

并行计算第二次上机作业

2018 年 11 月 13 日

1 基本内容

考虑 Poisson 方程

$$\begin{aligned} -\Delta u &= f, \quad x \in \Omega, \\ u &= 0, \quad x \in \Gamma, \end{aligned} \tag{1}$$

其中 $f(x) = 1$ 为给定的函数, Ω 为图 1 给定的六边形区域, $\Gamma = \partial\Omega$ 为它的边界。在我们这个问题里边值条件为 Dirichlet 边值条件。

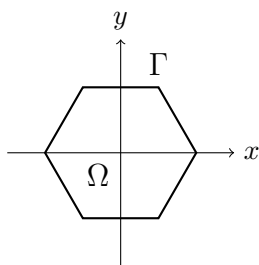


图 1: 方程的区域 Ω

请设计一个差分格式求解这个方程, 并使用 MPI 将你的程序改成并行程序。具体的要求为

- 使用的方法必须是**差分法**, 使用别的方法需要证明它是某种差分法。
- 并行程序使用 MPI, 至少程序能用两个进程运行。
- 编写代码, 以及在代码中写充足的注释, 生成代码的说明文档 (Doxygen)。
- 提交一份上机报告。里面的内容包含你是如何将问题离散的, 处理边界条件的细节, 以及数值结果等。

2 拓展

若区域 Ω 不变，将边值变为混合边值条件。

$$\begin{aligned} -\Delta u &= f, & x \in \Omega, \\ u &= 0, & x \in \Gamma_1, \\ \frac{\partial u}{\partial \mathbf{n}} &= 0, & x \in \Gamma_2, \end{aligned} \tag{2}$$

其中 $\Gamma_1 \cup \Gamma_2 = \Gamma$ 为两部分边界，具体为

$$\begin{aligned} \Gamma_1 &:= \Gamma \cap \{y \geq 0\}, \\ \Gamma_2 &:= \Gamma \cap \{y < 0\}. \end{aligned}$$

则此时该如何设计数值格式？