำหนดสมมติฐาน
2. เก็บรวบรวมข้อมูล
3. กำหนดค่าสถิติทดสอบสำหรับการทดสอบสมมติฐาน
4. กำหนดระดับนัยสำคัญ α
5. พิจารณาค่าสถิติทดสอบที่คำนวณได้ว่าอยู่ในบริเวณวิกฤตหรือไม่
6. สรุปผลของการทดสอบสมมติฐาน

1. การกำหนดสมมติฐาน

- สมมติฐานจะถูกกำหนดขึ้นตามความเชื่อ
- การกำหนดสมมติฐาน H_0 จะทำคู่กันไปกับ H_1
- การเขียนสมมติฐานต้องใช้พารามิเตอร์เป็นหลักเนื่องจากการทดสอบสมมติฐานเป็นการทดสอบค่าของพารามิเตอร์ของประชากร
- เป็นสมมติฐานของกี่ประชากร ? และมีพารามิเตอร์กี่ตัว ?

2. การเก็บรวบรวมข้อมูล (Data Collection)

- ระเบียบวิธีการเก็บรวบรวมข้อมูล (Method) มี 4 วิธี ดังนี้
  - สำมะโนประชากร (Population Census)
  - การสำรวจจากตัวอย่าง (Sample Survey)
  - การรายงาน (Reporting) (ใช้ข้อมูลจากภายนอกแจ้งมา)
  - การลงทะเบียน (Registration) (ใช้ข้อมูลจากภายในที่เก็บสะสมเอง)

- กระบวนการเก็บข้อมูล (Strategy) มี 4 วิธี ดังนี้

Interactive Method
  - การสัมภาษณ์ (Interviewing)
  - การตอบแบบสอบถาม (Using Questionnaires)
  - การสังเกตพฤติกรรมและสิ่งแวดล้อม (Observation)
  - การสำรวจโดยการนับ/การวัด (Investigation) เช่นสำรวจจากเอกสาร

Unobtrusive Method

29

3. การกำหนดสถิติสำหรับทดสอบสมมติฐาน

- สถิติทดสอบขึ้นอยู่กับสมมติฐานที่ตั้ง
- สถิติทดสอบ ได้แก่ Z, T, F, χ^2

30

4. การกำหนดระดับนัยสำคัญ α

- ระดับนัยสำคัญของการทดสอบที่นิยมใช้มี 3 ระดับคือ 1%, 5% และ 10% => 0.01, 0.05, 0.1
- ระดับนัยสำคัญ ทำให้ทราบถึงบริเวณวิกฤต
- ระดับนัยสำคัญ จะถูกกำหนดร่วมกับชนิดของสมมติฐานว่าเป็นชนิดทางเดียว (α) หรือสองทาง ($\alpha/2$)

31

5. การพิจารณาค่าสถิติทดสอบ

- นำข้อมูลที่รวบรวมได้ไปแทนค่าใน**ตัวสถิติ** คำนวณออกมาเป็น**ค่าสถิติทดสอบ**
- พิจารณาค่าสถิติทดสอบที่คำนวณได้ว่าตกอยู่ในบริเวณวิกฤตหรือไม่ (คือเปรียบเทียบกับ**ค่าวิกฤต**)
  - ถ้าตกอยู่ในบริเวณวิกฤต แปลว่า ปฏิเสธ H_0
  - ถ้าไม่ตกอยู่ในบริเวณวิกฤต แปลว่า ไม่ปฏิเสธ H_0

32

6. การสรุปผลการทดสอบสมมติฐาน

- ถ้า ปฏิเสธ H_0
  - แปลว่ามีหลักฐานเพียงพอที่จะเชื่อว่าเป็นอย่างอื่น
  - ดังนั้นจะ**สรุปสิ่งที่เกี่ยวกับคุณลักษณะของประชากรตาม** H_1
- ถ้า ไม่ปฏิเสธ H_0
  - แปลว่าไม่มีหลักฐานเพียงพอที่จะเชื่อว่าเป็นอย่างอื่น
  - ดังนั้นจะ**สรุปสิ่งที่เกี่ยวกับคุณลักษณะของประชากรตาม** H_0

วิธีการทดสอบสมมติฐาน

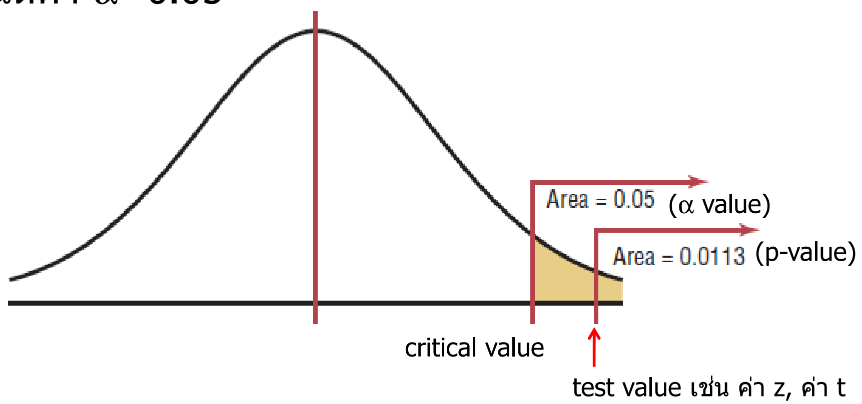
- วิธีการทดสอบสมมติฐาน (Hypothesis testing method) มี 3 วิธี ได้แก่
  1. Statistic value method
     (Critical value vs. Test value)
  2. P-value method
     (α vs. P-value)
  3. Confidence interval method

ระดับนัยสำคัญที่สังเกตได้ (p-value)

- ระดับนัยสำคัญที่สังเกตได้ (Observed significance level, p-value) คือ ความน่าจะเป็นซึ่งได้จากค่าสถิติทดสอบที่ได้จากการคำนวณ => ค่าสถิติที่ได้จากการคำนวณจากตัวอย่าง ไปเปิดตารางหาค่าความน่าจะเป็น (p-value)
- ค่า p-value
  - คือโอกาสที่เกิดขึ้นได้ของ Null hypothesis
  - คือโอกาสที่ Null hypothesis เป็นจริง
  - ใช้ค่า p-value เป็นหลักฐานที่จะยอมรับหรือปฏิเสธสมมติฐาน H_0

P-value method

กำหนดค่า α=0.05



Reject H_0

=> Enough evidence to support the claim

ขั้นตอนการทดสอบสมมติฐาน : Statistic value method

- กำหนดกลุ่มประชากร (population) และพารามิเตอร์ที่ต้องการทดสอบ แล้วตั้งสมมติฐานทางสถิติสำหรับการทดสอบ
- เก็บรวบรวมข้อมูลโดยการสุ่มตัวอย่าง (sample) จากประชากรนั้น
- เลือกวิธีสถิติที่ใช้ทดสอบ (statistical test)
- กำหนดระดับนัยสำคัญทางสถิติ (significance level, α) เพื่อหาขอบเขตวิกฤตหรือพื้นที่วิกฤต
- นำค่า α ไปเปิดตารางสถิติหาค่าวิกฤต (critical value, tabled value) ตามวิธีสถิติที่เลือก
- คำนวณค่าประมาณหรือค่าสถิติ (test value, calculated value) จากสูตรคำนวณของวิธีสถิตินั้น
- เปรียบเทียบค่าสถิติ (calculate) กับค่าวิกฤต (table) แล้วสรุปผลและแปลผล

Decision Rule (ต.ย. Z-test)

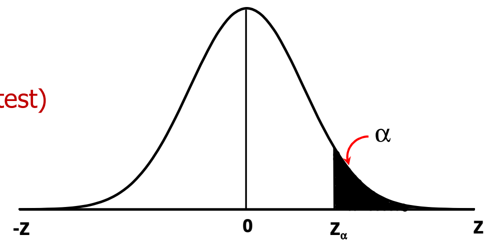
- Statistic value method
  - ปฏิเสธ H_0 เมื่อ $z \geq z_{\alpha}$ (Right-tailed Test)
  - ปฏิเสธ H_0 เมื่อ $z \leq -z_{\alpha}$ (Left-tailed Test)
  - ปฏิเสธ H_0 เมื่อ $z \geq z_{\alpha/2}$ หรือ $z \leq -z_{\alpha/2}$ (Two-tailed Test)

การทดสอบสมมติฐานทางเดียว

- One-tailed test หรือ One-sided test
- สมมติฐานทางเดียวเกิดขึ้นเมื่อต้องการทดสอบสมมติฐานต่อไปนี้

$H_0 : \theta = \theta_0$

$H_1 : \theta > \theta_0$ (right-tailed test)



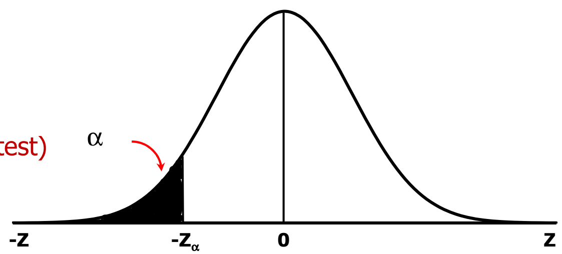
- ปฏิเสธ H_0 เมื่อ $z \geq z_{\alpha}$
- ให้ θ (theta) เป็นพารามิเตอร์
- ให้ θ_0 เป็นพารามิเตอร์ที่กำหนดขึ้น เป็นค่าคงที่ใดๆ

การทดสอบสมมติฐานทางเดียว

- หรือสมมติฐานทางเดียวเกิดขึ้นเมื่อต้องการทดสอบสมมติฐานต่อไปนี้

$H_0 : \theta = \theta_0$

$H_1 : \theta < \theta_0$ (left-tailed test)



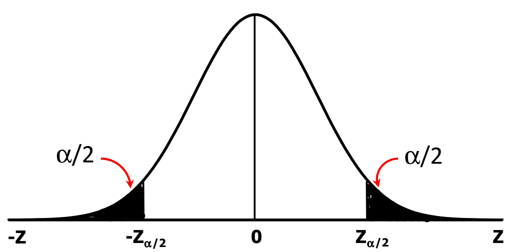
- ปฏิเสธ H_0 เมื่อ $z \leq -z_{\alpha}$

การทดสอบสมมติฐานสองทาง

- Two-tailed test หรือ Two-sided test
- สมมติฐานสองทางเกิดขึ้นเมื่อต้องการทดสอบสมมติฐานต่อไปนี้

$H_0 : \theta = \theta_0$

$H_1 : \theta \neq \theta_0$



- ปฏิเสธ H_0 เมื่อ $|z| \geq z_{\alpha/2}$
- ปฏิเสธ H_0 เมื่อ $z \geq z_{\alpha/2}$ หรือ $z \leq -z_{\alpha/2}$

ข้อตกลงเบื้องต้น

41

- **การทดสอบสมมติฐาน**โดยใช้**สถิติเชิงอนุมานแบบอิงพารามิเตอร์** ข้อมูลที่จะนำมาทดสอบจะต้อง
  - เป็นข้อมูลระดับช่วงหรืออัตราส่วน
  - เป็นข้อมูลที่ได้จากการสุ่มที่มีความเป็นอิสระต่อกัน
  - เป็นข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบปกติหรือใกล้เคียง (ถ้าไม่เป็นตามนี้จะต้องเก็บข้อมูลมากขึ้นตามทฤษฎี Central Limit Theorem)

การทดสอบสมมติฐาน

42

- การทดสอบค่าเฉลี่ย (Mean)
  - ใช้ Z-test หรือ T-Test
- การทดสอบค่าสัดส่วน (Proportion)
  - ใช้ Z-test
- การทดสอบค่าความแปรปรวน (Variance)
  - ใช้ χ^2-test หรือ F-test

- ประชากร 1 กลุ่ม
- ประชากร 2 กลุ่ม

การทดสอบค่าเฉลี่ย

การทดสอบค่าเฉลี่ย

44

- สำหรับ 1 กลุ่มตัวอย่าง
  - เป็นการศึกษาเพื่อตรวจสอบคุณลักษณะของข้อมูล โดยการหาค่าเฉลี่ยแล้วนำมาเปรียบเทียบกับค่าที่คาดหวังว่ามีความแตกต่างกันหรือไม่
- สำหรับ 2 กลุ่มตัวอย่าง
  - เป็นการศึกษาเพื่อตรวจสอบคุณลักษณะของข้อมูล 2 กลุ่ม โดยการหาค่าเฉลี่ยแล้วนำมาเปรียบเทียบกันว่ามีความแตกต่างกันหรือไม่
- สำหรับหลายกลุ่มตัวอย่าง ➔ ANOVA (ไม่ได้กล่าวในหัวข้อนี้)
  - เป็นการตรวจสอบว่าคุณลักษณะใดของข้อมูลตั้งแต่ 3 กลุ่มขึ้นไป มีความแตกต่างกันหรือไม่ และถ้าแตกต่างกันจะแตกต่างกันอย่างไร

การทดสอบค่าเฉลี่ยของ 1 ประชากร

- การทดสอบสมมติฐานของค่าเฉลี่ยของ 1 ประชากร มี 3 กรณี
  - กรณีทราบ σ^2 (ใช้ Z-test)
  - กรณีไม่ทราบ σ^2 แต่ตัวอย่างสุ่มมีขนาดใหญ่ (ใช้ Z-test)
  - กรณีไม่ทราบ σ^2 และตัวอย่างสุ่มมีขนาดเล็ก (ใช้ T-Test)

การทดสอบค่าเฉลี่ยของ 1 ประชากร

- **กรณีทราบ σ^2**
- สมมติฐานคือ

Hypothesized Population Mean

$H_0 : \mu = \mu_0$

$H_1 : \mu \neq \mu_0$ หรือ $\mu > \mu_0$ หรือ $\mu < \mu_0$

- ตัวสถิติที่ใช้ทดสอบสมมติฐานคือ Z

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$$

การทดสอบค่าเฉลี่ยของ 1 ประชากร

- Decision Rule
- กรณีสมมติฐานสองทาง
  - ปฏิเสธ H_0 เมื่อ $|z| \geq z_{\alpha/2}$
  - หรือ ปฏิเสธ H_0 เมื่อ $z \geq z_{\alpha/2}$ หรือ $z \leq -z_{\alpha/2}$
- กรณีสมมติฐานทางเดียว
  - ปฏิเสธ H_0 เมื่อ $z \geq z_{\alpha}$ เมื่อ H_1 เป็น Right-tailed
  - ปฏิเสธ H_0 เมื่อ $z \leq -z_{\alpha}$ เมื่อ H_1 เป็น Left-tailed
- หมายเหตุ : ค่า z เปิดจากตาราง 1-tail

ตัวอย่าง 1

- ถ้าปริมาณนมสดบรรจุถุงขนาด 225 cc. มีการแจกแจงแบบปกติที่มีความแปรปรวน 3.5 ทำการสุ่มตัวอย่างขนาด 25 ได้ค่าเฉลี่ยเป็น 223 cc. อยากทราบว่าค่าเฉลี่ยของปริมาณนมสดที่บรรจุในถุงมีปริมาณแตกต่างจาก 225 cc. ตามที่ระบุบนฉลาก ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10 (10%) หรือไม่

