

# 高強度鋼筋混凝土柱軸力與彎矩強度 互制關係電腦程式-NewRC-PM

歐昱辰<sup>1</sup>、蔡東均<sup>2</sup>

**關鍵字：**鋼筋混凝土、高強度、柱、軸力與彎矩強度互制關係、New RC、程式

## 摘要

為因應高層鋼筋混凝土建築之強度需求，「台灣新型高強度鋼筋混凝土結構系統(New RC)研發計畫」於是孕育而生，該計畫整合國內產學界之製造與研究能力，致力於發展適用台灣產業環境與設計規範之 New RC 結構。該計畫之縱向主筋與橫向鋼筋，分別採用 SD690 ( 降伏強度 685 MPa ) 與 SD790 之鋼材 ( 降伏強度 785 MPa )，混凝土抗壓強度一般為 70 MPa 以上。為配合台灣 NewRC 計畫，本研究發展一套適用 NewRC 柱軸力與彎矩強度 (PM)互制關係之計算程式：NewRC-PM，並提供免費下載。本文闡述該程式之計算原理，以及與商用 PM 互制關係程式之比對驗證。本研究亦蒐集 18 組台灣 New RC 柱試驗結果，以 NewRC-PM 對其進行強度分析，分析結果顯示 NewRC-PM 可保守計算所有 18 組柱之軸力與彎矩強度。本研究再利用 NewRC-PM 進一步分析該 18 組柱之最大可能彎矩強度，分析結果顯示混凝土結構設計規範之方法於所有柱皆得不保守之結果；現行橋梁耐震設計規範之方法顯著改善前述不保守之現象，但壓力控制破壞柱仍普遍呈現不保守之預測結果。本研究最終提出最大可能彎矩強度評估方法，與試驗結果比對顯示所提出的方法可提供合理保守之計算結果。

NewRC-PM 程式下載連結：[www.ncree.org/NewRC.aspx](http://www.ncree.org/NewRC.aspx)

---

<sup>1</sup> 國立台灣科技大學營建工程系教授

<sup>2</sup> 國立台灣科技大學營建工程系碩士生

# A Computer Program for Axial Load-moment Interaction Diagram for New High-strength Reinforced Concrete Columns- New RC-PM

Yu-Chen Ou

*Professor, Department of Civil and Construction Engineering,  
National Taiwan University of Science and Technology*

Tung-Chun Tsai

*Master student, Department of Civil and Construction Engineering,  
National Taiwan University of Science and Technology*

**Keywords:** reinforced concrete, high strength, columns, axial load-moment interaction diagram, New RC, computer program

## ABSTRACT

To address the need for high-rise reinforced concrete buildings in Taiwan, Taiwan New High-Strength Reinforced Concrete (Taiwan New RC) project was initiated. The project integrates the resources of academia and industry of Taiwan to develop the New RC structures for use in Taiwan. The longitudinal and transverse reinforcement used in the project are SD690 (yield strength of 685 MPa) and SD790 (yield strength of 785 MPa), respectively. The concrete compressive strength is typically  $\geq 70$  MPa. To support the Taiwan New RC project, a computer program, referred to as New RC-PM, was developed in this research to calculate the axial load-moment (PM) interaction diagram for New RC columns as well as for conventional RC columns. The theoretical background and verification of the New RC-PM are presented and discussed in this paper. Moreover, a test database with 18 New RC columns were established. The New RC-PM was used to analyze the PM interaction diagrams of the columns, which were then compared with the test results. The comparison showed that the New RC-PM could conservatively estimate the axial-bending strengths of the columns. The New RC-PM was further used to evaluate the methods for calculating the maximum probable moment strength (Mpr) of the current building and bridge codes. Evaluation results showed that the Mpr calculated by the current building code was unconservative for all the columns. The method of the current bridge code significantly improved the degree of unconservatism of the method of the building code. However, the Mpr was still unconservative for most compression-controlled columns. To address the issue, a new method to calculate the Mpr was proposed in this research. Comparison with the test results showed that the Mpr calculated by the proposed method was reasonably conservative for most of the columns.

## 一、前言

鋼筋混凝土(RC)結構由於成本低廉，耐火與耐久性高，為目前最被廣泛使用的建築結構，但由於其單位面積之強度較鋼結構或鋼骨鋼筋混凝土結構為低，因此當樓層數較高時，若採用普通強度鋼筋與混凝土，其低樓層柱尺寸會變得過大，壓縮可用樓地板面積。為解決此問題，同時為推廣高強度材料與梁、版、梁柱接頭、牆等構材之使用，「台灣新型高強度鋼筋混凝土結構系統(New RC)研發計畫」[1]於是孕育而生，該計畫整合國內產學界之製造與研究能力，致力於發展適用台灣產業環境與設計規範之高強度鋼筋混凝土結構。該計畫之縱向主筋與橫向鋼筋，分別採用 SD690（標稱降伏強度 685 MPa）與 SD790 鋼材（標稱降伏強度 785 MPa）[2]，混凝土標稱抗壓強度一般為 70 MPa 以上。

該計畫於柱構材方面（簡稱 New RC 柱），經過數年戮力研究，已提出軸力與撓曲聯合作用之設計方法[3]、剪力設計方法[4-6]以及圍束設計方法[3]。New RC 柱在軸力與撓曲聯合作用下，斷面軸力與撓曲強度之計算，沿用現行規範[7]以矩形等值應力塊計算極限狀態下壓力區混凝土之合力與位置，惟該等值應力塊之應力值異於現行規範之規定。由於計算之複雜，工程師一般以查表或電腦程式來決定 RC 斷面於軸力與撓曲聯合作用下之強度，常用的程式如商用之 SPColumn [8]或免費之雙軸彎曲矩形柱校核程式[9]，前述程式所採用的等值應力塊參數皆按現行規範[7]之規定，不適用於 New RC 柱，限制了 New RC 柱之推廣與應用。

本研究開發一套適用普通強度與 New RC 柱之雙向軸力與彎矩強度互制關係程式：NewRC-PM，並以商用程式 SPColumn 與台灣 New RC 計畫所測試之大尺寸柱試驗結果加以

驗證。透過所開發的程式，本文並探討用於剪力容量設計之最大可能彎矩強度於 NewRC 柱之適用性。

## 二、軸力與彎矩互制關係計算程式 NewRC-PM

### 2.1 計算原理與假設

斷面軸力與彎矩(PM)互制關係之計算須滿足力平衡、應變諧和與材料組成率。力平衡方面須滿足軸力與彎矩之平衡。在應變諧和方面，鋼筋和混凝土之間假設完全握裹，不產生相對滑移；斷面平面旋轉後仍然維持平面。在材料組成率方面，斷面極限狀態之定義為混凝土受壓極限應變達 0.003；鋼筋應力應變行為假設為完美彈塑性（意即應力於降伏後不再提升），且拉壓力行為相同；混凝土受拉強度為零，受壓區於極限狀態之應力分布可採等值矩形應力塊模擬（圖 1d），等值應力塊之參數 $\alpha_1$ 與 $\beta_1$ 採用 ITG-4.3R-07[10]之建議，以考慮高強度混凝土之影響，如式(1)與(2)所示，式(1)當 $f'_c \leq 560 \text{ kgf/cm}^2$ 時，所得之 $\alpha_1$ 為 0.85，同現行規範[7]之規定，當 $f'_c > 560 \text{ kgf/cm}^2$ 時，則所得之 $\alpha_1$ 小於現行規範之規定，式(2)同現行規範之規定。對純軸壓狀態，按 ITG-4.3R-07 之建議將混凝土最大應力由現行規範之  $0.85f'_c$ 調整成 $\alpha_1f'_c$ ，如式(3)所示，其中 $\alpha_1$ 由式(1)定義之。須注意受限於混凝土受壓極限應變為 0.003，鋼筋受壓最大應變亦為 0.003，若使用 SD690 高強度鋼筋，其所對應之最大應力為  $6120 \text{ kgf/cm}^2$  (600Mpa)，小於其標稱降伏應力。

