

Министерство образования и науки РФ  
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого  
Институт компьютерных наук и технологий  
Высшая школа программной инженерии

Отчёт по лабораторной работе №2  
по дисциплине «Вычислительная математика»

**Вариант №15**

Выполнил

Руководитель

Воскобойников С.П.

## **Оглавление**

Оглавление .....	2
Описание работы .....	3
1. Постановка задачи: .....	3
2. Текст программы .....	3
3. Результаты работы программы .....	3
4. Выводы по результатам .....	8

# Описание работы

## 1. Постановка задачи:

Сравнить два вектора:  $x_1 = A^{-1}b$  и  $x_2$ , полученный непосредственным решением системы с использованием программ DECOMP и SOLVE.

Обратную матрицу  $A^{-1}$  вычислить с помощью DECOMP и SOLVE. Система  $Ax=b$  зависит от параметра  $p$  ( $p= 1.0, 0.1, 0.01, 0.0001, 0.000001$ ).

Проанализировать связь числа обусловленности  $cond$  и величины:  $\delta = \|x_1 - x_2\| / x_1$ .

$$\begin{pmatrix} p+27 & -6 & -1 & -6 & -3 & -4 & -3 & -4 \\ -6 & 35 & -1 & -6 & -5 & -6 & -3 & -8 \\ -1 & -1 & 19 & -6 & -8 & -2 & 0 & -1 \\ -6 & -6 & -6 & 36 & -4 & -3 & -4 & -7 \\ -3 & -5 & -8 & -4 & 25 & 0 & -1 & -4 \\ -4 & -6 & -2 & -3 & 0 & 28 & -8 & -5 \\ -3 & -3 & 0 & -4 & -1 & -8 & 21 & -2 \\ -4 & -8 & -1 & -7 & -4 & -5 & -2 & 31 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \\ x_8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8p+140 \\ -91 \\ -7 \\ 142 \\ 7 \\ -99 \\ 25 \\ -117 \end{pmatrix}$$

## 2. Текст программы

```
import numpy as np
import scipy.linalg

def matrixPrint(name, matrix):
    print(name, ":", sep = '')
    for line in matrix:
        print(' '.join(map(str, line)))
    print("\n", end = '')

pArray = [1.0, 0.1, 0.01, 0.0001, 0.000001]

for p in pArray:
    print("-----")
    # Initializing A and b
    A = np.array([[p+27, -6, -1, -6, -3, -4, -3, -4], [-6, 35, -1, -6, -5, -6, -3, -8],
    [-1, -1, 19, -6, -8, -2, 0, -1], [-6, -6, -6, 36, -4, -3, -4, -7], [-3, -5, -8, -4, 25,
    0, -1, -4],
    [-4, -6, -2, -3, 0, 28, -8, -5], [-3, -3, 0, -4, -1, -8, 21, -2], [-4, -8, -1, -7, -4,
    -5, -2, 31]])

    b = np.array([[8*p+140], [-91], [-7], [142], [7], [-99], [25], [-117]])

    LU, p_LU = scipy.linalg.lu_factor(A) # DECOMP to A
    x2 = scipy.linalg.lu_solve((LU, p_LU), b) # solving the system to get x2 value

    E = np.array([[1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0], [0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0],
    [0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0], [0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0], [0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0],
    [0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0], [0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0], [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1]])
    Ainv = np.array([[0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0], [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0],
    [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0], [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0], [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0],
    [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0], [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0], [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]])
    Ainv = scipy.linalg.lu_solve((LU, p_LU), E)
    x1 = Ainv.dot(b) # A^(-1) * b = x1

    condN = np.linalg.cond(A)
    delta = np.linalg.norm(x1 - x2) / np.linalg.norm(x1)
```

```

matrixPrint("x1", x1)
matrixPrint("x2", x2)
print("Parameter P: %5.6f" % (p))
print("Condition number: ", condN)
print("δ = ||x1 - x2|| / ||x1||: ", delta)

```

### 3. Результаты работы программы

---

```

x1:
7.9999999999999972
1.0
4.0000000000000028
7.0
3.9999999999999716
2.842170943040401e-14
4.0000000000000028
2.842170943040401e-14

x2:
8.0000000000000021
1.0000000000000226
4.0000000000000024
7.0000000000000024
4.0000000000000023
2.2746396158605997e-14
4.0000000000000023
2.261678203330194e-14

Parameter P: 1.000000
Condition number: 355.004165481365
δ = ||x1 - x2|| / ||x1||: 6.250757566679921e-15
-----
x1:
8.0
1.00000000000002274
4.0
7.0000000000000227
4.0000000000000455
2.2737367544323206e-13
4.0000000000000455
0.0

x2:
8.0000000000000142
1.0000000000000143
4.0000000000000143
7.0000000000000142
4.0000000000000143
1.436883508733742e-13
4.0000000000000144
1.4297554712569865e-13

Parameter P: 0.100000
Condition number: 3458.233619431464
δ = ||x1 - x2|| / ||x1||: 4.1298496995935445e-14