$H_0 : \mu = 225$

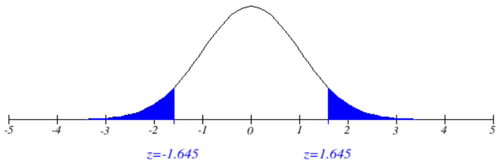
$H_1 : \mu \neq 225$

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$$

- รู้ค่า $\mu_0=225$, $\bar{x}=223$, $\sigma^2=3.5$, $n=25$, $\alpha=0.1$

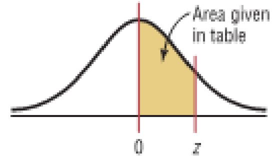
ตัวอย่าง 1

$$Z = \frac{223-225}{\sqrt{3.5}/\sqrt{25}} = -5.3452$$



- จากตารางสถิติ $Z_{\alpha/2} = Z_{0.05} = 1.645$
- พบว่า $|Z| > Z_{0.05}$ (ตาราง 1-tail)
- สรุป ปฏิเสธ H_0 ที่ α=0.1
- แปลว่า จากข้อมูลที่ได้จาก ต.ย.ขนาด 25 อนุมานค่าเฉลี่ยของปริมาณนมสดที่บรรจุในถุงได้ว่า มีค่าเฉลี่ยของปริมาณนมสดแตกต่างจาก 225 cc. ตามที่ระบุบนฉลาก ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10 (เชื่อมั่นได้ถึง 90%)

การเปิดตารางหาค่า z



- $Z_{0.05} = Z_{0.5-0.05} = Z_{0.45}$

Table B-1 The Standard Normal Distribution

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.0000	.0040	.0080	.0120	.0160	.0199	.0239	.0279	.0319	.0359
0.1	.0398	.0438	.0478	.0517	.0557	.0596	.0636	.0675	.0714	.0753
0.2	.0793	.0832	.0871	.0910	.0948	.0987	.1026	.1064	.1103	.1141
0.3	.1179	.1217	.1255	.1293	.1331	.1368	.1406	.1443	.1480	.1517
0.4	.1554	.1591	.1628	.1664	.1700	.1736	.1772	.1808	.1844	.1879
0.5	.1915	.1950	.1985	.2019	.2054	.2088	.2123	.2157	.2190	.2224
0.6	.2257	.2291	.2324	.2357	.2389	.2422	.2454	.2486	.2517	.2549
0.7	.2580	.2611	.2642	.2673	.2704	.2734	.2764	.2794	.2823	.2852
0.8	.2881	.2910	.2939	.2967	.2995	.3023	.3051	.3078	.3106	.3133
0.9	.3159	.3186	.3212	.3238	.3264	.3289	.3315	.3340	.3365	.3389
1.0	.3413	.3438	.3461	.3485	.3508	.3531	.3554	.3577	.3599	.3621
1.1	.3643	.3665	.3686	.3708	.3729	.3749	.3770	.3790	.3810	.3830
1.2	.3849	.3869	.3888	.3907	.3925	.3944	.3962	.3980	.3997	.4015
1.3	.4032	.4049	.4066	.4082	.4099	.4115	.4131	.4147	.4162	.4177
1.4	.4192	.4207	.4222	.4236	.4251	.4265	.4279	.4292	.4306	.4319
1.5	.4332	.4345	.4357	.4370	.4382	.4394	.4406	.4418	.4429	.4441
1.6	.4452	.4463	.4474	.4484	.4495	.4505	.4515	.4525	.4535	.4545
1.7	.4554	.4564	.4573	.4582	.4591	.4599	.4608	.4616	.4625	.4633

วิธีเทียบบัญญัติไตรยางค์

ถ้าความน่าจะเป็นต่างกัน 0.4505-0.4495 = 0.001

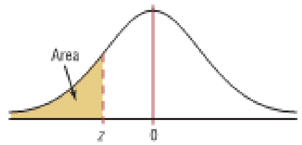
แล้วค่า z ต่างกัน 1.65-1.64 = 0.01

ดังนั้นถ้าความน่าจะเป็นต่างกัน 0.45-0.4495 = 0.0005

แล้วค่า z ต่างกัน = (0.0005x0.01)/0.001 = 0.005

สรุปค่า z ที่ความน่าจะเป็น 0.45 คือ 1.64+0.005 = **1.645**

การเปิดตารางหาค่า z



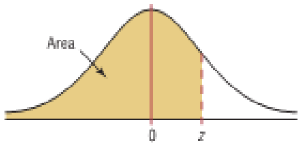
- $Z_{0.05}$

Table E The Standard Normal Distribution

Cumulative Standard Normal Distribution

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
−3.4	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0002
−3.3	.0005	.0005	.0005	.0004	.0004	.0004	.0004	.0004	.0004	.0003
−3.2	.0007	.0007	.0006	.0006	.0006	.0006	.0006	.0005	.0005	.0005
−3.1	.0010	.0009	.0009	.0009	.0008	.0008	.0008	.0008	.0007	.0007
−3.0	.0013	.0013	.0013	.0012	.0012	.0011	.0011	.0011	.0010	.0010
−2.9	.0019	.0018	.0018	.0017	.0016	.0016	.0015	.0015	.0014	.0014
−2.8	.0026	.0025	.0024	.0023	.0023	.0022	.0021	.0021	.0020	.0019
−2.7	.0035	.0034	.0033	.0032	.0031	.0030	.0029	.0028	.0027	.0026
−2.6	.0047	.0045	.0044	.0043	.0041	.0040	.0039	.0038	.0037	.0036
−2.5	.0062	.0060	.0059	.0057	.0055	.0054	.0052	.0051	.0049	.0048
−2.4	.0082	.0080	.0078	.0075	.0073	.0071	.0069	.0068	.0066	.0064
−2.3	.0107	.0104	.0102	.0099	.0096	.0094	.0091	.0089	.0087	.0084
−2.2	.0139	.0136	.0132	.0129	.0125	.0122	.0119	.0116	.0113	.0110
−2.1	.0179	.0174	.0170	.0166	.0162	.0158	.0154	.0150	.0146	.0143
−2.0	.0228	.0222	.0217	.0212	.0207	.0202	.0197	.0192	.0188	.0183
−1.9	.0287	.0281	.0274	.0268	.0262	.0256	.0250	.0244	.0239	.0233
−1.8	.0359	.0351	.0344	.0336	.0329	.0322	.0314	.0307	.0301	.0294
−1.7	.0446	.0436	.0427	.0418	.0409	.0401	.0392	.0384	.0375	.0367
−1.6	.0548	.0537	.0526	.0516	.0505	.0495	.0485	.0475	.0465	.0455
−1.5	.0668	.0655	.0643	.0630	.0618	.0606	.0594	.0582	.0571	.0559

การเปิดตารางหาค่า z



- $Z_{0.05} = Z_{1-0.05} = Z_{0.95}$

Table E (continued)

Cumulative Standard Normal Distribution

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633

ตัวอย่าง 2

- บุหรี่ออกใหม่ชนิดหนึ่งโฆษณาว่า “มีปริมาณน้ำมันดิบ (Tar) เฉลี่ยไม่เกิน 4.0 mg และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น 0.14 mg ตามเกณฑ์มาตรฐาน” นักวิจัยได้สุ่ม ตย. บุหรี่มา 25 ซอง หาค่าเฉลี่ยของปริมาณน้ำมันดิบได้ 4.1 mg อยากทราบว่าค่าเฉลี่ยของปริมาณน้ำมันดิบในบุหรี่ออกใหม่มีปริมาณมากกว่า 4.0 mg ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 (5%) หรือไม่

$H_0 : \mu = 4.0$

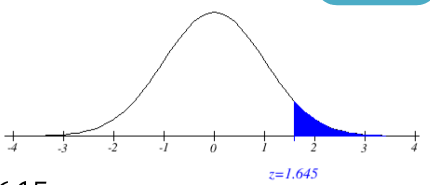
$H_1 : \mu > 4.0$

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$$

- รู้ค่า μ_0=4.0, $\bar{x}$=4.1, σ=0.14, n=25, α=0.05

ตัวอย่าง 2

$$Z = \frac{4.1 - 4.0}{0.14/\sqrt{25}} = 3.57$$



- จากตารางสถิติ $Z_\alpha = Z_{0.05} = 1.645$
- พบว่า $Z > Z_{0.05}$ (ตาราง 1-tail)
- สรุป ปฏิเสธ H_0 ที่ α=0.05
- แปลว่า จากข้อมูลที่ได้จาก ต.ย.ขนาด 25 อนุมานค่าเฉลี่ยของปริมาณน้ำมันดิบในบุหรี่ออกใหม่ได้ว่า มีค่าเฉลี่ยของปริมาณน้ำมันดิบมากกว่า 4.0 mg ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 (เชื่อมั่นได้ถึง 95%)

การทดสอบค่าเฉลี่ยของ 1 ประชากร

- **กรณีไม่ทราบ σ^2 แต่ตัวอย่างสุ่มมีขนาดใหญ่ (n≥30)**
- สมมติฐานคือ

Hypothesized Mean

$H_0 : \mu = \mu_0$

$H_1 : \mu \neq \mu_0$ หรือ $\mu > \mu_0$ หรือ $\mu < \mu_0$

- กรณีทราบ μ ตัวสถิติที่ใช้ทดสอบสมมติฐานคือ Z

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S_n/\sqrt{n}}$$

$$s_n^2 = \sum_{i=1}^{n} (x_i - \mu)^2/n$$

- กรณีไม่ทราบ μ ตัวสถิติที่ใช้ทดสอบสมมติฐานคือ Z

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S_{n-1}/\sqrt{n}}$$

$$s_{n-1}^2 = \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2/(n-1)$$

การทดสอบค่าเฉลี่ยของ 1 ประชากร

- Decision Rule
- กรณีสมมติฐานสองทาง
  - ปฏิเสธ H_0 เมื่อ $|z| \geq z_{\alpha/2}$
  - หรือ ปฏิเสธ H_0 เมื่อ $z \geq z_{\alpha/2}$ หรือ $z \leq -z_{\alpha/2}$
- กรณีสมมติฐานทางเดียว
  - ปฏิเสธ H_0 เมื่อ $z \geq z_{\alpha}$ เมื่อ H_1 เป็น Right-tailed
  - ปฏิเสธ H_0 เมื่อ $z \leq -z_{\alpha}$ เมื่อ H_1 เป็น Left-tailed
- หมายเหตุ : ค่า z เปิดจากตาราง 1-tail

ตัวอย่าง 3

- ในการศึกษาการเจริญเติบโตของทารกอายุ 1 เดือนว่ามีน้ำหนักเฉลี่ยเพิ่มขึ้นจากแรกคลอดหรือไม่ โดยสุ่ม ต.ย. ขนาด 100 ซึ่งให้ค่าเฉลี่ย 980 g และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น 60 g อยากทราบว่าค่าเฉลี่ยของน้ำหนักที่เพิ่มขึ้นของทารกอายุ 1 เดือน มีค่าแตกต่างจาก 970 g ที่ระดับนัยสำคัญ 0.04 (4%) หรือไม่

$H_0 : \mu = 970$

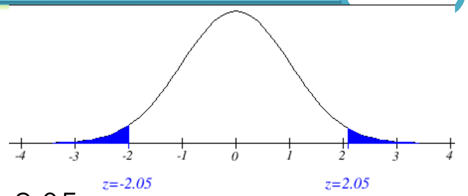
$H_1 : \mu \neq 970$

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S_{n-1}/\sqrt{n}}$$

- รู้ค่า μ_0=970, $\bar{x}$=980, S_{n-1}=60, n=100, α=0.04, ไม่ทราบ μ (เนื่องจากไม่ได้บอกว่าเป็นค่ามาตรฐานทั่วไป)

ตัวอย่าง 3

$$Z = \frac{980 - 970}{60/\sqrt{100}} = 1.67$$



- จากตารางสถิติ $Z_{\alpha/2} = Z_{0.02} = 2.05$
- พบว่า $|Z| < Z_{0.02}$
- สรุป ไม่ปฏิเสธ H_0 ที่ α=0.04
- แปลว่า จากข้อมูลที่ได้จาก ต.ย.ขนาด 100 อนุมานค่าเฉลี่ยของน้ำหนักที่เพิ่มขึ้นของทารกอายุ 1 เดือนได้ว่า มีค่าเฉลี่ยของน้ำหนักที่เพิ่มขึ้นไม่แตกต่างจาก 970 g ที่ระดับนัยสำคัญ 0.04 (เชื่อมั่นได้ถึง 96%)

ตัวอย่าง 4

- ในการทดสอบทฤษฎีทางจิตวิทยา โดยสุ่ม ต.ย. นักฟุตบอลอาชีพจำนวน 50 คน มาทำแบบทดสอบการวัดความเชื่อมั่นในตัวเองได้ค่าเฉลี่ย 74.1 คะแนน และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น 13.3 คะแนน อยากทราบว่าค่าเฉลี่ยของคะแนนทดสอบของนักฟุตบอลนี้มีค่ามากกว่าคะแนนมาตรฐานของคนทั่วไป 72 คะแนน ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10 (10%) หรือไม่

$H_0 : \mu = 72.0$

$H_1 : \mu > 72.0$

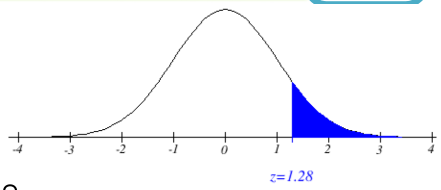
$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S_n/\sqrt{n}}$$

- รู้ค่า μ_0=72.0, $\bar{x}$=74.1, S_n=13.3, n=50, α=0.10, μ=72

61

ตัวอย่าง 4

$$Z = \frac{74.1-72.0}{13.3/\sqrt{50}} = 1.116$$



- จากตารางสถิติ $Z_{\alpha} = Z_{0.10} = 1.28$
- พบว่า $Z < Z_{0.10}$
- สรุป ไม่ปฏิเสธ H_0 ที่ α=0.10
- แปลว่า จากข้อมูลที่ได้จาก ต.ย.ขนาด 50 อนุมานค่าเฉลี่ยของคะแนนทดสอบของนักฟุตบอลอาชีพได้ว่า มีค่าเฉลี่ยของคะแนนทดสอบพอๆกับคนทั่วไป 72 คะแนน ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 (เชื่อมั่นได้ถึง 90%)

62

การทดสอบค่าเฉลี่ยของ 1 ประชากร

- **กรณีไม่ทราบ σ^2 และตัวอย่างสุ่มมีขนาดเล็ก (n < 30)**
- สมมติฐานคือ

Hypothesized Mean

$H_0 : \mu = \mu_0$

$H_1 : \mu \neq \mu_0$ หรือ $\mu > \mu_0$ หรือ $\mu < \mu_0$

- กรณีทราบ μ ตัวสถิติที่ใช้ทดสอบสมมติฐานคือ T $\quad T = \dfrac{\bar{X}-\mu_0}{S_n/\sqrt{n}}$

df = n

- กรณีไม่ทราบ μ ตัวสถิติที่ใช้ทดสอบสมมติฐานคือ T $\quad T = \dfrac{\bar{X}-\mu_0}{S_{n-1}/\sqrt{n}}$

df = n-1

63

การทดสอบค่าเฉลี่ยของ 1 ประชากร

- Decision Rule
- กรณีสมมติฐานสองทาง
  - ปฏิเสธ H_0 เมื่อ $|t| \geq t_{\alpha/2,df}$
  - หรือ ปฏิเสธ H_0 เมื่อ $t \geq t_{\alpha/2,df}$ หรือ $t \leq -t_{\alpha/2,df}$
- กรณีสมมติฐานทางเดียว
  - ปฏิเสธ H_0 เมื่อ $t \geq t_{\alpha,df}$ เมื่อ H_1 เป็น Right-tailed
  - ปฏิเสธ H_0 เมื่อ $t \leq -t_{\alpha,df}$ เมื่อ H_1 เป็น Left-tailed
- หมายเหตุ : ค่า t เปิดจากตาราง 1-tail