$$\alpha_1 = 0.85 - 0.000213(f'_c - 560)(\text{kgf/cm}^2) \quad (1)$$

$$0.70 \leq \alpha_1 \leq 0.85$$

$$\beta_1 = 0.85 - 0.000711(f'_c - 280)(\text{kgf/cm}^2) \quad (2)$$

$$0.65 \leq \beta_1 \leq 0.85$$

$$P_0 = \alpha_1 f'_c A_g + (f_y - \alpha_1 f'_c) A_{st} \quad (3)$$

$$f_y \leq 6120 \text{ kgf/cm}^2$$

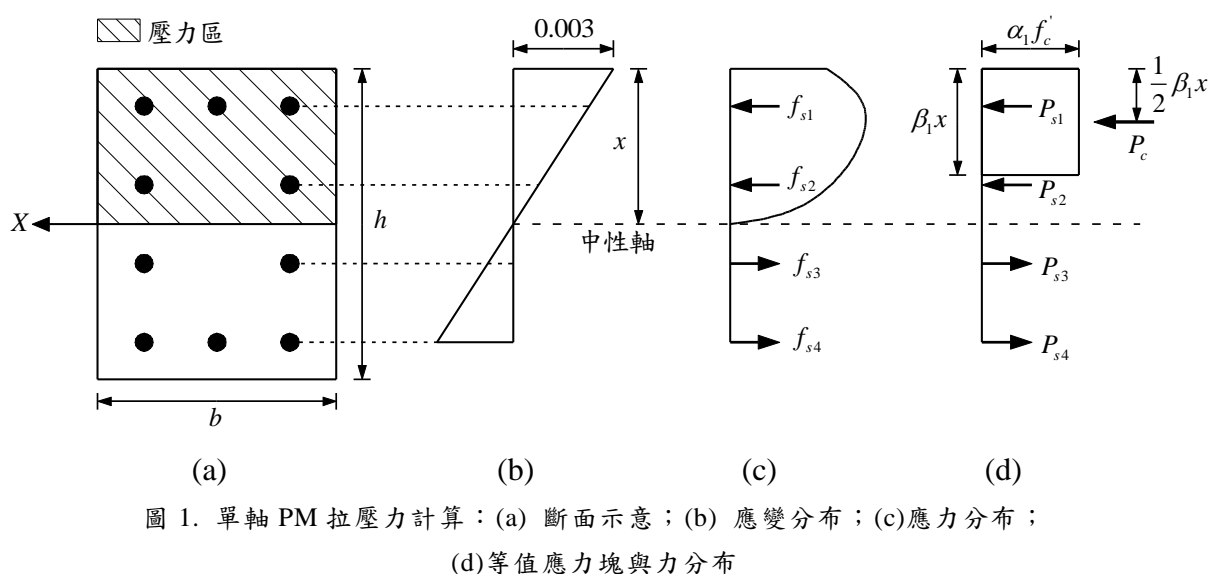


圖 1. 單軸 PM 拉壓力計算：(a) 斷面示意；(b) 應變分布；(c) 應力分布；  
(d) 等值應力塊與力分布

## 2.2 單軸 PM 互制關係計算方法

在滿足前述原理與假設之情況下，不同之中性軸深度 $x$ 皆對應一組極限狀態下的彎矩與軸壓力，透過變換中性軸深度，求取對應之彎矩與軸壓力，即可得斷面之 PM 互制關係，其物理意義為若受 PM 關係上任一軸壓與彎矩配對作用，會恰好使斷面達極限狀態，詳細計算流程如下所述（並參見圖 1）。

- [1] 設定中性軸深度 $x$ 。
- [2] 計算等值矩形應力塊應力分佈：應力大小 $=\alpha_1 f'_c$ 、深度 $=\beta_1 x$ ，計算壓力區混凝土軸壓力 $P_c$ ，以方柱為例，則 $P_c = (\alpha_1 f'_c)(\beta_1 x)(b)$ 。
- [3] 求取每一個鋼筋位置之應變，以及所對應之拉壓應力，對拉力筋而言，若鋼筋應變

$\epsilon_s$  小於降伏應變 $\epsilon_y$ ，則鋼筋拉應力為 $f_s = -E_s \epsilon_s$ ，反之則鋼筋拉應力為 $f_s = -f_y$ ，若為壓力筋，則按前述關係計算後再取絕對值。另外，鋼筋若位在混凝土應力塊區內，則鋼筋應力須扣除重複應力 $\alpha_1 f'_c$ ，最後計算拉壓力筋提供之總軸力 $P_s = \Sigma A_s f_s + \Sigma A_s (f_s - \alpha_1 f'_c)$ 。

- [4] 疊加混凝土軸壓力 $P_c$ 與拉壓力筋總軸力 $P_s$ ，得斷面標稱軸力強度 $P_n$ ；再對斷面形心取彎矩，得斷面標稱彎矩強度 $M_n$ 。
- [5] 按現行規範規定[7]將 $M_n$ 與 $P_n$ 乘上折減系數 $\phi$ ，並將 $\phi M_n$ 與 $\phi P_n$ 視作 XY 座標上之點位，繪於座標圖上，座標為 $(\phi M_n, \phi P_n)$ 。又按規範規定， $\phi P_n$ 不得超過 $\phi P_{n,max}$ 。
- [6] 變換中性軸深度，重複以上之步驟，即可繪出斷面之 PM 關係。

## 2.3 雙軸 PM 互制曲面計算方法

雙軸 PM 互制關係之計算與單軸類似，其最大不同處在於決定中性軸深度之前，必須先設置中性軸 $X'$ 軸與斷面主軸 $X$ 軸之夾角 $\theta$ （參照圖 2），設置 $\theta$ 角後，按照 2.2 節步驟計算即可得該斷面中性軸於 $\theta$ 角時之 PM 互制關係。透過逐漸變換 $\theta$ 角 $(0-\pi/2)$ ，並重複 2.2 節之步驟，即可繪製 PM 互制曲面，即為雙軸 PM 互制關係。相較於單軸，雙軸 PM 互制關係之計算較複雜，此因其等值矩形應力分佈的區塊不一定為矩形，且所得之斷面彎矩強度 $M_n$ 分配至兩主軸方向後 $(M_{nx}, M_{ny})$ 所形成之夾角不一定與 $\theta$ 角相同。

