Universidade Federal do Ceará (UFC)

Campus Sobral

Engenharia Elétrica e Engenharia de Computação

Tópicos Especiais em Telecomunicações - Reconhecimento de Padrões

Prof. C. Alexandre R. Fernandes

May 5, 2025

Trabalho 1 - Variáveis Aleatórias e Processos Estocásticos

- Trabalho Individual
- Este trabalho possui uma parte teórica (lista de exercícios) e uma parte de simulação (prática de simulação computacional). A parte prática de simulação pode ser feita em qualquer linguagem ou software de operações matemáticas.
- O código deve estar bem organizado e comentado, para que seja possível entendê-lo e corrigi-lo.
- Fazer todas as questões da parte prática em um só arquivo.
- O seu código deve gerar automaticamente todos os gráficos e resultados solicitados.
- Não enviar código em PDF nem em formato word.
- A parte teórica pode ser entregue em sala de aula ou enviada pelo SIGAA.
- O nome do arquivo enviado no SIGAA deve ser igual ao seu nome.
- Prazo e forma de entrega: dia 16/05/25 às 23h59, no SIGAA.

Parte Teórica:

1) Seja X uma variável aleatória contínua com função densidade de probabilidade (FDP) dada por:

$$f_X(x) = \begin{cases} kx, & 0 < x < 2 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

em que k é uma constante.

(a) Determine o valor de k e esboce $f_X(x)$.

(b) Encontre e esboce a função de distribuição acumulada (FDA) correspondente $F_X(x)$.

(c) Calcule $P\left(\frac{1}{2} < X \leq 1\right)$.

2) Seja X uma variável aleatória exponencial com parâmetro λ, cuja FDP é dada por:

$$f(x; \lambda) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & x \geq 0, \\ 0, & x < 0. \end{cases}$$

Encontre a média e a variância de X.

3) Considere o processo estocástico $X(t)$ definido por:

$$X(t) = A\cos(\omega t + \phi),$$

em que A é uma variável aleatória com distribuição uniforme no intervalo $[0, 2]$, ϕ é uma variável aleatória com distribuição uniforme no intervalo $[0, 2\pi]$, ω é uma constante positiva. Considere que A e ϕ são variáveis aleatórias independentes.

a) Determine a média $m_{X(t)}$ do processo.

b) Determine a função de autocorrelação do processo $R_X(t_1, t_2) = \mathbb{E}[X(t_1)X(t_2)]$.

c) Verifique se o processo é fracamente estacionário.

4) Considere o processo estocástico discreto no tempo $X[n]$ definido por:

$$X[n] = A(-1)^n + W[n],$$

em que A é uma variável aleatória uniforme no intervalo $[1, 3]$, $W[n]$ é um ruído branco com média zero e variância σ^2. Considere que A e $W[n]$ são variáveis aleatórias independentes.

a) Determine a média $m_{X[n]}$ do processo.

b) Determine a função de autocorrelação $R_X[m, n] = \mathbb{E}[X[m]X[n]]$.

c) Verifique se o processo é fracamente estacionário.

5) Suponha que temos duas moedas: uma moeda é normal (possui uma cara e uma coroa) e a outra moeda tem duas caras. Primeiramente, escolhemos (aleatoriamente) uma das moedas e, em seguida, realizamos uma sequência de lançamentos independentes da nossa moeda selecionada. Seja $X[n]$ o resultado do n-ésimo lançamento, com 1 para cara e 0 para coroa. Esse processo aleatório possui média ergódica? Justifique sua resposta.

6) Seja $X(t)$ um processo estocástico WSS com função de autocorrelação dada por:

$$R_X(\tau) = \sigma^2 e^{-\lambda|\tau|}, \quad \lambda > 0.$$

Determine a densidade espectral de potência $S_X(f)$ do processo $X(t)$. Não usar resultados de tabelas de Fourier.

Parte Prática:

1) Carregue o arquivo de áudio fornecido audioA.wav. Este sinal possui 2 canais (áudio estéreo). Você deve usar apenas o primeiro dos 2 canais. Gere o gráfico deste sinal de áudio e seu histograma com 80 barras.

2) Calcule a assimetria e a curtose do sinal. Estes valores eram esperados? Justifique sua resposta em forma de comentário logo abaixo desta questão.

3) Divida o sinal ruidoso em 10 partes com aproximadamente 7.100 amostras cada parte. Em seguida, calcule a média temporal de cada uma destas partes. A média é aproximadamente constante ou varia com o tempo? Coloque a resposta em forma de comentário logo abaixo desta questão.

4) Ainda usando a divisão do sinal em 10 partes com 7.100 amostras cada, calcule a função de autocorrelação de cada uma das partes do sinal, usando 20 valores de atraso. A função de autocorrelação é aproximadamente a mesma para todas as partes? Coloque a resposta em forma de comentário logo abaixo desta questão.

5) Com base nas questões 3 e 4, você considera que o sinal é estacionário no sentido amplo? Coloque a resposta em forma de comentário logo abaixo desta questão.