64

ตัวอย่าง 5

- ในการทดสอบเครื่องยนต์เพื่อทราบปริมาณการพ่นอากาศเสียของเครื่องยนต์ตามข้อกำหนดมาตรฐานควรมีปริมาณเฉลี่ย 20 ppm โดยสุ่ม ต.ย. เครื่องยนต์จำนวน 10 เครื่อง ได้ค่าเฉลี่ยของปริมาณคาร์บอนเป็น 17.1 ppm และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น 3.0 ppm อยากทราบว่าค่าเฉลี่ยของปริมาณคาร์บอนของเครื่องยนต์นี้มีค่าเป็นไปตามข้อกำหนดมาตรฐานของเครื่องยนต์ทั่วไป ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 (1%) หรือไม่

$H_0 : \mu = 20$

$H_1 : \mu \neq 20$

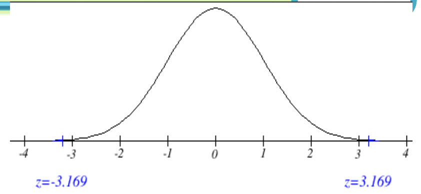
$$T = \frac{\bar{X}-\mu_0}{S_n/\sqrt{n}}$$

df = n

- รู้ค่า μ_0=20, $\bar{x}$=17.1, S_n=3, n=10, α=0.01, μ=20

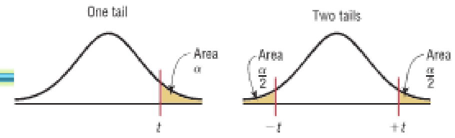
ตัวอย่าง 5

$$t = \frac{17.1 - 20.0}{3/\sqrt{10}} = -3.057$$



- จากตารางสถิติ $t_{\alpha/2} = t_{0.005,10} = 3.169$
- พบว่า $|t| < t_{0.005,10}$ (ตาราง 1-tail)
- สรุป ไม่ปฏิเสธ H_0 ที่ α=0.01
- แปลว่า จากข้อมูลที่ได้จาก ต.ย.ขนาด 10 อนุมานค่าเฉลี่ยของปริมาณคาร์บอนของเครื่องยนต์ได้ว่า มีค่าเฉลี่ยของปริมาณคาร์บอนของเครื่องยนต์เป็นไปตามข้อกำหนดมาตรฐาน ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 (เชื่อมั่นได้ถึง 99%)

การเปิดตารางหาค่า t



- $t_{0.005,10}$(1-tail) = $t_{0.01,10}$(2-tail)

Table F The *t* Distribution

d.f.	Confidence intervals	80%	90%	95%	98%	99%
	One tail, α	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005
	Two tails, α	0.20	0.10	0.05	0.02	0.01
1		3.078	6.314	12.706	31.821	63.657
2		1.886	2.920	4.303	6.965	9.925
3		1.638	2.353	3.182	4.541	5.841
4		1.533	2.132	2.776	3.747	4.604
5		1.476	2.015	2.571	3.365	4.032
6		1.440	1.943	2.447	3.143	3.707
7		1.415	1.895	2.365	2.998	3.499
8		1.397	1.860	2.306	2.896	3.355
9		1.383	1.833	2.262	2.821	3.250
10		1.372	1.812	2.228	2.764	3.169
11		1.363	1.796	2.201	2.718	3.106
12		1.356	1.782	2.179	2.681	3.055

ตัวอย่าง 6

- อัตราการเต้นของชีพจรของผู้ใหญ่เพศชายที่มีร่างกายสมบูรณ์ปกติทั่วไป 72 ครั้งต่อนาที สุ่ม ต.ย. ผู้ใหญ่เพศชายที่มีร่างกายสมบูรณ์จำนวน 21 คน หลังจากออกกำลังกาย หาค่าเฉลี่ยได้เป็น 82.6 ครั้งต่อนาที และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น 3.22 ครั้งต่อนาที อยากทราบว่าค่าเฉลี่ยของอัตราการเต้นของชีพจรของผู้ใหญ่เพศชายที่มีร่างกายสมบูรณ์หลังออกกำลังกายนี้มีค่าสูงกว่าปกติ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 (5%) หรือไม่

$H_0 : \mu = 72$

$H_1 : \mu > 72$

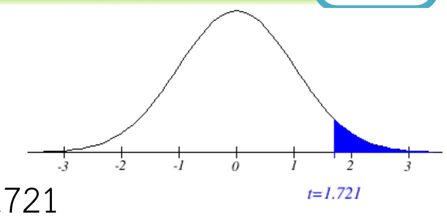
$$T = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S_n/\sqrt{n}}$$

df = n

- รู้ค่า μ_0=72, $\bar{x}$=82.6, s_n=3.22, n=21, α=0.05, μ=72

ตัวอย่าง 6

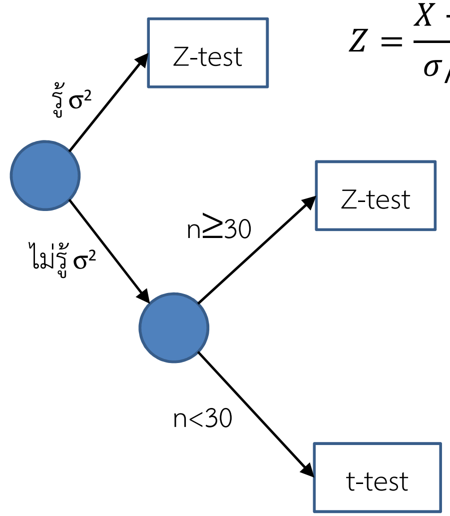
$$t = \frac{82.6 - 72.0}{3.22/\sqrt{21}} = 15.086$$



- จากตารางสถิติ $t_{\alpha} = t_{0.05,21} = 1.721$
- พบว่า $t > t_{0.05,21}$ (ตาราง 1-tail)
- สรุป ปฏิเสธ H_0 ที่ α=0.05
- แปลว่า จากข้อมูลที่ได้จาก ต.ย.ขนาด 21 อนุมานค่าเฉลี่ยของอัตราการเต้นของชีพจรของผู้ใหญ่เพศชายที่มีร่างกายสมบูรณ์หลังออกกำลังกายได้ว่า มีค่าเฉลี่ยสูงกว่าปกติ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 (เชื่อมั่นได้ถึง 95%)

1 Samples

ทางทฤษฎี



$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$$

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S_n/\sqrt{n}}$$

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S_{n-1}/\sqrt{n}}$$

$$T = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S_n/\sqrt{n}}$$ df = n

$$T = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S_{n-1}/\sqrt{n}}$$ df = n-1

การทดสอบค่าเฉลี่ยของ 2 ประชากร ที่ ต.ย.เป็นอิสระกัน

- มี 4 กรณี
  - กรณีทราบ σ_1^2 และ σ_2^2 (ใช้ Z-test)
  - กรณีไม่ทราบ σ_1^2 และ σ_2^2 แต่ตัวอย่างสุ่มทั้งสองมีขนาดใหญ่ (ใช้ Z-test)
  - กรณีไม่ทราบ σ_1^2 และ σ_2^2 และตัวอย่างสุ่มทั้งสองมีขนาดเล็ก (n<30) (ใช้ T-test)
  - กรณีไม่ทราบ σ_1^2 และ σ_2^2 แต่ทราบว่า $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$ (ใช้ T-test)

การทดสอบค่าเฉลี่ยของ 2 ประชากร ที่ ต.ย.เป็นอิสระกัน

- **กรณีทราบ σ_1^2 และ σ_2^2**
- สมมติฐานคือ

  Hypothesized Mean Difference

  $H_0 : \mu_1 - \mu_2 = \mu_0$

  $H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq \mu_0$ หรือ $\mu_1 - \mu_2 > \mu_0$ หรือ $\mu_1 - \mu_2 < \mu_0$
- ตัวสถิติที่ใช้ทดสอบสมมติฐานคือ Z

$$Z = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - \mu_0}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$$

$$Z = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$$

การทดสอบค่าเฉลี่ยของ 2 ประชากร ที่ ต.ย.เป็นอิสระกัน

- Decision Rule
- กรณีสมมติฐานสองทาง
  - ปฏิเสธ H_0 เมื่อ $|z| \geq z_{\alpha/2}$
  - หรือ ปฏิเสธ H_0 เมื่อ $z \geq z_{\alpha/2}$ หรือ $z \leq -z_{\alpha/2}$
- กรณีสมมติฐานทางเดียว
  - ปฏิเสธ H_0 เมื่อ $z \geq z_{\alpha}$ เมื่อ H_1 เป็น Right-tailed
  - ปฏิเสธ H_0 เมื่อ $z \leq -z_{\alpha}$ เมื่อ H_1 เป็น Left-tailed
- หมายเหตุ : ค่า z เปิดจากตาราง 1-tail

ตัวอย่าง 7

- จากข้อมูลอดีตพบว่า ร้านอาหารที่ไม่มีโฆษณามีรายได้สุทธิเฉลี่ยต่อวัน 85,000 บาท มีค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 5,000 บาท ร้านอาหารที่มีโฆษณามีรายได้สุทธิเฉลี่ยต่อวัน 87,500 บาท มีค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 6,500 บาท ในการศึกษาผลของการโฆษณาต่อร้านอาหาร ได้สุ่ม ต.ย. ร้านอาหารที่ไม่มีโฆษณา 50 ร้าน ได้ค่าเฉลี่ยของรายได้สุทธิต่อวันเป็น 80,850 บาท สุ่ม ต.ย. ร้านอาหารที่มีโฆษณา 30 ร้าน ได้ค่าเฉลี่ยของรายได้สุทธิต่อวันเป็น 82,780 บาท อยากทราบว่าค่าเฉลี่ยของรายได้สุทธิต่อวันของร้านอาหารที่ไม่มีโฆษณาแตกต่างจากของร้านอาหารที่มีโฆษณา ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 (5%) หรือไม่

$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0$

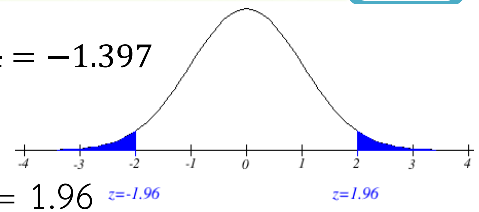
$H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq 0$

$$Z = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - \mu_0}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$$

- รู้ค่า σ_1=5000, σ_2=6500, $\bar{x}_1$=80850, $\bar{x}_2$=82780, n_1=50, n_2=30, α=0.05

ตัวอย่าง 7

$$Z = \frac{80850 - 82780 - 0}{\sqrt{(5000)^2/50 + (6500)^2/30}} = -1.397$$



- จากตารางสถิติ $Z_{\alpha/2} = Z_{0.025}$ = 1.96
- พบว่า $|Z| < Z_{0.025}$ (ตาราง 1-tail)
- สรุป ไม่ปฏิเสธ H_0 ที่ α=0.05
- แปลว่า จากข้อมูลที่ได้จาก ต.ย.ขนาด 50 และ 30 อนุมานว่ารายได้สุทธิเฉลี่ยต่อวันของร้านอาหารที่ไม่มีโฆษณาไม่แตกต่างจากของร้านอาหารที่มีโฆษณา ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 (เชื่อมั่นได้ถึง 95%)

ตัวอย่าง 8

- จากข้อมูลอดีตพบว่า น้ำหนักทารกแรกเกิดในจังหวัด กทม. มีการแจกแจงแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ย μ_1 g และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 15.81 g และพบว่าในจังหวัดชายแดน มีการแจกแจงแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ย μ_2 g และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 13.42 g ในการศึกษาจังหวัดที่ห่างความเจริญมีผลต่อโภชนาการของมารดาระหว่างตั้งครรภ์ ได้สุ่ม ต.ย.ทารกแรกเกิดใน กทม. 150 คน ได้ค่าเฉลี่ยของน้ำหนักทารกเป็น 2950 g และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 14.83 g และสุ่ม ต.ย.ทารกแรกเกิดใน จ.ชายแดน 100 คน ได้ค่าเฉลี่ยของน้ำหนักทารกเป็น 2800 g และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 14.14 g อยากทราบว่าค่าเฉลี่ยของน้ำหนักทารกแรกเกิดใน จ.ชายแดน (x1) น้อยกว่าใน จ.กทม.(x2) ที่ระดับนัยสำคัญ 0.15 (15%) หรือไม่

$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0$

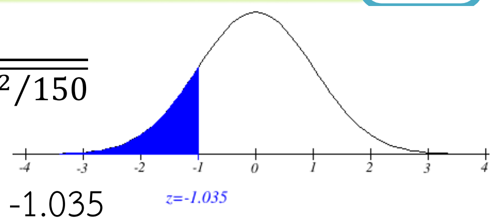
$H_1 : \mu_1 - \mu_2 < 0$

$$Z = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - \mu_0}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$$

- รู้ค่า σ_1=13.42, σ_2=15.81, $\bar{x}_1$=2800, $\bar{x}_2$=2950, n_1=100, n_2=150, α=0.15

ตัวอย่าง 8

$$Z = \frac{2800 - 2950}{\sqrt{(13.42)^2/100 + (15.81)^2/150}}$$
$$= -80.555$$



- จากตารางสถิติ $Z_{\alpha} = Z_{0.15}$ = -1.035
- พบว่า $Z < -Z_{0.15}$ (ตาราง 1-tail)
- สรุป ปฏิเสธ H_0 ที่ α=0.15
- แปลว่า จากข้อมูลที่ได้จาก ต.ย.ขนาด 150 และ 100 อนุมานว่าน้ำหนักทารกแรกเกิดเฉลี่ยใน จ.ชายแดน มีค่าน้อยกว่าของใน จ.กทม ที่ระดับนัยสำคัญ 0.15 (เชื่อมั่นได้ถึง 85%)

ตัวอย่าง 9

- ในการแยกสอบรายวิชาหนึ่ง ผู้สอนแยกนักศึกษาออกเป็นสองกลุ่ม กลุ่มหนึ่งให้ใช้เครื่องคิดเลข อีกกลุ่มหนึ่งไม่ให้ใช้ จากข้อมูลอดีตพบว่าค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น 7.04 และ 7.77 คะแนน ตามลำดับ ในการศึกษาการเปลี่ยนแนวข้อสอบมีผลต่อรูปแบบการสอบหรือไม่ ได้สุ่ม ต.ย. นศ. 23 คน เพื่อทำข้อสอบโดยใช้เครื่องคิดเลข ได้ค่าเฉลี่ยของคะแนนสอบเป็น 80.7 คะแนน และสุ่ม นศ. 22 คน เพื่อทำข้อสอบโดยไม่ใช้เครื่องคิดเลข ได้ค่าเฉลี่ยของคะแนนสอบเป็น 78.9 คะแนน อยากทราบว่าค่าเฉลี่ยของคะแนนสอบของกลุ่มที่ใช้เครื่องคิดเลขสูงกว่าของกลุ่มที่ไม่ใช้เครื่องคิดเลข ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10 (10%) หรือไม่