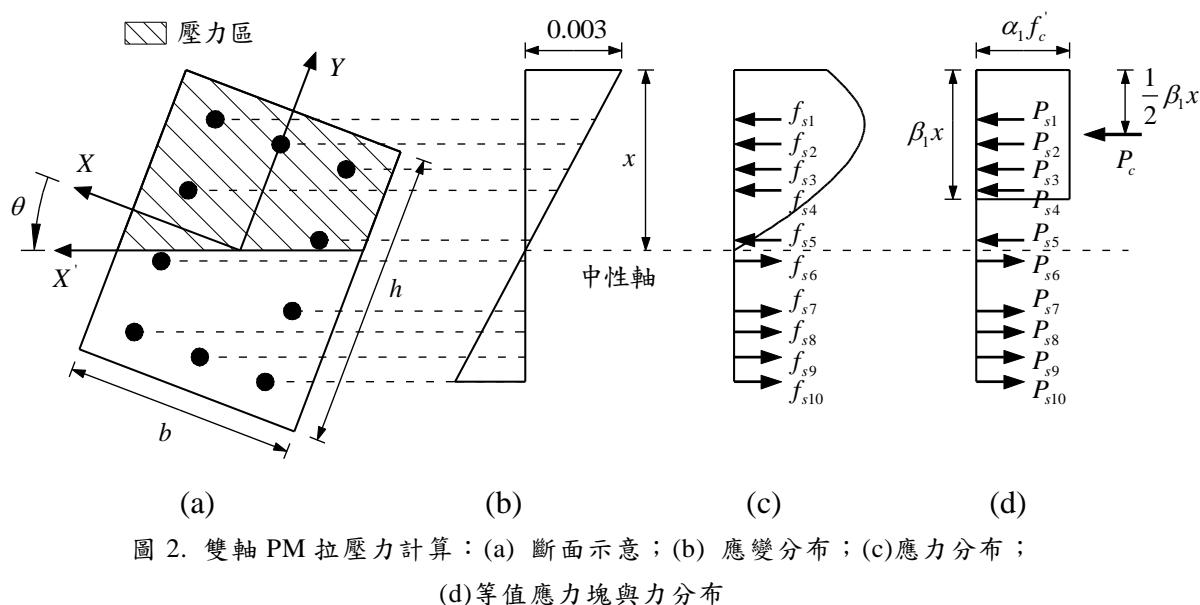


圖 2. 雙軸 PM 拉壓力計算：(a) 斷面示意；(b) 應變分布；(c) 應力分布；  
(d) 等值應力塊與力分布

## 2.4 計算例

按前述理論與方法，本研究利用 Matlab [11]開發 NewRC-PM：一套可用於計算普通強度 RC 柱與 NewRC 柱 PM 互制關係之程式。以下顯示一高強度鋼筋混凝土斷面單軸與雙軸分析例：斷面全深 $h=100\text{cm}$ 、寬度 $b=100\text{cm}$ ， $f'_c=700\text{kgf/cm}^2$ ， $f_y=6850\text{kgf/cm}^2$ ，鋼筋採沿周長均布配置，採 D25 縱向鋼筋，鋼筋比 $\rho_l$ 約為 2.5%；設計載重 1 為軸力與單軸彎矩載重： $P_u=1500\text{tf}$ 、 $M_u=600\text{tf-m}$ ，設計載重 2 為軸力與雙軸彎矩載重： $P_u=1500\text{tf}$ 、 $M_{ux}=600\text{tf-m}$ 、 $M_{uy}=600\text{tf-m}$ 。

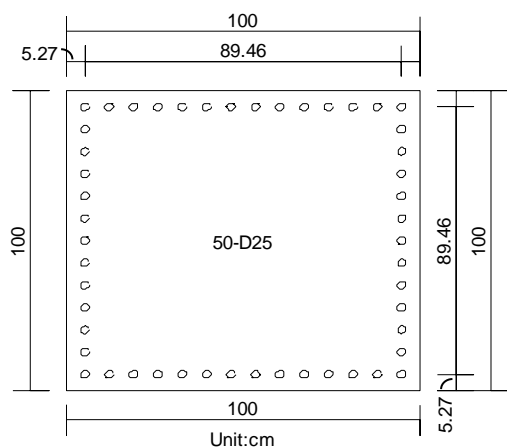


圖 3. 斷面配置圖(NewRC-PM 繪製功能)

600tf-m；設計強度計算之 $\phi$ 值按現行規範之規定(使用直線型箍筋)[7]。圖 3 為 NewRC-PM 程式所繪製之斷面圖，可協助使用者檢核所輸入之斷面設計參數之正確性；圖 4 顯示單軸 $\phi P_n$ - $\phi M_n$ 互制曲線與設計載重(設計載重 1)之關係，由圖可見載重落於互制曲線之內，代表該斷面在設計載重 1 作用下為安全；圖 5 顯示雙軸 $\phi P_n$ - $\phi M_n$ 互制關係與設計載重(設計載重 2)之關係，圖 6 顯示圖 5 之互制曲面於設計載重軸力值( $P_u=1500\text{tf}$ )的切面，由圖 5 與 6 可見載重落於曲面外，代表該斷面在此設計載重下不安全。

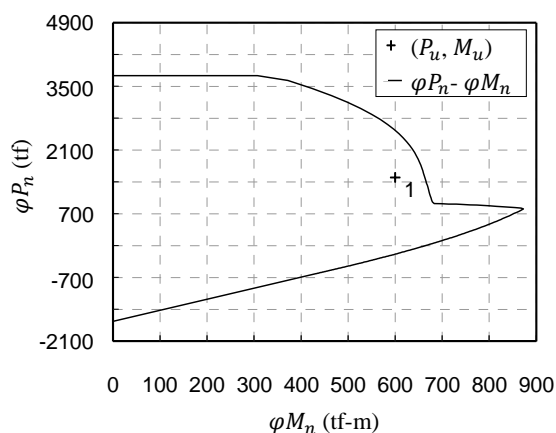


圖 4. 單軸 $\phi P_n$ - $\phi M_n$ 互制曲線與設計載重之關係

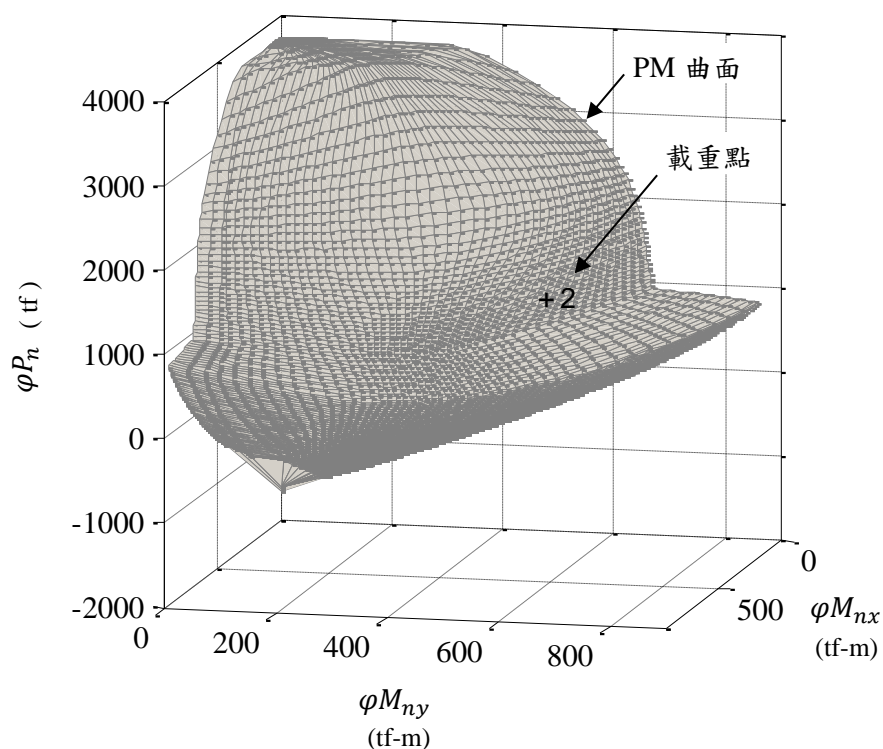


圖 5. 雙軸 $\phi P_n$ - $\phi M_n$ 互制曲面與設計載重之關係 (NewRC-PM 繪製功能)

