POP - Dokumentacja końcowa

Marcin Badach, Radosław Radziukiewicz

Temat projektu

Tematem projektu jest przetestowanie różnych strategii zastępowania najsłabszych osobników z populacji w trakcie działania algorytmu ewolucyjnego. Wybranym przez nas algorytmem ewolucyjnym będzie algorytm genetyczny. W algorytmie tym zastosujemy selekcję turniejową, mutację równomierną oraz krzyżowanie uśredniające.

Strojenie algorytmu ewolucyjnego

Zanim przystąpimy do badania wpływu strategii zastępowania najsłabszych osobników z populacji na wyniki działania algorytmu należy ustawić parametry algorytmu ewolucyjnego. Podczas prac projektowych dokonujemy nastawów i ocen działania korzystając z dziesięciowymiarowych zanegowanych funkcji benchmarkowych CEC2017. Są one zanegowane z tego względu, że nasza implementacja algorytmu dotyka problemu maksymalizacji. Strojenie parametrów algorytmu przeprowadziliśmy z wykorzystaniem zanegowanej funkcji f9, której wartość w maksimum globalnym wynosi -900. Parametry, które nastroiliśmy to:

- Siła mutacji,
- Ilość osobników w populacji,
- Rozmiar elity,
- Prawdopodobieństwo krzyżowania.

Strojenie polega na uruchomieniu algorytmu z różnymi wartościami jednego z parametrów po 25 razy dla każdej wartości. Dla wyników uruchomień analizujemy najlepszą, najgorszą i średnią wartość optymalizacji oraz odchylenie standardowe. Na podstawie uzyskanych wyników dobieramy wartość jednego parametru, której używamy w przyszłych uruchomieniach algorytmu. Populację początkową inicjujemy losowymi osobnikami o wartości cech losowanych z przedziału od -100 do 100 z jednostajnym rozkładem prawdopodobieństwa.

Tabela nr 1 przedstawia wyniki działania dla różnych sił mutacji.

Rozmiar populacji	Siła mutacji	Rozmiar elity	Prawd. krzyżowania	Wartość min	Wartość średnia	Odchylenie standardowe	Wartość max
80	0.5	2	0.3	-2496.49	-1548.76	355.118	-1059.62
80	0.8	2	0.3	-2359.77	-1301.69	320.064	-915.455
80	1	2	0.3	-2191.24	-1196.85	301.393	-932.482
80	1.3	2	0.3	-1880.28	-1055.65	213.286	-905.159
80	1.6	2	0.3	-1454.18	-954.094	110.069	-912.186
80	1.7	2	0.3	-1043.85	-939.248	33.6021	-908.804
80	1.8	2	0.3	-1046.26	-929.913	33.4551	-910.327
80	1.9	2	0.3	-1208.93	-942.18	56.877	-909.836
80	2	2	0.3	-955.145	-925.873	10.3798	-912.256
80	2.1	2	0.3	-960.554	-930.182	11.4426	-914.023
80	2.2	2	0.3	-1052.82	-932.172	25.5238	-911.721
80	2.3	2	0.3	-1015.62	-936.316	20.7082	-919.591
80	2.4	2	0.3	-984.653	-936.649	12.6106	-922.113
80	2.5	2	0.3	-1003.69	-942.736	15.9257	-921.515
80	2.6	2	0.3	-964.895	-936.564	9.72628	-923.84
80	2.8	2	0.3	-964.561	-943.472	10.2084	-921.69
80	3.1	2	0.3	-988.507	-953.327	13.4767	-925.116
80	3.5	2	0.3	-1006.07	-968.83	18.6194	-933.655
80	4	2	0.3	-1023.96	-985.858	19.4758	-951.262
80	5	2	0.3	-1108.58	-1019.82	33.4674	-949.873
80	6	2	0.3	-1177.7	-1089.39	41.1724	-999.13

Tabela 1. Wyniki strojenia siły mutacji.

Dla siły mutacji równej 2 uzyskaliśmy najlepszą wartość średnią z 25 uruchomień algorytmu oraz stosunkowo nieduże odchylenie standardowe wyników.

Kolejno, ustawiając już siłę mutacji na 2.0, nastroiliśmy rozmiar populacji. Aby strojenie rozmiaru populacji było sensowne, nie ograniczaliśmy czasu działania algorytmu liczbą iteracji, lecz liczbą ewaluacji funkcji celu. W przeciwnym wypadku, dla 10 razy większej populacji musielibyśmy 10 razy więcej razy obliczać wartość funkcji celu, co dawałoby

przewagę większym populacjom (miałyby do dyspozycji więcej zasobów sprzętowych). Przyjęliśmy, że każde uruchomienie ma budżet 10000 ewaluacji funkcji celu (zanegowanej funkcji f9). Tabela nr 2 zbiera uzyskane wyniki dla różnych rozmiarów populacji.

Rozmiar populacji	Siła mutacji	Rozmiar elity	Prawd. krzyżowania	Wartość min	Wartość średnia	Odchylenie standardowe	Wartość max
30	2	2	0.3	-1329.46	-1010.43	92.7279	-939.664
35	2	2	0.3	-1173.25	-981.488	59.3001	-929.157
40	2	2	0.3	-1205.19	-963.171	55.2937	-918.058
45	2	2	0.3	-1085.78	-958.574	40.6893	-921.003
50	2	2	0.3	-1016.63	-944.151	22.6726	-918.135
55	2	2	0.3	-984.456	-937.344	14.1704	-914.813
60	2	2	0.3	-1198.61	-941.274	52.9962	-917.59
65	2	2	0.3	-961.91	-933.623	12.7883	-919.082
70	2	2	0.3	-987.024	-933.826	19.1821	-916.669
75	2	2	0.3	-1096.15	-935.18	35.1358	-914.549
80	2	2	0.3	-1004.07	-929.221	18.9318	-912.675
85	2	2	0.3	-1016.95	-930.7	20.0504	-917.248
90	2	2	0.3	-952.01	-927.513	9.20214	-916.437
95	2	2	0.3	-1212.96	-940.581	58.7999	-911.216
100	2	2	0.3	-972.9	-930.42	16.1673	-914.174
105	2	2	0.3	-957.947	-926.717	10.0776	-912.305
110	2	2	0.3	-1063.68	-937.171	34.0044	-911.367
120	2	2	0.3	-1043.45	-934.644	26.7055	-911.407

Tabela 2. Wyniki strojenia rozmiaru populacji.

Analizując wartość średnią i odchylenie standardowe w tabeli nr 2 ustaliliśmy rozmiar populacji na 105.

Kolejno przeszliśmy do strojenia rozmiaru elity w sukcesji elitarnej (wyniki przedstawione w tabeli nr 3).

Rozmiar populacji	Siła mutacji	Rozmiar elity	Prawd. krzyżowania	Wartość min	Wartość średnia	Odchylenie standardowe	Wartość max
105	2	0	0.3	-913.88	-909.784	2.34383	-904.67
105	2	3	0.3	-905.165	-902.929	0.919133	-901.209

Rozmiar populacji	Siła mutacji	Rozmiar elity	Prawd. krzyżowania	Wartość min	Wartość średnia	Odchylenie standardowe	Wartość max
105	2	6	0.3	-904.038	-902.43	0.703271	-900.877
105	2	9	0.3	-903.482	-902.447	0.433486	-901.535
105	2	12	0.3	-903.099	-902.304	0.596352	-900.952
105	2	15	0.3	-903.038	-902.004	0.553217	-901.04
105	2	18	0.3	-930.649	-903.324	5.61648	-900.752
105	2	21	0.3	-903.84	-902.99	0.504305	-900.953
105	2	24	0.3	-904.687	-902.924	0.421409	-901.191
105	2	27	0.3	-904.785	-902.879	0.50568	-900.679
105	2	30	0.3	-948.748	-904.16	9.13234	-900.975

Tabela 3. Wyniki strojenia rozmiaru elity.