$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0$

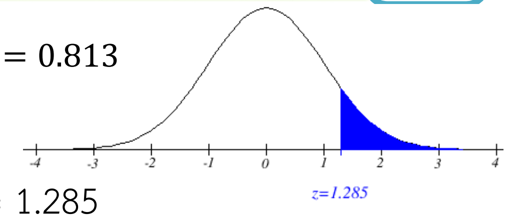
$H_1 : \mu_1 - \mu_2 > 0$

$$Z = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - \mu_0}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$$

- รู้ค่า σ_1=7.04, σ_2=7.77, $\bar{x}_1$=80.7, $\bar{x}_2$=78.9, n_1=23, n_2=22, α=0.10

ตัวอย่าง 9

$$Z = \frac{80.7 - 78.9}{\sqrt{(7.04)^2/23 + (7.77)^2/22}} = 0.813$$



- จากตารางสถิติ $Z_\alpha = Z_{0.10} = 1.285$
- พบว่า $Z < Z_{0.10}$ (ตาราง 1-tail)
- สรุป ไม่ปฏิเสธ H_0 ที่ α=0.10
- แปลว่า จากข้อมูลที่ได้จาก ต.ย.ขนาด 23 และ 22 อนุมานว่าคะแนนสอบเฉลี่ยของกลุ่มทั้งสองไม่แตกต่างกัน ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10 (เชื่อมั่นได้ถึง 90%)

การทดสอบค่าเฉลี่ยของ 2 ประชากร ที่ ต.ย.เป็นอิสระกัน

- **กรณีไม่ทราบ σ_1^2 และ σ_2^2 แต่ตัวอย่างสุ่มทั้งสองมีขนาดใหญ่ ($n \geq 30$)**
- สมมติฐานคือ

Hypothesized Mean Difference

$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = \mu_0$

$H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq \mu_0$ หรือ $\mu_1 - \mu_2 > \mu_0$ หรือ $\mu_1 - \mu_2 < \mu_0$

- ตัวสถิติที่ใช้ทดสอบสมมติฐานคือ Z

$$Z = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - \mu_0}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}} \qquad Z = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$$

การทดสอบค่าเฉลี่ยของ 2 ประชากร ที่ ต.ย.เป็นอิสระกัน

- Decision Rule
- กรณีสมมติฐานสองทาง
  - ปฏิเสธ H_0 เมื่อ $|z| \geq z_{\alpha/2}$
  - หรือ ปฏิเสธ H_0 เมื่อ $z \geq z_{\alpha/2}$ หรือ $z \leq -z_{\alpha/2}$
- กรณีสมมติฐานทางเดียว
  - ปฏิเสธ H_0 เมื่อ $z \geq z_\alpha$ เมื่อ H_1 เป็น Right-tailed
  - ปฏิเสธ H_0 เมื่อ $z \leq -z_\alpha$ เมื่อ H_1 เป็น Left-tailed
- หมายเหตุ : ค่า z เปิดจากตาราง 1-tail

ตัวอย่าง 10

- การทดลองเปรียบเทียบผลผลิตการปลูกฝรั่งพันธุ์ ก และพันธุ์ ข ทำโดยการสุ่ม ต.ย.พันธุ์ละ 40 ต้นจากไร่เดียวกัน พันธุ์ ก ให้ผลผลิตเฉลี่ย 10.5 kg/ต้น พันธุ์ ข ให้ผลผลิตเฉลี่ย 9.3 kg/ต้น ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของพันธุ์ ก และพันธุ์ ข มีค่าเป็น 1.449 kg/ต้น และ 1.673 kg/ต้น ตามลำดับ อยากทราบว่าค่าเฉลี่ยของผลผลิตฝรั่งพันธุ์ ก และพันธุ์ ข แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 (5%) หรือไม่

$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0$

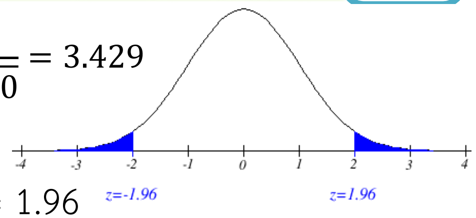
$H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq 0$

$$Z = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - \mu_0}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$$

- รู้ค่า s_1=1.449, s_2=1.673, $\bar{x}_1$=10.5, $\bar{x}_2$=9.3, n_1=40, n_2=40, α=0.05

ตัวอย่าง 10

$$Z = \frac{10.5 - 9.3}{\sqrt{(1.449)^2/40 + (1.676)^2/40}} = 3.429$$



- จากตารางสถิติ $Z_{\alpha/2}$ = $Z_{0.025}$ = 1.96
- พบว่า $|Z| > Z_{0.025}$ (ตาราง 1-tail)
- สรุป ปฏิเสธ H_0 ที่ α=0.05
- แปลว่า จากข้อมูลที่ได้จาก ต.ย.ขนาด 40 อนุมานว่าค่าเฉลี่ยของผลผลิตฝรั่งพันธุ์ ก แตกต่างจากของพันธุ์ ข ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 (เชื่อมั่นได้ถึง 95%)

ตัวอย่าง 11

- สุ่ม ต.ย.นศ.จากคณะอักษรศาสตร์จำนวน 50 คน หาค่าเฉลี่ยของคะแนนสอบความรู้ภาษาอังกฤษพื้นฐานได้ 84 คะแนน และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 5 คะแนน และสุ่ม ต.ย.นศ. จากคณะศึกษาศาสตร์จำนวน 80 คน หาค่าเฉลี่ยของคะแนนสอบความรู้ภาษาอังกฤษพื้นฐานได้ 78 คะแนน และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 3 คะแนน อยากทราบว่าค่าเฉลี่ยของความรู้ภาษาอังกฤษพื้นฐานของคณะอักษรศาสตร์สูงกว่าของคณะศึกษาศาสตร์ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 (5%) หรือไม่

$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0$

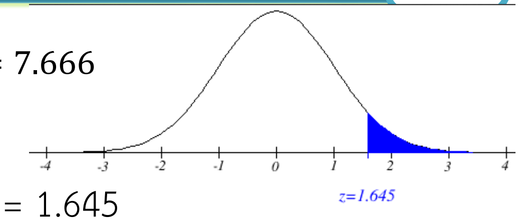
$H_1 : \mu_1 - \mu_2 > 0$

$$Z = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - \mu_0}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$$

- รู้ค่า s_1=5, s_2=3, $\bar{x}_1$=84, $\bar{x}_2$=78, n_1=50, n_2=80, α=0.05

ตัวอย่าง 11

$$Z = \frac{84 - 78}{\sqrt{(5)^2/50 + (3)^2/80}} = 7.666$$



- จากตารางสถิติ Z_{α} = $Z_{0.05}$ = 1.645
- พบว่า $Z > Z_{0.05}$ (ตาราง 1-tail)
- สรุป ปฏิเสธ H_0 ที่ α=0.05
- แปลว่า จากข้อมูลที่ได้จาก ต.ย.ขนาด 50 และ 80 อนุมานว่าค่าเฉลี่ยของความรู้ภาษาอังกฤษพื้นฐานของคณะอักษรศาสตร์สูงกว่าของคณะศึกษาศาสตร์ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 (เชื่อมั่นได้ถึง 95%)

การทดสอบค่าเฉลี่ยของ 2 ประชากร ที่ ต.ย.เป็นอิสระกัน

- กรณีไม่ทราบ σ_1^2 และ σ_2^2 และตัวอย่างสุ่มทั้งสองมีขนาดเล็ก (n<30)
- สมมติฐานคือ

Hypothesized Mean Difference

$$T = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$$

$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = \mu_0$

$H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq \mu_0$ หรือ $\mu_1 - \mu_2 > \mu_0$ หรือ $\mu_1 - \mu_2 < \mu_0$

- ตัวสถิติที่ใช้ทดสอบสมมติฐานคือ T

$$T = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - \mu_0}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}} \qquad df = \frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{(s_1^2/n_1)^2}{n_1 - 1} + \frac{(s_2^2/n_2)^2}{n_{2-1}}}$$

การทดสอบค่าเฉลี่ยของ 2 ประชากร ที่ ต.ย.เป็นอิสระกัน

- Decision Rule
- กรณีสมมติฐานสองทาง
  - ปฏิเสธ H_0 เมื่อ $|t| \geq t_{\alpha/2,df}$
  - หรือ ปฏิเสธ H_0 เมื่อ $t \geq t_{\alpha/2,df}$ หรือ $t \leq -t_{\alpha/2,df}$
- กรณีสมมติฐานทางเดียว
  - ปฏิเสธ H_0 เมื่อ $t \geq t_{\alpha,df}$ เมื่อ H_1 เป็น Right-tailed
  - ปฏิเสธ H_0 เมื่อ $t \leq -t_{\alpha,df}$ เมื่อ H_1 เป็น Left-tailed
- หมายเหตุ : ค่า t เปิดจากตาราง 1-tail

ตัวอย่าง 12

- สุ่ม ต.ย.เสื้อของพนักงานดับเพลิงแบบที่หนึ่ง 10 ตัว หาค่าเฉลี่ยอุณหภูมิสูงสุดของเสื้อได้ 120 °C และค่าความแปรปรวนเป็น 25 และสุ่ม ต.ย.เสื้อของพนักงานดับเพลิงแบบที่สอง 16 ตัว หาค่าเฉลี่ยอุณหภูมิสูงสุดของเสื้อได้ 112 °C และค่าความแปรปรวนเป็น 20 อยากทราบว่าค่าเฉลี่ยอุณหภูมิสูงสุดของเสื้อทั้งสองแบบแตกต่างกัน ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10 (10%) หรือไม่

$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0$

$H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq 0$

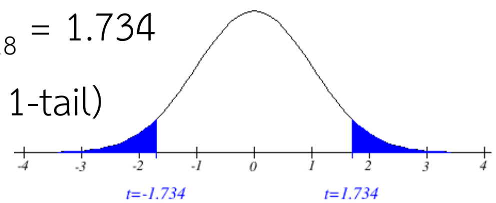
$$T = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - \mu_0}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$$

- รู้ค่า $s_1^2=25$, $s_2^2=20$, $\bar{x}_1=120$, $\bar{x}_2=112$, $n_1=10$, $n_2=16$, $\alpha=0.10$

ตัวอย่าง 12

$$t = \frac{120 - 112}{\sqrt{25/10 + 20/16}} = 4.1312 \qquad df = \frac{\left(\frac{25}{10}+\frac{20}{16}\right)^2}{\frac{(25/10)^2}{10-1}+\frac{(20/16)^2}{16-1}} = 17.58 = 18$$

- จากตารางสถิติ $t_{\alpha/2} = t_{0.05,18} = 1.734$
- พบว่า $|t| > t_{0.05,18}$ (ตาราง 1-tail)
- สรุป ปฏิเสธ H_0 ที่ $\alpha=0.10$



- แปลว่า จากข้อมูลที่ได้จาก ต.ย.ขนาด 10 และ 16 อนุมานว่าค่าเฉลี่ยอุณหภูมิสูงสุดของเสื้อแบบที่หนึ่งแตกต่างจากของแบบที่สอง ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10 (เชื่อมั่นได้ถึง 90%)

ตัวอย่าง 13

- ในการเปรียบเทียบความแม่นยำของวิธีการทางเคมีสองวิธีในการวิเคราะห์หาปริมาณความเข้มข้นของสารเคมีชนิดหนึ่ง จากการทดลองพบว่า ทำวิธีมาตรฐาน 4 ครั้ง ให้มีค่าเฉลี่ยความเข้มข้นเป็น 25 และค่าความแปรปรวนเป็น 0.67 และทำวิธีใหม่ 8 ครั้ง ให้มีค่าเฉลี่ยความเข้มข้นเป็น 21 และค่าความแปรปรวนเป็น 17.71 อยากทราบว่าค่าเฉลี่ยของความเข้มข้นของสารเคมีที่หาได้จากวิธีใหม่ต่ำกว่าวิธีมาตรฐาน ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 (5%) หรือไม่

$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0$

$H_1 : \mu_1 - \mu_2 < 0$

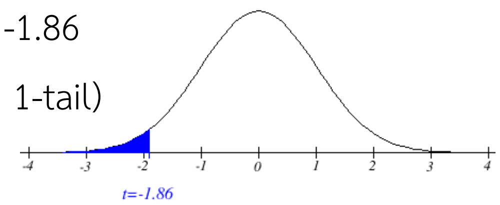
$$T = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - \mu_0}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$$

- รู้ค่า s_1^2=17.71, s_2^2=0.67, $\bar{x}_1$=21, $\bar{x}_2$=25, n_1=8, n_2=4, α=0.05

ตัวอย่าง 13

$$t = \frac{21 - 25}{\sqrt{17.71/8 + 0.67/4}} = -2.593 \qquad \text{df} = \frac{\left(\frac{17.71}{8} + \frac{0.67}{4}\right)^2}{\frac{(17.71/8)^2}{8-1} + \frac{(0.67/4)^2}{4-1}} = 7.99 = 8$$

- จากตารางสถิติ $t_{\alpha} = t_{0.05,8} = -1.86$
- พบว่า $t < -t_{0.05,8}$ (ตาราง 1-tail)
- สรุป ปฏิเสธ H_0 ที่ α=0.05



- แปลว่า จากข้อมูลที่ได้จาก ต.ย.ขนาด 8 และ 4 อนุมานว่าค่าเฉลี่ยของความเข้มข้นของสารเคมีที่หาได้จากวิธีใหม่ต่ำกว่าวิธีมาตรฐาน ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 (เชื่อมั่นได้ถึง 95%)

การทดสอบค่าเฉลี่ยของ 2 ประชากร ที่ ต.ย.เป็นอิสระกัน

- **กรณีไม่ทราบ σ_1^2 และ σ_2^2 แต่รู้ว่า $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$**
- สมมติฐานคือ

Hypothesized Mean Difference

$$T = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - (\mu_1 - \mu_2)}{S_p \cdot \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = \mu_0$

$H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq \mu_0$ หรือ $\mu_1 - \mu_2 > \mu_0$ หรือ $\mu_1 - \mu_2 < \mu_0$

- ตัวสถิติที่ใช้ทดสอบสมมติฐานคือ T

df= n_1+n_2-2

$$T = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - \mu_0}{S_p \cdot \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

$$S_p^2 = \frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

การทดสอบค่าเฉลี่ยของ 2 ประชากร ที่ ต.ย.เป็นอิสระกัน

- Decision Rule
- กรณีสมมติฐานสองทาง
  - ปฏิเสธ H_0 เมื่อ $|t| \geq t_{\alpha/2,n1+n2-2}$
  - หรือ ปฏิเสธ H_0 เมื่อ $t \geq t_{\alpha/2, n1+n2-2}$ หรือ $t \leq -t_{\alpha/2, n1+n2-2}$
- กรณีสมมติฐานทางเดียว
  - ปฏิเสธ H_0 เมื่อ $t \geq t_{\alpha, n1+n2-2}$ เมื่อ H_1 เป็น Right-tailed
  - ปฏิเสธ H_0 เมื่อ $t \leq -t_{\alpha, n1+n2-2}$ เมื่อ H_1 เป็น Left-tailed
- หมายเหตุ : ค่า t เปิดจากตาราง 1-tail

