

基于 SQP 和改良模拟退火算法的原材料订购与运输决策模型

摘要

问题一中，根据附件 1，我们提取出了**供应水平指标**：供货能力，连续供应能力；**供应态度指标**：完成率，供货稳定性。基于这些指标我们进行了整体分析和个体分析。在构建反映保障企业生产重要性的数学模型时，我们引入能反映企业主观影响供应商重要因素—订货偏好指标。

在对指标数据进行了正向化和标准化处理后，分别引入**主成分得分评价体系**和**灰色关联评价体系**对 402 家的重要性分别进行计分排名，得出的结果相关度高，起到互相验证的作用，最后为了弥补两种评价方法对指标信息的遗失，采取将两种评价方法排名相加得到综合排名，取前 50 名供应商作为最重要的供应商，具体结果见论文中列表。

问题二中，在确定了最重要的 50 家供应商后，将问题分解为三个规划子问题：“选择合作供应商”使用**0-1 规划**求解出至少选择 14 家供应商，14 家供应商具体编号见正文。“规划企业订货量”和“制定转运计划”分别采用**SQP 序列二次规划**，模拟退火算法进行求解，具体结果见支撑材料中的附件 A 和附件 B 对于订货计划和转运计划的分析，我们考察了“价值的最优利用”和“空间的最优利用”两个方面，采用了“与原订货计划对比”和“仿真模拟”两种方法。**评估、综合分析计划的实施效果。**

问题三中，在问题二中我们只考虑了订购和转运方案在价值成本上的最优化，而忽略了其中的空间成本，在问题三中我们对其进行深入探讨。首先通过分层求解的方法将问题三的多目标优化问题转化为先确定订购方案再确定转运方案。再通过线性加权的方法将空间成本最小引入到目标函数中，与时间成本的目标函数取等权重**进行求解**。

在求解方法上，对第一层的求解依然沿用第二问的 SQP 序列最小二乘、对第二层求解时我们将问题二中使用的模拟退火算法进行改良，加入**惩罚项函数**与自适应退出条件，使其更加快速的收敛。最终结果见支撑材料中的附件 A 和附件 B。在实施效果的分析中，我们依然沿用问题二的方法，采用差异分析和仿真模拟的思想。

问题四中，我们首先将目标函数由“降低购买成本”更改为“提升企业产出量”，再取消原本对企业每周产能的约束、释放生产潜力。并在供应侧增加合作供应商，以尽可能满足生产需求。

在规划过程中，我们基于**区组设计思想**对供应商的集中供应进行约束，得到更为合理的规划结果，订货计划参见附件 A。最后我们以与问题二相同的转运商规划方法对转运方案作出规划，转运计划参见附件 B。

综上，在全文的评价、规划与分析中，我们创新地采用了**概率分布**去刻画供货商、转运商行为的不确定性，从而对已知数学期望的规划结果下隐含的未知误差做出进一步的把控，提升模型的风险控制能力，而随之而来对求解能力更高的要求则采用，仿真方法、优化的模拟退火算法等创新优化算法实现。模型**采用**的新颖方法具有一定的创新意义。

关键词：0-1 规划 SQP 序列二次规划 自适应模拟退火算法 惩罚项函数 **区组设**

计

一、问题重述

1.1 问题背景

某建筑和装饰板材的生产企业所用原材料需要经历供应商订购，转运商运输的过程，在供应商选取、转运商选取方面的决策至关重要，直接影响到企业的成本。如何在自身产能条件和供货商、转运商能力水平条件的约束下选择最佳的原材料订购转运方案，具有较强的现实意义。

目前关于企业最佳订购决策的规划方法已经较为成熟，但这种方法在求解变量较多或者约束条件较复杂的问题时所需要的时间成本过高，应用各种智能算法可以高效的找到较优解、更快速的收敛，从而提高企业订购转运决策问题的解决效率。

1.2 问题要求

在本题中，题目给出了供、运匹配要求，库存要求，收购准则。我们已知企业的产能信息，三种原材料价格信息，供应商和转运商的业务能力信息。

基于上述信息和背景我们需要建立数学模型解决以下问题：

问题一：提取供应商供货特征指标，对其进行量化分析。建立反映保障企业生产重要性的模型，从而确定 50 家重要性最高的供应商。

问题二：以节约价值成本为导向，依次优化供应商最少数量问题，原材料订购最经济问题，转运损耗最少问题。

问题三：以节约空间成本为导向，解决转运仓储成本最低与转运损耗率最小的多目标优化问题。

问题四：通过供应商与转运商业务能力情况确定企业的产能提升空间，并给出提升产能后的订购转运**最优**。

二、问题分析

2.1 总体分析

本题是一个优化类问题，题目的两个附件中**给予**的信息有限，关于供应商的供货特征更多需要我们自己提取，因此在问题一中需要我们自己构建指标来量化分析附件 1 数据的特征；

在对供货商和转运商的业务能力有了一定了解后，企业便可以通过规划得到最有利于自身经营的订购与转运方案，问题二、三分别在价值成本与空间成本最优的目标进行策略规划。并且由于供应商与转运商工作情况的不确定性，我们有必要对方案的实施效果进行分析。

如果商家的产能可以提升，那么其提升空间一定极大地受到原材料供应商和转运商实际情况的影响，在这种情况下如何对规划过程进行修改是我们在问题四中重点研究的问题。

2.2 具体分析

2.2.1 问题一的分析

问题一要求我们考虑供应商的供货特征，对其进行量化分析。并基于供货商对保

障企业生产的重要性评价出 50 家最重要的供应商。为了建立完整客观的量化分析体系，该题的分析思路如下：

1. 利用附件 1 中近 5 年 402 家供应商的相关数据，首先对供应商整体的供应特征进行粗略分析。

2. 综合考虑供应商的能力和态度对供货与订货信息进行充分挖掘，得到平均供货能力，连续供应能力等供应能力指标；完成率，供货稳定性等供应态度指标。将各个指标进行量化计算，从而达到对 402 家供应商的个体分析的目的。

3. 在进行了供货特征的整体和个体的量化分析后，要建立反映保障企业生产重要性的数学模型，除了考虑供应商从客观表现方面对重要性的影响外，企业对各供应商的主观青睐程度也作为订货偏好指标影响着供应商保障企业生产的重要性。

4. 采用主客观两大方面共 5 个指标作为评价因子，分别应用主成分分析评价体系和灰色关联度分析评价体系对 402 家供应商进行重要性评估。考虑到两种评价方法各自的局限性，综合两者评价结果给出 50 家最重要的供应商。

2.2.2 问题二的分析

在确定 50 家最重要的供应商后，我们在 50 家供应商中选择部分供应商作为合作供应商，以满足在尽可能减少供应商数目的情况下满足该企业的生产需求。我们以分步规划的策略将问题分解为“选取合作供应商”、“规划企业订货量”和“制定转运计划”三个规划子问题。

1. 在“选取合作供应商”方面，我们采用“0-1 规划”的规划方法，以“是否选取该供应商”作为决策变量，以“合作供应商期望的生产力概率上满足企业生产需求”作为约束条件的主要部分，最后以“尽可能减少合作供应商数目”作为规划目标，以传统方法进行规划。

2. 在“规划企业订货量”方面，规划问题的决策变量是一个以 24 周作为行数、14 个合作供应商为列数的矩阵，问题规模较大，并且向供应商设置订货计划后，对实际供货期望的计算呈现出非线性规划的特点，将其作为主要约束条件后，我们以保障各个供货商的利益，维持伙伴关系的角度出发以尽可能合理分配任务作为目标，以序列二次规划对该规划问题进行求解。

3. 在“制定转运计划”方面，我们联系到对供货商行为的不确定性所建立的概率模型，建立对转运商行为的不确定性的概率模型。

我们首先通过转运商在 240 周的统计数据中的参与程度作为其在每周转运货物比例的估计值，再依据最大似然准则对 8 个转运商的二项分布系数做出估计，最后以减少货物的价值损失为优化目标，一家供应商每周供应的原材料尽量由一家转运商运输作为主要限制条件，以 14 个合作供货商为列、8 个转运商为行的 0-1 矩阵作为决策变量分别对 24 周的订货计划作出规划。

关于订购方案和转运方案的分析，我们在“价值利用最优”和“空间利用最优”两个方面进行考察，使用“与原订购方案的差异比较”和“进行仿真模拟”两种方法进行评估，综合全面的对方案的实施效果进行分析。

2.2.3 问题三的分析

在问题二中，我们以规划出最经济的原材料订购方案为目标规划出了问题的结果。而在问题三中，该企业想要尽量多地采购 A 类和尽量少地采购 C 类原材料，以减少转运及仓储的成本。我们同样以分步规划的策略继承问题二的模型，先在新目标加入的条件下进行多目标规划。

由于在问题二中解决第二部分的组合优化问题时，由于我们选取的决策变量较多，约束条件较为复杂，传统的模拟退火算法出现了收敛时间较长，得出的解优化程度较低的问题。在问题三中，我们引入了添加惩罚项函数的自适应模拟退火算法，可以较大幅度地提高求解速度。

至于订货方案和转运方案的效果分析，我们也继承第二问的分析模型，但侧重从空间利用最优的角度进行效果分析。

2.2.4 问题四的分析

由题意得，该企业通过技术改造已具备了提高产能的潜力。于是我们在第二问规划的基础上对问题四的规划方案做出改变，我们首先将目标函数由“降低购买成本”更改为“提升企业产出量”，再取消原本对企业每周产能的约束、释放生产潜力。并在供给侧增加合作供应商，以尽可能满足生产需求。最后对规划结果进行分析。

三、模型假设

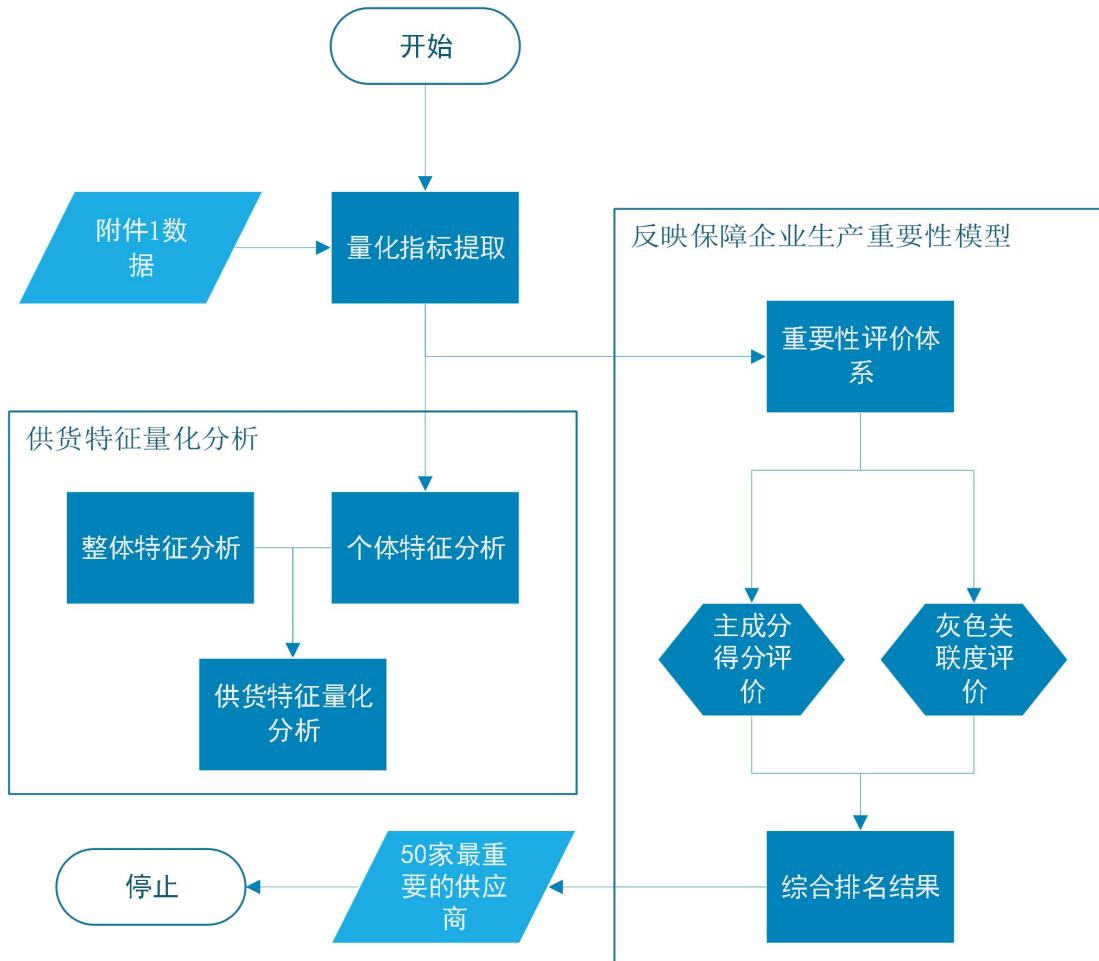
1. 假设供货商最终的供货期望值并非订货值，而是与其存在二次函数关系。
 2. 假设供货商实际供货量与供货期望值之间的误差属于自然误差，即满足概率分布。
 3. 假设供货商在持续供货后可能出现中断，即供货商具有持续供货的时间上限。
- ###没有完成

