Ryan Fadhilah FH 2C8220007

UTS_PMI

No.

Date :

1. Regresi linear Sederhana

Dari hasil penelitian dan setelah disusun diperoleh data sebagai berikut:

X	Y
25	1,79
31	6,32
25	6,22
38	10,52
18	1,19
26	1,22
26	9,1
25	6,32
32	9,08
25	9,15
39	10,15
35	1,72
26	1,7

Hitunglah:

a. Var(b)

b. Var(a)

c. Var(Y) jika diketahui x = 20

No.
Date :

Penyelesaian :

$n = 13$ $\quad \Sigma Y = 59,43$ $\quad \Sigma Y = 399,726$

$\Sigma X = 371$ $\quad \Sigma X^2 = 11027$ $\quad \Sigma XY = 1846,98$

$\bar{x} = 28,538$ $\quad \bar{y} = 4,572$

$$b = \frac{n\Sigma XY - \Sigma X \Sigma Y}{n\Sigma X^2 - (\Sigma X)^2} = \frac{13 * 1846,98 - 371 * 59,43}{13 \times 11027 - (371)^2}$$

$b = 0,3936$

$a = \bar{Y} - b\bar{X} = 4,572 - 0,3936 \times 28,538 = -5,2355$

Modelnya adalah $Y = -5,2355 + 0,3936X$

$$JK_{regresi\ a} = \frac{(\Sigma Y)^2}{n} = \frac{(399,726)^2}{13} = 271,6865307692 3$$

$$JK_{regresi\ b/a} = b\left[\Sigma XY - \frac{\Sigma X \Sigma Y}{n}\right] = 0,3936\left[1846,98 - \frac{22048,}{13}\right.$$

$= 51,86271969$

$JK_{total} = \Sigma Y^2 = 399,726$

$JK_{residu} = JK_{total} - JK_{regresi\ a} - JK_{regresi\ b/a}$

$= 399,726 - 271,686 - 51,862 = 71,17679953$

No.
Date :

RJK reg b/a = JK reg b/a = 51,86271969

$$RJK\ residu = \frac{JK\ residu}{n-2} = \frac{71,176}{13-2} = 6,47061359$$

Tabel Anova

Sumber	Dk	Jk	RJk
Regresi b/a	1	51,86272	51,86272
Residu	11	71,17675	6,470619

$\sigma^2 = 6,470619$

a. $$Var(b) = \frac{\sigma^2}{\Sigma(X-\bar{X})^2} = \frac{6,470619}{(371-28,538)^2} = 5,51722 \times 10^{-5}$$

b. $$Var(a) = \frac{\sigma^2 \Sigma X^2}{n\Sigma(X-\bar{X})^2} = \frac{6,470619 \times 11027}{13\times(371-28,538)^2} = 0,0467987$$

c. $X = 20$

$$Var(\hat{Y}) = \sigma^2\left[\frac{1}{n} + \frac{(X-\bar{X})^2}{\Sigma(X-\bar{X})^2}\right]$$

$$= 6,470619\left[\frac{1}{13} + \frac{(20-28,538)^2}{(371-28,538)^2}\right]$$

$$= 0,501761923202578$$

No.

Date :

2. Teori

a. Apa yang dimaksud dengan regresi linear sederhana dan regresi linear berganda? Berikan contoh untuk masing-masing.

Regresi linear Sederhana merupakan suatu model yang digunakan untuk memahami hubungan antara satu variabel independen (prediktor) dan satu variabel dependen.

Sedangkan regresi linear berganda merupakan suatu model yang digunakan untuk memprediksi satu variabel dependen oleh lebih dari satu variabel dependen.

Persamaan umum untuk regresi linear sederhana yaitu:

$$\hat{Y} = a + bx$$

Sedangkan untuk regresi linear berganda, persamaannya yaitu:

$$\hat{Y} = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_n X_n$$

Kedua model tersebut digunakan dalam supervised learning.

No.

Date :

Contoh regresi linear sederhana adalah memprediksi nilai ujian siswa berdasarkan jumlah jam belajar. Contoh regresi linear berganda adalah memprediksi penjualan barang berdasarkan pengiklanan di TV, radio, dan koran.

6. Jelaskan istilah-istilah berikut : Variabel independen, Variabel dependen, dan koefisien regresi dalam konteks analisis regresi.

Variabel independen adalah variabel yang mempengaruhi variabel lain (variabel dependen) dan biasa disebut juga sebagai variabel prediktor.

Variabel dependen adalah variabel yang dipengaruhi variabel independen

Koefisien regresi dalam konteks analisis regresi adalah tingkat keakuratan suatu model regresi dan biasa disebut juga R-squared (R^2)

3. Regresi Linear Multiple

Diperoleh data sebagai berikut:

Y	X_1	X_2
3,5	3,1	30
3,2	3,4	25
3	3	20
2,9	3,2	30
4	3,9	40
2,5	2,8	25
2,3	2,2	30

a. Tentukan persamaan regresi multiple

$$X^T X = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 3{,}1 & 3{,}4 & 3 & 3{,}2 & 3{,}9 & 2{,}8 & 2{,}2 \\ 30 & 25 & 20 & 30 & 40 & 25 & 30 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 3{,}1 & 30 \\ 1 & 3{,}4 & 25 \\ 1 & 3 & 20 \\ 1 & 3{,}2 & 30 \\ 1 & 3{,}9 & 40 \\ 1 & 2{,}8 & 25 \\ 1 & 2{,}2 & 30 \end{bmatrix}$$

$$X^T X = \begin{bmatrix} 7 & 21{,}6 & 200 \\ 21{,}6 & 68{,}3 & 626 \\ 200 & 626 & 5950 \end{bmatrix}$$