ตัวอย่าง 14

- สุ่ม ต.ย. ข้าวโพดพันธุ์ ก. ที่ปลูกโดยใส่ปุ๋ย 16 ไร่ ได้ค่าเฉลี่ยผลผลิตเป็น 95 ถัง/ไร่ และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น 3.464 ถัง/ไร่ และสุ่ม ต.ย. ข้าวโพดพันธุ์ ก. ที่ปลูกโดยไม่ใส่ปุ๋ย 16 ไร่ ได้ค่าเฉลี่ยผลผลิตเป็น 87 ถัง/ไร่ และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น 3.1623 ถัง/ไร่ (กรณีนี้ทราบว่าค่าความแปรปรวนประชากรเท่ากัน) อยากทราบว่าค่าเฉลี่ยผลผลิตของข้าวโพดพันธ์ ก. จากการใส่ปุ๋ยและไม่ใส่ปุ๋ยมีความแตกต่างกัน ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 (5%) หรือไม่

$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0$

$H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq 0$

$$T = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - \mu_0}{S_p \cdot \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

- รู้ค่า s_1=3.464, s_2=3.1623, $\bar{x}_1$=95, $\bar{x}_2$=87, n_1=16, n_2=16, α=0.05

ตัวอย่าง 14

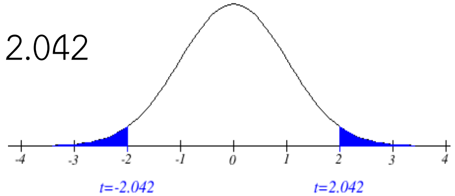
df= 16+16-2=30

$$t = \frac{95 - 87}{3.3166 * \sqrt{1/16 + 1/16}} = 6.823$$

$$S_p^2 = \frac{(16-1)(3.464)^2 + (16-1)(3.1623)^2}{16 + 16 - 2} = 10.99972$$

$$S_p = \sqrt{10.99972} = 3.3166$$

- จากตารางสถิติ $t_{\alpha/2} = t_{0.025,30} = 2.042$
- พบว่า $|t| > t_{0.025,30}$
- สรุป ปฏิเสธ H_0 ที่ α=0.05



- แปลว่า จากข้อมูลที่ได้จาก ต.ย.ขนาด 16 และ 16 อนุมานว่า ค่าเฉลี่ยผลผลิตของข้าวโพดพันธ์ ก. จากการใส่ปุ๋ยและไม่ใส่ปุ๋ย มีความแตกต่างกัน ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 (เชื่อมั่นได้ถึง 95%)

ตัวอย่าง 15

- สุ่ม ต.ย. คนไข้โรคนิวมอเนียที่ได้รับยา A จำนวน 59 คน ได้ค่าเฉลี่ยของจำนวนวันที่ใช้ลดไข้จนถึงระดับปกติเป็น 3.983 และค่าความแปรปรวนเป็น 9.258 และสุ่ม ต.ย.คนไข้โรคนิวมอเนียที่ได้รับยา B จำนวน 43 คน ได้ค่าเฉลี่ยของจำนวนวันที่ใช้ลดไข้จนถึงระดับปกติเป็น 2.93 และค่าความแปรปรวนเป็น 5.733 (กรณีนี้ทราบว่าค่าความแปรปรวนประชากรของยาทั้งสองเท่ากัน) อยากทราบว่าค่าเฉลี่ยของจำนวนวันที่ใช้ลดไข้จนถึงระดับปกติของยา A มากกว่าของยา B ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 (5%) หรือไม่

$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0$

$H_1 : \mu_1 - \mu_2 > 0$

$$T = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - \mu_0}{S_p \cdot \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

- รู้ค่า s_1^2=9.258, s_2^2=5.733, $\bar{x}_1$=3.983, $\bar{x}_2$=2.93, n_1=59, n_2=43, α=0.05

ตัวอย่าง 15

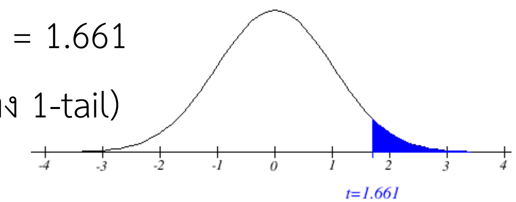
df= 59+43-2=100

$$t = \frac{3.983 - 2.93}{2.7889 * \sqrt{1/59 + 1/43}} = 1.883$$

$$S_p^2 = \frac{(59-1)(9.258)^2 + (43-1)(5.733)^2}{59 + 43 - 2} = 7.7778$$

$$S_p = \sqrt{7.7778} = 2.7889$$

- จากตารางสถิติ $t_{\alpha} = t_{0.05,100} = 1.661$
- พบว่า $t > t_{0.05,100}$ (ตาราง 1-tail)
- สรุป ปฏิเสธ H_0 ที่ α=0.05



- แปลว่า จากข้อมูลที่ได้จาก ต.ย.ขนาด 59 และ 43 อนุมานว่า ค่าเฉลี่ยของจำนวนวันที่ใช้ลดไข้จนถึงระดับปกติของยา A มากกว่าของยา B ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 (เชื่อมั่นได้ถึง 95%)

การทดสอบค่าเฉลี่ยของ 2 ประชากร ที่ ต.ย.ไม่เป็นอิสระกัน

- สมมติฐานคือ

Hypothesized Mean of Mean Difference

$$T = \frac{\bar{D} - (\mu_x - \mu_y)}{S_D/\sqrt{n}}$$

$H_0 : \mu_D = \mu_{D0}$

$H_1 : \mu_D \neq \mu_{D0}$ หรือ $\mu_D > \mu_{D0}$ หรือ $\mu_D < \mu_{D0}$

- ตัวสถิติที่ใช้ทดสอบสมมติฐานคือ Pair T-test

$$T = \frac{\bar{D} - \mu_{D0}}{S_D/\sqrt{n}} \qquad \text{df= n-1} \qquad S_D^2 = \sum_{i=1}^{n}(D_i - \bar{D})^2/(n-1)$$

$$D_i = X_i - Y_i \qquad \bar{D} = \sum_{i=1}^{n} D_i/n \qquad S_D^2 = \frac{\sum d_i^2 - (\sum d_i)^2/n}{n-1}$$

การทดสอบค่าเฉลี่ยของ 2 ประชากร ที่ ต.ย.ไม่เป็นอิสระกัน

- Decision Rule
- กรณีสมมติฐานสองทาง
  - ปฏิเสธ H_0 เมื่อ $|t| \geq t_{\alpha/2,n-1}$
  - หรือ ปฏิเสธ H_0 เมื่อ $t \geq t_{\alpha/2,n-1}$ หรือ $t \leq -t_{\alpha/2,n-1}$
- กรณีสมมติฐานทางเดียว
  - ปฏิเสธ H_0 เมื่อ $t \geq t_{\alpha,n-1}$ เมื่อ H_1 เป็น Right-tailed
  - ปฏิเสธ H_0 เมื่อ $t \leq -t_{\alpha,n-1}$ เมื่อ H_1 เป็น Left-tailed
- หมายเหตุ : ค่า t เปิดจากตาราง 1-tail

ตัวอย่าง 16

- สุ่ม ต.ย. คู่แฝดจำนวน 12 คู่ มาวัดระดับสติปัญญาของแฝดพี่และแฝดน้อง มีค่าเฉลี่ยของผลต่างระดับสติปัญญาเป็น 0.75 และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น 4.7506 อยากทราบว่าระดับสติปัญญาของแฝดพี่และแฝดน้องมีความแตกต่างกัน ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 (5%) หรือไม่

$H_0 : \mu_D = 0$

$H_1 : \mu_D \neq 0$

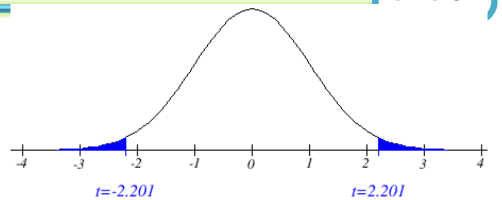
$$T = \frac{\bar{D} - \mu_{D0}}{S_D/\sqrt{n}}$$

- รู้ค่า s_D=4.7506, $\bar{D}$=0.75, n=12, α=0.05

ตัวอย่าง 16

$$t = \frac{0.75 - 0}{4.7506/\sqrt{12}} = 0.5469$$

df= 12-1=11



- จากตารางสถิติ $t_{\alpha/2} = t_{0.025,11} = 2.201$
- พบว่า $|t| < t_{0.025,11}$ (ตาราง 1-tail)
- สรุป ไม่ปฏิเสธ H_0 ที่ α=0.05
- แปลว่า จากข้อมูลที่ได้จาก ต.ย.ขนาด 12 อนุมานว่าระดับสติปัญญาของแฝดพี่และแฝดน้องไม่มีความแตกต่างกัน ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 (เชื่อมั่นได้ถึง 95%)

ตัวอย่าง 17

- สุ่ม ต.ย. บัณฑิตชายและหญิงที่เรียนสาขาวิชาเอกเดียวกันและมีผลการเรียนใกล้เคียงกันเป็นคู่ๆ จำนวน 10 คู่ พบว่าเงินเดือนเริ่มต้นของบัณฑิตชายและหญิง มีค่าเฉลี่ยของผลต่างเงินเดือนเป็น 4.0 และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น 4.3461 อยากทราบว่าเงินเดือนเริ่มต้นของบัณฑิตชายสูงกว่าบัณฑิตหญิง ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 (5%) หรือไม่

$H_0 : \mu_D = 0$

$H_1 : \mu_D > 0$

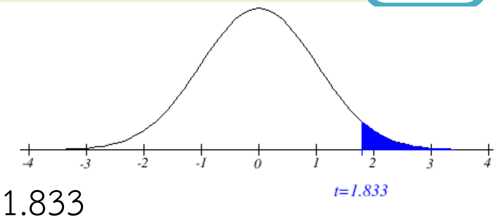
$$T = \frac{\overline{D} - \mu_{D0}}{S_D/\sqrt{n}}$$

- รู้ค่า s_D=4.3461, $\overline{D}$=4, n=12, α=0.05

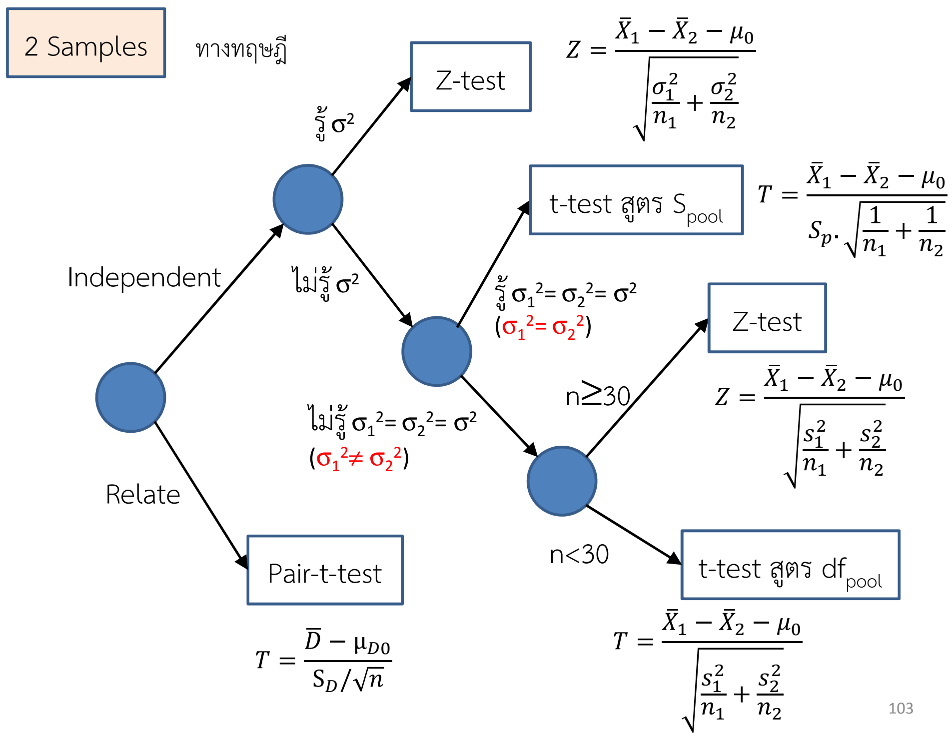
ตัวอย่าง 17

$$t = \frac{4 - 0}{4.3461/\sqrt{10}} = 2.91045$$

df= 10-1=9



- จากตารางสถิติ $t_\alpha = t_{0.05,9} = 1.833$
- พบว่า $t > t_{0.05,9}$
- สรุป ปฏิเสธ H_0 ที่ α=0.05
- แปลว่า จากข้อมูลที่ได้จาก ต.ย.ขนาด 10 อนุมานว่า เงินเดือนเริ่มต้นของบัณฑิตชายสูงกว่าบัณฑิตหญิง ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 (เชื่อมั่นได้ถึง 95%)



การทดสอบค่าสัดส่วน

การทดสอบค่าสัดส่วนของ 1 ประชากร

- การทดสอบค่าสัดส่วนของ 1 ประชากร มี 2 กรณี (ใช้ Z-test)
  - กรณีทราบ π (ค่าสัดส่วนของประชากร)
  - กรณีไม่ทราบ π

การทดสอบค่าสัดส่วนของ 1 ประชากร

- **กรณีรู้ π**
- สมมติฐานคือ

Hypothesized Proportion

$H_0 : \pi = \pi_0$

$H_1 : \pi \neq \pi_0$ หรือ $\pi > \pi_0$ หรือ $\pi < \pi_0$

- ตัวสถิติที่ใช้ทดสอบสมมติฐานคือ Z

$$Z = \frac{p - \pi_0}{\sqrt{\pi_0(1-\pi_0)/n}} \qquad p = \frac{x}{n} \qquad Z = \frac{\frac{x}{n} - p}{\sqrt{pq/n}}$$

การทดสอบค่าสัดส่วนของ 1 ประชากร

- Decision Rule
- กรณีสมมติฐานสองทาง
  - ปฏิเสธ H_0 เมื่อ $|z| \geq z_{\alpha/2}$
  - หรือ ปฏิเสธ H_0 เมื่อ $z \geq z_{\alpha/2}$ หรือ $z \leq -z_{\alpha/2}$
- กรณีสมมติฐานทางเดียว
  - ปฏิเสธ H_0 เมื่อ $z \geq z_{\alpha}$ เมื่อ H_1 เป็น Right-tailed
  - ปฏิเสธ H_0 เมื่อ $z \leq -z_{\alpha}$ เมื่อ H_1 เป็น Left-tailed
- หมายเหตุ : ค่า z เปิดจากตาราง 1-tail

ตัวอย่าง 18

- ในบ่อปลาแห่งหนึ่งมีปลาช่อน 20% ของปลาทั้งหมด เมื่อทำการสุ่มปลาขึ้นมา 100 ตัว พบว่ามีปลาช่อน 30 ตัว อยากทราบว่าสัดส่วนของปลาช่อนในบ่อคือ 20% ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 (5%) จริงหรือไม่

$H_0 : \pi = 0.20$

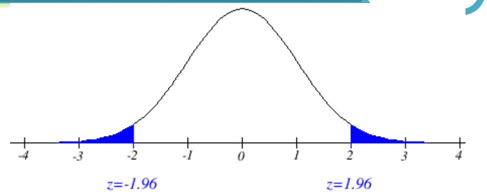
$H_1 : \pi \neq 0.20$

$$Z = \frac{p - \pi_0}{\sqrt{\pi_0(1-\pi_0)/n}}$$

- รู้ค่า X=30, π_0=0.2, n=100, α=0.05, π=0.2

ตัวอย่าง 18

$$Z = \frac{\frac{30}{100} - 0.2}{\sqrt{(0.2)(0.8)/100}} = 2.5$$



- จากตารางสถิติ $Z_{\alpha/2} = Z_{0.025} = 1.96$
- พบว่า $Z > Z_{0.025}$ (ตาราง 1-tail)
- สรุป ปฏิเสธ H_0 ที่ $\alpha=0.05$
- แปลว่า จากข้อมูลที่ได้จาก ต.ย.ขนาด 100 อนุมานว่าสัดส่วนของปลาช่อนในบ่อนี้ต่างจาก 20% ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 (เชื่อมั่นได้ถึง 95%)