四、符号说明

符号	说明	单位
SC_i	第 i 家供应商的供货能力	m^3
CSC_i	第 i 家供应商的连续供货能力	m^3
FR_i	第 i 家供应商的平均订单完成率	/
TS_i	第 i 家供应商的供货不稳定性	/
OP_i	企业对第 i 家供应商的订货偏好	/
o_i	对第 i 个供货商的订货量	m^3
$S_i(o)$	第 i 个供货商在订货量 o 下的概率分布	/
sel_i	决定是否选取供应商 i 的 0-1 决策变量	/
$coop_{ij}$	决定是否选取转运商 i 转运供应商 j 的 0-1 决策变量	/
ψ_{ij}	决定第 i 个供货商的供货类型的 0-1 决策变量	/
$tran_i$	转运商 i 的转运量	m^3
CLS_i	第 i 个供货商或第 i 个转运商的材料类别	/
s_i	第 i 个供货商在订货量 o 下的供货期望	m^3
σ_i	第 i 个供货商在订货量 o 下的供货标准差	/
cs_j	原材料类别 j 转化单位立方米产物的消耗	m^3
pr_j	原材料类别 j 单位立方米价格比例	/
f_i	对供货量和订货量的二次拟合函数	/

五、问题一模型的建立与求解

5.1 解决思路



5.2 供货特征的量化分析

5.2.1 整体分析

通过对数据从各个维度的展示，我们发现 402 家供货商在整体上呈现出如下的特征：

1、供货商对于订货量的任务的完成度普遍小于 100%，在 B、C 类材料的平均完成率接近 78%，而 A 类材料的平均完成率更低，略低于 71%。（**A 类材料：0.293570；B 类材料：0.218324；C 类材料：0.219370**）

2、附件数据中供货商虽不能保证严格按订货量供货，其供货量却仍与订货量有极强的正相关性。考虑到实际生产中各因素的混合影响，我们认为订货量与实际供货量的期望间存在二次函数的关系。

3、即使确定了供货量的期望值，在生产中我们还需考虑到各种不确定性因素所

造成的误差的规模，根据对确定供货商、确定订货量条件下的供货量散点图的观察，我们推测其满足以实际供货量的期望为均值的正态分布。

5.2.2 量化指标选取

我们选取的指标有，供应水平指标：供货能力，连续供应能力；供应态度指标：完成率，供货稳定性。

1. 供货能力 SC_i

供货能力作为体现供应商供货特征最重要的因素，可以很好的描述供应商的供应水平，我们通过计算每一家供应商有订单时各周供货量的均值作为供货能力的量化指标，计算公式如下：

$$SC_i = \frac{1}{240 - n_{i0}} \sum_{j=1}^{240} x_{ij} \quad (i=1, 2, 3 \dots, 402) \quad (5.2.1)$$

其中 x_{ij} 为第 i 家供应商在第 j 周的供货量， n_{i0} 为这 240 周中没有接到订货的周数。

2. 连续供货能力 CSC_i

要衡量供应商的供货水平特征，只取各周的供货量均值只能反映供货商单次供货能力的平均水平，为了反映供货商连续输出原材料的能力，我们提取每连续 12 周供货量的均值，并在计算得到的 229 个均值中取最大值作为每个供货商的连续供货能力量化指标，计算公式如下：

$$CSC_i = \max \left\{ \sum_j^{j+11} x_{ij} / 12 \right\} \quad (j=1, 2 \dots, 229) \quad (5.2.2)$$

其中 x_{ij} 为第 i 家供应商在第 j 周的供货量。

3. 完成率 FR_i

能否完成企业对原材料的订购要求可以成为衡量供应商供货态度特征的重要量化指标，当供应商的供应量大于订购量时，我们认为其超额完成订单，取完成率 >1 ，当供应商的供应量小于订购量时，我们认为其未能完成订单，取完成率 <1 。综合每一次订单的完成情况即完成率的均值，我们可以定义每个供应商的完成率指标，计算公式如下：

$$FR_i = \frac{1}{240 - n_{i0}} \sum_{j=1}^{240} \frac{x_{ij}}{order_{ij}} \quad (order_{ij} \neq 0) \text{ 为与前面匹配，将 order 改为 o} \quad (5.2.3)$$

其中 x_{ij} 为第 i 家供应商在第 j 周的供货量， $order_{ij}$ 为第 i 家供应商在第 j 周接到的

订货量, n_{i0} 为这 240 周中没有接到订货的周数, $order_{ij} \neq 0$ 由于我们不考虑没有接到订单的周。

4. 不稳定性 TS_i

在对供货商的整体分析中, 我们已经发现供货商对于订货量的任务的完成度普遍小于 100%, 因此以订货量作为对供货量期望值的估计是不现实的, 考虑到实际生产中各因素的混合影响, 我们选取二次函数对供货量期望值做出拟合估计。

而根据对确定供货商、确定订货量条件下的供货量散点图的观察, 我们推测供货量在确定条件下的随机分布满足以实际供货量的期望为均值的正态分布。

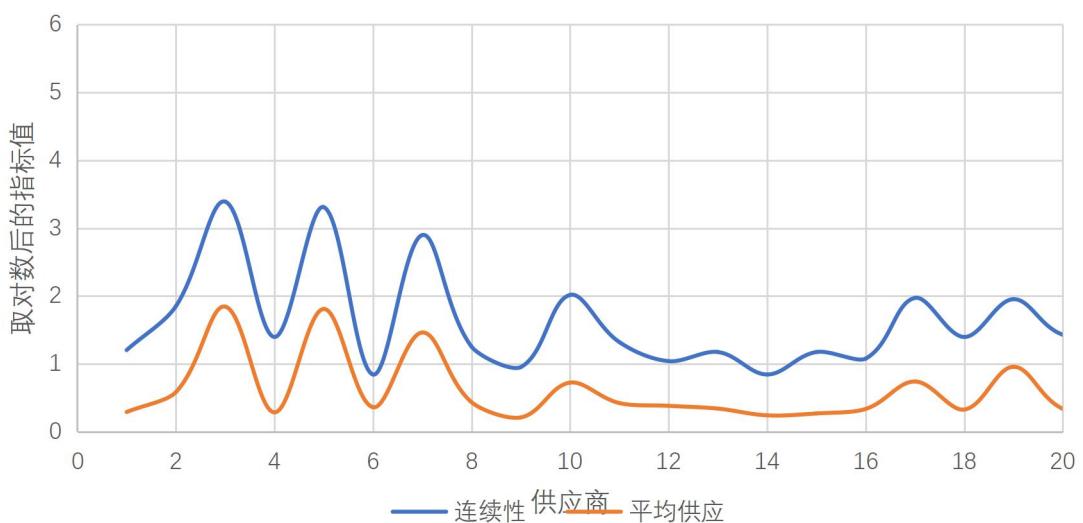
为了按照期望的供货量反推订货量、使实际供货量尽可能满足需求, 我们选取每个供货商的正态分布标准差作为稳定性指标, 计算公式如下:

$$TS_i = \sigma_i \quad (5.2.4)$$

5.2.3 供货特征个体分析

1. 供货能力与连续供货能力分析

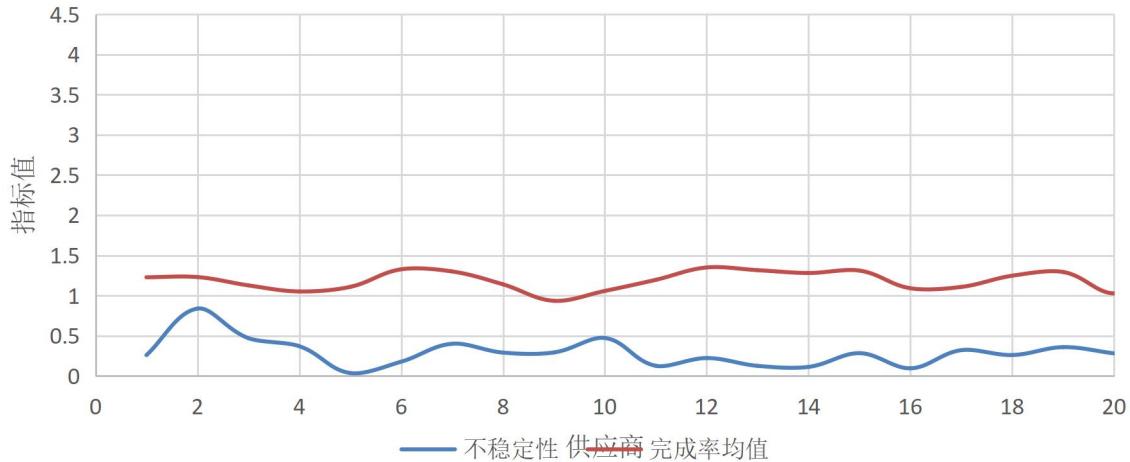
做散点图如下:



我们发现有占比多达 85% 的供货商连续 24 周的最高生产力小于 $316m^3$ (约为 10 的 2.5 次方), 平均供应指标在取对数后也呈现出相似的特征, 因此从 402 个企业中剩余 15% 的供应商中选取合作供应商具有合理意义。

2. 完成率与不稳定性分析

做散点图如下:



在完成率均值指标方面，402个供应商间呈现出完全的从0-1的随机分布特点，这反映出供应商在实际供货中的高度不确定性。而经过二次函数拟合的，以拟合RMSE作为参考的稳定性指标却只有19个供货商的不稳定性大于1，这展现出对实际供货的期望做出再估计的科学性与可行性。

5.3 反映保障企业生产重要性的模型

5.3.1 评价因子的扩充与处理

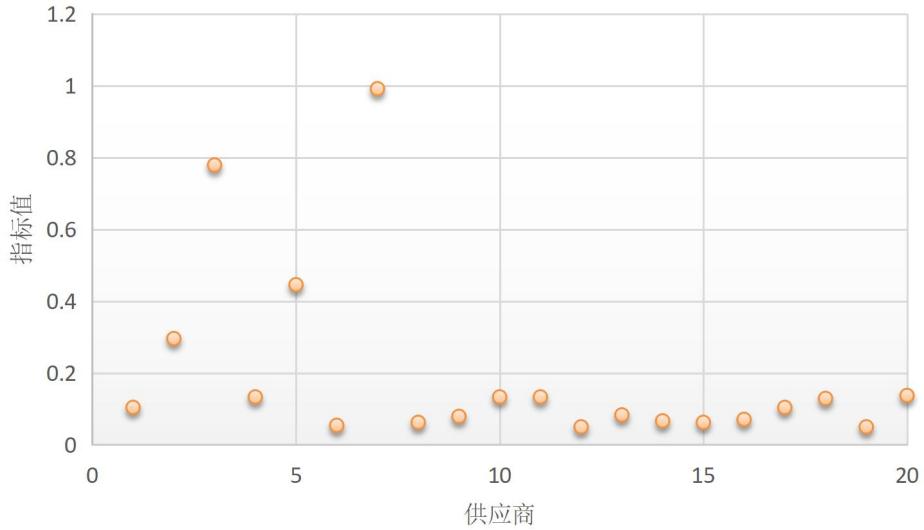
在对402家供货商的供货特征进行量化分析的过程中，我们选取了4个指标分别来反映其供货特征，但要建立反映保障企业生产重要性的模型，仅仅沿用上文的指标是不够的，这4个指标只能从客观水平体现供货商对企业生产的重要性，从而我们需要扩充评价指标集合。

