



Inteligência  
Artificial e Big  
Data  
Aula 05

Prof. Me Daniel Vieira



# Agenda

- 1- Regressão Linear
- 2- Correlação
- 3- Método dos quadrados mínimos
- 4 - Etapas Machine Learning
- 5 - Estudo de caso

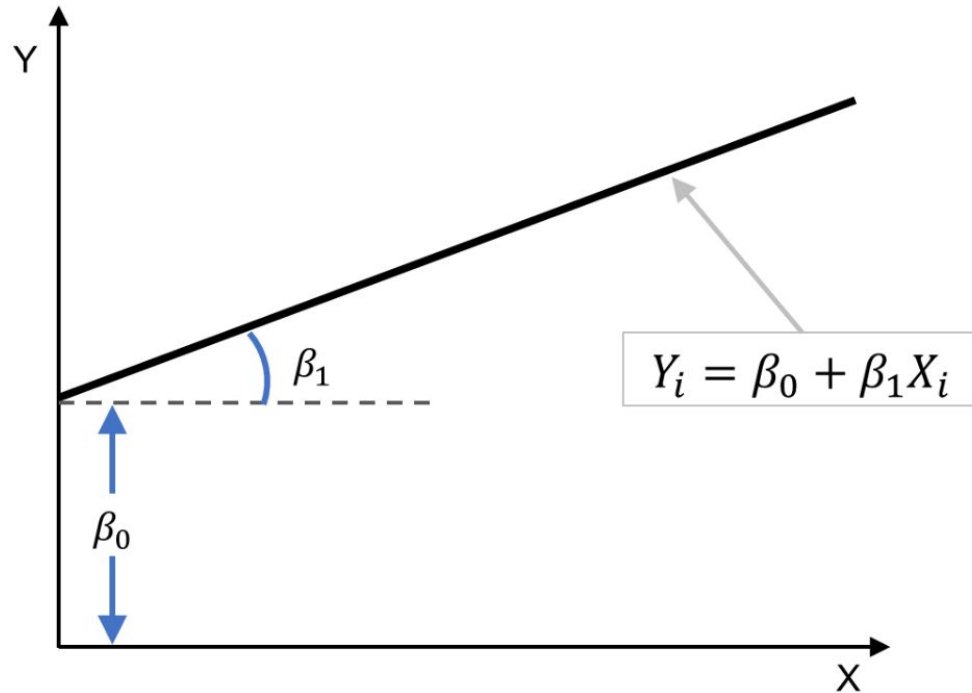
# Equação Regressão Linear

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X + e$$

Variável  
reposta      Intecepto      Coeficiente  
angular      Variável  
explicativa      Erro

B0 - é o valor de Y quando Xi é zero, já o B1 é o coeficiente angular e nós informa a taxa de variação e quão inclinada a reta está

# Equação Regressão Linear

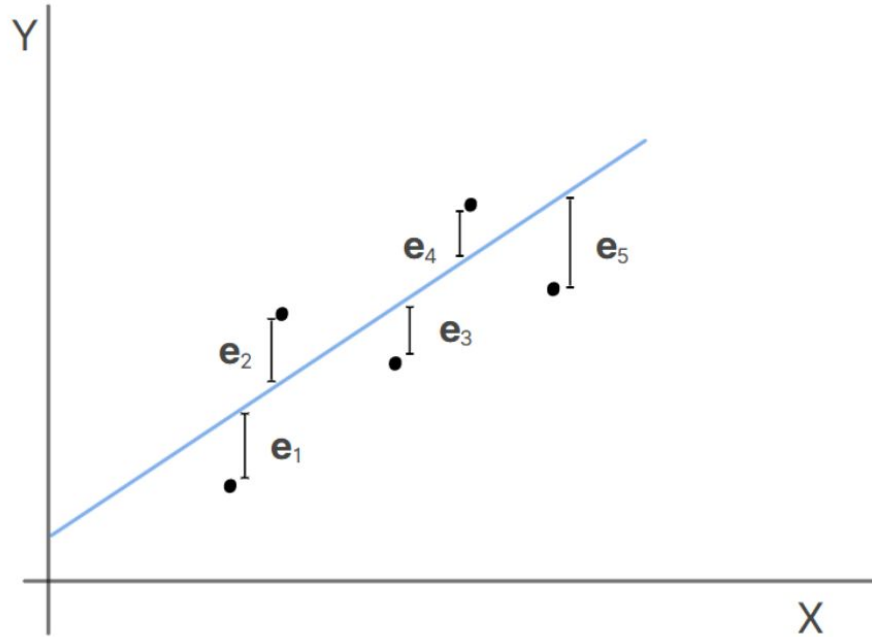


# Método dos quadrados mínimos

$$\hat{\beta}_1 = \frac{n \sum X_i Y_i - \sum X_i \sum Y_i}{n \sum X_i^2 - (\sum X_i)^2} \quad \hat{\beta}_0 = \bar{Y} - \hat{\beta}_1 \bar{X}$$