```

-----  
x1:  
8.0  
0.999999999996362  
3.999999999996362  
6.999999999996362  
3.999999999996362  
-3.637978807091713e-12  
3.999999999996362  
-3.637978807091713e-12

x2:  
8.000000000002132  
1.0000000000021325  
4.0000000000021325  
7.0000000000021325  
4.0000000000021325  
2.1327211850285327e-12  
4.0000000000021325  
2.132928707239968e-12

Parameter P: 0.010000  
Condition number: 34491.0319438957  
 $\delta = ||x1 - x2|| / ||x1||: 1.211165301036579e-12$   
-----

x1:  
8.000000000465661  
1.000000000698492  
4.000000000465661  
7.000000000232831  
4.000000000465661  
4.656612873077393e-10  
4.000000000931323  
2.3283064365386963e-10

x2:  
8.000000000426326  
1.0000000004263276  
4.000000000426328  
7.000000000426328  
4.000000000426328  
4.2632791923364224e-10  
4.000000000426327  
4.2632824244198987e-10

Parameter P: 0.000100  
Condition number: 3448099.4028203613  
 $\delta = ||x1 - x2|| / ||x1||: 5.031780171586688e-11$

```

-----
x1:
7.9999999940395355
1.0
4.0
7.0
3.99999999701976776
-2.9802322387695312e-08
4.0
-2.9802322387695312e-08

x2:
8.0000000021316282
1.00000000213162827
4.0000000021316283
7.0000000021316282
4.0000000021316283
2.131628247244822e-08
4.0000000021316283
2.1316283414042527e-08

Parameter P: 0.000001
Condition number: 344808938.1092988
δ = ||x1 - x2|| / ||x1||: 1.0001563947373445e-08

```

p	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	cond	δ
1.0	7.999999999999999 972 1.0 4.000000000000000 028 7.0 3.999999999999999 9716 2.842170943040 401e-14 4.000000000000000 028 2.842170943040 401e-14	8.000000000000000 021 1.000000000000000 0226 4.000000000000000 024 7.000000000000000 024 4.000000000000000 023 2.274639615860 5997e-14 4.000000000000000 023 2.261678203330 194e-14	355.004165481 365	6.250757566679 921e-15
0.1	8.0 1.000000000000000 2274 4.0 7.000000000000000 227 4.000000000000000 455	8.000000000000000 142 1.000000000000000 143 4.000000000000000 143 7.000000000000000 142	3458.23361943 1464	4.129849699593 5445e-14

	2.273736754432 3206e-13 4.000000000000 455 0.0	4.000000000000 143 1.436883508733 742e-13 4.000000000000 144 1.429755471256 9865e-13		
0.01	8.0 0.999999999996 362 3.999999999996 362 6.999999999996 362 3.999999999996 362 - 3.637978807091 713e-12 3.999999999996 362 - 3.637978807091 713e-12	8.000000000002 132 1.000000000002 1325 4.000000000002 1325 7.000000000002 1325 4.000000000002 1325 2.132721185028 5327e-12 4.000000000002 1325 2.132928707239 968e-12	34491.0319438 957	1.211165301036 579e-12
0.000 1	8.000000000465 661 1.0000000000698 492 4.000000000465 661 7.000000000232 831 4.000000000465 661 4.656612873077 393e-10 4.000000000931 323 2.328306436538 6963e-10	8.000000000426 326 1.000000000426 3276 4.000000000426 328 7.000000000426 328 4.000000000426 328 4.263279192336 4224e-10 4.000000000426 327 4.263282424419 8987e-10	3448099.40282 03613	5.031780171586 688e-11
0.000 001	7.999999940395 355 1.0 4.0	8.000000021316 282 1.000000021316 2827	344808938.109 2988	1.000156394737 3445e-08

	7.0	4.000000021316		
	3.999999970197	283		
	6776	7.000000021316		
	-	282		
	2.980232238769	4.000000021316		
	5312e-08	283		
	4.0	2.131628247244		
	-	822e-08		
	2.980232238769	4.000000021316		
	5312e-08	283		
		2.131628341404		
		2527e-08		

#### 4. Выводы по результатам

По результатам, полученным в ходе работы программы, мы видим, что при каждом изменении параметра  $p$  число обусловленности увеличивается. Вместе с ним возрастает и дельта, исходя из данных в таблице.