Podczas doboru rozmiaru elity okazało się, że algorytm radzi sobie najlepiej z rozmiarem elity równym 15. W związku z tym taką wartość ustawiliśmy dla przyszłych uruchomień algorytmu.

Ostatnim parametrem, który wymaga nastrojenia jest prawdopodobieństwo krzyżowania. Wyniki dla różnych wartości tego parametru zbiera tabela nr 4.

Rozmiar populacji	Siła mutacji	Rozmiar elity	Prawd. krzyżowania	Wartość min	Wartość średnia	Odchylenie standardowe	Wartość max
105	2	15	0.05	-949.531	-905.351	9.64925	-901.489
105	2	15	0.1	-912.897	-902.91	2.11392	-901.47
105	2	15	0.15	-906.069	-902.561	1.14121	-900.722
105	2	15	0.2	-911.587	-902.696	1.93224	-901.41
105	2	15	0.25	-903.236	-902.223	0.642694	-900.843
105	2	15	0.3	-903.252	-902.193	0.521396	-901.29
105	2	15	0.4	-904.034	-902.144	0.68765	-901.175
105	2	15	0.5	-907.166	-902.125	1.15197	-901.048
105	2	15	0.6	-903.333	-902.155	0.504437	-901.425
105	2	15	0.7	-936.877	-903.372	6.85037	-901.205
105	2	15	0.8	-903.044	-901.859	0.527192	-900.965

Rozmiar populacji	Siła mutacji	Rozmiar elity	Prawd. krzyżowania	Wartość min	Wartość średnia	Odchylenie standardowe	Wartość max
105	2	15	0.9	-903.17	-901.983	0.571328	-900.841

Tabela 4. Wyniki strojenia prawdopodobieństwa krzyżowania.

Analizując wyniki doszliśmy do wniosku, że optymalną wartością prawdopodobieństwa krzyżowania jest 0.8.

Podsumowanie

Strojenie parametrów zaimplementowanego algorytmu ewolucyjnego zakończyło się powyższymi rezultatami:

- Siła mutacji = 2
- Wielkość populacji = 105
- Rozmiar elity = 15
- Krzyżowanie z prawdopodobieństwem 0.8

Warto również zauważyć, że podczas samego strojenia zwiększyliśmy średnią wartość uruchomienia algorytmu z poniżej 925 na ponad -902. Jest to już teraz zadowalający wynik (zanegowana funkcja f9 ma wartość w maksimum globalnym równą -900). Warto jednak zaznaczyć, że pomimo strojenia z wykorzystaniem funkcji f9 z funkcji CEC2017, oceny będziemy dokonywać również z wykorzystaniem innych funkcji z pakietu.

Strategie zastępowania najsłabszych osobników z populacji

Modyfikacja standardowego algorytmu genetycznego polega na tym, że w trakcie działania algorytmu, przed fazą selekcji wszystkie aktualne osobniki zawarte w populacji zostaną poddane ocenie przy wykorzystaniu funkcji celu. Na podstawie oceny osobników dokonany zostanie wybór **n** najsłabszych osobników z populacji. Osobniki te poddane zostaną działaniu pewnej strategii **s**, w wyniku której zostaną wygenerowane nowe rozwiązanie. Nowych rozwiązań będzie również **n**. Nowe rozwiązania zostaną następnie poddane ocenie przy wykorzystaniu funkcji celu. Ostatecznie, zostaną one wcielone do aktualnej populacji i algorytm genetyczny wykona kolejne fazy swojej egzekucji (selekcja, mutacja oraz krzyżowanie). Parametry stosowanych strategii strojone były dla algorytmu bez sukcesji elitarnej. Z tego powodu wyniki uzyskane podczas strojenia mogą być słabsze od dotychczasowych.

Strategia mutacyjna

Pierwszą proponowaną przez nas strategią jest strategia mutacyjna. Najsłabsze osobniki zostaną poddane mutacji w celach generacji osobników zastępczych. Podejście to ma na celu przede wszystkim zwiększenie eksploracji dziedziny problemu.

Strategie mutacyjna jest najprostszą strategią spośród proponowanych. Jej celem jest zwiększenie eksploracji algorytmu. Zakładamy bowiem, że dzięki zmutowaniu najsłabszych osobników możliwe będzie osiągnięcie odległych optimów lokalnych. Ponadto, osobniki najsłabsze z dużą dozą prawdopodobieństwa nie przejdą selekcji do dalszej iteracji algorytmu, zatem osiągnięcie nowego optimum mogłoby je "uratować" przed odrzuceniem.

Podobnie jak parametry algorytmu, parametry strategii też wymagają nastrojenia. Są to: siła mutacji oraz liczba osobników uznawanych jako „najsłabszych", czyli liczba najsłabszych osobników, które będą ponownie poddawane mutacji. Wyniki strojenia tych parametrów są przedstawione odpowiednio w tabeli nr 5 oraz tabeli nr 6.

Siła mutacji	Liczba najsł. osobników	Wartość min	Wartość śr	Odchylenie standardowe	Wartość max
0.1	15	-921.978	-907.993	4.12657	-904.007
0.2	15	-938.204	-909.872	6.88828	-903.341
0.3	15	-928.736	-908.276	5.39563	-903.338
0.4	15	-915.102	-907.131	2.74436	-902.141
0.5	15	-915.442	-906.768	2.53761	-902.841
0.6	15	-951.533	-909.183	8.88327	-902.217
0.7	15	-924.578	-908.084	4.53835	-902.924
0.8	15	-914.747	-907.943	2.65776	-903.768
1	15	-940.988	-909.588	7.31603	-903.729
1.3	15	-911.003	-908.036	2.00425	-904.684
1.6	15	-932.366	-910.148	5.34478	-904.657
1.9	15	-917.279	-908.797	3.21711	-903.256
2.2	15	-920.636	-910.782	3.52453	-904.81
2.5	15	-918.208	-910.624	3.99151	-902.75
2.8	15	-919.03	-912.273	3.48327	-906.285
3.1	15	-925.353	-914.183	4.99738	-904.194
3.3	15	-920.982	-912.891	4.00224	-905.83

Siła mutacji	Liczba najsł. osobników	Wartość min	Wartość śr	Odchylenie standardowe	Wartość max
3.4	15	-928.889	-913.179	5.50091	-904.695
3.7	15	-927.991	-914.188	5.75528	-906.269
4	15	-944.522	-914.33	8.35627	-903.113
5	15	-931.369	-919.959	6.66974	-905.888
6	15	-942.963	-921.562	9.21359	-908.614

Tabela 5. Wyniki strojenia siły mutacji w strategii mutacyjnej.

