

# Poisson 图像融合

张景浩 id: 037 PB20010399

2023 年 5 月 16 日

## 摘要

图像融合是图像处理的一个基本问题，目的是将源图像中一个物体或者一个区域嵌入到目标图像生成一个新的图像。常见的图像融合方法有：cut-and-paste，alpha 融合，多频段融合，以及 Poisson 融合。在对图像进行合成的过程中，为了使合成后的图像更自然，合成边界应当保持无缝。但如果源图像和目标图像有着明显不同的纹理特征，则直接合成后的图像会存在明显的边界。而基于 Poisson 方程而引入的 Poisson 融合求解像素最优值的方法，在保留了源图像梯度信息的同时，融合源图像与目标图像，实现了梯度域上的连续，从而达到边界处的无缝融合。

**关键词：**图像融合、Poisson 方程

## 一、前言

### 1.1 图像融合

图像编辑任务涉及全局变化 (颜色/强度校正、字符、变形) 或与选定内容相关的局部变化。在这里, 我们感兴趣的是实现局部变化, 这些变化仅限于手动选择的区域, 以一种无缝和轻松的方式, 使得变换由区域边界向内部自然过渡, 直到完全达到变换后效果。使用经典的工具方法, 选定区域中的变化会导致可见的接缝, 并且这些接缝只有部分可以得到隐藏, 其余部分只能通过手动操作进行去除。

## 二、问题分析

### 2.2 Poisson 图像融合

为了解决将源图像的一部分区域 ROI(Region of Interest) 直接复制到目标图像时, 边界过渡不自然的问题。文章 Poisson Image Editing<sup>[1]</sup> 中提出 lseamless cloning 无缝融合算法, 其主要实现思想是, 首先把 ROI 的梯度场覆盖到目标图像的梯度场上, 得到融合图像的梯度场, 对其求偏导, 得到散度  $b$ , 然后通过非边界点与拉普拉斯卷积核进行卷积, 并且通过边界点的约束条件, 得到稀疏矩阵  $A$ , 最后通过求解  $Af = b$  方程,  $f$  就是融合图像的每个像素点的 R,G,B 值。融合图像内容平滑, 边界处无明显痕迹, 实现图像边界过渡自然的效果。

## 三、数学模型建立

### 3.3 Poisson 图像融合<sup>[1]</sup>

- 源图像梯度:  $v = \nabla I = (\frac{\partial g}{\partial x}, \frac{\partial g}{\partial y})$
- 目标图像颜色:  $f^*$
- 重叠区域:  $\Omega$

我们希望区域融合后能有

$$\nabla f = (\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}) = v$$

但这显然是不现实的。所以我们退一步对  $f$  做以下的最优化:

$$\begin{aligned} \arg \min_f \iint_{\Omega} |\nabla f - v|^2, \quad s.t. \quad f|_{\partial\Omega} = f^*|_{\partial\Omega} \\ \implies \Delta f = \operatorname{div} v \quad s.t. \quad f|_{\partial\Omega} = f^*|_{\partial\Omega} \end{aligned}$$

这样一来, 目标区域中的色素值就可以通过求解一个 Dirichlet 边界条件的 Poisson 方程得到。为了得到数值解, 我们将微分方程转化为差分方程

$$f_{x,y-1} + f_{x,y+1} + f_{x-1,y} + f_{x+1,y} - 4f_{x,y} = \operatorname{div} v_{x,y}$$

进而求解线性方程组

$$\begin{bmatrix} 4 & -1 & \cdots & -1 \\ -1 & 4 & -1 & \cdots & -1 \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ -1 & \cdots & -1 & 4 & -1 & \cdots & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_{1,1} \\ f_{1,2} \\ \vdots \\ f_{m,n} \end{bmatrix} = \text{div} \begin{bmatrix} v_{1,1} \\ v_{1,2} \\ \vdots \\ v_{m,n} \end{bmatrix}$$

需要注意的是，在构造线性方程组时，等式的右端要先进行边界条件的处理，并且因为泊松方程对应的系数矩阵是一个大型的稀疏矩阵，所以考虑使用 matlab 中的 sparse 来降低求解稀疏矩阵的时间。为了方便对于边界条件的处理，我们可以构造如下结构的稀疏矩阵：

$$\begin{bmatrix} -1 & \cdots & -1 & 4 & -1 & \cdots & -1 & \cdots & 0 \\ & \ddots & & \ddots & \ddots & \ddots & & \ddots & \ddots \\ & & -1 & \cdots & -1 & 4 & -1 & \cdots & -1 & \cdots & 0 \end{bmatrix}$$

这样一来，被 4 作用到的位置就是像素矩阵中位于多边形  $\Omega$  内部的点，而只被 -1 作用到的位置就是位于多边形  $\Omega$  边界的点，只被 0 作用到的位置则是剩余的点。

