

数值分析 code9 实验报告

张景浩 PB20010399

2023.5.15

1 问题介绍

绘制 5 阶 Adams-Bashforth 公式和 5 阶 Adams-Moulton 公式的绝对稳定性区域。

2 解决方法

对于一般的线性多步法对应的差分方程

$$a_k y_n + a_{k-1} y_{n-1} + \cdots + a_0 y_{n-k} = h(b_k f_n + b_{k-1} f_{n-1} + \cdots + b_0 f_{n-k})$$

将这个典型的微分方程规定为

$$\frac{dy}{dx} = \lambda y, (Re\lambda < 0)$$

将差分方程带入后有

$$a_k y_n + a_{k-1} y_{n-1} + \cdots + a_0 y_{n-k} = \lambda h(b_k f_n + b_{k-1} f_{n-1} + \cdots + b_0 f_{n-k})$$

差分方程称为绝对稳定的，若将差分方程作用到微分方程

$$\frac{dy}{dx} = \lambda y, (Re\lambda < 0)$$

时，对任意的初值，总存在左半复平面上的一个区域，当 λh 在这个区域时，差分方程的解趋于 0，这个区域称为稳定区域。

所以绝对稳定性区域为满足

$$p(z) - \lambda h q(z) = 0$$

$$p(z) = a_k z^k + a_{k-1} z^{k-1} + \cdots + a_0, q(z) = b_k z^k + b_{k-1} z^{k-1} + \cdots + b_0$$

的解 $|z| < 0$ 的 λh 取值。

3 编译环境及使用方法

本程用 mathematica 编译，使用时调用 main.nb 文件。

4 实验结果

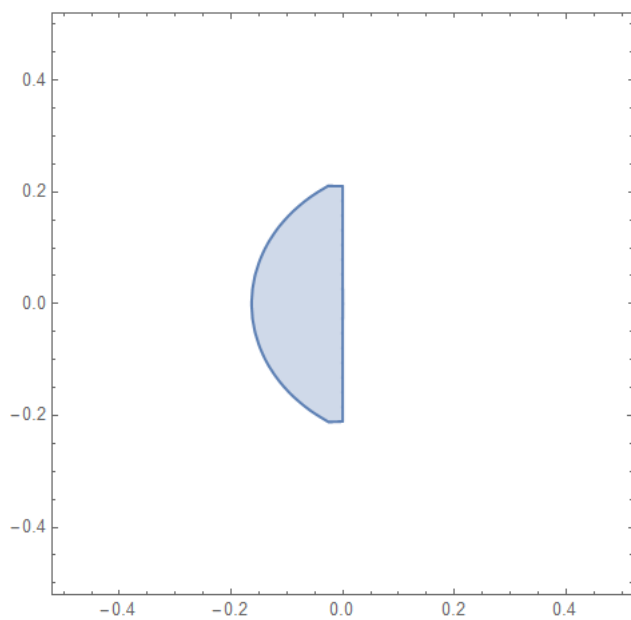


图 1: 5 阶 Adams-Bashforth 公式的绝对稳定性区域

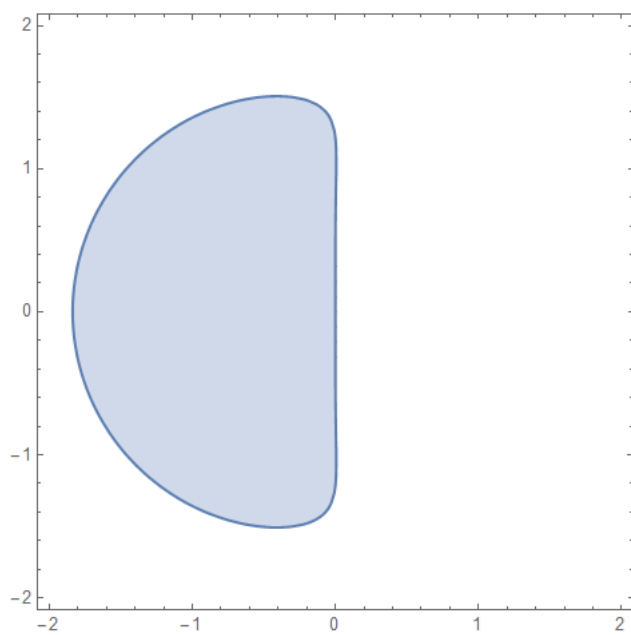


图 2: 5 阶 Adams-Moulton 公式的绝对稳定性区域

5 总结

两种多步法的绝对稳定性区域如上所示。

A Computer Code

Here we include the computer code.

```
1 p[z_] := z^5 - z^4;
2 q[z_] := (1901 z^4 - 2774 z^3 + 2616 z^2 - 1274 z + 251)/720;
3 s = Solve[p[z] - (a + I b) q[z] == 0, z];
4 zeropoints = z /. s;
5 RegionPlot[Max[Abs[zeropoints]] <= 1, {a, -0.5, 0.5}, {b, -0.5, 0.5}]
6
7 p[z_] := z^4 - z^3;
8 q[z_] := (251 z^4 + 646 z^3 - 264 z^2 + 106 z - 19)/720;
9 c = Solve[p[z] - (a + I b) q[z] == 0, z];
10 zeropoints = z /. c;
11 RegionPlot[Max[Abs[zeropoints]] <= 1, {a, -2, 2}, {b, -2, 2}]
```