Siła mutacji	Liczba najsł. osobników	Wartość min	Wartość śr	Odchylenie standardowe	Wartość max
0.5	1	-911.15	-906.227	2.40145	-902.23
0.5	2	-1024.03	-911.304	23.1892	-902.532
0.5	3	-915.591	-907.728	2.81954	-903.493
0.5	4	-917.857	-907.496	3.10176	-903.181
0.5	5	-924.011	-907.656	4.1888	-902.565
0.5	6	-926.271	-907.624	4.28961	-904.11
0.5	7	-912.263	-907.141	2.29723	-903.317
0.5	8	-913.667	-906.855	2.80959	-903.175
0.5	9	-947.168	-909.31	8.03488	-902.942
0.5	10	-945.772	-908.84	7.8763	-903.732
0.5	12	-917.576	-907.638	2.97104	-903.426
0.5	14	-915.004	-907.425	2.73366	-903.101
0.5	16	-923.049	-907.779	4.08366	-903.391
0.5	18	-920.506	-907.291	3.53772	-903.207
0.5	20	-912.89	-906.888	2.21032	-902.732
0.5	21	-912.822	-907.263	2.3967	-903.049
0.5	22	-915.427	-907.601	3.2378	-903.178
0.5	24	-924.387	-908.094	4.19385	-901.431
0.5	26	-912.635	-907.142	2.29518	-902.471
0.5	28	-924.662	-908.002	4.20837	-903.684

Siła mutacji	Liczba najsł. osobników	Wartość min	Wartość śr	Odchylenie standardowe	Wartość max
0.5	30	-928.9	-908.085	5.42933	-902.395

Tabela 6. Wyniki strojenia liczby najsłabszych osobników w strategii mutacyjnej.

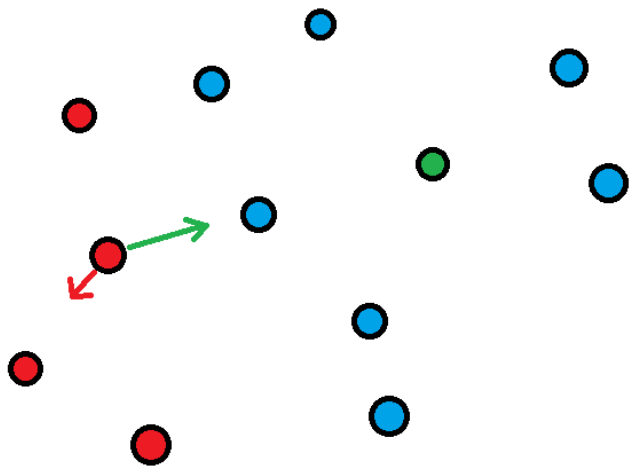
Na podstawie wartości średniej oraz odchylenia standardowego parametrom strategii mutacyjnej nadaliśmy następujące wartości:

- Siła mutacji = 0.5,
- Liczba najsłabszych osobników = 20.

Strategia mutacji różnicowej

Drugą proponowaną strategią jest wykorzystanie mutacji różnicowej w celach generacji nowych osobników zastępczych. Z aktualnej populacji wybrany zostanie tzw. lider, czyli punkt o najlepszej wartości funkcji celu. Następnie, dla każdego osobnika spośród wybranych **n** najsłabszych, wybrany zostanie losowo sąsiad. Zarówno lider jak i losowy sąsiad pozwolą na utworzenie dwóch wektorów przemieszczenia, które zostaną dodane z losowymi współczynnikami **r_l** i **r_s** pomnożonymi przez parametry algorytmu do aktualnie rozważanego rozwiązania.

Na Rysunku 1 przedstawiono przykładowe przemieszczenie punktu w wyniku działania strategii różnicowej. Punkty czerwone oznaczają najsłabsze osobniki obecne w populacji, punkt zielony oznacza lidera a punkty niebieskie to pozostałe punkty obecne w populacji.



Rysunek 1. Przykładowe przemieszczenie punktu w wyniku działania strategii różnicowej.

Na rysunku zaznaczono również wektor przesunięcia w kierunku lidera oraz wektor przesunięcia w kierunku losowego sąsiada.

Parametrami omawianej strategii są:

- Mnożnik losowego współczynnika wektora do najlepszego osobnika,
- Mnożnik losowego współczynnika wektora do losowego sąsiada,
- Liczba osobników uznawanych za najsłabszych.

Losowe współczynniki są losowane z przedziału od 0 do 1 z jednostajnym rozkładem prawdopodobieństwa. Dane uzyskane podczas strojenia mnożnika losowego współczynnika wektora do najlepszego osobnika zebrane są w tabeli nr 7.

Siła najlepszego	Siła losowego sąsiada	Liczba najsł. osobników	Wartość min	Wartość śr	Odchylenie standardowe	Wartość max
0.1	3	15	-923.547	-908.825	4.57587	-904.861
0.2	3	15	-1147.43	-916.881	47.1083	-904.054
0.3	3	15	-969.12	-909.745	12.3455	-901.546
0.4	3	15	-917.159	-907.146	3.11316	-902.135
0.5	3	15	-912.497	-906.814	2.64029	-903.264
0.6	3	15	-911.136	-906.283	2.40699	-901.421
0.7	3	15	-1011.99	-910.238	20.8817	-902.025
0.8	3	15	-909.675	-906.286	1.57886	-903.39
0.9	3	15	-910.127	-906.278	1.65786	-903.448
1	3	15	-909.245	-906.37	1.72207	-902.771
1.1	3	15	-912.495	-907.155	2.23723	-903.114
1.2	3	15	-906.935	-905.062	1.2067	-902.932
1.3	3	15	-910.11	-905.971	2.27391	-902.952
1.4	3	15	-911.491	-905.772	1.58701	-903.631
1.6	3	15	-911.934	-906.66	2.06167	-902.87
1.8	3	15	-912.141	-906.874	2.36631	-903.389
2	3	15	-911.321	-906.437	2.12953	-902.662

Tabela 7. Wyniki strojenia siły wpływu najlepszego osobnika w strategii mutacji różnicowej.

Wartości uzyskane podczas strojenia siły wektora do losowego sąsiada umieszczone są w tabeli nr 8.

Siła najlepszego	Siła losowego sąsiada	Liczba najsł. osobników	Wartość min	Wartość śr	Odchylenie standardowe	Wartość max
1.2	0.2	15	-908.802	-904.963	1.46538	-902.551
1.2	0.3	15	-907.969	-905.029	1.56587	-902.377
1.2	0.4	15	-910.606	-905.185	1.69902	-903.035
1.2	0.5	15	-909.072	-904.846	1.73564	-901.934
1.2	0.6	15	-907.553	-905.044	1.36369	-902.513
1.2	0.7	15	-908.401	-905.265	1.41555	-903.06
1.2	0.8	15	-910.489	-906.328	2.05222	-902.795
1.2	0.9	15	-909.189	-905.205	1.60707	-902.606
1.2	1	15	-910.535	-906.379	1.63158	-903.402
1.2	1.1	15	-909.116	-904.967	1.66256	-901.64
1.2	1.3	15	-908.515	-905.144	1.75941	-901.712
1.2	1.5	15	-908.303	-905.384	1.66984	-901.64
1.2	2	15	-908.662	-905.584	1.44796	-903.164
1.2	2.5	15	-910.725	-905.964	1.9892	-902.95
1.2	3	15	-910.732	-906.182	1.82219	-903.614
1.2	3.5	15	-910.811	-905.88	2.09158	-901.882
1.2	4	15	-914.258	-906.469	2.5455	-902.766
1.2	4.5	15	-910.527	-906.63	1.81493	-902.331
1.2	5	15	-911.655	-906.544	2.68588	-902.4
1.2	6	15	-909.937	-906.302	1.82126	-902.654
1.2	7	15	-910.568	-906.253	1.62736	-903.788

Tabela 8. Wyniki strojenia siły wpływu losowego sąsiada w strategii mutacji różnicowej.

Tabela nr 9 prezentuje wyniki optymalizacji w zależności od liczby najsłabszych osobników.