No.
Date :

$$Y^TY = [3{,}5\ \ 3{,}2\ \ 3\ \ 2{,}9\ \ 4\ \ 2{,}5\ \ 2{,}3] \times \begin{bmatrix} 3{,}5 \\ 3{,}2 \\ 3 \\ 2{,}9 \\ 4 \\ 2{,}5 \\ 2{,}3 \end{bmatrix}$$

$$Y^TY = 67{,}49$$

$$X^TY = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 3{,}1 & 3{,}4 & 3 & 3{,}2 & 3{,}9 & 2{,}8 & 2{,}2 \\ 30 & 25 & 20 & 30 & 40 & 25 & 30 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 3{,}5 \\ 3{,}2 \\ 3 \\ 2{,}9 \\ 4 \\ 2{,}5 \\ 2{,}3 \end{bmatrix}$$

$$X^TY = \begin{bmatrix} 21{,}4 \\ 67{,}67 \\ 623{,}5 \end{bmatrix}$$

$$\beta = (X^TX)^{-1} \times (X^TY)$$

$$= \begin{bmatrix} 6{,}68309 & -1{,}52929 & -6{,}37499e^{-2} \\ -1{,}52929 & 7{,}60018e^{-1} & -2{,}85582e^{-2} \\ -6{,}37499e^{-2} & -2{,}85582e^{-2} & -5{,}31552e^{-3} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 21{,}4 \\ 67{,}67 \\ 623{,}5 \end{bmatrix}$$

$$\beta = \begin{bmatrix} -0{,}2138 \\ 0{,}8989 \\ 0{,}0179 \end{bmatrix}$$

Model regresinya : $Y = -0{,}2138 + 0{,}8989X_1 + 0{,}0179X_2$

No.

Date :

b. Ujilah keberartian koefisien regresi

$H_0 : \beta_J = 0 \Rightarrow$ koefisien regresi tidak berarti

$H_1 : \beta_J \neq 0 \Rightarrow$ koefisien regresi berarti

$\alpha = 5\% = 0{,}05$

$$JK\ regresi\ \beta = \beta^T(X^TY) - \frac{(\Sigma Y)^2}{n}$$

$$= \begin{bmatrix} -0{,}2138 & 0{,}8989 & 0{,}0179 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 21{,}9 \\ 67{,}67 \\ 623{,}5 \end{bmatrix} - \frac{(21{,}9)^2}{7} = 1{,}68026$$

$$JK\ galat = (Y^TY) - \beta^T(X^TY)$$

$$= 67{,}99 - \begin{bmatrix} -0{,}2138 & 0{,}8989 & 0{,}0179 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 21{,}9 \\ 67{,}67 \\ 623{,}5 \end{bmatrix}$$

$$= 0{,}33688$$

$$JK\ total = (Y^TY) - \frac{(\Sigma Y)^2}{n} = 67{,}99 - \frac{(21{,}9)^2}{n}$$

$$= 2{,}01719$$

No.

Date :

$$RJK\ regresi\ \beta = \frac{JK\ regresi\ \beta}{k} = \frac{1{,}68026}{2} = 0{,}84013$$

$$RJK\ galat = \frac{JK\ galat}{n-k-1} = \frac{0{,}33688}{7-2-1} = 0{,}08422$$

$$F\ hitung = \frac{RJK\ regresi\ \beta}{RJK\ galat} = \frac{0{,}84013}{0{,}08422} = 9{,}975$$

$$F\ tabel = F_{\alpha\ ;\ k\ ;\ n-k-1} = F_{0{,}05\ ;\ 2\ ;\ 4} = 6{,}94$$

Karena Fhitung > Ftabel, maka Ho ditolak yang artinya koefisien regresi berarti

c. Apakah koefisien regresi memiliki arti ($t_{tabel} = 2{,}015$)?

$H_0 : \beta_1 = 0$; $H_0 : \beta_2 = 0$

$H_1 : \beta_1 \neq 0$ $H_1 : \beta_2 \neq 0$

$\alpha = 5\% = 0{,}05$

thitung untuk:

$$t_j = \frac{\beta_J}{\sqrt{C_{(j+1)(j+1)}}\ \sigma}$$

$$\sigma = \sqrt{RJK\ galat} = \sqrt{0{,}08922} = 0{,}29020$$

$$t_1 = \frac{0{,}8989}{\sqrt{7{,}60018e^{-1}} \times 0{,}29020} = 3{,}55112$$

$$t_2 = \frac{0{,}0179}{\sqrt{-5{,}31552e^{-3}} \times 0{,}29020} = 0{,}829$$

t-tabel = α ; $n-k-1 = 0{,}05$; $9 = 2{,}132$

Ho diterima apabila $-t_{tabel} < t_{hitung} < t_{tabel}$
Jika diperhatikan, t_2 berada diantara nilai t-tabel, maka β_2 tidak memiliki arti sehingga modelnya menjadi

$$\hat{Y} = -0{,}2138 + 0{,}8989 X_1$$