1. 引入订货偏好 OP_i

从企业的角度考虑，由于企业对各个供货商存在非客观的选择偏好，即企业对各个供货商的青睐程度不同，导致某些供货商对企业生产的重要性发生不在客观因素影响下的改变，为了捕捉住这一改变，我们定义订货偏好指标为每个供应商接到订单的周数与总周数的比值，计算公式如下：

$$OP_i = \frac{n_i^{order}}{n_i^{total}} \quad (5.3.1)$$

其中 n_i^{order} 为第 i 家供应商在这 240 周中接到订单的周数， n_i^{total} 为总周数，即 240。我们做出偏好程度的指标散点图如下：



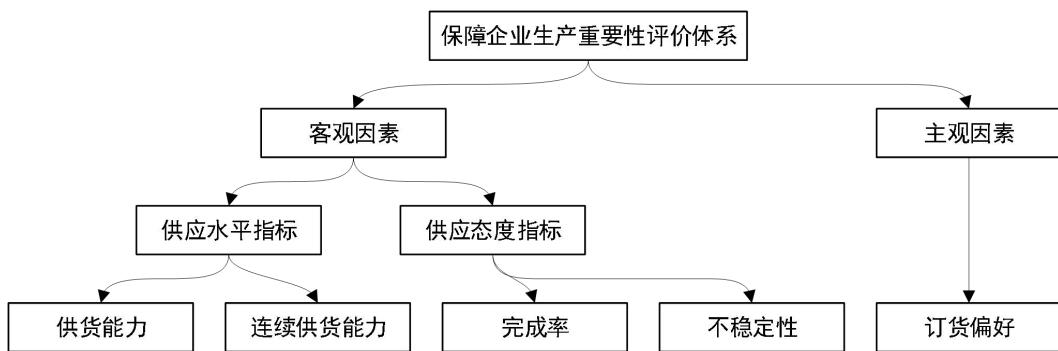
有多达 75% 的供应商的订货偏好指标在 30% 以下，这说明在过去的 24 周，该企业没有与供货商形成稳定的合作关系，对供货商的订货计划具有主观性、随意性，需要我们通过规划，对其进行优化。

2. 评价指标的处理

观察到在我们的选取的指标中，供货能力指标 SC_i ，连续供货能力 CSC_i ，完成率 FR_i ，订货偏好 OP_i 均为极大型指标，只有不稳定性指标 TS_i 为极小型指标，需要对指标数据进行正向化处理，得到稳定性指标 TS'_i ，公式如下：

$$TS'_i = TS_{\max} - TS_i \quad (5.3.2)$$

在对指标数据进行了正向化后，我们基本建立起了反映保障企业生产重要性的评价模型：



5.3.2 灰色关联度分析评价模型

1. 灰色关联度分析

灰色关联分析的基本思想是根据序列曲线几何形状的相似程度来判断其联系是否紧密。曲线越接近，相应序列之间的关联度就越大，反之就越小。在进行灰色关联度分析之前，我们需要确定参考序列—能反映系统行为特征的数据序列和比较序列—

影响系统行为的因素组成的数据序列。

如果我们以各个指标数据作为比较序列，并由各个指标数据合理地拟定一个虚构的参考序列，便可以计算两类序列之间的灰色关联度，从而构建出一种建立在灰色关联度分析上的评价方法。

2. 灰色关联度评价法

Step1.对正向化后的指标矩阵进行预处理

对指标数据进行无量纲化，此处采用均值化法，即先求出每个指标的均值，再用该指标中的每个元素都除以其均值，计算公式如下：

$$x_i(k) = \frac{x'_i(k)}{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x'_i(k)} \quad (5.3.3)$$

进而我们可以得到无量纲化后的指标序列矩阵：

$$(X_0, X_1, \dots, X_n) = \begin{pmatrix} x_1(1) & x_2(1) & \cdots & x_n(1) \\ x_1(2) & x_2(2) & \cdots & x_n(2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_1(m) & x_2(m) & \cdots & x_n(m) \end{pmatrix} \quad (5.3.4)$$

Step2.构建虚拟的参考序列

在灰色关联评价中，我们认为参考序列反映系统的理想行为特征，我们将预处理后的矩阵每一行取出最大值作为每个指标的最优值即最理想值，以其构成参考序列，这是一个我们人为构造出的序列，接下来可以通过计算该参考序列与其他指标序列之间的灰色关联系数来较为科学，客观的得到权重。

Step3.计算各个指标的权重

我们计算各个指标序列与构造的参考序列之间的灰色关联系数，计算公式如下：

$$\zeta_i(k) = \frac{\min_i |x'_0(k) - x'_i(k)| + \rho \cdot \max_i |x'_0(k) - x'_i(k)|}{|x'_0(k) - x'_i(k)| + \rho \cdot \max_i |x'_0(k) - x'_i(k)|} \quad (k=1, 2 \dots m) \quad (5.3.5)$$

各个指标与参考序列的灰色关联度记为 $r_1, r_2 \dots r_m$ 由于各个指标在综合评价中所起的作用不同，而各个指标序列的权重又与其相对于参考序列的灰色关联系数有关，我们不妨令各个指标的权重 w_i 为：

$$w_i = \frac{r_i}{\sum_{i=1}^m r_i} \quad (5.3.6)$$

Step4.计算每个供货商的得分

在得到了各个指标之间的权重以及各个供应商的指标数据后，我们便可以给出每个供应商的重要性评分，结果如下：

表 1.1 402 家供应商灰色关联度评价的结果

供货商	S001	S002	S003	S004
重要性得分	0.0010	0.0017	0.0039	0.0010
排名	313	121	44	294
S005	S006	S007	S008	S009
0.0030	0.0009	0.0037	0.0009	0.0008
58	362	47	360	371
			
S393	S394	S395	S396	S397
0.0009	0.0009	0.0151	0.0009	0.0015
365	361	10	336	136
S398	S399	S400	S401	S402
0.0010	0.0012	0.0008	0.0011	0.0007
303	223	370	245	401

注：由于全部表格过大，此处只展示部分数据，详细结果见附录。

5.3.3 主成分分析评价模型

1. 主成分分析过程

由上述的供货特征量化指标体系可以看出，供货商对企业生产的重要性是由多个因素影响的，对结果产生影响的指标数量较多，且各个指标之间的关系比较复杂，主成分分析是一种综合评价方法，对于多指标的评价问题具有降维分析的优点。基于这些特征，我们决定使用 5 个指标数据基于主成分分析来评估供应商的重要性。具体步骤如下：

Step1. 对原始数据进行标准化处理

按列计算均值 \bar{x}_j 和标准差 S_j ：

$$\bar{x}_j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_{ij} \quad S_j = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_{ij} - \bar{x}_j)^2}{n-1}} \quad (5.3.7)$$

标准化数据：

$$X_{ij} = \frac{x_{ij} - \bar{x}_j}{S_j} \quad (5.3.8)$$

原始样本矩阵经过标准化变为：

$$X = \begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} & \cdots & X_{1p} \\ X_{21} & X_{22} & \cdots & X_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ X_{n1} & X_{n2} & \cdots & X_{np} \end{bmatrix} = (X_1, X_2, \dots, X_p) \quad (5.3.9)$$

Step2. 计算 X 矩阵的相关系数矩阵 R

Step3. 计算 R 的特征值和特征向量

Step4. 计算主成分贡献率以及累计贡献率

我们使用 Octave 计算出各主成分的贡献率

4. 主成分得分评价体系

我们前三个主成分的累计贡献率已经达到 85%，我们使用前三个主成分作为评价指标，其各自的贡献率作为权重，便可以得到 402 家供应商的重要性评分，部分供应商的得分结果如下表：

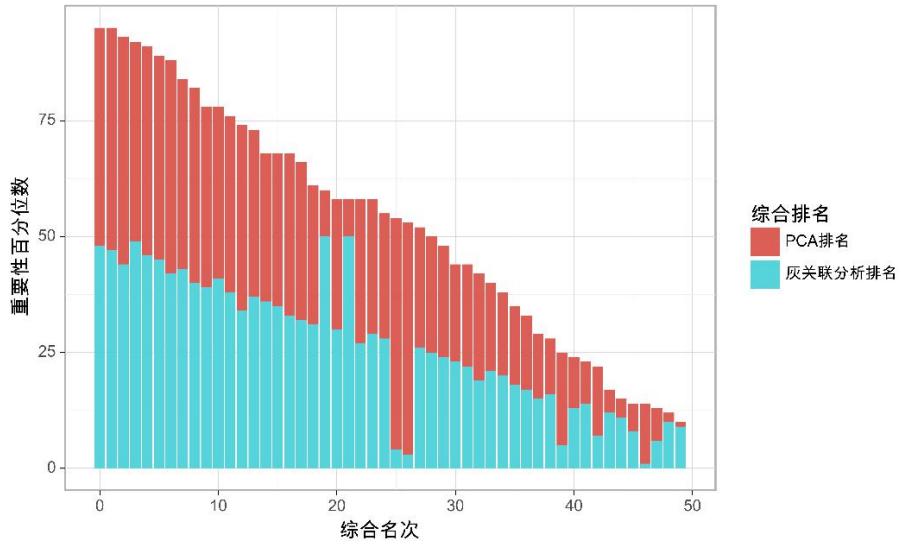
表 1.3 402 家供应商的主成分得分评价结果

供货商	S001	S002	S003	S004
重要性得分	2.19	13.55	379.68	4.33
排名	345	106	43	238
S005	S006	S007	S008	S009
207.62	1.88	105.05	3.76	1.53
49	376	56	268	398
			
S393	S394	S395	S396	S397
13.14	7.34	2921.62	2.07	1.85
109	147	11	359	379
S398	S399	S400	S401	S402
2.35	3.75	4.74	3.94	4.93
334	269	214	260	203

注：由于全部表格过大，此处只展示部分数据，详细结果见附录。

5.3.4 最重要供应商的求解

在进行了主成分得分评价和灰色关联度评价后，我们可以将两种评价方法得到的结果进行对比，结果如下：



观察上图，我们可以发现，PCA 和灰色关联评价中排名处于较大百分位数的商家采取加和计算综合排名时绝大部分也处于较大的百分位数，这可以说明两种评价方法对 402 家供货商给出的重要性排名基本重合，这说明我们建立的供货特征量化分析指标体系是较为合理的。

考虑到主成分分析可能会造成一部分指标的信息缺失，得出的重要性排名可能不够全面。我们使用灰色关联评价得到的重要性排名信息作为补充。

即采取上文中所使用的将每一家供应商在两种评价方法下的排名进行加和操作列表给出最终结果：

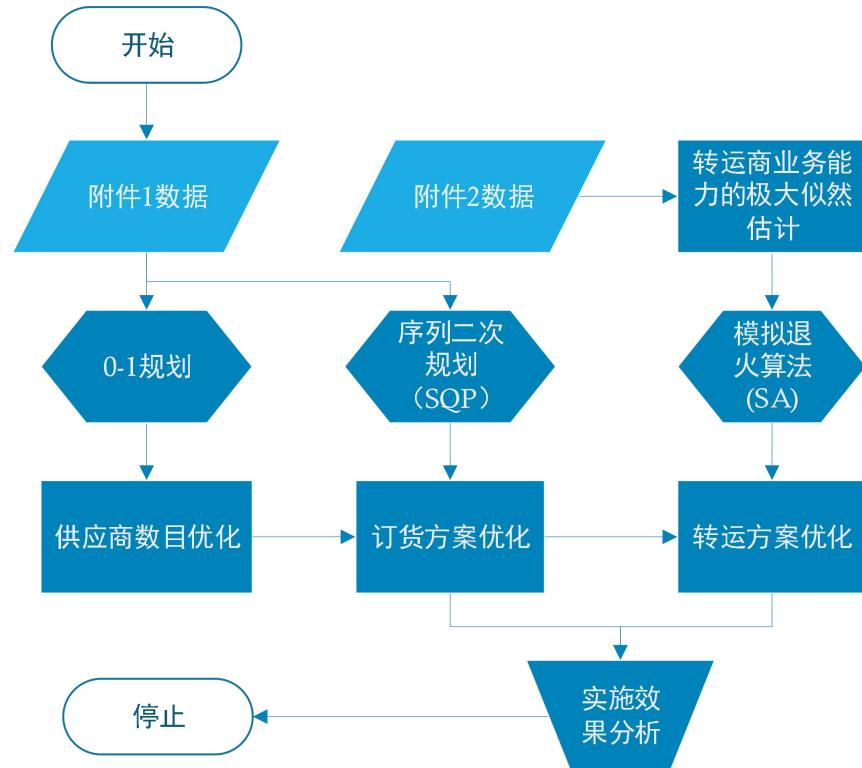
表 1.4 50 家最重要的供应商

供货商	S348	S151	S201	S140	S374	S229	S361	S126	S108	S139
综合排名	3	5	6	8	10	12	14	15	18	20
供货种类	A	C	A	B	C	A	C	C	B	B
S395	S282	S330	S308	S340	S356	S037	S329	S275	S131	S307
21	24	28	30	30	32	35	36	38	40	41
A	A	B	B	B	C	C	A	A	B	A
S306	S268	S194	S352	S074	S143	S284	S247	S338	S365	S031
42	45	50	50	52	53	55	59	62	62	65
C	C	C	A	C	A	C	C	B	C	B
S208	S040	S055	S364	S367	S210	S086	S346	S273	S080	S003
70	71	72	73	76	78	79	81	84	85	87
A	B	B	B	B	C	C	B	A	C	C
S244	S294	S154	S114	S078	S218	S007				
87	88	90	92	94	95	103				
C	C	A	A	A	C	A				