Siła najlepszego	Siła losowego sąsiada	Liczba najsł. osobników	Wartość min	Wartość śr	Odchylenie standardowe	Wartość max
1.2	0.2	1	-910.113	-906.449	1.95843	-901.995

Siła najlepszego	Siła losowego sąsiada	Liczba najsł. osobników	Wartość min	Wartość śr	Odchylenie standardowe	Wartość max
1.2	0.2	2	-924.049	-906.561	3.87223	-903.487
1.2	0.2	3	-911.647	-906.972	2.03613	-903.985
1.2	0.2	4	-910.441	-906.051	2.00599	-902.562
1.2	0.2	5	-913.272	-905.778	2.0748	-902.023
1.2	0.2	6	-909.443	-905.89	1.87225	-902.952
1.2	0.2	7	-909.329	-906.055	1.53484	-902.405
1.2	0.2	8	-910.146	-905.696	1.97427	-902.223
1.2	0.2	9	-910.994	-905.093	1.87332	-901.621
1.2	0.2	10	-935.114	-906.254	6.13696	-901.303
1.2	0.2	12	-907.916	-905.18	1.53557	-901.866
1.2	0.2	14	-910.169	-905.413	1.86608	-901.895
1.2	0.2	16	-908.23	-904.571	1.34029	-902.386
1.2	0.2	18	-907.446	-904.76	1.12964	-902.618
1.2	0.2	20	-909.361	-904.799	1.74646	-902.06
1.2	0.2	22	-910.072	-905.004	1.73713	-901.846
1.2	0.2	24	-908.085	-905.221	1.51633	-902.617
1.2	0.2	26	-907.033	-904.648	1.07778	-902.547
1.2	0.2	28	-905.76	-903.778	0.985547	-902.153
1.2	0.2	30	-909.255	-904.565	1.64374	-901.377

Tabela 9. Wyniki strojenia liczby najsłabszych osobników w strategii mutacji różnicowej.

Na podstawie uzyskanych wyników parametry strategii mutacji różnicowej ustawiliśmy następująco:

- Siła wektora do najlepszego osobnika = 1.2,
- Siła wektora do losowego najsłabszego sąsiada = 0.2,
- Liczba osobników uznawanych za najsłabszych = 28.

Strategia symetrycznego odbicia względem średniej

Trzecią i ostatnią strategią zamiany najsłabszych osobników jest strategia symetrycznego odbicia względem średniej. Dla najsłabszych punktów wyznaczony zostanie osobnik będący ich średnią. Następnie, dla każdego osobnika dokonane zostanie odbicie jego wartości względem osobnika średniego. Odbicie to będzie realizowane poprzez przesunięcie o odpowiedni wektor w przestrzeni przeszukiwań. Jeśli wartość funkcji celu dla osobnika otrzymanego po odbiciu względem średniej jest mniejsza niż pierwotna, spróbujemy poszukać lepszego osobnika „po tej samej stronie" osobnika średniego. Jeśli to działanie również nie poprawi jakości osobnika, nie zostanie on zmieniony.

Parametry wymagające nastrojenia to siła lustrzanego odbicia oraz liczba osobników uznawanych za najsłabszych. Wyniki strojenia siły lustrzanego odbicia podsumowuje tabela nr 10.

Siła odbicia	Liczba najsł. osobników	Wartość min	Wartość śr	Odchylenie standardowe	Wartość max
0.1	15	-931.799	-908.1	5.48092	-903.539
0.2	15	-935.02	-909.199	7.03184	-902.226
0.3	15	-912.672	-906.405	2.37212	-902.058
0.4	15	-913.774	-906.607	2.42944	-902.482
0.5	15	-909.044	-905.426	1.4528	-902.79
0.6	15	-908.66	-904.928	1.70457	-901.963
0.7	15	-912.681	-905.52	2.74928	-901.909
0.8	15	-908.111	-905.594	1.57056	-902.973
1	15	-918.893	-905.201	3.04393	-902.767
1.4	15	-907.321	-904.43	1.07464	-902.333
1.5	15	-1004.7	-909.096	19.5855	-902.864
1.6	15	-935.773	-907.677	8.70734	-901.805
1.7	15	-907.189	-904.586	1.19325	-902.396
1.8	15	-907.978	-904.669	1.40079	-902.131
1.9	15	-911.981	-905.047	2.11767	-902.01
2.2	15	-909.014	-904.818	1.59438	-901.812

Siła odbicia	Liczba najsł. osobników	Wartość min	Wartość śr	Odchylenie standardowe	Wartość max
2.5	15	-909.161	-905.008	1.5644	-902.373
2.8	15	-909.981	-905.562	1.70788	-902.576
3.1	15	-908.593	-905.505	1.40247	-902.67
3.3	15	-908.861	-905.48	1.48157	-903.218
3.4	15	-908.21	-905.074	1.27351	-902.864
3.7	15	-909.202	-905.176	1.87497	-901.868
4	15	-912.778	-905.623	2.18564	-901.676
5	15	-909.882	-906.827	1.72039	-903.13
6	15	-909.013	-906.001	1.72294	-903.31

Tabela 10. Wyniki strojenia siły odbicia w strategii symetrycznego odbicia względem średniej.

Strojenie liczby najsłabszych osobników zawarte jest w tabeli nr 11.

Siła odbicia	Liczba najsł. osobników	Wartość min	Wartość śr	Odchylenie standardowe	Wartość max
1.4	1	-910.432	-906.53	2.06265	-902.801
1.4	2	-913.723	-907.843	2.45767	-903.686
1.4	3	-912.836	-906.493	2.12057	-903.034
1.4	4	-909.366	-906.22	1.78891	-901.63
1.4	5	-909.963	-906.483	1.79851	-902.574
1.4	6	-908.945	-905.51	1.60314	-902.521
1.4	7	-910.014	-905.534	1.68919	-903.049
1.4	8	-908.662	-905.166	1.53704	-902.493
1.4	9	-920.495	-906.829	4.0455	-902.939
1.4	10	-910.246	-905.225	1.81485	-901.729
1.4	12	-915.497	-905.523	3.5647	-901.594
1.4	14	-908.214	-904.207	1.61338	-901.298
1.4	16	-907.63	-904.588	1.56923	-901.794
1.4	18	-906.658	-904.518	1.00441	-902.564
1.4	20	-907.193	-904.62	1.36431	-902.098

Siła odbicia	Liczba najsł. osobników	Wartość min	Wartość śr	Odchylenie standardowe	Wartość max
1.4	22	-915.244	-905.054	2.68944	-901.695
1.4	24	-906.849	-903.865	1.17313	-901.894
1.4	26	-906.586	-904.174	1.05678	-902.29
1.4	28	-912.111	-904.275	1.89751	-902.142
1.4	30	-908.706	-904.361	1.60485	-902.053

Tabela 11. Wyniki strojenia liczby najsłabszych osobników w strategii symetrycznego odbicia względem średniej.

Ostatecznie parametry strategii symetrycznego odbicia względem średniej ustaliliśmy na:

- Siła odbicia = 1.4
- Liczba osobników uważanych za najsłabszych = 24.

Ocena działania

Po nastrojeniu parametrów algorytmu oraz strategii możemy przejść do oceny działania. Od tego momentu, nie będziemy ograniczać algorytmu liczbą ewaluacji funkcji celu, lecz liczbą iteracji. Pozwoli to na uzyskanie wykresów odpowiadających tej samej ilości iteracji, a liczba ewaluacji funkcji celu nie będzie już tak bardzo różnić się, jak w przypadku różnych rozmiarów populacji. W tej części oceny będziemy dokonywać na podstawie ostatecznego wyniku optymalizacji oraz wykresu przebiegu optymalizacji w zależności od liczby iteracji. Zarówno ostateczny wynik optymalizacji jak i wykresy prezentują średnią wartość z 25 uruchomień algorytmu. Tabela nr 12 zawiera wyniki optymalizacji algorytmu z różnymi strategiami dla wybranych funkcji z pakietu CEC2017. Wykresy o numerach 1, 3, 5, 6, 8 obrazują wyniki optymalizacji w zależności od iteracji dla algorytmu z różnymi strategiami zastępowania najsłabszych osobników. Wykresy nr 2, 4 oraz 7 ukazują średnią wartość funkcji celu dla osobników w populacji w zależności od iteracji. Wykresy 3, 4, 5 oraz 9, ze względu na początkowe wartości różniące się o kilka rzędów wielkości od końcowych, zaczynają się od 11 iteracji algorytmu.