## 四、结果与对比

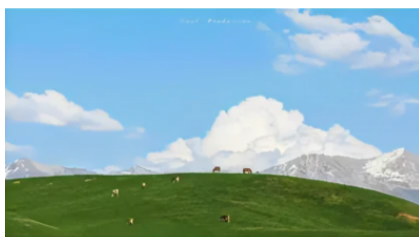
### 4.4 结果展示



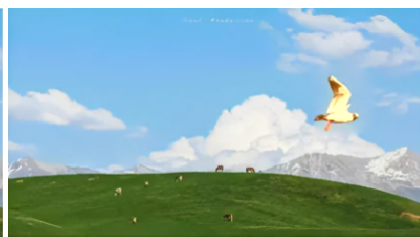
图 1: 源图像中的选定区域很好的融合进了目标图像中，二者之间的边界非常不明显，很好的完成了图像之间的局部无缝融合，但是可以看出棕熊在结果图像中的毛色出现了失真的情况，由于背景色调的原因变得有些发蓝。



源图像

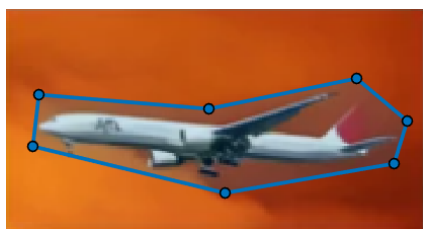


目标图像



结果图像

图 2: 源图像中选定区域在目标图像中的融合效果比较好, 但是能明显看出在结果图像中, 融合区域周围有一圈模糊, 这是由于原图像选中区域的背景部分和目标图像选中区域的背景部分纹理差异过大, 在保留源图像梯度的融合下就会出现这样的模糊。除此以外, 飞鸟的颜色也产生了变化, 更加偏向黄色。



源图像



目标图像

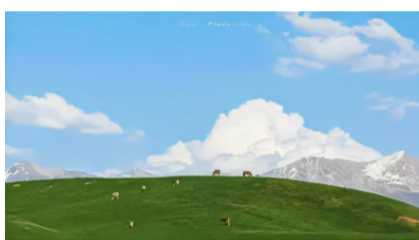


结果图像

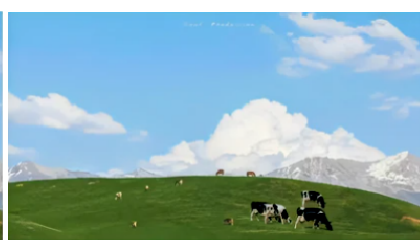
图 3: 源图像选中区域在目标图像中的融合出现了明显的失真, 飞机整体并没有呈现在天空中的效果, 更像是在距离天空更遥远的地方, 整体颜色都附上了一层天蓝。



源图像



目标图像



结果图像

图 4: 源图像的选中区域在目标图像中的融合效果非常好, 在结果图像中不止看不出融合的边缘, 牛群的颜色也没有发生异常, 这是因为源图像和目标图像背景色调本身就比较相似的原因。

## 五、结论

通过反复的实验操作后可以发现，在 Poisson 融合算法下，给定多边形区域中的图像与目标背景几乎可以完全融合，并没有出现突兀的边界。但是如果仔细观察的话还是能区分出二者之间的差异，这是因为 Poisson 融合是在源图像的色素信息上，基于目标区域边界的色素信息做了一个平滑的过渡处理。所以如果两个图像对应区域之间的色彩、纹路等信息差异过大的话，还是会出现较为明显的边界或者是局部的模糊。而处理这种情况的一个可行的方法就是在选取多边形区域时尽可能地贴近目标物体，尽可能地减少源图像中背景的信息。另外还会发现，受目标多边形边界条件的影响，所融合的图像自身的色彩风格也会受到影响，如图 1 中原本的棕熊在融合近新的背景之后，颜色多了一层水蓝色，图 3 中的飞机在目标图像中呈现天蓝色，这使得真实性有所下降。

## 六、问题

1. Poisson 融合基本上都会出现融合区域颜色发生改变导致失真的情况，能不能对这种情况进行改善？
2. 基于 MVC 的 Poisson 融合加速<sup>[3]</sup>和基于四叉树的 Poisson 融合加速<sup>[2]</sup>。

## 参考文献

- [1] P. Perez, M. Gangnet, and A. Blake. Poisson Image Editing. SIDDGRAPH 2003.
- [2] Aseem Agarwala. 2007. Efficient gradient-domain compositing using quadrees. ACM Trans. Graph. 26, 3 (July 2007), 94-es.
- [3] Zeev Farbman, Gil Hoffer, Yaron Lipman, Daniel Cohen-Or, and Dani Lischinski. 2009. Coordinates for instant image cloning. ACM Trans. Graph. 28, 3, Article 67 (August 2009), 9 pages.