ตัวอย่าง 19

- โรงงานผลิตยาสำเร็จรูปแห่งหนึ่ง พบว่า 5% ของยาสำเร็จรูปที่ผลิตแต่ละครั้งมีตำหนิ เมื่อทำการสุ่มยาสำเร็จรูปนั้นมา 1000 ชิ้น พบว่ามีตำหนิ 170 ชิ้น อยากทราบว่าสัดส่วนยาสำเร็จรูปมีตำหนิอันเนื่องมาจากการผลิตเกินกว่า 5% ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 (5%) หรือไม่

$H_0 : \pi = 0.05$

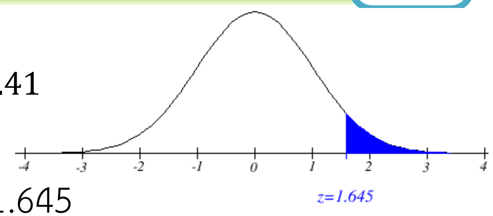
$H_1 : \pi > 0.05$

$$Z = \frac{p - \pi_0}{\sqrt{\pi_0(1-\pi_0)/n}}$$

- รู้ค่า X=170, π_0=0.05, n=1000, α=0.05, π=0.05

ตัวอย่าง 19

$$Z = \frac{\frac{170}{1000} - 0.05}{\sqrt{(0.05)(0.95)/1000}} = 17.41$$



- จากตารางสถิติ $Z_{\alpha} = Z_{0.05} = 1.645$
- พบว่า $Z > Z_{0.05}$ (ตาราง 1-tail)
- สรุป ปฏิเสธ H_0 ที่ $\alpha=0.05$
- แปลว่า จากข้อมูลที่ได้จาก ต.ย.ขนาด 1000 อนุมานว่าสัดส่วนของยาสำเร็จรูปที่มีตำหนิเกิน 5% ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 (เชื่อมั่นได้ถึง 95%) (ดังนั้นบริษัทควรตัดสินใจเปลี่ยนมาตรการควบคุมการผลิต)

การทดสอบค่าสัดส่วนของ 1 ประชากร

- **กรณีไม่รู้ π**
- สมมติฐานคือ

$H_0 : \pi = \pi_0$

$H_1 : \pi \neq \pi_0$ หรือ $\pi > \pi_0$ หรือ $\pi < \pi_0$

- ตัวสถิติที่ใช้ทดสอบสมมติฐานคือ Z

$$Z = \frac{p - \pi_0}{\sqrt{p(1-p)/n}} \qquad p = \frac{x}{n}$$

การทดสอบค่าสัดส่วนของ 1 ประชากร

- Decision Rule
- กรณีสมมติฐานสองทาง
  - ปฏิเสธ H_0 เมื่อ $|z| \geq z_{\alpha/2}$
  - หรือ ปฏิเสธ H_0 เมื่อ $z \geq z_{\alpha/2}$ หรือ $z \leq -z_{\alpha/2}$
- กรณีสมมติฐานทางเดียว
  - ปฏิเสธ H_0 เมื่อ $z \geq z_{\alpha}$ เมื่อ H_1 เป็น Right-tailed
  - ปฏิเสธ H_0 เมื่อ $z \leq -z_{\alpha}$ เมื่อ H_1 เป็น Left-tailed
- หมายเหตุ : ค่า z เปิดจากตาราง 1-tail

ตัวอย่าง 20

- โรงงานผลิตยาสำเร็จรูปแห่งหนึ่ง ตั้งใจว่าบริษัทจะเปลี่ยนวัสดุบรรจุยาสำเร็จรูปถ้าพบว่ามียาสำเร็จรูปชำรุดเกินกว่า 5% เมื่อทำการสุ่มยาสำเร็จรูปนั้นมา 300 ชิ้น พบว่ามีชำรุด 10 ชิ้น อยากทราบว่าสัดส่วนยาสำเร็จรูปที่ชำรุดเกิน 5% ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 (1%) หรือไม่

$H_0 : \pi = 0.05$

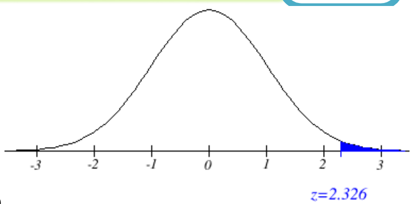
$H_1 : \pi > 0.05$

$$Z = \frac{p - \pi_0}{\sqrt{p(1-p)/n}}$$

- รู้ค่า $X=10$, $\pi_0=0.05$, $n=300$, $\alpha=0.01$

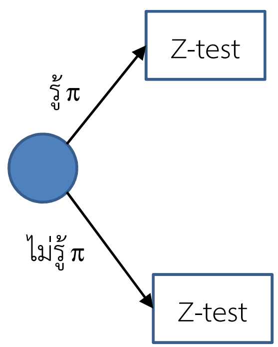
ตัวอย่าง 20

$$Z = \frac{\frac{10}{300} - 0.05}{\sqrt{(\frac{10}{300})(1-\frac{10}{300})/300}} = -1.608$$



- จากตารางสถิติ $Z_{\alpha} = Z_{0.01} = 2.326$
- พบว่า $Z > Z_{0.01}$ (ตาราง 1-tail)
- สรุป ไม่ปฏิเสธ H_0 ที่ $\alpha=0.01$
- แปลว่า จากข้อมูลที่ได้จาก ต.ย.ขนาด 300 อนุมานว่าสัดส่วนของยาสำเร็จรูปที่ชำรุดไม่เกิน 5% ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 (เชื่อมั่นได้ถึง 99%) (ดังนั้นบริษัทจึงตัดสินใจไม่เปลี่ยนวัสดุที่ใช้บรรจุยาสำเร็จรูป)

1 Samples ทางทฤษฎี



$$Z = \frac{p - \pi_0}{\sqrt{\pi_0(1-\pi_0)/n}}$$

$$Z = \frac{p - \pi_0}{\sqrt{p(1-p)/n}}$$

การทดสอบค่าสัดส่วนของ 2 ประชากร

- การทดสอบค่าสัดส่วนของ 2 ประชากร มี 2 กรณี (ใช้ Z-test)
  - กรณี $\pi_0 \neq 0$
  - กรณี $\pi_0 = 0$

การทดสอบค่าสัดส่วนของ 2 ประชากร

- กรณี $\pi_0 \neq 0$ (p1 $\neq$ p2)
- สมมติฐานคือ

Hypothesized Proportion Difference

$$Z = \frac{\frac{X_1}{n_1} - \frac{X_2}{n_2} - (p_1 - p_2)}{\sqrt{\frac{\hat{p}_1\hat{q}_1}{n_1} + \frac{\hat{p}_2\hat{q}_2}{n_2}}}$$

$H_0 : \pi_1 - \pi_2 = \pi_0$

$H_1 : \pi_1 - \pi_2 \neq \pi_0$ หรือ $\pi_1 - \pi_2 > \pi_0$ หรือ $\pi_1 - \pi_2 < \pi_0$

- ตัวสถิติที่ใช้ทดสอบสมมติฐานคือ Z

$$Z = \frac{p_1 - p_2 - \pi_0}{\sqrt{\frac{p_1(1-p_1)}{n_1} + \frac{p_2(1-p_2)}{n_2}}}$$

$$p_1 = \frac{x_1}{n_1}$$

$$p_2 = \frac{x_2}{n_2}$$

การทดสอบค่าสัดส่วนของ 2 ประชากร

- Decision Rule
- กรณีสมมติฐานสองทาง
  - ปฏิเสธ H_0 เมื่อ $|z| \geq z_{\alpha/2}$
  - หรือ ปฏิเสธ H_0 เมื่อ $z \geq z_{\alpha/2}$ หรือ $z \leq -z_{\alpha/2}$
- กรณีสมมติฐานทางเดียว
  - ปฏิเสธ H_0 เมื่อ $z \geq z_{\alpha}$ เมื่อ H_1 เป็น Right-tailed
  - ปฏิเสธ H_0 เมื่อ $z \leq -z_{\alpha}$ เมื่อ H_1 เป็น Left-tailed
- หมายเหตุ : ค่า z เปิดจากตาราง 1-tail

ตัวอย่าง 21

- สุ่ม ต.ย.เด็กอายุต่ำกว่า 10 ปี หมู่บ้านละ 36 คน มาตรวจพบว่ามีเด็กที่เป็นพาหะของโรคไวรัสตับอักเสบ B จากหมู่บ้าน ก. 10 คน และ มีเด็กที่เป็นพาหะของโรคไวรัสตับอักเสบ B จากหมู่บ้าน ข 8 คน อยากทราบว่าผลต่างของสัดส่วนของเด็กอายุต่ำกว่า 10 ปีที่เป็นพาหะของโรคไวรัสตับอักเสบ B ของหมู่บ้าน ก และของหมู่บ้าน ข แตกต่างจาก 10% ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 (5%) หรือไม่

$H_0 : \pi_1 - \pi_2 = 0.1$

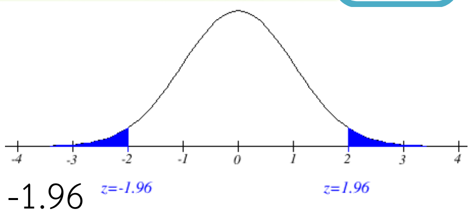
$H_1 : \pi_1 - \pi_2 \neq 0.1$

$$Z = \frac{p_1 - p_2 - \pi_0}{\sqrt{\frac{p_1(1-p_1)}{n_1} + \frac{p_2(1-p_2)}{n_2}}}$$

- รู้ค่า $x_1=10$, $x_2=8$, $\pi_0= 0.1$, $n_1=36$, $n_2=36$, $\alpha=0.05$

ตัวอย่าง 21

$$Z = \frac{\frac{10}{36} - \frac{8}{36} - 0.1}{\sqrt{\frac{(0.28)(0.72)}{36} + \frac{(0.22)(0.78)}{36}}}$$
$$= -0.43651$$



- จากตารางสถิติ $Z_{\alpha/2} = Z_{0.025} = -1.96$
- พบว่า $|Z| < Z_{0.025}$ (ตาราง 1-tail)
- สรุป ไม่ปฏิเสธ H_0 ที่ α=0.05
- แปลว่า จากข้อมูลที่ได้จาก ต.ย.ขนาด 36 อนุมานว่าผลต่างของสัดส่วนของเด็กอายุต่ำกว่า 10 ปีที่เป็นพาหะของโรคไวรัสตับอักเสบ B ของหมู่บ้าน ก และของหมู่บ้าน ข แตกต่างกันประมาณ 10% ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 (เชื่อมั่นได้ถึง 95%)

ตัวอย่าง 22

- ในการเลือกตั้งระดับท้องถิ่น ได้สุ่ม ต.ย.รายชื่อผู้มีสิทธิ์ลงคะแนนเลือกตั้งเขตละ 1000 คน มาสัมภาษณ์พบว่าในเขต 1 มีผู้สนับสนุน 475 ราย ในเขต 2 มีผู้สนับสนุน 546 ราย อยากทราบว่าผลต่างของสัดส่วนของผู้สนับสนุนในเขต 1 และเขต 2 น้อยกว่า 10% ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 (5%) หรือไม่

$H_0 : \pi_1 - \pi_2 = 0.1$

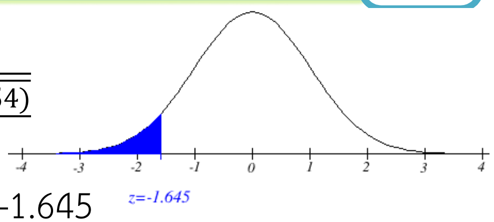
$H_1 : \pi_1 - \pi_2 < 0.1$

$$Z = \frac{p_1 - p_2 - \pi_0}{\sqrt{\frac{p_1(1-p_1)}{n_1} + \frac{p_2(1-p_2)}{n_2}}}$$

- รู้ค่า x_1=475, x_2=546, n_1=1000, n_2=1000, α=0.05

ตัวอย่าง 22

$$Z = \frac{\frac{475}{1000} - \frac{546}{1000} - 0.1}{\sqrt{\frac{(0.475)(0.525)}{1000} + \frac{(0.546)(0.454)}{1000}}}$$
$$= -7.669$$



- จากตารางสถิติ $Z_{\alpha} = Z_{0.05} = -1.645$
- พบว่า $Z < -Z_{0.05}$ (ตาราง 1-tail)
- สรุป ปฏิเสธ H_0 ที่ α=0.05
- แปลว่า จากข้อมูลที่ได้จาก ต.ย.ขนาด 1000 อนุมานว่าผลต่างของสัดส่วนของผู้สนับสนุนในเขต 1 และเขต 2 น้อยกว่า 10% ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 (เชื่อมั่นได้ถึง 95%)

การทดสอบค่าสัดส่วนของ 2 ประชากร

- **กรณี π_0 = 0 (p1=p2)**
- สมมติฐานคือ

Hypothesized Proportion Difference

$$Z = \frac{\frac{X_1}{n_1} - \frac{X_2}{n_2} - (p_1 - p_2)}{\sqrt{\hat{p}\hat{q}(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2})}}$$

$H_0 : \pi_1 - \pi_2 = 0$

$H_1 : \pi_1 - \pi_2 \neq 0$ หรือ $\pi_1 - \pi_2 > 0$ หรือ $\pi_1 - \pi_2 < 0$

- ตัวสถิติที่ใช้ทดสอบสมมติฐานคือ Z

$$Z = \frac{p_1 - p_2 - 0}{\sqrt{pq(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2})}} \qquad p = \frac{x_1 + x_2}{n_1 + n_2} \qquad q = 1 - p$$

การทดสอบค่าสัดส่วนของ 2 ประชากร

- Decision Rule
- กรณีสมมติฐานสองทาง
  - ปฏิเสธ H_0 เมื่อ $|z| \geq z_{\alpha/2}$
  - หรือ ปฏิเสธ H_0 เมื่อ $z \geq z_{\alpha/2}$ หรือ $z \leq -z_{\alpha/2}$
- กรณีสมมติฐานทางเดียว
  - ปฏิเสธ H_0 เมื่อ $z \geq z_{\alpha}$ เมื่อ H_1 เป็น Right-tailed
  - ปฏิเสธ H_0 เมื่อ $z \leq -z_{\alpha}$ เมื่อ H_1 เป็น Left-tailed
- หมายเหตุ : ค่า z เปิดจากตาราง 1-tail

ตัวอย่าง 23

- สุ่ม ต.ย.ผู้สูบบุหรี่ในปี 2520 จำนวน 1500 คน และปี 2525 จำนวน 2000 คน ได้จำนวนผู้งดสูบบุหรี่ในปี 2520 จำนวน 576 คน และปี 2525 จำนวน 652 คน อยากทราบว่าสัดส่วนของผู้งดสูบบุหรี่ในปี 2520 และในปี 2525 แตกต่างกัน ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 (5%) หรือไม่