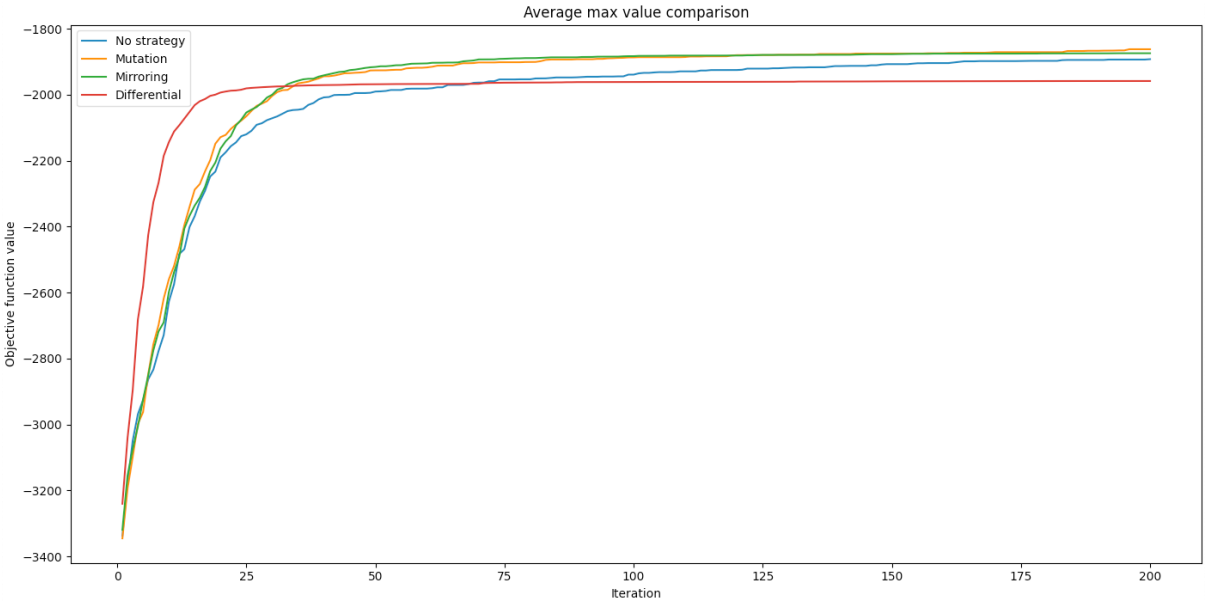
	Algorytm bez strategii	**Strategia mutacyjna**	**Strategia mutacji różnicowej**	**Strategia odbicia względem średniej**
F10	-1892.43	-1862.30	-1958.66	-1874.42
F17	-1763.52	-1756.94	-1772.83	-1761.17
F14	-2182.70	-1828.56	-1688.82	-2074.49
F5	-527.46	-528.93	-537.36	-532.12
F20	-2095.98	-2092.04	-2103.94	-2121.82

Tabela 12. Wyniki optymalizacji algorytmu dla różnych funkcji CEC2017.

Funkcja F10 - zanegowana; 10 wymiarowa

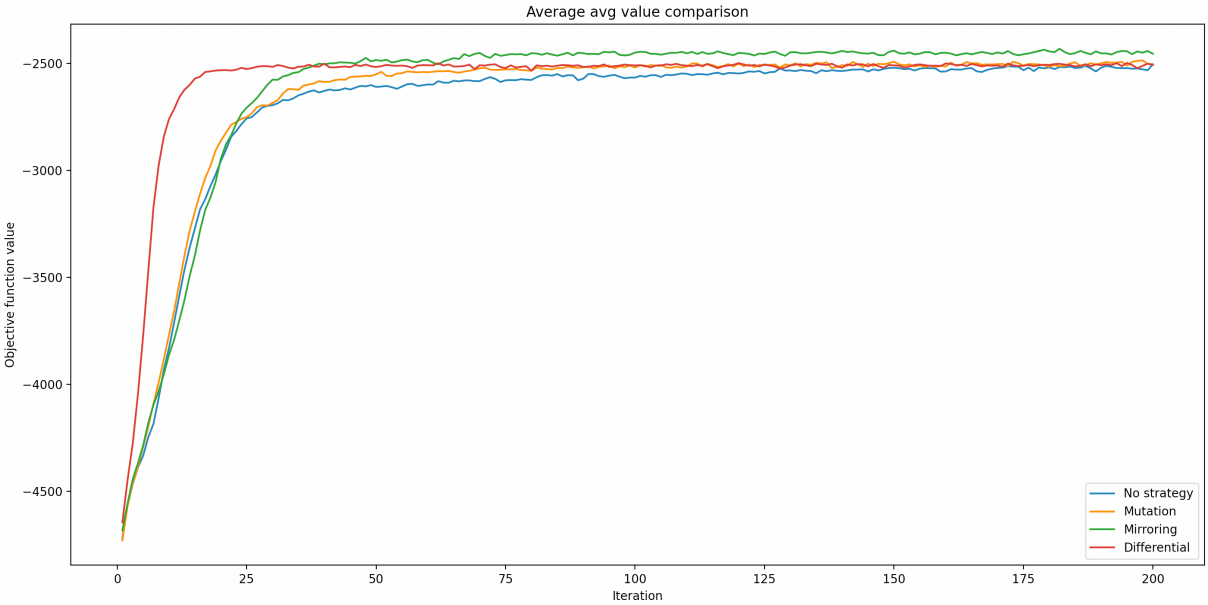
Na podstawie tabeli 12 można zauważyć, że dla funkcji F10 po 200 iteracjach najlepszy wynik optymalizacji dał algorytm ewolucyjny z mutacyjną strategią zamiany najsłabszych osobników. Dla funkcji F10 wyniki te bardzo odbiegały od optimum (-1000).

Nie jest to sytuacja niespodziewana, ponieważ algorytm jest nastrojony na funkcji f9. Analizując wykres nr 1 możemy powiedzieć więcej o jakości optymalizacji algorytmu z



Wykres 1. F10 - Najlepsza znaleziona wartość funkcji celu.

różnymi strategiami. Przede wszystkim widoczna jest znacząca przewaga algorytmu ze strategią mutacji różnicowej w pierwszych 30 iteracjach. W kolejnych etapach ustępuje ona wszystkim pozostałym wariacjom algorytmu. Analizując iteracje po 30-tej można zauważyć, że algorytm ze strategią mutacyjną i odbicia względem średniej mają bardzo podobne wyniki działań, będąc przy tym lepszym od algorytmu bez żadnej strategii. Dla funkcji F10 klarownym jest, że zastosowanie strategii zastępowania najsłabszych osobników usprawniło optymalizację.