注：上表中“综合排名”指主成分得分评价排名与灰色关联评价排名求和之后重新排名。

六、问题二模型的建立与求解

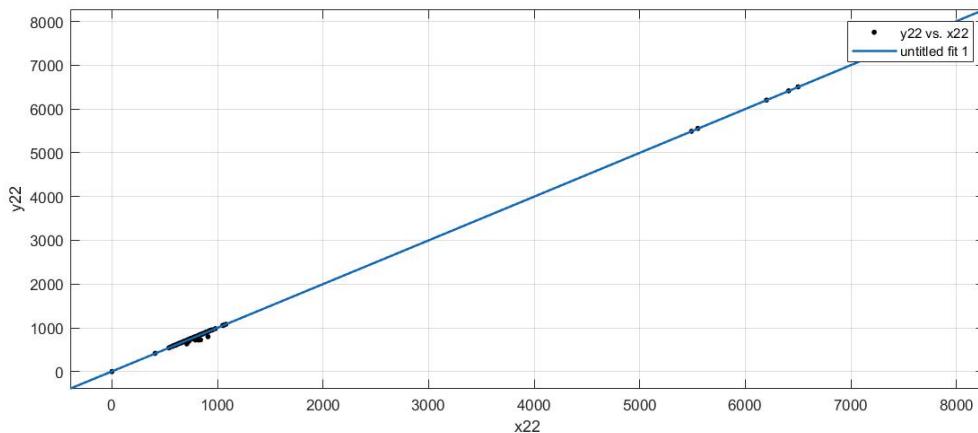
6.1 解决思路



6.2 数据处理

6.2.1 供货量与订货量拟合

基于对订货量与实际供货量的均值、即供货量期望值的二次函数关系，我们用简单的二次函数对两者间的正相关性做出拟合，记为 $f_i(\cdot)$ ：



图片需要
更改！

然而极小部分错误数据对整体的拟合结果造成了不可忽视的影响。需要对数据做出筛选处理。

筛选后，整体拟合效果更为准确：

放到这个位置

6.2.2 对错误数据进行剔除

在对每个供货商的正态分布模型的期望进行拟合的过程中，发现离群的错误数据对均方根误差（RMSE）的计算造成了显著影响。我们结合题意，以指定逻辑“最重要供应商对指定订货量的完成度低于 50% 的概率极小”，将部分显著不合理的数据筛选除。

供货商的不能保证严格按订货量供货、转运商在转运过程中会有一定的原材料损耗，面对这些影响企业经济效益的不确定性，我们用概率分布的方式对其进行规划。

6.3 求解最小供应商数目的 0-1 规划模型

6.3.1 模型的建立

决策变量：

由于在第一问我们已经选择出了 50 家供应商作为最重要的供应商，参考问题一，如果想选择尽可能少的供应商来满足生产需求，那么在这 50 家最重要的供应商中选取应该是最明智的，所以取每一家供应商的被选择状况为决策变量：

$$sel_i \in \{0, 1\} \quad (i = 1, 2, \dots, 50) \quad (6.2.1)$$

规划目标：

减少密切合作供应商的数目，提升交易质量，是第一步规划的收益目标，即：

$$\min \| \vec{sel} \|_1 \quad (6.2.2)$$

产能约束：

该企业每周的产能为 2.82 万立方米，每立方米产品需消耗 A 类原材料 0.6 立方米，或 B 类原材料 0.66 立方米，或 C 类原材料 0.72 立方米。选取的供应商在高效工作的条件下，每周为该企业供应的材料应基本接近 2.82 万立方米，即：

$$\sum_{i=1}^{402} sel_i \cdot CSC_i \in U(2.82 \times 10^4, 100) \quad (6.2.3)$$

以“是否选取该供应商”作为决策变量，以“合作供应商期望的生产力概率上满足企业生产需求”作为约束条件的主要部分，最后以“尽可能减少合作供应商数目”作为规划目标，以传统方法进行规划，于是我们建立如下的 0-1 规划模型：

$$\min \| (sel_1, sel_2, \dots, sel_{50}) \|_1$$

$$s.t. \begin{cases} sel_i \in \{0, 1\} \quad (i = 1, 2, \dots, 50) \\ 2.81 \times 10^4 \leq \sum_{i=1}^{402} sel_i \cdot CSC_i \leq 2.83 \times 10^4 \end{cases} \quad (6.2.4)$$

6.3.2 模型的求解

我们在 Octave 中对该规划进行求解得到最少选择的供应商数目和我们选择的供应商为：

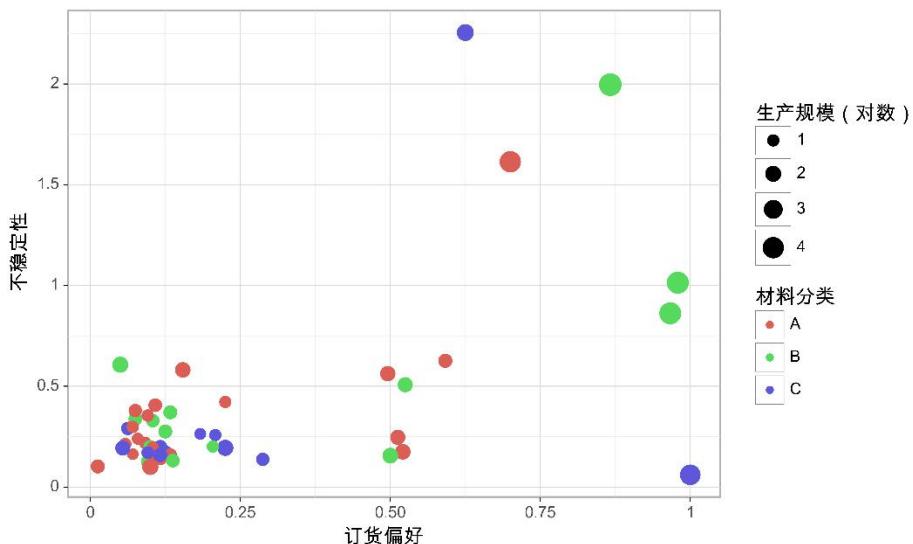
表 2.1 50 家最重要供货商中被选择的 14 家

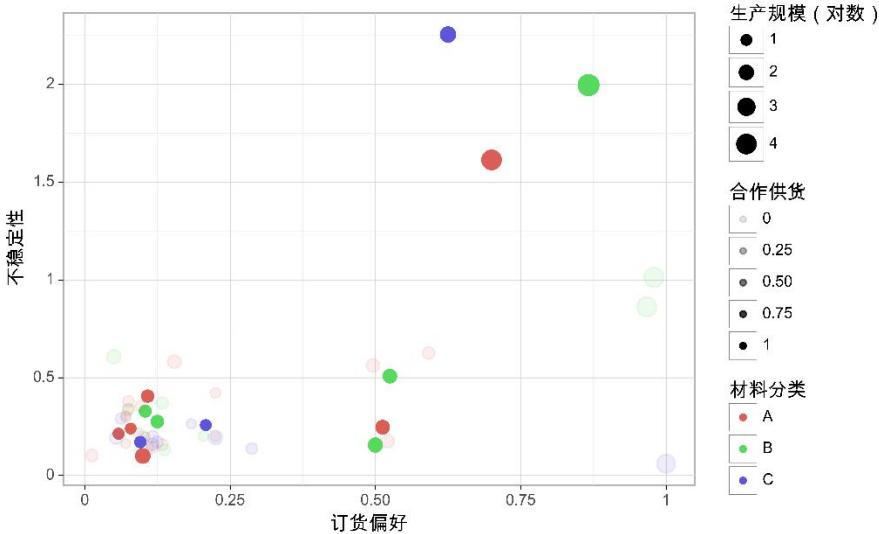
3	7	31	37	40	55	74	78	80	86
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
108	114	126	131	139	140	143	151	154	194
1	0	1	0	0	1	0	1	0	0
201	208	210	218	229	244	247	268	273	275
1	0	0	0	1	0	1	0	0	0
282	284	294	306	307	308	329	330	338	340
1	0	0	0	0	0	0	1	0	1
346	348	352	356	361	364	365	367	374	395
0	1	0	1	1	0	0	0	1	0

如上表所示，在最重要的 50 家供应商中，值为 1 的供应商为我们选择的供应商。我们至少选择 14 家供应商供应原材料才可能满足生产的需求，接下来我们会针对这些被选出的供应商给出订购方案。

6.3.3 对选取结果的检验

为了便于作图观察选取结果，我们将供货能力指标 SC_i 进行取对数操作作为生产规模指标，选取不稳定性指标 TS_i 和订货偏好指标 OP_i ，分别做出原 50 家供应商和选取的 14 家供应商的气泡图如下：





通过对比，我们可以较为清晰的看出：被选择出的可以以最少数目完成产能需求的商家基本处于图中的右上角且气泡所占面积较大，反映出其在我们提取的供货特征量化分析指标中均有较为不错的表现，说明我们选取并在接下来要与之合作商家是较为优秀的。

6.4 求解最经济订购方案的 SQP 模型

6.4.1 模型的建立

订购成本目标：

企业的重要目标是收益最大化，即在指定的产能规划下尽可能减少订购资金，即：

$$\min \sum_{j=A,B,C} \sum_{CLS_i=j} p r_j * s_i (s_i = f_i(o_i)) \quad \overrightarrow{pr} = (1.2, 1.1, 1.0) \text{ 空格不均，缺少逗号}$$

(6.3.1)

稳定性约束：

在以正态分布对供货商的供货行为进行建模后，我们可以有效地估计并约束供货商行为的不确定性。

根据正态分布的叠加原理：

$$\frac{e^{-\frac{(x-\mu_1)^2}{2\sigma_1^2}}}{\sqrt{2\pi}\sigma_1} + \frac{e^{-\frac{(x-\mu_2)^2}{2\sigma_2^2}}}{\sqrt{2\pi}\sigma_2} = \frac{e^{-\frac{(x-\mu_1-\mu_2)^2}{2(\sigma_1^2+\sigma_2^2)}}}{\sqrt{2\pi(\sigma_1^2+\sigma_2^2)}} \quad (6.3.2)$$

即：

$$N(\mu_1, \sigma_1^2) + N(\mu_2, \sigma_2^2) = N(\mu_1 + \mu_2, \sigma_1^2 + \sigma_2^2) \quad (6.3.3)$$

我们将当前周参与供货的供货商的供货量分布按 A、B、C 分类进行叠加：

$$(s_j, \sigma_j^2) = \sum_{CLS_i=j} (s_i, \sigma_i^2) (j = A, B, C) \quad (6.3.4)$$