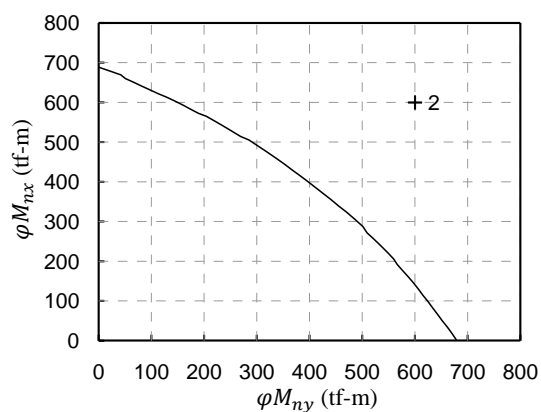


圖 6. 雙軸 $\phi P_n$ - $\phi M_n$ 互制曲線於 $P_u = 1500$  tf 之切面與設計載重之關係

### 三、NewRC-PM 計算方法驗證

本研究以 SPColumn[8]驗證 NewRC-PM 計算方法之正確性，SPColumn 為一商程式，廣泛使用於計算柱之 PM 關係。以下為兩驗證例，分為 A 組受單軸彎矩與軸力，採公制單位；以及 B 組受雙軸彎矩與軸力，採英制單位。

驗證過程首先於 SPColumn 輸入斷面參數，計算並繪製 PM 關係，再從所繪製的 PM 關係上隨機取出 10 點座標值。再於 NewRC-PM 將斷面參數以及取出之座標值作設計載重輸入，若所輸入載重值皆位於 NewRC-PM 所繪製之 PM 關係線上，即可證明 NewRC-PM 的正確性。

## (1)A 組(單軸向: X 向彎矩、公制)

斷面高度  $h=50\text{ cm}$ ，斷面寬度  $b=50\text{ cm}$ ， $f'_c=280\text{ kgf/cm}^2$ ， $f_y=4200\text{ kgf/cm}^2$ ，鋼筋配置模式採均布配置，縱向鋼筋號數為 D25，X 向外圍鋼筋數目  $X_s=5$ ，Y 向外圍鋼筋數目  $Y_s=5$ ，淨保護層  $c_c=4\text{ cm}$ ，折減係數  $\phi$  以規範值計算(使用直線型箍筋)[7]。

(2)B 組(雙軸向:  $\theta=45^\circ$ 、英制)

斷面高度  $h=20\text{ in}$ ，斷面寬度  $b=20\text{ in}$ ， $f'_c=5$

ksi， $f_y=60\text{ ksi}$ ，鋼筋配置模式採均布配置，鋼筋號數為 D25，X 向外圍鋼筋數目  $X_s=5$ ，Y 向外圍鋼筋數目  $Y_s=5$ ，淨保護層  $c_c=2\text{ in}$ ，折減係數  $\phi$  以規範值計算(使用直線型箍筋)[7]，斷面中性軸與主軸夾角  $\theta$  為  $45^\circ$ 。

NewRC-PM 可由使用者選擇採公制或英制輸入，A 組與 B 組之驗證結果分別如圖 7(a) 與圖 7(b) 所示，所有由 SPColumn 取出之座標輸入 NewRC-PM 後皆落於 PM 線上，此證明 NewRC-PM 計算方法之正確性。

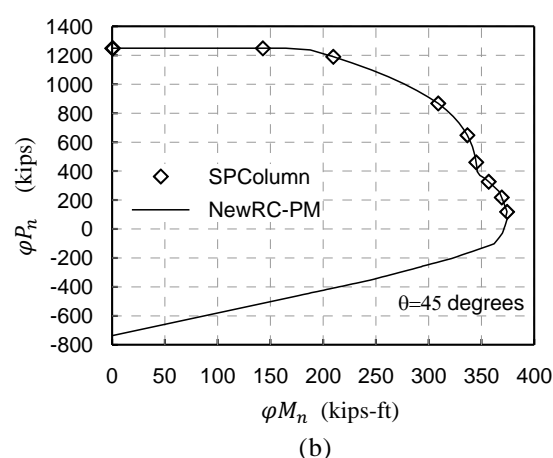
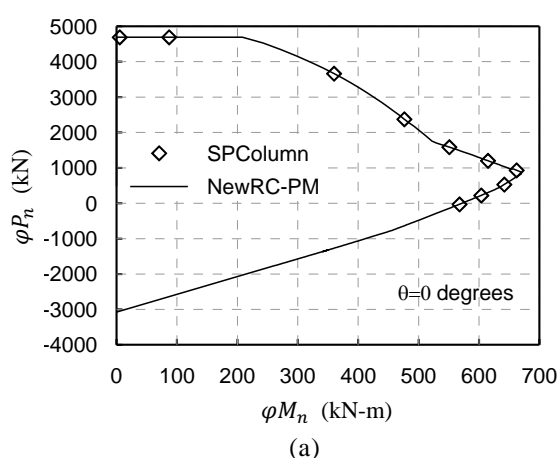


圖 7.驗證結果：(a)A 組 (單軸向)；(b)B 組 (雙軸向:  $\theta=45^\circ$ )

## 四、材料強度對 PM 關係之影響

### 4.1 等值矩形應力塊參數由 0.85 改變至 $\alpha_1$ 對 PM 關係之影響

根據 ITG-4.3R-07[10]，為考量高強度混凝土之影響，將等值矩形應力分布之應力大小由  $0.85f'_c$  修正為  $\alpha_1f'_c$  ( $\alpha_1$  如式 1 定義)。為探討修正應力大小對強度之影響，本研究延用 2.4 節計算例之斷面配置與鋼筋強度 ( $f_y=6850\text{ kgf/cm}^2$ )，不使用強度折減係數，針對  $f'_c=560$ 、 $700$ 、 $1000\text{ kgf/cm}^2$  之混凝土，繪製對應未修正 ( $0.85f'_c$ ) 與修正 ( $\alpha_1f'_c$ ) 應力大小之 PM 關係，如圖 8 所示。圖中可見對斷面  $f'_c=1000\text{ kgf/cm}^2$  之案例而言，將  $0.85f'_c$  修正為  $\alpha_1f'_c$  導致 PM 關係顯著內縮 (強度下降)，此因  $\alpha_1=0.76$ ，顯著小於 0.85，又將  $0.85f'_c$

修正為  $\alpha_1f'_c$  對壓力控制斷面之影響較非壓力控制斷面為大；對於  $f'_c=560\text{ kgf/cm}^2$  之案例而言，由於  $\alpha_1$  為 0.85，修正前後之 PM 關係完全重疊。

為量化  $\alpha_1f'_c$  修正對 PM 強度之影響，本文首先繪製對應  $\alpha_1f'_c$  之 PM 關係，計算該關係曲線上每一點 ( $M_n$ ， $P_n$ ) 與原點之距離  $L_n$  (式 4)，各點再以等偏心距  $e$  (式 5) 之延伸線與對應  $0.85f'_c$  之 PM 關係相交，該交點即為等偏心距下對應  $0.85f'_c$  之軸力與彎矩強度座標 ( $M_{0.85}$ ， $P_{0.85}$ )，再計算其與原點之距離  $L_{0.85}$  (式 6)，最後求得強度之比值  $L_n/L_{0.85}$ ，如圖 8 中 a 與 b 線所示。

$$L_n = \sqrt{P_n^2 + M_n^2} \quad (4)$$

$$e = \frac{M_n}{P_n} \quad (5)$$

$$L_{0.85} = \sqrt{P_{0.85}^2 + M_{0.85}^2} \quad (6)$$

圖 8 之 a 線對應  $f'_c=700 \text{ kgf/cm}^2$  之 PM 曲線上，具  $L_n/L_{0.85}$  最小值之偏心距，對應之  $L_n/L_{0.85}$  值為 0.97，意即使用  $\alpha_1$  導致強度下降最大達 3%，圖中之 b 線對應  $f'_c=1000 \text{ kgf/cm}^2$  之 PM 曲線上，