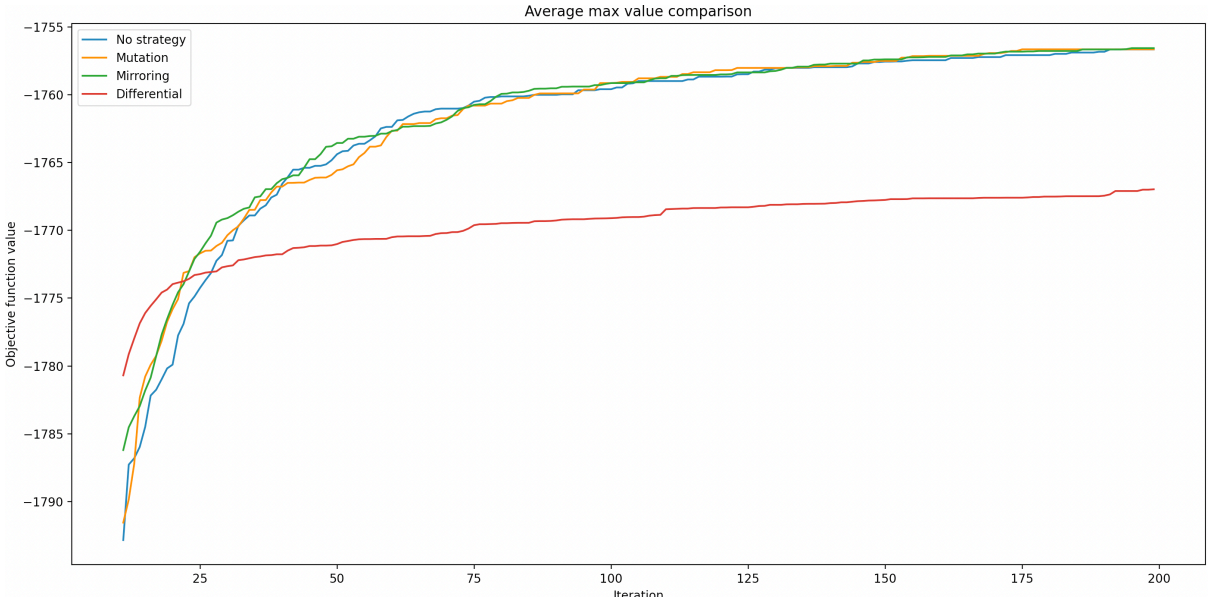


Wykres 2. F10 - Średnia wartość funkcji celu dla osobników z populacji.

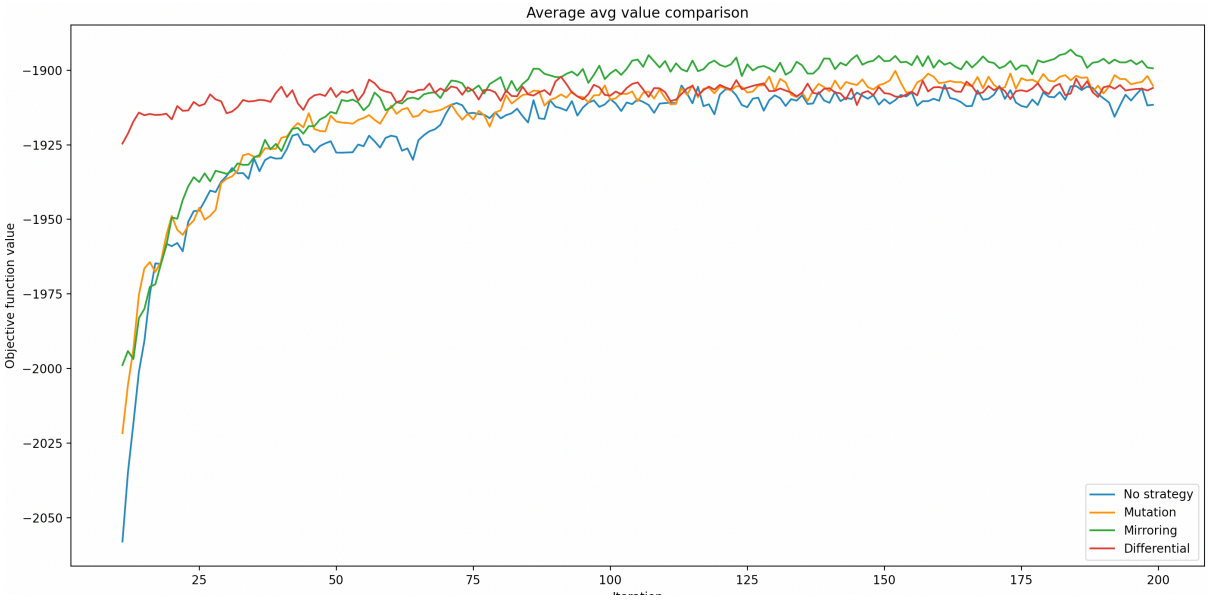
Ciekawostką jest również to, że po 30 iteracji pomimo podobnych wyników optymalizacji algorytm ze strategią odbicia względem średniej ma większą średnią wartość funkcji celu dla osobników z populacji. Przedstawia to wykres nr 2. Na tej podstawie można wyciągnąć wniosek, że osobniki populacji są skupione bliżej optimów funkcji.

Funkcja F17 - zanegowana; 10 wymiarowa

Dla funkcji F17 wszystkie wariacje algorytmu poradziły sobie zadowalająco zbliżając się do optimum globalnego (argument dla którego wartość funkcji celu to -1700).



Wykres 3. F17 - Najlepsza znaleziona wartość funkcji celu.

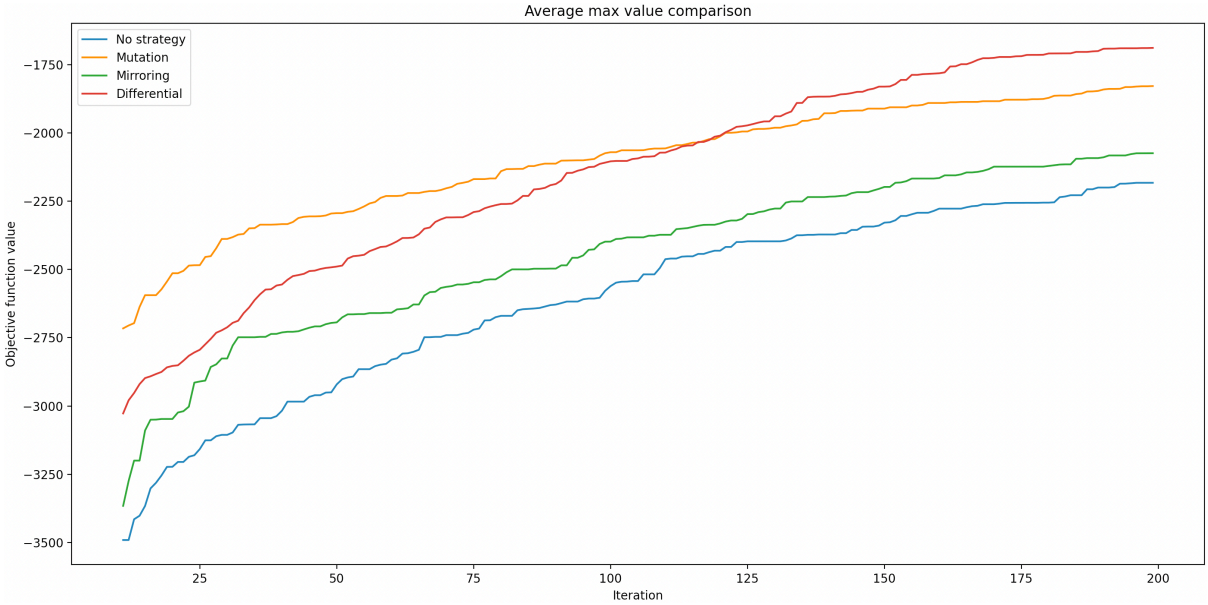


Wykres 4. F17 - Średnia wartość funkcji celu dla osobników z populacji.