再将三种原材料的概率分布转化为企业产量的概率分布：

$$(s_{total}, \sigma_{total}^2) = \sum_{j=A, B, C} (s_j * cs_j, (\sigma_j * cs_j)^2) (\vec{cs} = (0.6, 0.66, 0.71)) \quad (6.3.5)$$

最后我们对其标准差做出约束：

$$\sigma_{total} \leq 100 \quad (6.3.6)$$

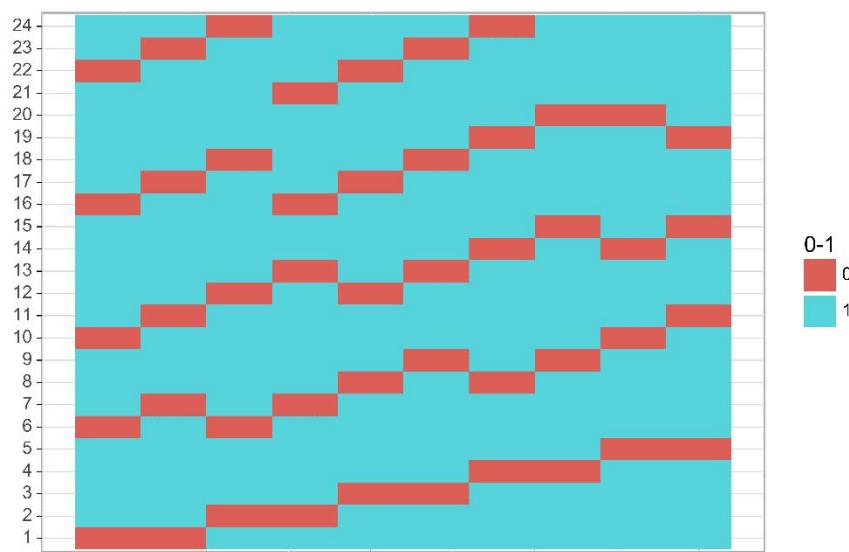
产能约束：

我们同样需要通过等式约束控制总供货量与产能匹配：

$$s_{total} = 2.82 \times 10^4 \quad (6.3.7)$$

实际排班约束：

考虑到 24 周内的订货计划范围从 402 个供货商骤降到 14 个供货商，在出于经济的考量不选择 B 类原材料的供货商后这个数字还会更小。因此需要定时减小供货商的供货量避免其承受过大的供货压力。因此我们以区组设计的思想为 10 位 A、C 类供货商安排“置休周”。计划的 24 周内仅选取非置休日的供货商参与规划：



上图中 0 代表该供货商今天不参与原材料供应，相反的，1 代表参与。纵坐标代表需要规划的 1-24 周。

6.4.2 引入序列二次规划 (SQP)

非线性规划问题是目标函数或约束条件中包含非线性函数的规划问题。一般说来，求解非线性规划问题比求解线性规划问题困难得多。而且，不像线性规划有单纯形法这一通用方法，非线性规划目前还没有适用于各种问题的一般算法，已有的各种方法都有其特定的适用范围。

序列二次规划算法 (SQP) 是目前公认的求解约束非线性优化问题最有效的方法之一。与其他算法相比，序列二次规划法的优点是收敛性好、计算效率高、边界搜索能力强，适合用于解决本题中求解最经济订购方案的这类中等规模问题。

1. SQP 的基本思想

Karush-Kuhn-Tucker (KKT) 条件是非线性规划最优解的必要条件。KKT 条件将 Lagrange 乘数法所处理涉及等式的约束优化问题推广至不等式。

SQP 算法是一种直接有效求解非线性约束问题的方法是基于问题中的函数 $f(x)$ 和 $c_i(x)$ 的某种近似迭代法，尤其是利用约束函数 $c_i(x)$ 的线性近似。

使用 SQP 能将复杂的非线性约束最优化问题转化为比较简单的二次规划问题求解的算法。所谓二次规划问题，即目标函数为二次函数，约束函数为线性函数的最优化问题。

2. 优化流程

Step1. 输入初始值 x_0

Step2. 根据所求最优原材料订购问题，构建 SQP 子问题

Step3. 求解子问题，得到搜索方向 d_k ($d_k \in R^n$)、Lagrange 乘子 λ_k 和 μ_k

Step4. 若 $d_k = 0$ ，则 $x_{k+1} = x_0$ ，转 Step7；若 $d_k \neq 0$ ，转 Step5

Step5. 通过线搜索确定步长 a_k ，并令 $x_{k+1} = x_k + a_k d_k$

Step6. 若结果收敛，则转 Step7；否则，令 $k = k + 1$ ，转 Step3

Step7. 输出结果作为规划问题最优解

6.4.3 模型的求解

综上所述，我们利用建立的 SQP 模型，尝试对结果做出如下规划：

$$\min \sum_{j=A,B,C} \sum_{CLS_i=j} p r_j * s_i$$

$$s.t. \left\{ \begin{array}{l} s_i = f_i(o_i) \\ \vec{pr} = (1.2, 1.1, 1.0) \\ \vec{cs} = (0.6, 0.66, 0.72) \\ s_{total} = 2.82 \times 10^4 \\ \sigma_{total} \leq 100 \end{array} \right. \quad (6.3.14)$$

使用 Octave 求解得到 24 周的订购方案，规划结果在附录和支撑材料内的附件 A 中均有呈现。

6.5 求解最低损耗转运的 SA 模型

6.5.1 模型的建立

1. 最大似然估计预测转运商能力

给定转运商对货物转运成功率概率分布 $T \sim B(n, p)$ ，假定其概率聚集函数为 f_T ，以及分布参数 p ，我们可以从这个分布中抽出一个具有 n 个值的采样 x_1, x_2, \dots, x_n ，通过利用 f_T ，我们就能计算出其概率：

$$P = (x_1, x_2, \dots, x_n) = f_T(x_1, x_2, \dots, x_n | p) \quad (6.4.1)$$

但是，我们可能不知道 p 的值，尽管我们知道这些采样数据来自于分布 T 。一个自然的想法是从这个分布中抽出一个具有 n 个值的采样 x_1, x_2, \dots, x_n ，然后用这些采样数据来估计 p 。

一旦我们获得，我们就能从中找到一个关于 p 的估计。最大似然估计会在所有可能的 p 取值中，寻找一个值使这个采样的“可能性”最大化。这种方法同一些其他的估计方法不同，如 p 的非偏估计，非偏估计未必会输出一个最可能的值，而是会输出一个既不高估也不低估的 p 值。

我们首先定义可能性：

$$lik(p) = f_T(x_1, x_2, \dots, x_n | p) \quad (6.4.2)$$

并且在 p 的所有取值上，使这个函数最大化。这个使可能性最大的值即被称为 p 的最大似然估计：

$$f_{T_i}(\vec{x} | p) = \prod_{w=1}^{240} P(T_i = x_w | T_i \sim B(n_w, p)) (i = 1, 2, \dots, 8) \quad (6.4.3)$$

其中：

$$P(T_i = x_w | T_i \sim B(n_w, p)) = \binom{n_w}{x_w} p^{x_w} (1-p)^{n_w - x_w} \quad (6.4.4)$$

对 $lik_i(p)$ 函数求解 p 的最大值点，记为 π ，结果为：

$$\begin{aligned} p_i &= \underset{p}{\operatorname{argmax}} lik_i(p) \\ \vec{p} &= (0.943, 0.950, 0.843, 0.923, 0.907, 0.935, 0.932, 0.934) \end{aligned} \quad (6.4.5)$$

2. 确定与供货转运分配的规划模型

决策变量:

我们以 14 列合作供货商、8 行转运商构造 0-1 矩阵，分 24 周对第二步订货计划的结果进行规划，其中“1”表示所处列的合作供货商的货物有所处行的运货商承办。

不确定性约束:

将各个运货商的二项分布分类别进行叠加计算，即：

$$T_j = \sum_{CLS_i=j} pr_j \cdot T_i (j = A, B, C) \quad (6.4.6)$$

考虑到不确定性带来的损失，设置损失阈值 $c_A = 150m^3$, $c_B = 165m^3$, $c_C = 180m^3$ 要求大于该阈值损失的概率低于借助平方倒数无穷和确定的函数 $g(l)$ 。即：

$$g_j(l) = \begin{cases} 1 & l \leq c_j \\ \frac{6}{\pi^2} & l > c_j \end{cases} \quad (j = A, B, C) \quad (6.4.7)$$

转运量约束:

每家转运商的运输能力为 6000 立方米/周，即：

$$\overrightarrow{tran} = \mathbf{coop} \cdot \vec{s} \quad (6.4.8)$$
$$tran_i \leq 6000 \quad (i = 1, 2, \dots, 8)$$

规则约束:

通常情况下，一家供应商每周供应的原材料尽量由一家转运商运输，即：

$$\| \overrightarrow{coop}_{\cdot j} \|_1 \leq 1 \quad (j = 1, 2, \dots, 14) \quad (6.4.9)$$

上式中 $\| \cdot \|_p$ 表示 p —范数。

6.5.2 引入模拟退火算法 (SA)

1. 组合优化问题

组合优化问题的目标是从组合问题的可行解集中求出最优解，通常可描述为：令 $\Omega = \{s_1, s_2, \dots, s_n\}$ 为所有状态构成的解空间， $C(s_i)$ 为状态 s_i 对应的目标函数值，要求寻找最优解 s^* ，使得对于所有的 $s_i \in \Omega$ ，有 $C(s^*) = \min C(s_i)$ 。

对于题目中要求的求解在 24 周的订购方案已经确定的条件下，为每周的各个供应商分配转运商，使总损耗最少。这是一个典型的组合优化问题，应用一般规划方法求解需要极长的运行时间与极大的存储空间，以致可能无法在现有计算机上实现。

考虑到模拟退火算法在解决组合优化问题中快速收敛，表现优异的性质，我们引

入模拟退火算法解决最低损耗转运问题。

2. 模拟退火算法基本思想

经典的模拟退火算法按照 Metropolis 准则，以 $P = e^{-\Delta E/T}$ 的概率接受恶化解，在 T 较大时 P 亦较大，即在较高的初始温度下，算法容易接受恶化解，从而能够跳出局部最优解，这大大减少了算法对初始解的依赖；而通过缓慢地降低温度，温度趋于零值时不再接受恶化解，算法可逼近全局最优解。

在模拟退火算法执行期间，随着温度参数 T 减小，算法返回某个整体最优解的概率单调增加，返回某个非最优解的概率单调减少；且在足够多的扰动及迭代次数下，多项式时间内模拟退火算法渐近收敛于近似最优解集。

6.5.3 模型的求解

利用上文建立的模拟退火算法模型，我们可以对最低转运损耗做出优化：

$$\min \sum_{i=1}^8 tran_i p_i$$

$$\left\{ \begin{array}{l} tran_i \leq 6000 \quad (i=1, 2, \dots, 8) \\ \|\overrightarrow{coop_{\cdot,j}}\|_1 \leq 1 \quad (j=1, 2, \dots, 14) \\ p(T_i=k) \leq g_i(tran_i-k) \quad (k=0, 1, \dots, tran_i) \end{array} \right. \quad (6.4.10)$$

使用 Octave 编程进行求解。结果规划结果在附录和支撑材料内的附件 B 中均有呈现。

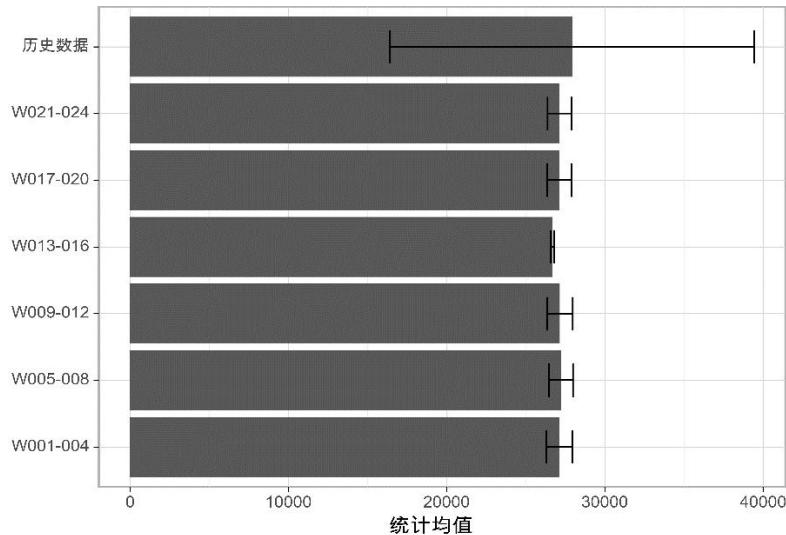
6.6 订购方案实施效果分析

6.6.1 对比原订购方案差异分析

为了对订购方案的实施效果进行分析，我们需要确定一个评价基准来表现规划所带来的显著增益，我们选取企业在没有对订购方案进行优化前的历史订购方案，提取其中的特征信息，通过分析差异来阐述实施效果。