$H_0 : \pi_1 - \pi_2 = 0$

$H_1 : \pi_1 - \pi_2 \neq 0$

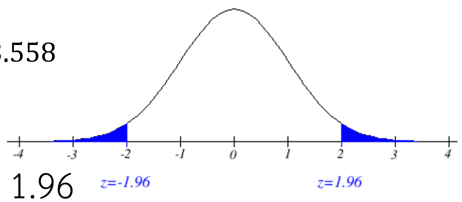
$$Z = \frac{p_1 - p_2}{\sqrt{pq(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2})}}$$

- รู้ค่า x_1=576, x_2=652, n_1=1500, n_2=2000, α=0.05

ตัวอย่าง 23

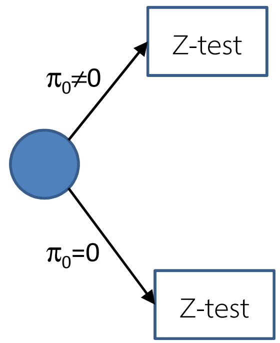
$$p = \frac{576 + 652}{1500 + 2000} = 0.351$$

$$Z = \frac{\frac{576}{1500} - \frac{652}{2000} - 0}{\sqrt{(0.351)(0.649)(\frac{1}{1500} + \frac{1}{2000})}} = 3.558$$



- จากตารางสถิติ $Z_{\alpha/2} = Z_{0.025} = 1.96$
- พบว่า $|Z| > Z_{0.025}$
- สรุป ปฏิเสธ H_0 ที่ α=0.05
- แปลว่า จากข้อมูลที่ได้จาก ต.ย.ขนาด 1500 และ 2000 อนุมานว่าสัดส่วนของผู้งดสูบบุหรี่ในปี 2520 และในปี 2525 มีความแตกต่างกัน ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 (เชื่อมั่นได้ถึง 95%)

2 Samples ทางทฤษฎี



$$Z = \frac{p_1 - p_2 - \pi_0}{\sqrt{\frac{p_1(1-p_1)}{n_1} + \frac{p_2(1-p_2)}{n_2}}}$$

$$p_1 = \frac{x_1}{n_1} \qquad p_2 = \frac{x_2}{n_2}$$

$$Z = \frac{p_1 - p_2}{\sqrt{pq(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2})}}$$

$$p = \frac{x_1 + x_2}{n_1 + n_2} \qquad q = 1 - p$$

การทดสอบค่าความแปรปรวน

การทดสอบค่าความแปรปรวนของ 1 ประชากร

- การทดสอบค่าความแปรปรวนของ 1 ประชากร มี 2 กรณี (ใช้ χ^2-test)
  - กรณีทราบ μ
  - กรณีไม่ทราบ μ

การทดสอบค่าความแปรปรวนของ 1 ประชากร

- **กรณีทราบ μ**
- สมมติฐานคือ

Hypothesized Variance

$H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$

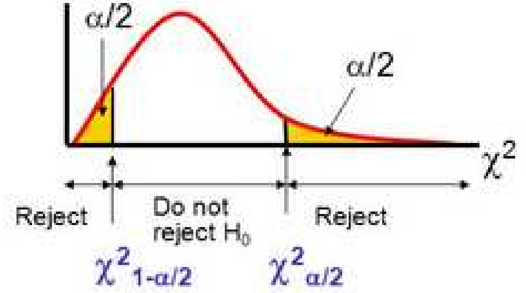
$H_1 : \sigma^2 \neq \sigma_0^2$ หรือ $\sigma^2 > \sigma_0^2$ หรือ $\sigma^2 < \sigma_0^2$

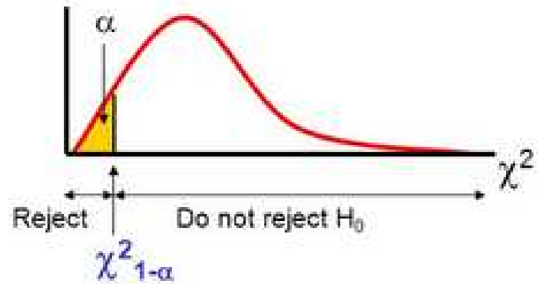
- ตัวสถิติที่ใช้ทดสอบสมมติฐานคือ χ^2

$$\chi^2 = \frac{nS_n^2}{\sigma_0^2} \qquad \text{df = n}$$

การทดสอบค่าความแปรปรวนของ 1 ประชากร

- Decision Rule
- กรณีสมมติฐานสองทาง
  - ปฏิเสธ H_0 เมื่อ $\chi^2 \geq \chi^2_{\alpha/2,n}$ หรือ $\chi^2 \leq \chi^2_{1-\alpha/2,\, n}$
- กรณีสมมติฐานทางเดียว
  - ปฏิเสธ H_0 เมื่อ $\chi^2 \geq \chi^2_{\alpha,\, n}$ เมื่อ H_1 เป็น Right-tailed
  - ปฏิเสธ H_0 เมื่อ $\chi^2 \leq \chi^2_{1-\alpha,\, n}$ เมื่อ H_1 เป็น Left-tailed
- หมายเหตุ : ค่า χ^2 เปิดจากตาราง 1-tail





http://slideplayer.com/slide/5244657/

ตัวอย่าง 24

- ในการผลิตสีทาบ้านของบริษัทหนึ่ง รู้ว่าตามมาตรฐานเวลาที่สีจะแห้งโดยเฉลี่ยเท่ากับ 70 นาที และค่าความแปรปรวน 7.62 นาที ถ้าสุ่มสีทาบ้านที่ผลิตมา 100 กระป๋อง พบว่าค่าเฉลี่ยของเวลาที่สีจะแห้งเป็น 80 นาที และค่าความแปรปรวนเป็น 9.6 นาที บริษัทอยากทราบว่าค่าความแปรปรวนของเวลาที่สีจะแห้งมีค่ามากกว่าค่ามาตรฐาน 7.62 นาที ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 (5%) หรือไม่

$H_0 : \sigma^2 = 7.62$

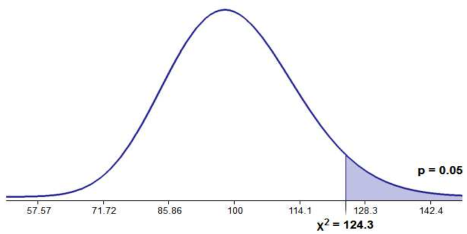
$H_1 : \sigma^2 > 7.62$

$$\chi^2 = \frac{nS_n^2}{\sigma_0^2}$$

- รู้ค่า σ_0^2=7.62, S_n^2=9.6, n=100, α=0.05, μ=70

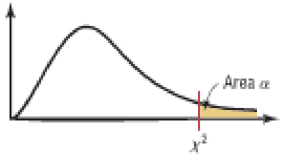
ตัวอย่าง 24

$$\chi^2 = \frac{100\text{x}9.6}{7.62} = 125.984$$



- จากตารางสถิติ $\chi^2_{\alpha, n} = \chi^2_{0.05,100}$ = 124.342
- พบว่า $\chi^2 > \chi^2_{0.05,100}$
- สรุป ปฏิเสธ H_0 ที่ α=0.05
- แปลว่า จากข้อมูลที่ได้จาก ต.ย.ขนาด 100 อนุมานว่าค่าความแปรปรวนของเวลาที่สีจะแห้งมากกว่าค่ามาตรฐาน 7.62 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 (เชื่อมั่นได้ถึง 95%)

การเปิดตารางหาค่า χ^2



- $\chi^2_{0.05,100}$

Table G The Chi-Square Distribution

Degrees of freedom	α 0.995	0.99	0.975	0.95	0.90	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005
1	—	—	0.001	0.004	0.016	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879
2	0.010	0.020	0.051	0.103	0.211	4.605	5.991	7.378	9.210	10.597
3	0.072	0.115	0.216	0.352	0.584	6.251	7.815	9.348	11.345	12.838
4	0.207	0.297	0.484	0.711	1.064	7.779	9.488	11.143	13.277	14.860
5	0.412	0.554	0.831	1.145	1.610	9.236	11.071	12.833	15.086	16.750
⋮										
70	43.275	45.442	48.758	51.739	55.329	85.527	90.531	95.023	100.425	104.215
80	51.172	53.540	57.153	60.391	64.278	96.578	101.879	106.629	112.329	116.321
90	59.196	61.754	65.647	69.126	73.291	107.565	113.145	118.136	124.116	128.299
100	67.328	70.065	74.222	77.929	82.358	118.498	124.342	129.561	135.807	140.169

การทดสอบค่าความแปรปรวนของ 1 ประชากร

- กรณีไม่ทราบ μ
- สมมติฐานคือ

Hypothesized Variance

$H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$

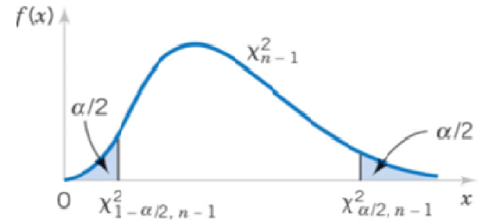
$H_1 : \sigma^2 \neq \sigma_0^2$ หรือ $\sigma^2 > \sigma_0^2$ หรือ $\sigma^2 < \sigma_0^2$

- ตัวสถิติที่ใช้ทดสอบสมมติฐานคือ χ^2

$$\chi^2 = \frac{(n-1)S_{n-1}^2}{\sigma_0^2} \qquad \text{df = n-1}$$

การทดสอบค่าความแปรปรวนของ 1 ประชากร

- Decision Rule



- กรณีสมมติฐานสองทาง
  - ปฏิเสธ H_0 เมื่อ $\chi^2 \geq \chi^2_{\alpha/2,n-1}$ หรือ $\chi^2 \leq \chi^2_{1-\alpha/2,\,n-1}$
- กรณีสมมติฐานทางเดียว
  - ปฏิเสธ H_0 เมื่อ $\chi^2 \geq \chi^2_{\alpha,\,n-1}$ เมื่อ H_1 เป็น Right-tailed
  - ปฏิเสธ H_0 เมื่อ $\chi^2 \leq \chi^2_{1-\alpha,\,n-1}$ เมื่อ H_1 เป็น Left-tailed
- หมายเหตุ : ค่า χ^2 เปิดจากตาราง 1-tail

ตัวอย่าง 25

- ในการผลิตหลอดไฟนีออน สุ่มหลอดไฟนีออน 15 หลอด ได้ค่าเฉลี่ยของอายุการใช้งานเป็น 2890 ชั่วโมง และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น 283.908 ชั่วโมง ถ้าค่ามาตรฐานของค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของหลอดไฟนีออนเป็น 273.86 ชั่วโมง บริษัทอยากทราบว่าค่าความแปรปรวนของอายุการใช้งานของหลอดไฟนีออนที่ผลิตขึ้นมีค่าแตกต่างจากค่าความแปรปรวนมาตรฐานที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 (5%) หรือไม่

$H_0 : \sigma^2 = 75{,}000$

$H_1 : \sigma^2 \neq 75{,}000$

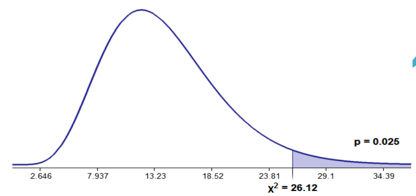
$$\chi^2 = \frac{(n-1)S_{n-1}^2}{\sigma_0^2}$$

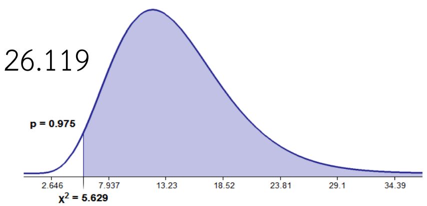
- รู้ค่า $\sigma_0^2 = (273.86)^2 = 75000$, $S_{n-1}^2 = (283.908)^2 = 80603.75$, $n=15$, $\alpha=0.05$

ตัวอย่าง 25

$$\chi^2 = \frac{(15-1)\text{x}(80603.75)}{75000}$$

$$= 15.046$$





- จากตารางสถิติ $\chi^2_{\alpha/2,n-1} = \chi^2_{0.025,14} = 26.119$
- และ $\chi^2_{1-\alpha/2,\,n-1} = \chi^2_{0.975,14} = 5.629$
- พบว่า $\chi^2 < \chi^2_{0.025,14}$
- และ $\chi^2 > \chi^2_{0.975,14}$
- สรุป ไม่ปฏิเสธ H_0 ที่ $\alpha=0.05$
- แปลว่า จากข้อมูลที่ได้จาก ต.ย.ขนาด 15 อนุมานว่าค่าความแปรปรวนของอายุการใช้งานของหลอดไฟนีออนที่ผลิตขึ้นมีค่าไม่แตกต่างจากค่าความแปรปรวนมาตรฐาน ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 (เชื่อมั่นได้ถึง 95%)

ตัวอย่าง 26

- ในการควบคุมคุณภาพการบรรจุอาหารกระป๋อง ได้สุ่ม ตย. 10 กระป๋อง มาหาค่าความแปรปรวนได้ 0.0016 มล. ถ้าความแปรปรวนมาตรฐานของประชากรเป็นที่ปรากฏบนกระป๋องเป็น 0.01 มล. บริษัทอยากทราบว่าค่าความแปรปรวนของปริมาณที่บรรจุในกระป๋องมีค่าน้อยกว่าค่าความแปรปรวนมาตรฐาน 0.01 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 (5%) หรือไม่

$H_0 : \sigma^2 = 0.01$

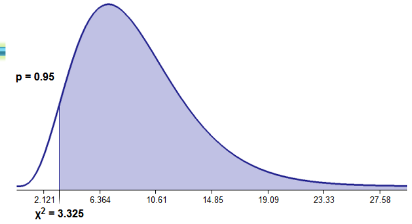
$H_1 : \sigma^2 < 0.01$

$$\chi^2 = \frac{(n-1)S_{n-1}^2}{\sigma_0^2}$$

- รู้ค่า σ_0^2=0.01, S_{n-1}^2=0.0016, n=10, α=0.05

ตัวอย่าง 26

$$\chi^2 = \frac{(10-1)\text{x}(0.0016)}{0.01}$$
$$= 1.44$$



- จากตารางสถิติ $\chi^2_{1-\alpha,\, n-1} = \chi^2_{0.95,9} = 3.325$
- พบว่า $\chi^2 < \chi^2_{0.95,9}$
- สรุป ปฏิเสธ H_0 ที่ α=0.05
- แปลว่า จากข้อมูลที่ได้จาก ต.ย.ขนาด 10 อนุมานว่าค่าความแปรปรวนของปริมาณที่บรรจุอาหารกระป๋องมีค่าน้อยกว่าค่าความแปรปรวนมาตรฐาน 0.01 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 (เชื่อมั่นได้ถึง 95%)

ตัวอย่าง 27

- ในการควบคุมปริมาณสารชนิดหนึ่งที่มีราคาแพงซึ่งเป็นองค์ประกอบหนึ่งในสูตรตำรับยา ได้สุ่ม ตย.ผลิตภัณฑ์ขนาด 5 มาหาค่าเฉลี่ยได้ 3.1 หน่วยปริมาตร และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น 2.1 หน่วยปริมาตร บริษัทอยากทราบว่าค่าความแปรปรวนของปริมาณสารนี้มีค่าเกินกว่าค่าความแปรปรวนมาตรฐาน 1 หน่วยปริมาตร ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 (5%) หรือไม่