具  $L_n/L_{0.85}$  最小值之偏心距，對應之  $L_n/L_{0.85}$  值為 0.90，意即使用  $\alpha_1$  導致強度下降最大達 10%。強度下降的比例隨  $f'_c$  之增加而增加，此因隨  $f'_c$  之增加， $\alpha_1$  值逐漸下降之故。

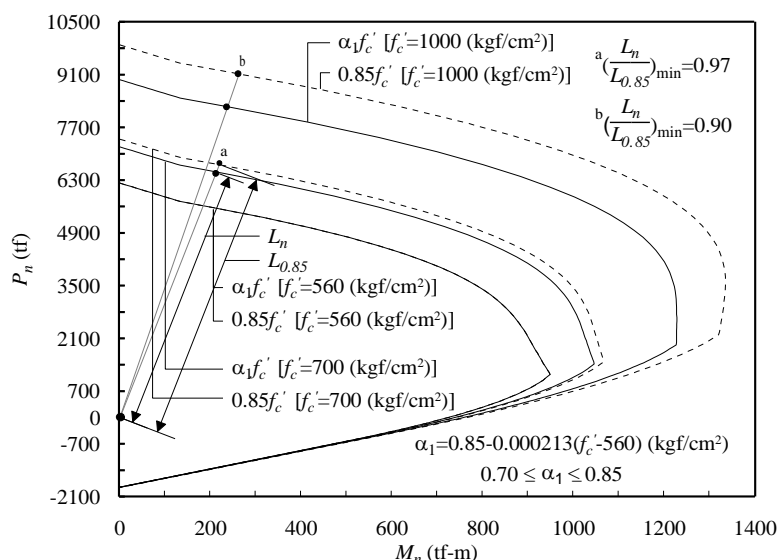


圖 8.  $0.85f'_c$  修正至  $\alpha_1 f'_c$  對 PM 關係之影響 ( $f'_c=560$ 、 $700$ 、 $1000 \text{ kgf/cm}^2$ )

## 4.2 鋼筋降伏強度對 PM 之影響

本研究延用 2.4 節計算例之斷面配置，混凝土強度採  $f'_c=700 \text{ kgf/cm}^2$ ，不使用折減係數，繪製對應鋼筋降伏強度  $f_y=4200$ 、 $6120$ 、 $6850 \text{ kgf/cm}^2$  之 PM 互制曲線，如圖 9 所示；圖中顯示， $f_y$  由  $4200 \text{ kgf/cm}^2$  提昇至  $6120 \text{ kgf/cm}^2$ ，無論是對壓力或非壓力控制斷面而言，斷面強度皆有明顯提昇，然而，當  $f_y$  由  $6120 \text{ kgf/cm}^2$  提昇至  $6850 \text{ kgf/cm}^2$  時，僅非壓力控制斷面之強

度有所提昇，對壓力控制斷面強度無任何影響。此現象之原因為對壓力控制之斷面而言，其受拉鋼筋在極限狀態下不降伏，因此提高鋼筋降伏強度對極限狀態鋼筋拉合力無影響；對受壓鋼筋而言，受限於混凝土受壓極限應變為 0.003，鋼筋受壓最大應力不會超過  $6120 \text{ kgf/cm}^2$  或更低（若有彎矩造成應力梯度時），因此將鋼筋降伏強度由  $6120 \text{ kgf/cm}^2$  提昇至  $6850 \text{ kgf/cm}^2$  時，對極限狀態下受壓鋼筋壓合力亦無影響。

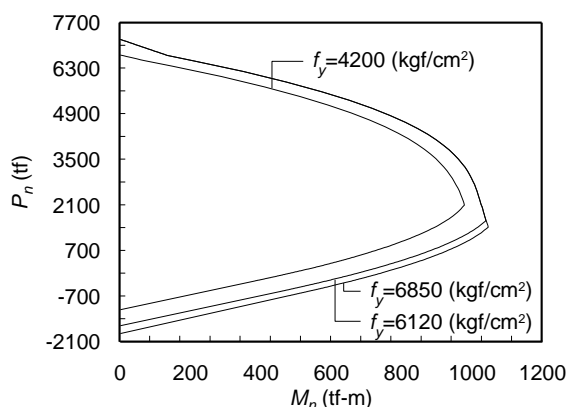


圖 9. 鋼筋標稱降伏強度對 PM 關係之影響 ( $f_y=4200$ 、 $6120$ 、 $6850 \text{ kgf/cm}^2$ )



## 五、與 NewRC 柱試驗結果比對

### 5.1 標稱軸力與彎矩強度

本研究蒐集 18 座台灣 NewRC 柱受反覆載重之試驗資料[12-17]，並利用 NewRC-PM 分析所蒐集柱之標稱軸力與彎矩強度，以瞭解 NewRC-PM 於設計 NewRC 柱軸力與撓曲強度之適用性。所蒐集之柱包含建築柱與橋柱，試驗設計參數如表 1 所示，試驗皆採用 SD690 高強度縱向鋼筋[2]，除試驗 NEWRC5 採普通強度箍筋外，其餘試驗箍筋皆採 SD790 高強度鋼筋[2]，縱向鋼筋實際降伏強度 $f_{ya}$ 介於 7171-7589 kgf/cm<sup>2</sup>之間，混凝土實際抗壓強度 $f'_{ca}$ 介於 767-1469kgf/cm<sup>2</sup>之間，實際軸力比 $P_{ratio}$ 介於 0.07-0.57 之間，涵蓋一般建築與橋梁柱軸力比可能範圍。試驗皆於國家地震工程研究中心完成測試，測試方式採定軸力下之側向反覆載重。試驗之選擇涵蓋呈現顯著撓曲降伏行為者，不包含無顯著韌性行為之剪力破壞試驗。

本研究先對每一座試驗進行斷面 PM 關係分析，分析時採用實際混凝土與實際鋼筋強度（表 1 第(4)與(6)欄），不使用強度折減係數，分析結果得試驗之 $P_n$ 與 $M_n$ 之關係。本研究再將試驗強度於 PM 關係上所對應之座標( $M_{exp}$ ,  $P_{exp}$ )與座標原點連線計算其長度 $L_{exp}$ (式 7)與偏心距 $e$ (式 8)，再以相同偏心距 $e$ 自分析所得之 $P_n$ - $M_n$ 關係上求取對應之座標( $M_n$ ,  $P_n$ )，並計算其與座標原點連線之長度 $L_n$ (式 9)，最終將 $L_{exp}$ 除以 $L_n$ ，計算結果列於表 1 第(16)欄。分析結果顯示所有試驗 $L_{exp}/L_n$ 之值皆大於 1.0，介於 1.06-1.41 之間，代表實驗強度皆落於 PM 分析曲線之外，意即 NewRC-PM 對所蒐集之 18 座試驗皆得保守之分析結果，此驗證了 NewRC-PM 於設計 NewRC 柱標稱軸力與彎矩強度之適用性，表 2 列出 $L_{exp}/L_n$ 之平均值與變異係數分別為 1.21 與 0.083。若混凝土壓力區等值應力塊應力大小沿用現行規範之 $0.85f'_c$ ，所計得之 $L_{exp}/L_{0.85}$ 值介於 0.98-1.32 之間（表