1. 产能达标情况

首先考察规划前后企业的订购是否能满足其自身产能需求，我们将规划后的订购方案每 4 周分为一组，将历史数据单独分为一组，分别计算每组产能的周均值和方差，作为一个月内的产能达标情况，做出误差条形图如下：

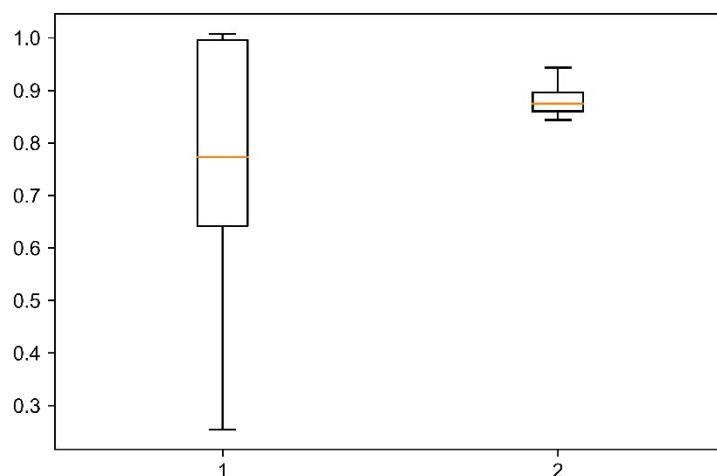


从上图中我们可以看到，所有组供货量的周平均值都达到了 2.82 万立方米，但是规划后的数据中每组供货量的方差较小，历史数据中的方差较大。这表现出无论在规划前或后，企业做出的订购方案在整体水平上都能够满足自身的产能需求，只不过在规划前企业的订购缺少规律，波动较大。可能会出现订购的原材料远高于本周所能创造的产能，导致材料挤压，仓储压力较大；也可能会出现订购的原材料远低于本周所能创造的产能，因原材料不足导致资源利用率下降，企业受益减少。

但是观察规划后的数据，在满足每周产能的条件下，均能做到在最大产能附近波动，使产能得到最大化利用，同时减少仓储成本，相较于历史数据中的订购方案提升明显。

2. 完成订单情况

沿用问题一中定义的完成率指标，我们可以将规划后的订购方案分为一组，将历史数据分为一组，分别计算其完成率的上下极限，上下四分位数以及中位数，做出如下的箱线图进行分析（其中 1 代表历史数据组的完成率情况，2 代表规划后组的完成率情况）：



可以看出，在未进行规划之前，供应商的订单完成率参差不齐，尽管完成率上极

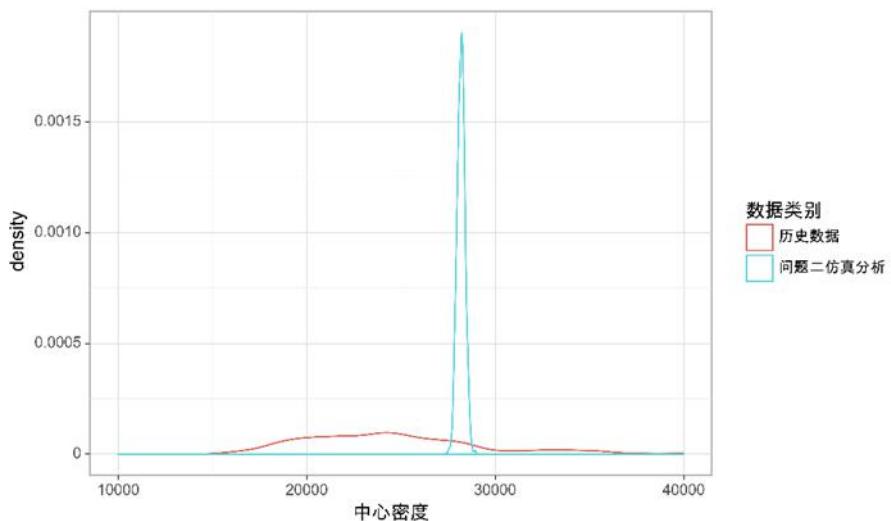
限接近 100% 和上四分位数也接近 100% 都要优于规划后的订货方案。但是完成率的下极限和下四分位数过低，企业面临的风险过大。

考察规划后的企业完成率，其整体完成率大致分布在 90% 附近，在企业能忍受的缺失范围内表现的非常稳定，其中位数大致位于 85%，明显高于未规划前的 78% 左右的完成率，这表明经过了规划，我们降低了企业因订单无法被较为高效的完成而面临的风险。

6.6.2 仿真模拟分析

为将各合作供货商所对应的正态分布和叠加的结果以具像化的形式表达，我们以蒙特卡洛法对问题二的结果进行简单的仿真模拟分析。

对每一周的预期供货量分布，选取 100 个在 [0,1] 间随机分布的随机数代入其概率积分函数提取结果。由于 24 周的规划具有相似条件，我们将 2400 个模拟结果提取进行分析。同时，我们选取历史真实数据并将其复制到相同规模，与模拟结果通过密度图进行对比分析。

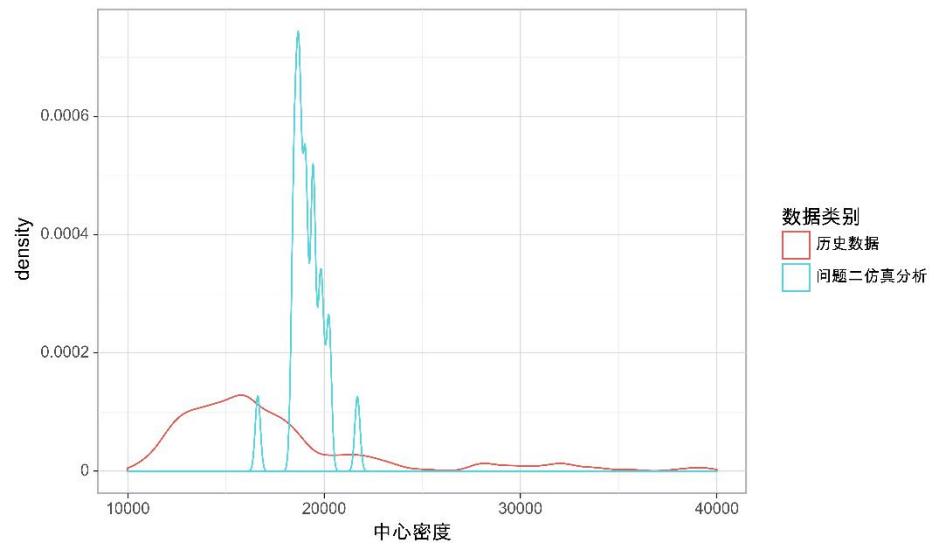


通过密度图我们发现我们的规划结果对随机供货量方差的控制比较成功，波峰的位置也比较靠近企业产能，规划效果较好。

6.7 转运方案实施效果分析

6.7.1 仿真模拟分析

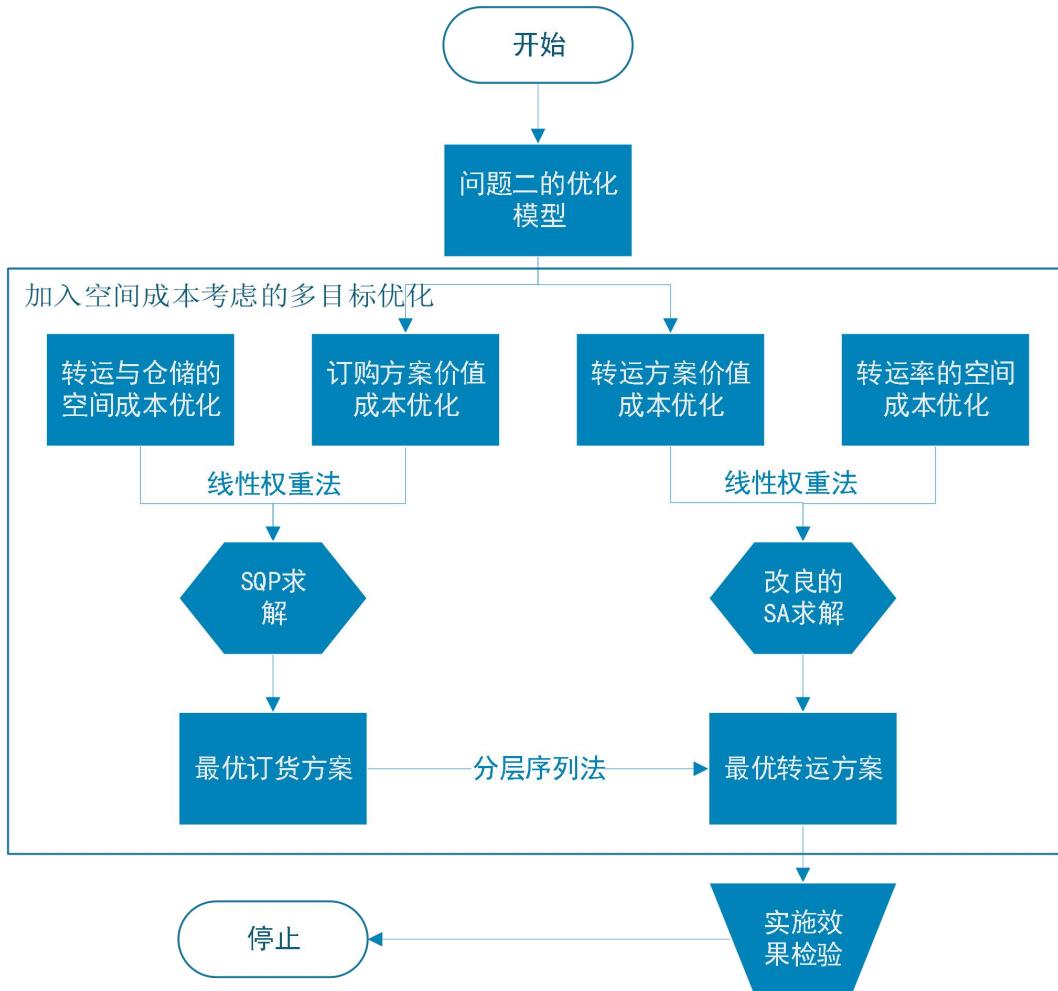
考虑到不同 p 值的二项分布叠加的计算量较大，我们采用 100^8 个随机点对最终的概率分布进行拟合，同样将经转运损耗后的原材料供货总体积由密度图的形式呈现，结果如下：



由密度图我们看出，在本问题的规划中，虽然经过规划后的波峰更为集中，即原材料损失的不确定性得到控制，但是由于订货原材料的总体积较大，由原材料转运及仓储的成本带来的额外成本始终不可忽略。在问题三的规划中，我们会有更详细的讨论。

七、问题三模型的建立与求解

7.1 解决思路



7.2 加入空间成本考虑的多目标优化模型

7.2.1 模型继承

在问题二中，我们将目光锁定在企业原材料在订购和转运过程中的价值成本上，而忽略了原材料在转运及仓储过程中的空间成本，在第三问中我们将对加入了空间成本考虑的优化进行深入探讨。

1. 多目标优化问题

对于“尽量多地采购A类”、“尽量少的采购C类”与“转运损耗率尽量少”的多目标问题，一般可以采取如下两种方法进行求解。

分层序列法：将多个目标一次优化，每一次的优化都以上一次的优化结果为条件。

线性权重法：对多个目标进行加权求和，从而将多目标问题转化为单目标问题。

2. 对问题二中模型的继承

在问题三模型的建立过程中，我们可以通过对多个优化目标进行分层序列法求解，从而将其转换为可以用第问题二中的SQP-SA优化算法模型解决的问题，转化的过程只需将问题二优化过程中的价值成本目标增加考虑空间成本目标，利用多目标优化中