# Método dos quadrados mínimos

$$\text{Gasto} = 207.9 + 0.3\text{Renda} + \text{erro}$$



# Método dos quadrados mínimos

A Regressão é uma técnica de análise de dados que prevê o valor de dados desconhecidos a partir de dados conhecidos

Equação da reta :  $y_i = \theta_1 x_1 + \theta_0 + E_i$

Erro quadrático médio =  $1/N \sum (y_i - \hat{y}_i)^2$

# Método dos quadrados mínimos

Agora podemos ver a regressão como um problema de otimização. Devemos minimizar esta função de soma dos erros quadráticos. Isto é um problema conhecido na álgebra linear como mínimos quadrados e sua resolução dá as equações:

$$\theta_1 = \text{correlacao}(x, y) \times \frac{\sigma(y)}{\sigma(x)}$$

$$\theta_0 = \bar{y} - \alpha \bar{x}$$

Sendo  $\bar{x}$  e  $\bar{y}$  as médias dos valores de  $x$  e  $y$ ,  $\text{correlacao}(x, y)$  é a correlação entre os valores de  $x$  e  $y$ , e  $\sigma(x)$ ,  $\sigma(y)$  os desvios padrões de  $x$  e  $y$ .

Assim, vamos definir uma função para minimizar os valores de  $\theta_1$  e  $\theta_0$ .



# Correlação

Correlação Simples – quando se estuda o grau de relação entre duas variáveis, sendo uma dependente ( $Y_i$ ) e outra independente ( $X_i$ ).

Correlação Múltipla – quando se estuda o grau de relação simultânea entre a variável dependente e duas ou mais variáveis independentes.

Correlação Parcial – no caso de uma relação múltipla, quando se estuda a relação pura entre duas variáveis, depois de eliminada estatisticamente a influência de outras variáveis independentes

# Correlação

Coefficiente de Correlação ( $r$ ) é a medida estatística que dimensiona o grau de relação entre duas ou mais variáveis.

$$r = \frac{\sum x_i y_i}{(n - 1) * s_x * s_y}$$

Sendo:  $x_i \Rightarrow$  desvios reduzidos da variável independente ( $x_i = X_i - \bar{X}$ )

$y_i \Rightarrow$  desvios reduzidos da variável dependente ( $y_i = Y_i - \bar{Y}$ ).

$n \Rightarrow$  número de valores observados.

$s_x$  e  $s_y \Rightarrow$  desvio padrão das respectivas variáveis.

# Desvio padrão

Indica medida de dispersão dos dados

Desvio padrão populacional

$$DP = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - M_A)^2}{n}}$$

Desvio padrão amostral

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}$$

# Correlação

Equação de Regressão da variável dependente (função linear).

$$y_i = \frac{r s_y \cdot X_i}{s_{xi}} \quad \Rightarrow \quad Y_i - \bar{Y} = \frac{r s_y}{s_{xi}} (X_i - \bar{X})$$

# Correlação

Equação de Regressão da variável dependente (função linear).

$$y_i = \frac{r s_y \cdot x_i}{s_{x_i}} \Rightarrow Y_i - \bar{Y} = \frac{r s_y}{s_{x_i}} (X_i - \bar{X})$$

Exemplo: calcular o coeficiente de correlação entre altura ( $X_i$ ) e peso ( $Y_i$ ) de uma amostra de 10 estudantes universitários. Estimar o peso de um estudante com 196 cm de altura.

$X_i$	$Y_i$	$X_i$	$y_i$	$x_i^* y_i$	$x_i^2$	$y_i^2$	$\hat{Y}_i$
173	70	1	0,6	0,6	1	0,36	70,3
169	66	-3	-3,4	10,2	9	11,56	66,9
172	70	0	0,6	0,0	0	0,36	69,4
174	68	2	-1,4	-2,8	4	1,96	71,1
165	64	-7	-5,4	37,8	49	29,16	63,5
170	68	-2	-1,4	2,8	4	1,96	67,7
171	72	-1	2,6	-2,6	1	6,76	68,6
168	65	-4	-4,4	17,6	16	19,36	66,0
178	72	6	2,6	15,6	36	6,76	74,5
180	79	8	9,6	76,8	64	92,16	76,2
1720	694	0	0	156	184	170,40	694,0