1 第 17 欄），其中有三座試驗其值小於 1，代表不保守，所得之平均為 1.12，變異係數為 0.082（表 2），此計算結果再度顯示混凝土壓力區等值應力大小由 $0.85f'_c$ 修正為 $\alpha_1f'_c$ 之必要性。

$$L_{exp} = \sqrt{P_{exp}^2 + M_{exp}^2} \quad (7)$$

$$e = M_{exp}/P_{exp} \quad (8)$$

$$L_n = \sqrt{P_n^2 + M_n^2} \quad (9)$$

### 5.2 最大可能彎矩強度

在耐震設計中，吾人尚須利用 PM 關係求取柱之最大可能彎矩強度，以進行剪力容量設計。所謂最大可能彎矩強度為斷面在考慮材料超強效應（真實強度大於標稱強度、混凝土圍束效應、鋼筋應變硬化等）與各種設計軸力作用下所可能產生的最大彎矩。混凝土結構設計規範[7]對於柱剪力設計中剪力需求之計算，須考慮此可能彎矩所造成之剪力，但不必大於梁最大可能彎矩所造成之剪力，亦不可小於彈性分析所得之剪力。

混凝土結構設計規範[7]設有最大可能彎矩強度之計算方法，此法為提高縱向鋼筋降伏應力至 1.25 標稱降伏應力，並不得考慮強度折減，亦即 $\phi=1.0$ 。本研究針對每一試驗利用此方法計算其最大彎矩強度( $M_{pr1}$ )，分析時採用標稱混凝土抗壓強度，以及 1.25 倍標稱鋼筋降伏強度，表 1 第 18 欄顯示每一試驗 $M_{exp}/M_{pr1}$ 之值，所有柱之 $M_{exp}/M_{pr1}$ 皆大於 1.0，意即 $M_{pr1}$ 無法捕捉斷面最大可能彎矩強度。進一步分析可發現若分析之破壞模式為壓力控制破壞（意即極限狀態最外鋼筋淨拉應變 $\epsilon_t$ 未達降伏），則其 $M_{exp}/M_{pr1}$ 之分析結果介於 1.26-1.71 之間，平均值為 1.51，若分析之破壞模式為拉力控制或過渡破壞模式（意即極限狀態最外鋼筋淨拉應變 $\epsilon_t$ 超過 0.005，或介於其與降伏應變之間），則其 $M_{exp}/M_{pr1}$ 之分析結果介於 1.02-1.18 之間，平均值為 1.10，兩者相比可見壓力控制斷面在最大可能彎矩強度之分

析上，比拉力控制或過渡破壞斷面不保守許多。此現象之原因如 4.2 節所述，對壓力控制斷面而言，由於極限狀態拉力筋不降伏，且受限於混凝土最大應變為 0.003，導致壓力筋應力最大為 6120 kgf/cm<sup>2</sup> 或更低（若有彎矩造成應力梯度時），因所有柱試體之縱向鋼筋標稱降伏應力皆高於 6120 kgf/cm<sup>2</sup>，造成提高縱向鋼筋降伏應力至 1.25 標稱降伏應力對斷面之強度無任何影響。此最大可能彎矩強度計算法對拉力控制斷面較為有效，因為最大鋼筋受拉應變在極限狀態下超過降伏應變有相當幅度，使得提升鋼筋標稱降伏應力 1.25 倍可有效提升彎矩強度。對於過渡破壞斷面而言，則視其極限狀態下受拉鋼筋應變而定，若越接近壓力控制破壞斷面，分析結果將越不保守，反之則其結果越接近拉力控制斷面，越能有效捕捉最大可能彎矩強度。整體而言， $M_{exp}/M_{pr1}$  之平均值為 1.4，變異係數為 0.156，如表 2 所示。由於高樓建築柱之軸力比一般較高，其極限狀態往往為壓力控制破壞，若採用混凝土結構設計規範計算柱之最大可能彎矩強度，容易造成顯著不保守之結果，雖因強柱弱梁之設計，使得剪力需求可能由梁端最大可能彎矩強度所控制，但一樓柱底在大地震作用下，仍可能產生塑鉸，因此低估柱之最大可能彎矩強度仍可能會造成一樓柱之剪力破壞，因此混凝土結構設計規範之方法用於高樓建築柱是有相當疑慮的。

橋梁耐震設計規範[18]另有最大可能彎矩強度之計算方法，其方法為將標稱彎矩強度放大 1.3 倍，此方法利用 1.3 係數，間接考慮包括混凝土與鋼筋所有可能超強效應，比起混凝土結構設計規範[7]僅考慮鋼筋之超強，似較為合理。本研究亦利用此法計算所蒐集柱試體之最大可能彎矩強度 $M_{pr2}$ ，表 1 第(19)欄顯示每一柱試體之 $M_{exp}/M_{pr2}$ 之值，所有拉力控制與過渡破壞之柱皆得保守之計算結果，惟多數壓力控制破壞之柱仍得不保守之計算結果。整體而言， $M_{exp}/M_{pr2}$ 值介於 0.85-1.32 之間，平均

值為 1.09，變異係數為 0.135（表 2），分析結果優於混凝土結構設計規範之方法。由於橋柱一般軸力較小，設計上容易控制為拉力控制破壞模式，因此現行橋梁耐震設計規範計算最大可能彎矩強度之方法用於橋柱較無疑慮，但用於建築柱仍有相當疑慮。

$M_{pr1}$ 與 $M_{pr2}$ 之分析結果皆顯示，隨著斷面逐漸由拉力控制破壞轉變為壓力控制破壞， $M_{exp}/M_{pr1}$ 與 $M_{exp}/M_{pr2}$ 數值皆有增高之趨勢，意即隨著軸力之增加，彎矩超強程度有增加之趨勢。圖 10 顯示所蒐集之 18 組柱試體彎矩超強係數 $\Omega_M$ 與軸壓力比 $P_{exp}/P_b$ 之關係，其中 $\Omega_M$ 如式(10)所定義，式中 $M_n$ 採標稱材料強度計算，圖中橫座標之 $P_b$ 採實際材料強度計算。圖 10 顯示 $\Omega_M$ 隨 $P_{exp}/P_b$ 之增加而上升，根據前述 $\Omega_M$ 之行為，本文建議對拉力與過渡破壞斷面而言（ $P_{exp}/P_b \leq 1.0$ ），最大可能彎矩強度之評估可按公路橋梁耐震設計規範[18]之規定，採 $\Omega_M=1.3$ ；對壓力控制斷面而言（ $P_{exp}/P_b > 1.0$ ），則隨 $P_{exp}/P_b$ 由 1.0 增加至 2.76， $\Omega_M$ 由 1.3 線性遞增至 1.7，當軸力比 $P_{exp}/P_b$ 超過 2.76 時， $\Omega_M$ 維持定值 1.7，此 $\Omega_M$ 與 $P_{exp}/P_b$ 之關係如式(11)所定義，且示於圖 10 中。按此方法計算所得之 $M_{exp}/(\Omega_M M_n)$ 如表 1 第 20 欄所示，其值介於 0.78-1.01，平均值為 0.91，變異係數為 0.064（表 2），不但可合理保守預測最大可能彎矩強度，且實驗與分析比對之變異性小於前述兩種計算最大可能彎矩強度之方法。式(11)之 $P_{exp}$ 於設計上可以設計軸力 $P_u$ 取代之。

