

LIST OF TAUTOLOGIES

- 1) $P \vee \neg P$ Law of the excluded middle
- 2) $\neg(P \wedge \neg P)$ Law of noncontradiction
- 3) $\neg\neg P \leftrightarrow P$ Law of double negation
- 4) $(P \wedge Q) \rightarrow P$ Basis for simplification
- 5) $(P \wedge Q) \rightarrow Q$ Basis for simplification
- 6) $P \rightarrow P \vee Q$ Basis for addition
- 7) $Q \rightarrow P \vee Q$ Basis for addition
- 8) $Q \rightarrow (P \rightarrow Q)$
- 9) $\neg P \rightarrow (P \rightarrow Q)$
- 10) $[P \wedge (P \rightarrow Q)] \rightarrow Q$ Modus ponens
- 11) $[\neg Q \wedge (P \rightarrow Q)] \rightarrow \neg P$ Modus tollens
- 12) $\neg P \wedge (P \vee Q) \rightarrow Q$
- 13) $P \rightarrow [Q \rightarrow (P \wedge Q)]$
- 14) $[(P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow R)] \rightarrow (P \rightarrow R)$ Transitivity of implications
- 15) $(P \rightarrow Q) \rightarrow [(P \vee R) \rightarrow (Q \vee R)]$
- 16) $(P \rightarrow Q) \rightarrow [(P \wedge R) \rightarrow (Q \wedge R)]$
- 17) $[(P \leftrightarrow Q) \wedge (Q \leftrightarrow R)] \rightarrow (P \leftrightarrow R)$ Transitivity of equivalences
- 18) $\neg(P \wedge Q) \leftrightarrow \neg P \vee \neg Q$ De Morgan's law
- 19) $\neg(P \vee Q) \leftrightarrow \neg P \wedge \neg Q$ De Morgan's law
- 20) $\neg(P \rightarrow Q) \leftrightarrow P \wedge \neg Q$
- 21) $(P \rightarrow Q) \leftrightarrow (\neg P \vee Q)$
- 22) $(P \leftrightarrow Q) \leftrightarrow [(P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)]$
- 23) $(P \leftrightarrow Q) \leftrightarrow [(P \wedge Q) \vee (\neg Q \wedge \neg P)]$
- 24) $(P \rightarrow Q) \leftrightarrow (\neg Q \rightarrow \neg P)$ Law of contraposition (contrapositive)
- 25) $[(P \rightarrow Q) \wedge (P \rightarrow R)] \leftrightarrow [P \rightarrow (Q \wedge R)]$
- 26) $[(P \rightarrow R) \wedge (Q \rightarrow R)] \leftrightarrow [(P \vee Q) \rightarrow R]$ Basis for proof by cases
- 27) $[P \rightarrow (Q \rightarrow R)] \leftrightarrow [(P \wedge Q) \rightarrow R]$
- 28) $(P \rightarrow Q \wedge \neg Q) \leftrightarrow \neg P$ Basis for indirect proofs
- 29) $[(P \wedge (Q \vee R)] \leftrightarrow [(P \wedge Q) \vee (P \wedge R)]$ Law of distributivity
- 30) $[(P \vee (Q \wedge R)] \leftrightarrow [(P \vee Q) \wedge (P \vee R)]$ Law of distributivity
- 31) $(P \wedge Q) \leftrightarrow (Q \wedge P)$ Law of commutativity

32) $(P \vee Q) \leftrightarrow (Q \vee P)$ Law of commutativity

33) $[(P \vee (Q \vee R)) \leftrightarrow [(P \vee Q) \vee R]$ Law of associativity

34) $[(P \wedge (Q \wedge R)) \leftrightarrow [(P \wedge Q) \wedge R]$ Law of associativity