# Correlação

$$s_x^2 = \frac{\sum x_i^2}{n-1} = \frac{184}{9} = 20,4444 \Rightarrow s_x = 4,52$$

$$s_y^2 = \frac{\sum y_i^2}{n-1} = \frac{170,40}{9} = 18,9333 \Rightarrow s_y = 4,35$$

Coeficientes de Correlação

$$r = \frac{\sum x_i y_i}{(n-1) \cdot s_x s_y} = \frac{156}{9 \times 4,52 \times 4,35} = 0,88 \Rightarrow \text{Ótima correlação positiva.}$$

# Correlação

## Equação Regressão

$$Y_i - \bar{Y} = r \frac{S_y}{S_x} (X_i - \bar{X})$$

$$Y_i - 69,4 = \frac{0,88 * 4,35}{4,52} (X_i - \overline{172})$$

$$Y_i = 0,85 * X_i - 146,2 (+ 69,4)$$

# Correlação

Estimar o peso de uma pessoa com 1,96 m = 196 cm

$$Y_i = 0,85 * X_i - 76,8$$

Substituindo 1,96 na equação

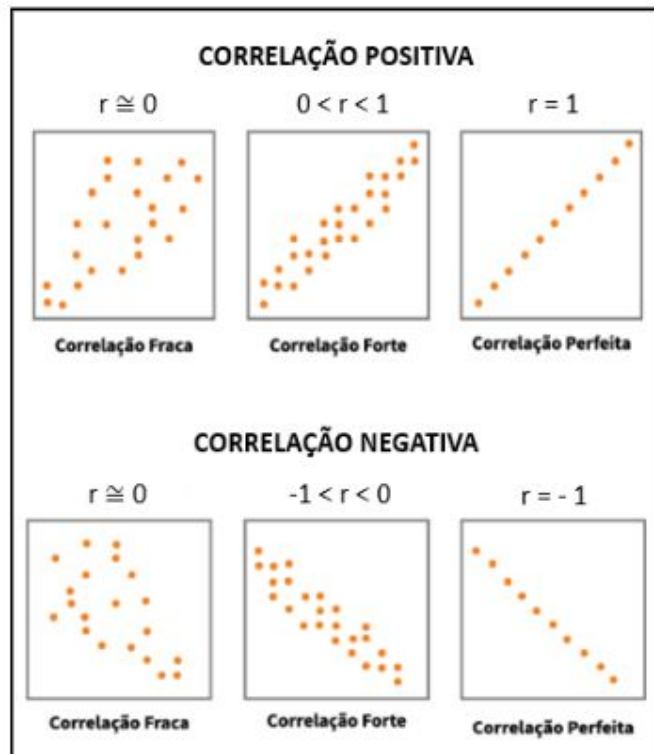
$$Y_i = 0,85 * 196 - 76,8$$

$$Y_i = 166,6 - 76,8$$

$$Y_i = 89,8$$



# Correlação



O tipo de correlação pode ser visualizado a partir do **Coefficiente de Correlação** (ou Coeficiente de Pearson -  $r$ ). Os valores obtidos neste coeficiente relacionam-se da seguinte forma:

**$r = 0$ :** Correlação nula ou inexistente entre variáveis.

**$r = 1$ :** Correlação positiva entre variáveis.

**$r = -1$ :** Correlação Negativa entre variáveis.

## **Correlação Positiva:**

No qual as duas variáveis crescem no mesmo sentido. Ou seja, enquanto um aumenta, o outro também aumenta.

## **Correlação negativa:**

No qual as duas variáveis variam em sentidos contrários. Ou seja, enquanto um aumenta, o outro diminui.

## **Correlação Nula:**

Não há interação entre variáveis.

# Exercícios

- 1) Plotar o gráfico dos seguintes dados e calcular sua correlação:  
Foram obtidos no Departamento de Nutrição, em certa Empresa, os seguintes dados sobre conversão alimentar em bovinos: Verificar se há correlação entre as variáveis, calculando o coeficiente de correlação e estimar a Conversão Alimentar para bovinos com idade de 8 anos.