$$\Omega_M = \frac{M_{exp}}{M_n} \quad (10)$$

$$\Omega_M = 0.227(P_{exp}/P_b - 1) + 1.3 \leq 1.7 \quad (11)$$

表 1. 高強度鋼筋混凝土方柱試驗結果與分析比對

試體	$b$ (cm)	$f'_c$ (kgf/cm <sup>2</sup> )	$f'_{ca}$ (kgf/cm <sup>2</sup> )	$f_y$ (kgf/cm <sup>2</sup> )	$f_{ya}$ (kgf/cm <sup>2</sup> )	縱向 鋼筋	橫向 鋼筋	$c_c$ (cm)	$P_{ratio}$ (%)	$P_{exp}$ (tf)	$M_{exp}$ (tf-m)	$V_{exp}$ (tf)	$\left(\frac{\varepsilon_t}{10^{-4}}\right)$	分析破 壞模式	$\frac{L_{exp}}{L_n}$	$\frac{L_{exp}}{L_{0.85}}$	$\frac{M_{exp}}{M_{pr1}}$	$\frac{M_{exp}}{M_{pr2}}$	$\frac{M_{exp}}{\Omega_M M_n}$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	(14)	(15)	(16)	(17)	(18)	(19)	(20)
E5[12]	60	714	993	6987	7589	24D25	D13	4.0	0.10	357	277	308	37	過渡	1.06	1.02	1.15	0.90	0.90
TC1[13]	60	714	791	6987	7171	16D25	D13	4.2	0.10	285	197	219	49	過渡	1.08	1.06	1.02	0.85	0.85
TC2[13]	60	714	767	6987	7171	16D25	D16	4.1	0.33	910	276	307	14	壓力	1.37	1.32	1.41	1.08	0.91
B1[14]	60	714	868	6987	7589	16D25	D13	4.0	0.56	1745	263	292	-6	壓力	1.21	1.13	1.71	1.32	1.01
B3[14]	60	714	848	6987	7589	16D25	D13	4.0	0.57	1745	250	278	-6	壓力	1.18	1.11	1.63	1.25	0.96
B5[14]	60	714	851	6987	7589	16D25	D13	4.0	0.57	1745	260	289	-6	壓力	1.21	1.14	1.69	1.30	0.99
B2[14]	60	1020	1140	6987	7589	16D25	D13	4.0	0.53	2178	277	308	-5	壓力	1.12	0.98	1.41	1.08	0.83
B4[14]	60	1020	1162	6987	7589	16D25	D13	4.0	0.52	2178	282	313	-5	壓力	1.13	0.98	1.43	1.10	0.84
T70-N29-D4[15]	60	714	898	6987	7497	16D25	D13	4.0	0.29	930	283	315	13	壓力	1.27	1.20	1.43	1.10	0.93
T70-N42-D4[15]	60	714	970	6987	7497	16D25	D16	4.0	0.42	1480	304	338	-2	壓力	1.28	1.18	1.69	1.30	0.99
T70-N46-D3[15]	60	714	903	6987	7497	16D25	D16	4.0	0.46	1480	289	321	-2	壓力	1.27	1.18	1.61	1.24	0.95
T100-N43-D4[15]	60	1020	953	6987	7497	16D25	D16	4.0	0.43	1480	307	342	6	壓力	1.31	1.21	1.26	0.97	0.78
T100-1[16]	60	1020	1169	6987	7385	16D25	D16	4.0	0.35	1490	351	390	5	壓力	1.36	1.19	1.45	1.11	0.89
T100-2[16]	60	1020	1469	6987	7385	16D25	D16	4.0	0.28	1490	347	385	5	壓力	1.15	0.98	1.43	1.10	0.88
T100-3[16]	60	1020	1193	6987	7385	16D25	D16	4.0	0.35	1484	365	406	6	壓力	1.41	1.23	1.50	1.16	0.93
NEWRC1[17]	50	701	824	7004	7494	12D25	D13	4.0	0.07	136	116	32	53	拉力	1.11	1.08	1.07	0.90	0.90
NEWRC4[17]	50	701	824	7004	7494	12D25	D13	4.0	0.13	272	132	37	36	過渡	1.15	1.12	1.18	0.92	0.92
NEWRC5[17]	50	701	824	7004	7494	12D25	D13	4.0	0.07	136	119	33	53	拉力	1.14	1.12	1.09	0.93	0.93

表 2. 高強度鋼筋混凝土方柱試驗結果與分析比對

項目	$\frac{L_{exp}}{L_n}$	$\frac{L_{exp}}{L_{0.85}}$	$\frac{M_{exp}}{M_{pr1}}$	$\frac{M_{exp}}{M_{pr2}}$	$\frac{M_{exp}}{M_n}$	$\frac{M_{exp}}{\Omega_M M_n}$
平均值	1.21	1.12	1.40	1.09	1.42	0.91
標準差	0.101	0.092	0.218	0.147	0.192	0.058
變異係數	0.083	0.082	0.156	0.135	0.135	0.064

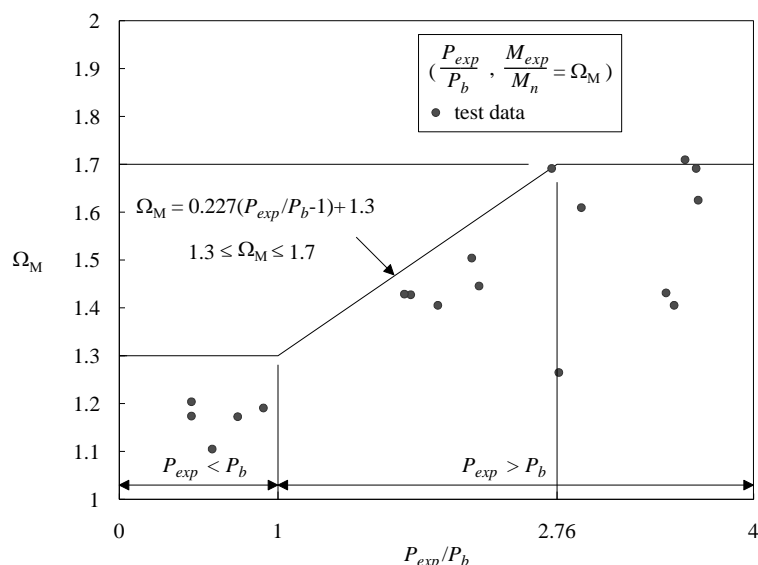


圖 10. 彎矩超強係數與軸力比之關係

## 六、結論

本研究提出能計算普通強度與高強度鋼筋混凝土柱 (New RC 柱) 軸力與彎矩 (PM) 互制關係之程式: NewRC-PM。透過與常用 PM 商用程式之比對, 本研究驗證 NewRC-PM 計算方法於普通強度 RC 柱之正確性。為驗證 NewRC-PM 於 New RC 柱之適用性, 本研究比對 18 組 New RC 柱試驗結果與 NewRC-PM 之分析結果, 發現 NewRC-PM 可提供保守的軸力與彎矩強度計算結果。本研究進一步利用 NewRC-PM 進行該 18 組柱之最大可能彎矩強度分析, 分析結果顯示混凝土結構設計規範計算最大可能彎矩強度之方法, 於所有柱皆得不保守之結果。橋梁耐震設計規範之最大可能彎矩強度計算方法則能提供較好之計算結果, 但