Pomimo niewielkich różnic, znowu widoczna jest niższa jakość optymalizacji z zastosowaniem strategii mutacji różnicowej w późniejszych iteracjach i jej przewaga w iteracjach wcześniejszych (tym razem mniejszych od 20). Powyższe fakty są zawarte na wykresie nr 3. Różnicą w stosunku do funkcji F10 jest to, że algorytm bez strategii oraz ze strategiami mutacyjną i odbicia względem średniej dla późniejszych iteracji radzą sobie prawie identycznie. Co ciekawe, ponownie algorytm ze strategią odbicia względem średniej ma w późniejszych iteracjach najwyższą średnią wartość funkcji celu wśród osobników populacji.

Funkcja F14 - zanegowana; 10 wymiarowa

Dla funkcji F14 najlepszy wynik optymalizacji uzyskał algorytm ze strategią mutacji różnicowej. Warto zauważyć, że żadna z taktyk nie pozwoliła zbliżyć się do optimum, natomiast wynik uzyskany przez wspomniany wyżej algorytm jest znacząco lepszy od pozostałych. Różnicą w stosunku do poprzednich funkcji jest też to, że w pierwszych

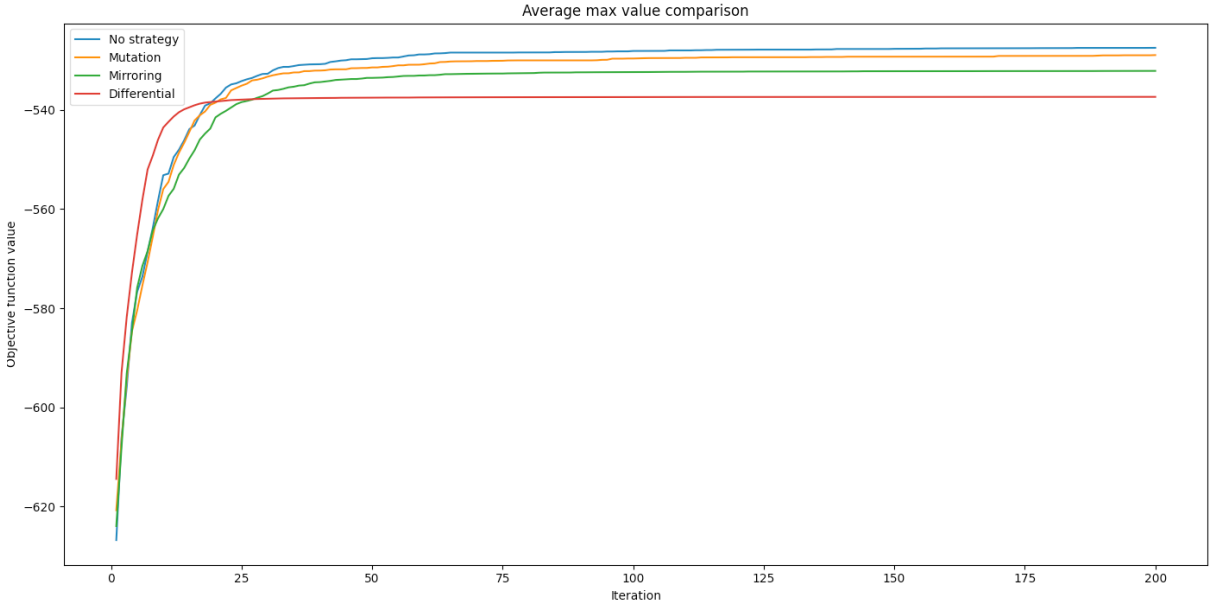


Wykres 5. F14 - Najlepsza znaleziona wartość funkcji celu.

iteracjach optymalizacji (poniżej 110) najlepiej radził sobie algorytm ze strategią mutacyjną, a dopiero potem ustąpił pozycji lidera algorytmowi ze strategią mutacji różnicowej. Dla funkcji F14, niezależnie od liczby iteracji, algorytm z jakąkolwiek strategią zastępowania najsłabszych osobników był lepszy niż algorytm bez takiej strategii. Powyższe wnioski są rezultatem analizy wykresu nr 5.

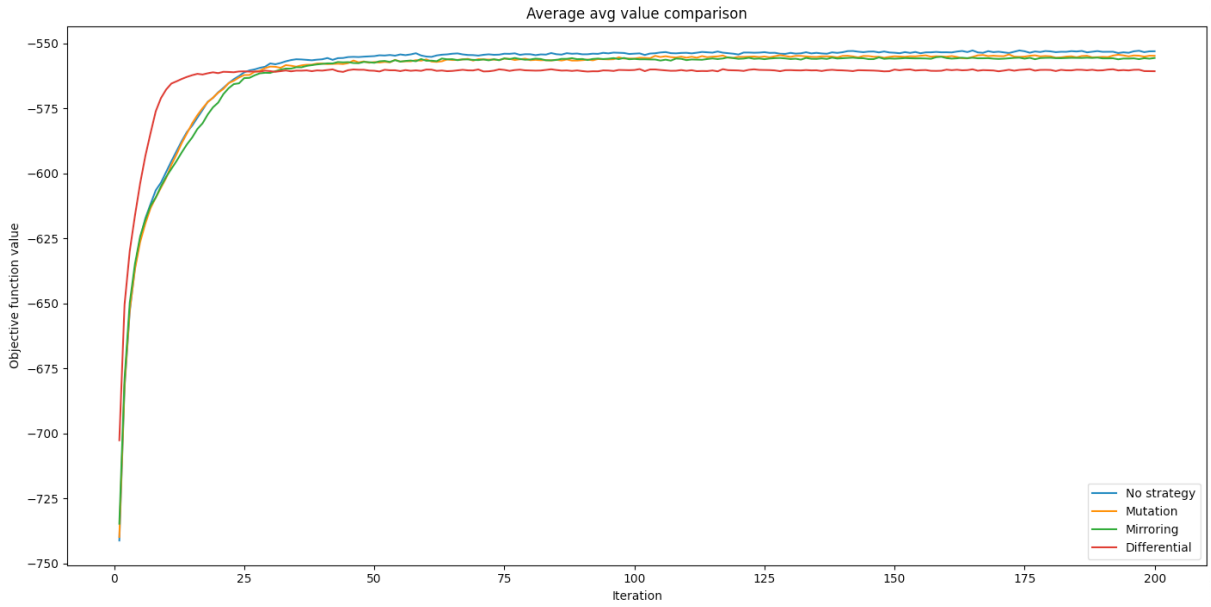
Funkcja F5 - zanegowana; 10 wymiarowa

Dla funkcji F5 wprowadzone strategie nie wpłynęły pozytywnie na końcowy wynik optymalizacji. Może to wynikać z tego, że już standardowy algorytm bardzo mocno zbliżył się do optimum. Wartym natomiast odnotowania jest fakt, że algorytm ze strategią mutacyjną poradził sobie w przybliżeniu tak samo dobrze. Na wykresie nr 6 widzimy, że dla małych ilości



Wykres 6. F5 - Najlepsza znaleziona wartość funkcji celu.