Idade	1	2	3	4	5	6	7
C. Alimentar	5,6	5,2	4,8	4,5	4,4	2,9	2,7

# Exercícios

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import pandas as pd
idade = np.array([1,2,3,4,5,6,7])
C = np.array([5.6,5.2,4.8,4.5,4.4,2.9,2.7])
```

# Exercícios

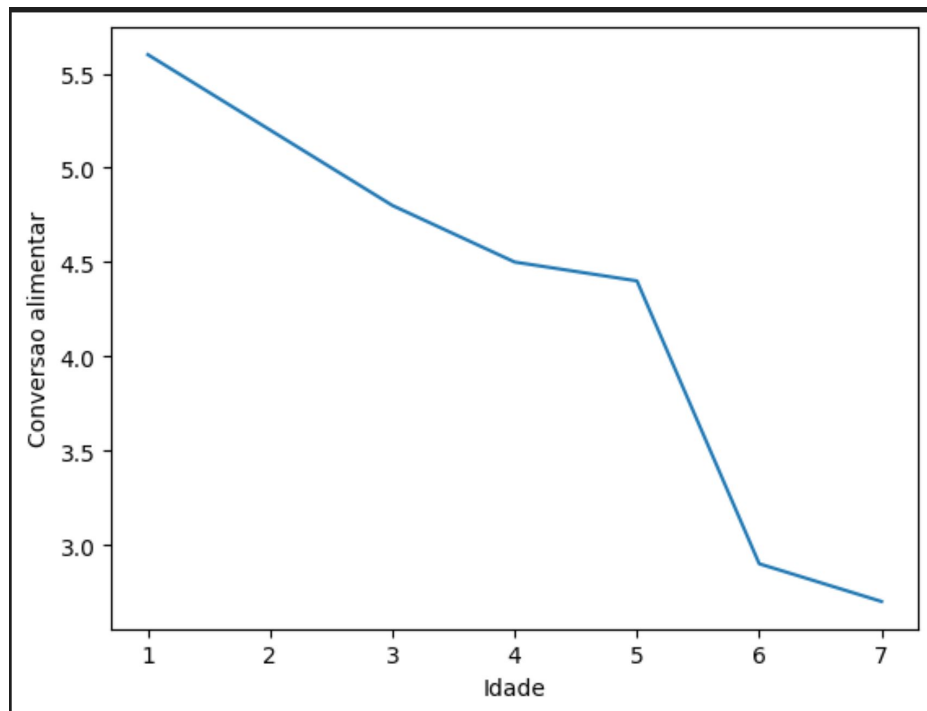
```
ex_1 = pd.DataFrame({  
    "idade": idade, "Conversao alimentar": C  
})
```

```
print(ex_1.corr())
```

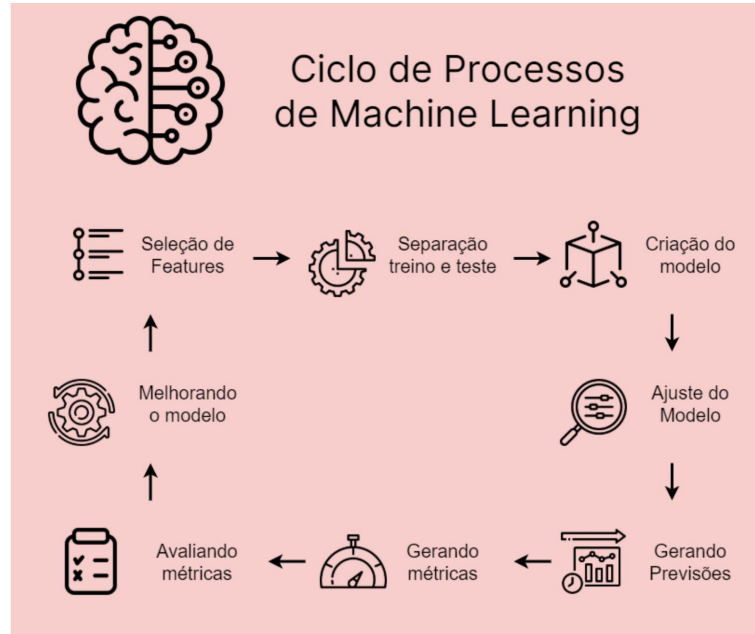
# Exercícios

```
plt.plot(ex_1['idade'],ex_1 ['Conversao alimentar'])  
plt.xlabel('Idade')  
plt.ylabel('Conversao alimentar')
```

# Exercícios



# Etapas de Machine Learning



# Estudo de caso

Você foi contratado por uma empresa para criar um modelo de aprendizado de máquina para prever o preço dos imóveis com base na quantidade de andares, cômodos.



# Obrigado!

Prof. Me Daniel Vieira

Email: [danielvieira2006@gmail.com](mailto:danielvieira2006@gmail.com)

Linkedin: Daniel Vieira

Instagram: Prof daniel.vieira95

