

每周練習(4/17~4/21)

1. $\frac{1}{2^{-2000}+1} + \frac{1}{2^{-1999}+1} + \cdots + \frac{1}{2^{-1}+1} + \frac{1}{2^0+1} + \frac{1}{2^1+1} + \cdots + \frac{1}{2^{1999}+1} + \frac{1}{2^{2000}+1}$ 之值為? (難度: 3)
2. 若 a, b, c 為多項式 $x^3 - 2x^2 - x + 1 = 0$ 的三個根, 則 $\frac{1-a}{1+a} + \frac{1-b}{1+b} + \frac{1-c}{1+c}$ 之值為? (難度: 3)
3. 設 $\triangle ABC$ 中 $\overline{CA} = \overline{CB}$, $\triangle ABC$ 的內切圓 O 與 \overline{AB} 相切於點 D , 過點 A 作一直線交圓 O 於兩相異點 E, F 。設 K 為 \overline{AD} 的中點。
試證: E, K, B, F 四點共圓? (難度: 4)

題組(4~5)

設 $A = a_1 a_2 \dots a_m$ 是一個 m 位數, 其中 $a_i \in \{1, 2, \dots, 9\}$, $i = 1, 2, \dots, m$; 我們稱 m 位數 $a_j a_{j+1} \dots a_m a_1 a_2 \dots a_{j-1}$, $2 \leq j \leq m$ 是 A 的一個輪換數。例如: 五位數 93821 的輪換數有四個: 38219, 82193, 21938 及 19382。

試回答下列問題, 並說明理由。

4. 找出所有滿足下列條件的正整數 m :

若 $A = a_1 a_2 \dots a_m$ 是 3^3 的倍數, 則 A 的每一個輪換數也都是 3^3 的倍數。(難度: 3)

5. 給定一正整數 k , 找出所有滿足下列條件的正整數 m :

若 $A = a_1 a_2 \dots a_m$ 是 3^k 的倍數, 則 A 的每一個輪換數也都是 3^k 的倍數。(難度: 4)