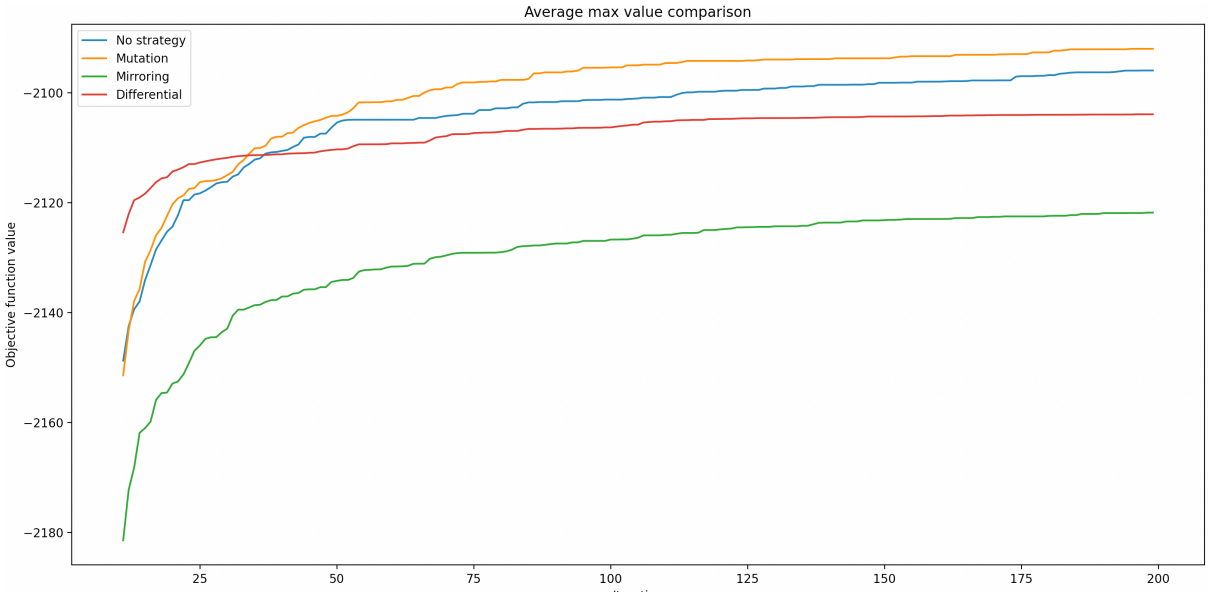
iteracji, podobnie jak w przypadku funkcji F10 i F17, w optymalizacji przoduje algorytm ze strategią mutacji różnicowej. Jednak już w iteracji 19 prześciga go algorytm bez strategii, który pozostaje najlepszy aż do iteracji 200.



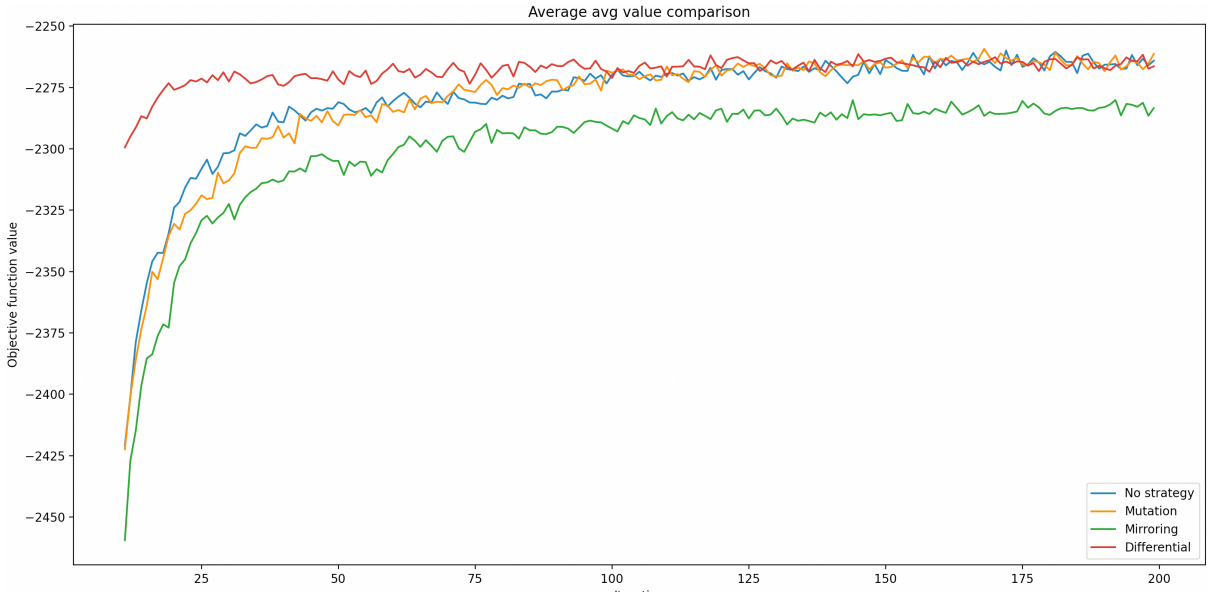
Wykres 7. F5 - Średnia wartość funkcji celu dla osobników z populacji.

Analizując wykres nr 7 możemy wyciągnąć wniosek, że algorytm ze strategią odbicia względem średniej nie zawsze będzie cechował się najlepszą średnią wartością funkcji celu dla osobników z populacji. Dla funkcji F5 te wartości są zbliżone dla algorytmu bez strategii oraz algorytmu ze strategią mutacyjną i odbicia względem średniej jednocześnie będąc lepszymi niż dla algorytmu ze strategią mutacji różnicowej.

Funkcja F20 - zanegowana; 10 wymiarowa



Wykres 8. F20 - Najlepsza znaleziona wartość funkcji celu.



Wykres 9. F20 - Średnia wartość funkcji celu dla osobników z populacji.

Dla funkcji F20 najlepiej sprawdził się algorytm ze strategią mutacyjną, jednak wszystkie algorytmy uzyskały zadowalające wyniki. Analizując wykresy nr 8 i 9 widocznym jest, że algorytm ze strategią odbicia względem średniej był gorszy w porównaniu do pozostałych. Powtarza się sytuacja, w której algorytm ze strategią mutacji różnicowej jest najlepszy w początkowych fazach optymalizacji (do około 35 iteracji). Ostatecznie zwycięża algorytm ze strategią mutacyjną.

Wnioski ogólne

Podsumowując, nie można stwierdzić, że każda z zaproponowanych strategii usprawniła działanie algorytmu. Nie można też wskazać jednej strategii, z którą algorytm jest lepszy w każdym problemie optymalizacyjnym. Prawdziwa jednak wydaje się być teza, że algorytm ze strategią mutacji różnicowej w pierwszych fazach optymalizacji często radzi sobie dużo lepiej niż pozostałe metody, ostatecznie jednak im ulegając.

Gdyby celem projektu była sugestia, której strategii używać w problemach optymalizacyjnych, polecilibyśmy strategię mutacyjną. Dla ustalonych przez nas parterów algorytmu okazała się ona najlepsza w 60% funkcji, na których strategie były testowane. Dodatkowo, dla funkcji F5 uzyskała wynik tylko nieznacznie gorszy od algorytmu bez strategii, który był najlepszy. Dla funkcji F14 lepszy był tylko algorytm ze strategią mutacji różnicowej, którego w ogólności jednak nie można polecić, ponieważ dla większości funkcji, w późniejszych fazach iteracji, był najgorszy.

Warto zaznaczyć, że przewaga algorytmu ze strategią mutacyjną jako strategią zastępowania najsłabszych osobników populacji może wynikać z faktu, że z dodatkową strategią algorytm może w każdej iteracji więcej razy obliczyć wartość funkcji celu (np. przy strategii mutacyjnej jeszcze raz dla każdego podwójnie zmutowanego osobnika). W związku z tym pomimo tej samej liczby iteracji, algorytm wykorzystujący jedną ze strategii może działać dłużej.