的线性权重法取两个目标函数等权重

为了降低转运及仓储成本,第一层要添加的目标函数为:购买 A 的数量尽可能多,购买 C 的数量尽可能少,则补充后的目标函数为

$$\min \left[F_1 + \left(\sum_{i=1}^{14} o_i \cdot \psi_{iC} - \sum_{i=1}^{14} o_i \cdot \psi_{iA} \right) \right] \quad (7.2.1)$$

其中 F_1 为问题二中第一层对订购方案的规划——只考虑了价值成本的目标函数, ψ_{ij} ($j = A, B, C$) 为标记变量, 当第 i 个供应商所提供的货物种类为 j 时, ψ_{ij} 记为 1, 否则为 0, 上式表述为 C 类与 A 原材料的总进货量之差, 希望其尽可能小。

为了使转运商的转运空间成本尽可能低, 将第二层的目标函数改为转运损耗率尽可能低:

$$\min \left\{ F_2 + \left[\sum_{j=1}^{14} \sum_{i=1}^8 (1 - p_i) \cdot sel_i \cdot o_j \cdot (0.6\varphi_{jA} + 0.66\varphi_{jB} + 0.72\varphi_{jC}) \right] \right\} \quad (7.2.2)$$

其中 F_2 为问题二中第二层对转运损耗的规划——只考虑了价值成本的目标函数, $1 - p_i$ 为第 i 个转运商的平均损耗率, 上式表述为 A、B、C 三类原材料损失的体积总和。

保持问题二的约束条件和决策变量不变, 即可通过分层序列求解的方法借出空间成本最优的订购方案及转运方案。

7.2.2 转运及仓储成本的优化

继承问题二中的优化方法, 我们使用 SQP 序列二次规划对转运及仓储成本进行优化, 构建的模型如下:

$$\begin{aligned} & \min \left[F_1 + \left(\sum_{i=1}^{14} o_i \cdot \psi_{iC} - \sum_{i=1}^{14} o_i \cdot \psi_{iA} \right) \right] \\ s.t. & \left\{ \begin{array}{ll} s_i = & f_i(o_i) \\ \overrightarrow{pr} = & (1.2, 1.1, 1.0) \\ \overrightarrow{cs} = & (0.6, 0.66, 0.72) \\ s_{total} = & 2.82 \times 10^4 \\ \sigma_{total} \leq & 100 \end{array} \right. \end{aligned} \quad (7.2.3)$$

使用 Octave 计算, 得到结果规划结果在附录和支撑材料内的附件 A 中均有呈现。

7.3 转运损耗率最低的优化

7.3.1 添加惩罚项函数的自适应模拟退火算法

在上一部分的传统模拟退火算法求解最低损耗的过程中，我们发现由于决策变量数目较大，约束条件过多，导致计算的时间效率比预想的低，在问题三中我们使用如下的改良后的模拟退火算法。

1. 惩罚项函数的构建

我们的模型是一个多约束优化问题，直接对其进行求解比较复杂，下面我们利用罚函数对该模型进行简化。惩罚项函数是一种常用的约束条件处理技术，通过惩罚函数可以将有约束的目标函数转化为无约束或较少的目标函数。在模拟退火算法中处理不等式约束时惩罚函数起到极大的减小运算规模的作用。

在原有的模拟退火适应度函数上，我们添加惩罚项 M :

$$M = \max \left\{ \sum_{i=1}^{14} S_i - 6000 \times n, 0 \right\} \quad (7.3.1)$$

其中 S_i 表示每周第 i 个转运商接到的供货量的总和，题目中要求每家转运商的运输能力为 6000 立方米/周，这是一个不等式约束条件，当我们的粒子中转运商的运输量超过限制时，其对应的适应度函数变回到一个惩罚项的阻滞，使其较难成为最优解。

2. 自适应性的实现

为了使本文使用的模拟退火算法具有自适应性，我们同时设计两个算法的出口，只要满足其中一个算法便可以退出迭代：

- (1) 迭代总步数控制法：设定总的迭代步数为 K ，当迭代步数超过 K 时，算法可以停止；
- (2) 基于不改进规则的控制法：如果当前最近在连续 Q 步降温期间没有被更新，则认为已收敛到最优解，算法停止；

3. 解决步骤

基于上述我们对改良后的模拟退火模型的建立，给出如下的损耗率最低优化问题的解决步骤：

Step1. 随机产生 L 个初始解 X_1, X_2, \dots, X_L 和权值和权值 w_1, w_2 ，分别计算出初始温度， $f(X_i)$ ，确定出最优解 X^* ，令其为当前解，令 $k=0$ ；

Step2. 由当前解 X 产生新解 X' ，并计算它对应的目标值，令 $k=k+1$ ；

Step3. 产生 0 到 1 随机数 $random(0,1)$ 若 $\exp[(f(X) - f(X'))/t_k] > random(0, 1)$ 或 $f(X') \leq f(X)$ ，则用 X' 代替 X^* 成为新的当前最优解，否则不变，返回 Step2；

Step4. 若当前最优解已经连续 Q 不降温期间均未改变，则输出当前最优解，算法停止。否则转 Step6；

Step7. 若 $k=K$, 则输出当前最优解, 算法停止; 否则, 降低温度: $t_k = t_{k+1}/(1 + \beta t_k)$, 返回 Step2;

7.3.2 最低损耗率优化结果

基于上文我们建立的改良模拟退火算法, 我们可以建立如下的优化模型:

$$\begin{aligned} & \min \left\{ F_2 + \left[\sum_{j=1}^{14} \sum_{i=1}^8 (1 - p_i) \cdot sel_i \cdot o_j \cdot (0.6\varphi_{jA} + 0.66\varphi_{jB} + 0.72\varphi_{jC}) \right] \right\} \\ & s.t. \begin{cases} tran_i \leq 6000 \quad (i=1, 2, \dots, 8) \\ \|\overrightarrow{coop}_{\cdot j}\|_1 \leq 1 \quad (j=1, 2, \dots, 14) \\ p(T_i=k) \leq g_i(tran_i - k) \quad (k=0, 1, \dots, tran_i) \end{cases} \end{aligned} \quad (7.3.2)$$

使用 Octave 进行求解, 得到的结果规划结果在附录和支撑材料内的附件 B 中均有呈现。

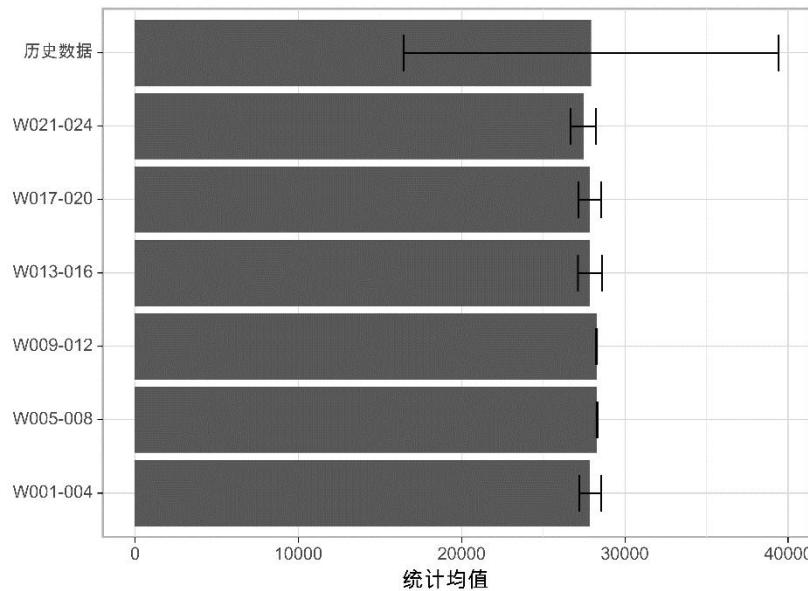
7.4 订购方案实施效果分析

7.4.1 对比原订购方案差异分析

我们沿用问题二中的可视化分析方法, 对问题三中订购方案的结果进行分析。不过我们更侧重于问题三的实施效果与问题二的不同之处。

1. 产能达标情况

在加入了对空间成本的考虑后, 我们重新分析各组的产能达标情况, 依旧将规划后的订购方案每 4 周分为一组, 将历史数据单独分为一组, 分别计算每组产能的周均值和方差, 作为一个月内的产能达标情况, 做出误差条形图如下:



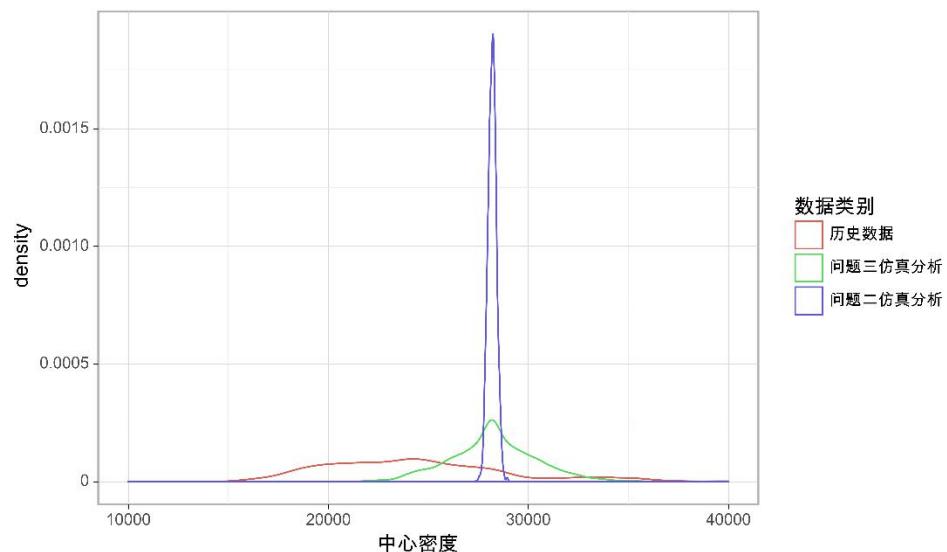
可以看出，考虑了空间成本后产能均值与问题二类似，全部超过了 2.82 万立方米，但是可以观察到每组的方差要比问题二中的更小，说明缺少或者冗余的供货量对空间成本的影响更大，会造成较强的约束。总体来说加入了空间成本的方案实施效果要略优于只考虑价值成本的优化方案。

2. 完成订单情况

经过统计计算发现，问题二与问题三在进行规划后供应商的完成率没有显著变化，说明加入了空间成本的优化对订单完成的效果无较大影响。

7.4.2 仿真模拟分析

我们以相同的方法处理问题三的规划结果，并将其与问题二的规划结果、历史真实数据共同通过密度图进行对比分析。

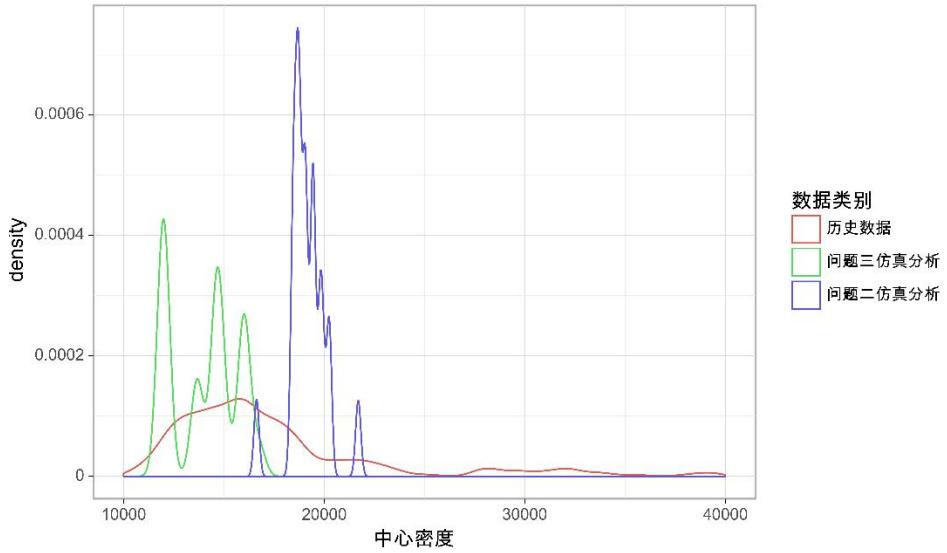


在密度图中，我们发现问题三的规划结果虽然与问题二的极大值位置相同，期望上考虑结果较为满意。但其在靠近企业产能位置的波峰没有问题二集中，即其在考虑到原材料在转运方面的不确定性后，在供货方面受不确定性影响增强了。我们认为问题二分析较为片面、理想化，而问题三的密度波形更倾向于现实结果。