$H_0 : \sigma^2 = 1$

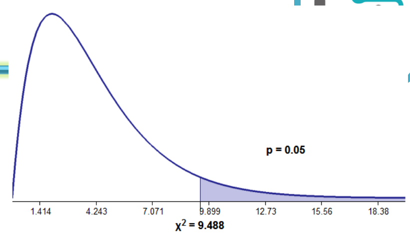
$H_1 : \sigma^2 > 1$

$$\chi^2 = \frac{(n-1)S_{n-1}^2}{\sigma_0^2}$$

- รู้ค่า σ_0^2=1, S_{n-1}^2=$(2.1)^2$=4.41 n=5, α=0.05

ตัวอย่าง 27

$$\chi^2 = \frac{(5-1)\text{x}(2.1)^2}{1} = 17.64$$



- จากตารางสถิติ $\chi^2_{\alpha,\, n-1} = \chi^2_{0.05,4} = 9.488$
- พบว่า $\chi^2 > \chi^2_{0.05,4}$
- สรุป ปฏิเสธ H_0 ที่ α=0.05
- แปลว่า จากข้อมูลที่ได้จาก ต.ย.ขนาด 5 อนุมานว่าค่าความแปรปรวนของปริมาณสารที่มีราคาแพงนี้มีค่าเกินกว่าค่าความแปรปรวนมาตรฐาน 1 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 (เชื่อมั่นได้ถึง 95%)

1 Samples

ทางทฤษฎี

รู้ μ → χ^2-test $\quad \chi^2 = \dfrac{nS_n^2}{\sigma_0^2}$ df = n

ไม่รู้ μ → χ^2-test $\quad \chi^2 = \dfrac{(n-1)S_{n-1}^2}{\sigma_0^2}$ df = n-1

การทดสอบค่าความแปรปรวนของ 2 ประชากร

- การทดสอบค่าความแปรปรวนของ 2 ประชากร มี 2 กรณี (ใช้ F-test)
  - กรณีทราบ μ_1 และ μ_2
  - กรณีไม่ทราบ μ_1 และ μ_2

การทดสอบค่าความแปรปรวนของ 2 ประชากร

- **กรณีทราบ μ_1 และ μ_2**
- สมมติฐานคือ

$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ หรือ $\sigma_1^2 / \sigma_2^2 = 1$

$H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ หรือ $\sigma_1^2 / \sigma_2^2 \neq 1$

$H_1 : \sigma_1^2 > \sigma_2^2$ หรือ $\sigma_1^2 / \sigma_2^2 > 1$

$H_1 : \sigma_1^2 < \sigma_2^2$ หรือ $\sigma_1^2 / \sigma_2^2 < 1$

- ตัวสถิติที่ใช้ทดสอบสมมติฐานคือ F

$$F = \frac{S_1^2/\sigma_1^2}{S_2^2/\sigma_2^2} = \frac{S_1^2}{S_2^2}$$

โดย $S_1^2 > S_2^2$ $\quad \boxed{S_n^2}$

df = n_1, n_2

การทดสอบค่าความแปรปรวนของ 2 ประชากร

- Decision Rule
- กรณีสมมติฐานสองทาง
  - ปฏิเสธ H_0 เมื่อ $f \geq f_{\alpha/2, n1,n2}$ หรือ $f \leq f_{1-\alpha/2, n1,n2}$
- กรณีสมมติฐานทางเดียว
  - ปฏิเสธ H_0 เมื่อ $f \geq f_{\alpha, n1,n2}$ เมื่อ H_1 เป็น Right-tailed
  - ปฏิเสธ H_0 เมื่อ $f \leq f_{1-\alpha, n1,n2}$ เมื่อ H_1 เป็น Left-tailed

การทดสอบค่าความแปรปรวนของ 2 ประชากร

- **กรณีไม่ทราบ μ_1 และ μ_2**
- สมมติฐานคือ

$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ หรือ $\sigma_1^2 / \sigma_2^2 = 1$

$H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ หรือ $\sigma_1^2 / \sigma_2^2 \neq 1$

$H_1 : \sigma_1^2 > \sigma_2^2$ หรือ $\sigma_1^2 / \sigma_2^2 > 1$

$H_1 : \sigma_1^2 < \sigma_2^2$ หรือ $\sigma_1^2 / \sigma_2^2 < 1$

- ตัวสถิติที่ใช้ทดสอบสมมติฐานคือ F

$\boxed{S_{n-1}^2}$

$$F = \frac{S_1^2/\sigma_1^2}{S_2^2/\sigma_2^2} = \frac{S_1^2}{S_2^2}$$ โดย $S_1^2 > S_2^2$ df = n_1-1, n_2-1

การทดสอบค่าความแปรปรวนของ 2 ประชากร

- Decision Rule
- กรณีสมมติฐานสองทาง
  - ปฏิเสธ H_0 เมื่อ $f \geq f_{\alpha/2, n1-1, n2-1}$ หรือ $f \leq f_{1-\alpha/2, n1-1, n2-1}$
- กรณีสมมติฐานทางเดียว
  - ปฏิเสธ H_0 เมื่อ $f \geq f_{\alpha, n1-1, n2-1}$ เมื่อ H_1 เป็น Right-tailed
  - ปฏิเสธ H_0 เมื่อ $f \leq f_{1-\alpha, n1-1, n2-1}$ เมื่อ H_1 เป็น Left-tailed

หมายเหตุ

- มักใช้ F-test สูตรนี้

$$F = \frac{S_1^2}{S_2^2}$$ โดย $S_1^2 > S_2^2$ df = n_1-1, n_2-1

- สำหรับทดสอบว่า

  -equal variances assumed

  -equal variances not assumed

  เพื่อเลือกใช้สูตร T-test (independent)

ตัวอย่าง 28

- สุ่ม นศ.จากคณะอักษรศาสตร์จำนวน 25 คน และจากคณะเภสัชศาสตร์จำนวน 16 คน ได้ค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น 5 และ 3 คะแนน ตามลำดับ อยากทราบว่าอัตราค่าความแปรปรวนของคะแนนสอบวิชาภาษาอังกฤษพื้นฐานของ นศ. คณะอักษรศาสตร์และของคณะเภสัชศาสตร์แตกต่างกัน ที่ระดับนัยสำคัญ 0.02 (2%) หรือไม่

$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ หรือ $\sigma_1^2 / \sigma_2^2 = 1$

$H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ หรือ $\sigma_1^2 / \sigma_2^2 \neq 1$

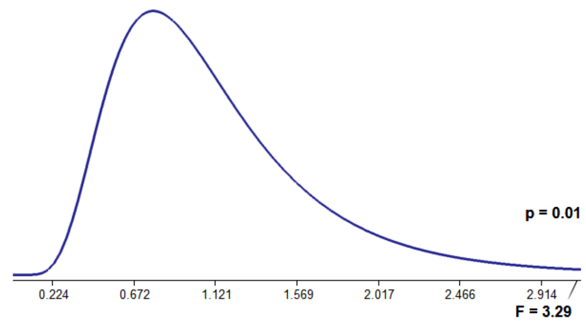
$$F = \frac{S_1^2/\sigma_1^2}{S_2^2/\sigma_2^2}$$

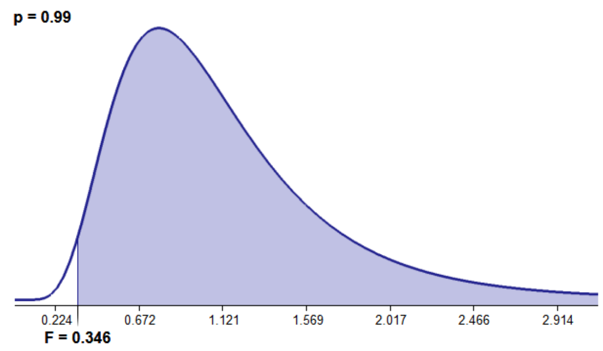
- รู้ค่า $S_1^2 = (5)^2 = 25$, $S_2^2 = (3)^2 = 9$, $\alpha = 0.02$, $n_1 = 25$, $n_2 = 16$

ตัวอย่าง 28

$$F = \frac{25}{9}\text{x}1 = 2.778 \qquad \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} = 1$$

- จากตารางสถิติ $f_{\alpha/2,n1-1,n2-1} = f_{0.01,24,15} = 3.29$
- และ $f_{1-\alpha/2,\ n1-1,n2-1} = f_{0.99,24,15} = 0.346$
- พบว่า $f < f_{0.01,24,15}$ และ $f > f_{0.99,24,15}$
- สรุป ไม่ปฏิเสธ H_0 ที่ α=0.02
- แปลว่า จากข้อมูลที่ได้จาก ต.ย.ขนาด 25 และ 16 อนุมานว่าค่าความแปรปรวนของคะแนนสอบวิชาภาษาอังกฤษพื้นฐานของ นศ.คณะอักษรศาสตร์ไม่ต่างจากของคณะเภสัชศาสตร์ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.02 (เชื่อมั่นได้ถึง 98%)





การเปิดตารางหาค่า f

- $f_{0.01,24,15}$

ตารางมีแค่ 0.005 - 0.1

Table H (continued)

df2 = denominator

$\alpha = 0.01$

d.f.N.: degrees of freedom, numerator

df1=numerator

d.f.D.: degrees of freedom, denominator	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120	∞
1	4052	4999.5	5403	5625	5764	5859	5928	5982	6022	6056	6106	6157	6209	6235	6261	6287	6313	6339	6366
2	98.50	99.00	99.17	99.25	99.30	99.33	99.36	99.37	99.39	99.40	99.42	99.43	99.45	99.46	99.47	99.47	99.48	99.49	99.50
3	34.12	30.82	29.46	28.71	28.24	27.91	27.67	27.49	27.35	27.23	27.05	26.87	26.69	26.60	26.50	26.41	26.32	26.22	26.13
4	21.20	18.00	16.69	15.98	15.52	15.21	14.98	14.80	14.66	14.55	14.37	14.20	14.02	13.93	13.84	13.75	13.65	13.56	13.46
5	16.26	13.27	12.06	11.39	10.97	10.67	10.46	10.29	10.16	10.05	9.89	9.72	9.55	9.47	9.38	9.29	9.20	9.11	9.02
6	13.75	10.92	9.78	9.15	8.75	8.47	8.26	8.10	7.98	7.87	7.72	7.56	7.40	7.31	7.23	7.14	7.06	6.97	6.88
7	12.25	9.55	8.45	7.85	7.46	7.19	6.99	6.84	6.72	6.62	6.47	6.31	6.16	6.07	5.99	5.91	5.82	5.74	5.65
8	11.26	8.65	7.59	7.01	6.63	6.37	6.18	6.03	5.91	5.81	5.67	5.52	5.36	5.28	5.20	5.12	5.03	4.95	4.86
9	10.56	8.02	6.99	6.42	6.06	5.80	5.61	5.47	5.35	5.26	5.11	4.96	4.81	4.73	4.65	4.57	4.48	4.40	4.31
10	10.04	7.56	6.55	5.99	5.64	5.39	5.20	5.06	4.94	4.85	4.71	4.56	4.41	4.33	4.25	4.17	4.08	4.00	3.91
11	9.65	7.21	6.22	5.67	5.32	5.07	4.89	4.74	4.63	4.54	4.40	4.25	4.10	4.02	3.94	3.86	3.78	3.69	3.60
12	9.33	6.93	5.95	5.41	5.06	4.82	4.64	4.50	4.39	4.30	4.16	4.01	3.86	3.78	3.70	3.62	3.54	3.45	3.36
13	9.07	6.70	5.74	5.21	4.86	4.62	4.44	4.30	4.19	4.10	3.96	3.82	3.66	3.59	3.51	3.43	3.34	3.25	3.17
14	8.86	6.51	5.56	5.04	4.69	4.46	4.28	4.14	4.03	3.94	3.80	3.66	3.51	3.43	3.35	3.27	3.18	3.09	3.00
15	8.68	6.36	5.42	4.89	4.56	4.32	4.14	4.00	3.89	3.80	3.67	3.52	3.37	3.29	3.21	3.13	3.05	2.96	2.87
16	8.53	6.23	5.29	4.77	4.44	4.20	4.03	3.89	3.78	3.69	3.55	3.41	3.26	3.18	3.10	3.02	2.93	2.84	2.75

วิธีหาค่า F ที่ไม่สามารถหาค่าได้โดยตรง

- $f_{0.99,24,15}$ = 0.346 หาได้จาก

$$\boxed{f_{1-\alpha,n,m} = \frac{1}{f_{\alpha,m,n}}}$$

$$f_{0.99,24,15} = \frac{1}{f_{0.01,15,24}}$$

$$f_{0.01,14,24} = 2.93$$
$$f_{0.01,16,24} = 2.85$$
$$f_{0.01,15,24} = 2.85 + 0.035$$

$$f_{0.99,24,15} = \frac{1}{2.885} = 0.346$$

ตัวอย่าง 29

- สินค้าที่มีราคาสูงกว่าจะมีความเสี่ยงในการลงทุนมากกว่า ความเสี่ยงวัดด้วยค่าความแปรปรวนของราคาสินค้าที่เปลี่ยนไปวันต่อวัน ทำการสุ่ม ตย.สินค้าจากสต๊อก 1 และ 2 สต๊อกละ 25 ชิ้น ได้ค่าความแปรปรวนเป็น 0.76 และ 0.46 ตามลำดับ อยากทราบว่าอัตราค่าความแปรปรวนของราคาสินค้าของสต๊อก 1 มากกว่าของสต๊อก 2 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 (5%) หรือไม่

H_0 : $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ หรือ $\sigma_1^2 / \sigma_2^2 = 1$

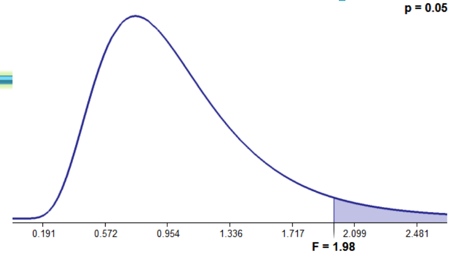
H_1 : $\sigma_1^2 > \sigma_2^2$ หรือ $\sigma_1^2 / \sigma_2^2 > 1$

$$F = \frac{S_1^2/\sigma_1^2}{S_2^2/\sigma_2^2}$$

- รู้ค่า S_1^2=0.76, S_2^2=0.46, α=0.05, , n_1=25, n_2=25

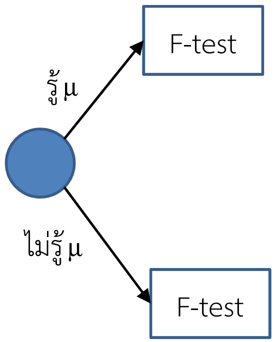
ตัวอย่าง 29

$$F = \frac{0.76}{0.46} x1 = 1.652$$



- จากตารางสถิติ $f_{\alpha, n1-1,n2-1} = f_{0.05,24,24} = 1.98$
- พบว่า $f < f_{0.05,24,24}$
- สรุป ไม่ปฏิเสธ H_0 ที่ α=0.05
- แปลว่า จากข้อมูลที่ได้จาก ต.ย.ขนาด 25 และ 25 อนุมานว่าค่าความแปรปรวนของราคาสินค้าของสต๊อก 1 ไม่ต่างจากของสต๊อก 2 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 (เชื่อมั่นได้ถึง 95%)

2 Samples ทางทฤษฎี



$$F = \frac{S_1^2/\sigma_1^2}{S_2^2/\sigma_2^2}$$ df = n_1, n_2

โดย $S_1^2 > S_2^2$

$$F = \frac{S_1^2/\sigma_1^2}{S_2^2/\sigma_2^2}$$ df = n_1-1, n_2-1

คำถาม