對於多數壓力控制斷面之柱, 仍得不保守之計算結果。本研究所提出的最大可能彎矩強度之計算方法, 則於多數柱得保守之計算結果, 可為 New RC 柱剪力容量設計使用。

## 七、致謝

本研究所引用之柱試驗資料, 其試驗皆於國家地震工程研究中心完成, 特予以致謝。

## 八、符號說明

$A_g$	鋼筋混凝土總斷面積
$A_s$	縱向鋼筋斷面積
$A_{st}$	縱向鋼筋之總斷面積
$b$	斷面寬度
$c_c$	鋼筋淨保護層厚
$e$	載重偏心距
$E_s$	鋼筋彈性模數( $2.04 \times 10^6$ kgf/cm <sup>2</sup> )
$f'_c$	混凝土標稱抗壓強度
$f'_{ca}$	混凝土實測抗壓強度
$f_s$	鋼筋應力
$f_{si}$	第 <i>i</i> 位置鋼筋應力
$f_y$	鋼筋標稱降伏強度
$f_{ya}$	鋼筋實測降伏強度
$h$	斷面全深
$L_{exp}$	實驗值對應之 PM 座標( $M_{exp}$ , $P_{exp}$ )與座標原點連線後之長度
$L_n$	斷面標稱彎矩與軸力之 PM 座標( $M_n$ , $P_n$ )與座標原點連線後之長度
$L_{pr1}$	混凝土設計規範最大可能彎矩強度計算所得之 PM 座標( $M_{pr1}$ , $P_{pr1}$ )與座標原點連線後之長度
$L_{pr2}$	公路橋梁耐震設計規範最大可能彎矩強度計算所得之 PM 座標( $M_{pr2}$ , $P_{pr2}$ )與座標原點連線後之長度
$L_{0.85}$	混凝土等值應力值延用 $0.85f'_c$ 之斷面標稱彎矩與軸力之 PM 座標( $M_{0.85}$ , $P_{0.85}$ )與座標原點連線後之長度
$M_{exp}$	實驗斷面最大量測彎矩
$M_n$	斷面之標稱彎矩強度
$M_{nx}$	斷面之標稱彎矩強度 $M_n$ 於X軸上之分量
$M_{ny}$	斷面之標稱彎矩強度 $M_n$ 於Y軸上之分量
$M_{pr1}$	基於混凝土設計規範之最大可能彎矩強度
$M_{pr2}$	基於公路橋梁耐震設計規範之最大可能彎矩強度，即 $1.3M_n$ 。
$M_u$	斷面之設計彎矩
$M_{ux}$	斷面之設計彎矩 $M_u$ 於X軸上之分量
$M_{uy}$	斷面之設計彎矩 $M_u$ 於Y軸上之分量

$M_{0.85}$	混凝土等值應力值延用 $0.85f'_c$ 計算之彎矩強度
$P_b$	斷面在平衡應變狀態時之標稱軸力強度
$P_c$	混凝土提供之總軸壓強度
$P_{exp}$	實驗斷面之量測軸力
$P_n$	斷面之標稱軸力強度
$P_{n,max}$	斷面之標稱最大軸力強度
$P_{ratio}$	實驗斷面最大量測軸力 $P_{exp}$ 與 $A_g f'_{ca}$ 之比值
$P_s$	鋼筋提供之總軸力強度
$P_{si}$	第 $i$ 位置鋼筋提供之軸力強度
$P_u$	斷面之設計軸力
$P_0$	無偏心載重下之軸力計算強度
$P_{0.85}$	混凝土等值應力值延用 $0.85f'_c$ 計算之軸力強度
$V_{exp}$	實驗斷面最大量測剪力
$x$	中性軸深度
$X$	斷面 $X$ 向主軸
$X'$	$X$ 軸逆時針旋轉 $\theta$ 角後所得之新軸（中性軸）
$X_s$	斷面 $X$ 方向鋼筋數目
$Y$	斷面 $Y$ 向主軸
$Y_s$	斷面 $Y$ 方向鋼筋數目
$\alpha_1$	極限狀態壓力區混凝土等值矩形應力塊應力大小係數（式 1）
$\beta_1$	極限狀態壓力區混凝土等值矩形應力塊深度與中性軸深度之比例（式 2）
$\varepsilon_s$	鋼筋應變
$\varepsilon_t$	極限狀態下最外層受拉鋼筋之淨拉應變（正值表拉應變、負值表壓應變）。
$\varepsilon_y$	鋼筋降伏應變
$\theta$	斷面 $X$ 向主軸逆時針旋轉之角度(參閱第 2.3 節)。
$\rho_l$	縱向鋼筋比
$\varphi$	強度折減因數
$\Omega_M$	彎矩超強係數

## 九、參考文獻

- 1.黃世建、林克強編，2014，「高強度鋼筋混凝土結構桿件設計研討會論文集」，國家地震工程研究中心，台北市。
- 2.台灣混凝土學會新高強度鋼筋混凝土技術委員會，2014，「鋼筋混凝土用鋼筋」，台灣混凝土學會，台北市。
- 3.黃世建，2014，「高強度鋼筋混凝土柱之耐震圍束設計」，高強度鋼筋混凝土結構桿件設計研討會，國家地震工程研究中心，台北市。
- 4.歐昱辰，2014，「高強度鋼筋混凝土柱之剪力設計」，高強度鋼筋混凝土結構桿件設計研討會，國家地震工程研究中心，台北市。
- 5.Ou, Y.C.\*. and Kurniawan, D.P. (2015) "Effect of axial compression on shear behavior of high-strength reinforced concrete columns." *ACI Structural Journal*, 112(2), 209-219.
- 6.Ou, Y.C.\*, and Kurniawan, D.P. (2015) "Shear behavior of reinforced concrete columns with high-strength steel and concrete." *ACI Structural Journal*, 112(1), 35-45.
- 7.內政部營建署，2011，「混凝土結構設計規範」，台北市。
- 8.StructurePoint LLC, 2012, SPColumn, Skokie, IL, USA
- 9.中國土木工程學會混凝土工程委員會，2011，「雙軸彎曲矩形柱校核程式 1.4」，中國土木工程學會，台北市。
- 10.ACI Innovation Task Group 4, 2007, "Report on Structural Design and Detailing for High-Strength Concrete in Moderate to High Seismic Applications (ITG-4.3R-07)," American Concrete Institute, Farmington Hill, USA.
- 11.The MathWorks Inc, 2012, MATLABR2012a.
- 12.歐昱辰，2015，尚未發表 New RC 柱試驗資料。
- 13.Ou, Y.C\*. Alrasyid, H., Haber, Z.B., and Lee, H.J., (2015) "Cyclic behavior of precast high-strength reinforced concrete columns." *ACI Structural Journal*, 112(6), 839-850.
- 14.張豐展，2010，「高強度鋼筋混凝土柱圍束效應研究」，碩士論文，黃世建老師指導，國立台灣大學土木工程學系，台北市。
- 15.陳盈璋，2011，「高強度鋼筋混凝土柱耐震圍束效應之研究」，碩士論文，黃世建老師指導，國立台灣大學土木工程學系，台北市。
- 16.黃冠傑，2013，「鋼筋混凝土柱耐震圍束之研究」，碩士論文，黃世建老師指導，國立台灣大學土木工程學系，台北市。
- 17.劉光晏，張國鎮，宋裕祺，林冠禎，陳紀維，2013，「高強度鋼筋混凝土單柱式橋墩耐震行為之研究」，中國土木水利工程學刊，第二十五卷，第三期，頁 183-192。
- 18.交通部，2009，「公路橋梁耐震設計規範」，台北市。