7.5 转运方案实施效果分析

7.5.1 仿真模拟分析

对于转运方案的实施效果，我们同样将经转运损耗后的原材料供货总体积由密度图的形式呈现，并添加到含有问题二规划与历史数据的结果中：



不出所料，我们发现虽然问题三的规划结果在订货成本、供货稳定性方面略逊色与问题二的规划结果，但再仿真模拟下，其在尽可能选择 A 类原材料，压缩原材料体积以减少原材料的转运及仓储成本方面的结果却显著优于问题二的规划结果与历史数据的统计结果。在多目标规划的方法指引下，该模型实现了对“供货商行为不确定性”与“转运商行为不确定性”的综合把控，其结果具有更强的泛化能力，更深刻的现实意义。

八、问题四模型的建立与求解

8.1 产能提高的模型建立

经过更改的收益目标：通过技术改造，该企业已具备了提高产能的潜力，提升收益的逻辑也由“通过调整订货种类减少订货成本”变更为了“增加合作供货商提升产能”，即：

$$\max \sum_{j=A,B,C} \sum_{CLS_i=j} c s_j * s_i \quad (8.2.1)$$

8.2 转运方案优化模型

8.2.1 区组设计理论

1. 基本思想

我们把每月选取的合作供货商视为一个区组。在一个区组设计中，我们令每个供货商恰在 r 个区组中出现，即在 24 周内每个供货商都供货 r 周。令每个区组恰包含 k 个点，即每周恰有 k 个供货商进行供货。当区组设计中任意两个不同的供货商恰好同时出现在几个区组中时，称该区组设计为平衡设计，且称 λ 为设计的相遇数。

$$\begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1,24} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2,24} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{50,1} & b_{50,2} & \cdots & b_{50,24} \end{pmatrix} b_{ij} \in \{0, 1\} \quad (8.3.1)$$

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{50} b_{i1} &= \sum_{i=1}^{50} b_{i2} = \dots = k \\ \sum_{j=1}^{24} b_{1j} &= \sum_{j=1}^{24} b_{2j} = \dots = \lambda \end{aligned} \quad (8.3.2)$$

2. 平衡不完全区组设计 (BBD)

平衡不完全区组设计是一类重要的区组设计。若 X 为 v 元点集，居为 X 的一些 k 元子集组成的族（这些 k 元子集称为区组），使得 X 中的任意点对恰好出现在几个区组中，则称区组设计为一个平衡不完全区组设计。

在 BIBD 方案下的规划具有许多优点：

1. 经济性：

全部的供货行为可以不安排在同一个区组（同一周）内进行，对区组的要求较低，经济的降低了计划成本。

2. 平衡性：

- a) 每个供货商水平重复次数相同 (r 相同)；
- b) 每个区组（每周的安排）包含的水平个数相同 (k 相同)；
- c) 任意两个水平对，在整个试验中出现的重复次数相同，即供货商不会长时间地持续供货或是长时间地被闲置 (λ 相同)。

3. 灵活性：

可以根据 k 的大小，灵活、分散的进行规划。

4. 发掘潜在信息的可能性：

在 24 周的生产计划中，我们可以以控制变量的思想近似地发掘供货商之间潜在的信息，如：具有相似生产条件的供货商在相同的恶劣天气下都呈现出产能不足的特点。

8.2.2 模型的建立

基于区组设计思想对供应商的集中供应进行优化：每周处理 50 份订货计划，并对转运商做出规划会给企业与供货商同时带来过大压力，出于企业工作量与供货商不定时休息的考虑。通过对历史数据的分析我们发现，在每周的订货计划中，在 50 个最重要供货商中，仅选择了 20-30 个供货商进行订货。因此我们引入区组规划的思想对供货商的供货、休息按月进行规划。

1. 不确定性约束：

在具备提高产能的潜力后企业会采取提高订货量以满足生产需求，而随之而来的

是不确定性的上升，我们在此以提升产量带来的显式收益大于不确定性升高带来的隐式影响的宗旨，以产能提高的规模放宽对 σ_{total} 的约束。

$$\sigma_{total} \leq 300 \quad (8.3.3)$$

2. 供货量约束:

我们以与问题一中“连续性指标”相似的计算逻辑，以指定的卷积向量对单一供货商每月（4周）的最大供货量进行计算：

$$LIM_i = \frac{1}{4} \max \overrightarrow{\text{conv}}(\overrightarrow{SH_i}, \overrightarrow{\text{array}}) (i=1, 2, \dots, 50) \quad (8.3.4)$$

$$f_i(o_i) = s_i \leq LIM_i$$

3. 转运量约束:

相较于供货量约束，我们缺乏对转运商历史上每周转运量的数据，只能对转运量做出推测，因此转运量约束相对简单、直接一些：

$$\sum_{i=1}^{50} coop_{ij} s_j \leq 6000 \quad (8.3.5)$$

即：

$$\overrightarrow{tran} = \mathbf{coop} \cdot \vec{s} \quad (8.3.6)$$

$$tran_i \leq 6000 (i=1, 2, \dots, 50)$$

8.2.3 模型的求解

综上所述，我们利用问题二的现有模型对上述问题进行规划：

$$\max \sum_{j=A, B, C} \sum_{CLS_i=j} c s_j * s_i$$

$$s.t. \begin{cases} s_i = f_i(o_i) \\ LIM_i \leq s_i \\ tran_i \leq 6000 (i=1, 2, \dots, 50) \\ \sigma_{total} \leq 300 \end{cases} \quad (8.3.7)$$

使用 Octave 进行求解，得到的产能提高为：

订购方案优结果在附录和支撑材料内的附件 A 中均有呈现

8.3 转运方案优化模型

在上文中我们确定了可以提高的产能和产能提高后的订购方案，只需要沿用第二问的模型类似的对转运方案进行求解，即使模型的部分约束条件发生改变，在制定订货

方案时的规划也完全不同，我们也应在制定转运计划时减小原材料损耗、全面提高模型产能。我们以与问题二相同的规划方案对问题进行规划：

$$\begin{aligned}
 & \min \sum_{i=1}^8 tran_i p_i \\
 s.t. \quad & \left\{ \begin{array}{ll} tran_i \leq & 6000 (i=1, 2, \dots, 8) \\ \|\overrightarrow{coop_{\cdot,j}}\|_1 \leq & 1 (j=1, 2, \dots, 14) \\ p(T_i=k) \leq & g_i(tran_i - k) (k=0, 1, \dots, tran_i) \end{array} \right. \tag{8.3.8}
 \end{aligned}$$

使用 Octave 编程进行求解。结果规划结果在附录和支撑材料内的附件 B 中均有呈现。

九、模型的评价、改进与推广

9.1 问题一：反映保障企业生产重要性模型

9.1.1 模型的优点

1. 主成分得分评价模型与灰色关联度评价模型给出的重要性排名相关度高，可以相互验证，说明我们的指标选取是科学合理的
2. 采取两种评价体系得到的排名的求和结果作为最终选取标准，弥补了单种评价方法在信息提取上的局限性
3. 两种评价体系中各指标的权重分别由主成分载荷与灰色关联度确定，避免了人为赋权导致评价结果的主观性过强

9.1.2 模型的缺点与改进

1. 两种评价体系都是线性加权评价，可能忽略了实际中指标对保障企业生产重要性的影响方式

改进：使用公式法人为构造重要性得分计算方法，根据各指标对重要性的影响模式，构造二次项，指数项或者交互项定义更有实践意义的评价方法

9.1.3 模型推广

本模型计算简单且评价可信度高，当统计的时间窗口进一步增大时可以给出更为准确的综合排名

9.2 问题二：订购、转运方案的价值成本优化模型

9.2.1 模型的优点

1. 供货商模型引入描述自然随机过程的累计的正态分布，从供货量与稳定性两个角度对问题进行规划，在保证企业成本最小化的同时尽可能减小了潜在的不确定性损失。

2. 转运商模型充分考虑到原材料转运的实际情况，利用离散的二项分布对问题进

行建模。在运货商平均转运损耗率，即二项分布的“ p ”参数计算过程中引入最大似然法，利用模型进行计算，精确度高，具有一定的实践意义。

3. 使用 SQP 序列二次规划算法，优点是收敛性好、计算效率高、边界搜索能力强，使我们求解的时间成本大大降低

4. 使用启发式算法进行求解，可以避免大规模非线性规划

9.2.2 模型的不足

在利用二项分布对转运商货物损耗情况进行建模时，部分大型转运商如：T1、T2、T7 数据量充足，然而部分小规模转运商在 240 周内的供货数据较少，因此本模型的预测还有进一步的提升空间。

9.3 问题三：订购、转运方案的价值与空间成本的多目标优化模型

9.3.1 模型的优点

1. 在订购方案优化模型中，采用多目标优化，不仅考虑了订购的价值成本还考虑了转运与转运及仓储的中间成本，是较为实际和全面的

2. 同时应用分层序列法和线性权重法两种解决多目标优化的方法，起到简化模型的作用

3. 在模拟退火中加入惩罚项函数并引入自适应函数退出方法，加快代码的收敛速度，提高求解效率

9.3.2 模型的不足与改进

考虑空间成本后只研究了目标函数的变化，未考虑约束条件发生的改变，沿用了问题二中的约束条件，可能会造成考虑不够全面的问题

9.3.3 模型推广

可以在模型中添加时间序列分析，考虑仓储原材料的挤压对成本以及订购和转运方案的影响

9.4 基于区组设计的优化模型

9.4.1 模型的优点

1. 有效避免了规划不平衡的问题。模型不仅实现每个供货商水平重复次数相同(r 相同)；每个区组(每周的安排)包含的水平个数相同(k 相同)；而且还能做到对任意两个水平对，在整个试验中出现的重复次数相同，即供货商不会长时间地持续供货或是长时间地被闲置(λ 相同)。

2. 模型具有发掘潜在信息的可能性。在 24 周的生产计划中，我们可以以控制变量的思想近似地发掘供货商之间潜在的信息，如：具有相似生产条件的供货商在相同的恶劣天气下都呈现出产能不足的特点。

9.4.2 模型的不足与改进

相对于问题二，将优化目标进行了转换，而不是将多种目标以多目标规划的思想进行综合考虑。这导致相比于问题三，模型泛化性、应用性不足。

改进：通过对三种原材料每立方米单价，即生产成本与企业产物每立方米的售价，即生产利润的进一步剖析，我们可以使问题二中生产成本的目标与问题四增加产能的

目标相结合，进一步提升模型的泛化能力。

9.4.3 模型推广

模型中的区组设计思想展现了基于重复次数的平衡性。这种规划方法在减少实验成本、数据加密、平均任务规划中均有广泛的应用。

十、参考文献

- [1] 韩强. 多目标应急设施选址问题的模拟退火算法[J]. 计算机工程与应用, 2007, 043(030):182-183,216.
- [2] 胡锦山, 叶春生, 李定或. 模拟退火罚函数优化算法[C]// 1998 中国控制与决策学术年会. 中国航空学会;中国自动化学会;中国运筹学会;中国兵工学会, 1998.
- [3] 刘化龙, 胡钋. 序列二次规划-遗传算法及其在变压器局部放电超声定位中的应用[J]. 电网技术, 2015, 39(001):130-135.
- [4] 丰雨轩, 刘树光, 解武杰. 基于灰色关联分析的对地攻击型无人机自主能力评价[J]. 电光与控制, 2021, 28(6):16-19. DOI:10.3969/j.issn.1671-637X.2021.06.004.

附录

附录 1（支撑材料的文件列表）

附录 2（问题一的计算结果）

2.1 此处填写结果名称

文件名:
解决问题:

附录 3（问题 2 的计算结果）

3.1 此处填写结果名称

文件名:
解决问题:

3.2 此处填写结果名称

文件名:
解决问题: