

Raport 1

Wydatki przedsiębiorstwa

Zaawansowane modelowanie symulacyjne

Zuzanna Dawid

Emilia Myrta

Radosław Rybakowski

Karolina Tomczuk

Warszawa, kwiecień 2024

Spis treści

1. Wyniki i podsumowanie	3
2. Opis problemu.....	4
3. Wyniki symulacji	5
3.1. Zakłócenia ze strony popytu	6
3.1.1. Zakłócenia we wszystkich okresach	6
3.1.2 Zakłócenia w pierwszym okresie.....	7
3.2. Zakłócenia ze strony podaży.....	8
3.2.1. Zakłócenia we wszystkich okresach	8
3.2.2. Zakłócenia w pierwszym okresie.....	9
3.3. Zakłócenia ze strony wydatków na marketing.....	10
3.3.1. Zakłócenia we wszystkich okresach	10
3.3.2. Zakłócenia w pierwszym okresie.....	11
4. Analiza wrażliwości.....	12
4.1 Analiza wrażliwości pojedynczych współczynników	12
4.1.1. Parametr α_{11}	12
4.1.2 Parametr M/S	15
4.2 Analiza wrażliwości składnika losowego	18
5. Wnioski	21
6. Załączniki.....	21

1. Wyniki i podsumowanie

Firma ma za zadanie zbadać jaka jest skala niepewności działania na rynku, w związku z tym chcemy pokazać jak różne zakłócenia z każdej ze strony (popytowej, podażowej, marketingowej) wpływają na rynek, a także wpływ pewnych parametrów na rynek. Analizę przeprowadzono za pomocą symulacji, gdzie przedmiotem analizy jest model popytu i podaży rozszerzony o równanie opisujące wydatki marketingowe.

Dodatkowo istotne jest sprawdzenie o ile średnio będą rosły te wartości w czasie w zależności od różnych zakłóceń oraz jak pojedynczy szok wpływa na cały rynek. Za pomocą wykresów zbadamy zakres zmienności w kolejnych percentylach, tak aby firma mogła ocenić ryzyko i lepiej planować produkcję. Jak się okazuje, zakres niepewności jest stosunkowo wysoki.

Firma chce się również dowiedzieć czy jej wydatki marketingowe są na odpowiednim poziomie, służy do tego analiza wrażliwości, która bada, czy wpływają one odpowiednio wpływa na rynek. Okazało się, że istnieje minimalny pułap, gdzie spadek tych wydatków może prowadzić do załamania rynku.

2. Opis problemu

W naszym modelu można wyróżnić następujące zmienne, co przedstawia poniższy rysunek:

$$D_t = \alpha_{11}D_{t-1} + \alpha_{12}S_{t-1} + \alpha_{13}M_{t-1} + \epsilon_t^D$$

$$S_t = \alpha_{21}D_{t-1} + \alpha_{22}S_{t-1} + \alpha_{23}M_{t-1} + \epsilon_t^S$$

$$M_t = \alpha_{31}D_{t-1} + \alpha_{32}S_{t-1} + \alpha_{33}M_{t-1} + \epsilon_t^M$$

D_t - realny popyt na produkty przedsiębiorstwa w okresie t .

S_t - realna podaż produktów przedsiębiorstwa w okresie t .

M_t - wydatki na działania marketingowe w okresie t .

Pomiędzy zmiennymi zachodzi szereg zależności, przede wszystkim wartość jednej zmiennej na przykład popytu zależy od wartości popytu, podaży oraz wydatków na marketing w poprzednim okresie. Wszystkie współczynniki stojące przy zmiennych są większe od zera, wzrost wartości jednej ze zmiennych w poprzednim okresie może spowodować wzrost pozostałych zmiennych w okresie bieżącym. Zmienne są zatem wzajemnie powiązane, co oznacza, że zmiana wartości jednej zmiennej może powodować zmiany u wszystkich pozostałych zmiennych, a żadnej z nich nie można analizować rozłącznie względem pozostałych.

W ten sposób powstały model można określić jako układ równań różnicowych, który ma strukturę trzech równań - pierwsze równanie dotyczy popytu, drugie podaży a trzecie wydatków na marketing. Każda ze zmiennych w danych okresie zależy od swojej wartości w poprzednim okresie jak również od wartości pozostałych zmiennych również w poprzednim okresie. Układ równań uwzględnia również składnik losowy.

Celem przedsiębiorstwa jest przede wszystkim maksymalizacja zysku przy możliwie najmniejszych kosztach marketingu. Opierając się na wynikach z poprzednich okresów przedsiębiorstwo chce jak najlepiej zareagować na wyniki sprzedażowe oraz przewidzieć zachowania konsumentów w bieżącym okresie. Dąży do tego wpływając na ceny swoich produktów, poziom produkcji oraz dostosowując działania promocyjne, od których zależą wydatki na marketing. Przedsiębiorstwo, wcielając się w model, stara się zrozumieć, jak popyt na jego produkty, podaż oraz wydatki marketingowe wzajemnie na siebie wpływają, oraz jak

mogą być optymalizowane, aby maksymalizować przychody lub zyski. Co więcej istotna jest niepewność związana z działaniem na rynku, i potencjalny zakres wahań na nim obecnym, co ważne jest podczas procesu planowania przedsiębiorstwa.

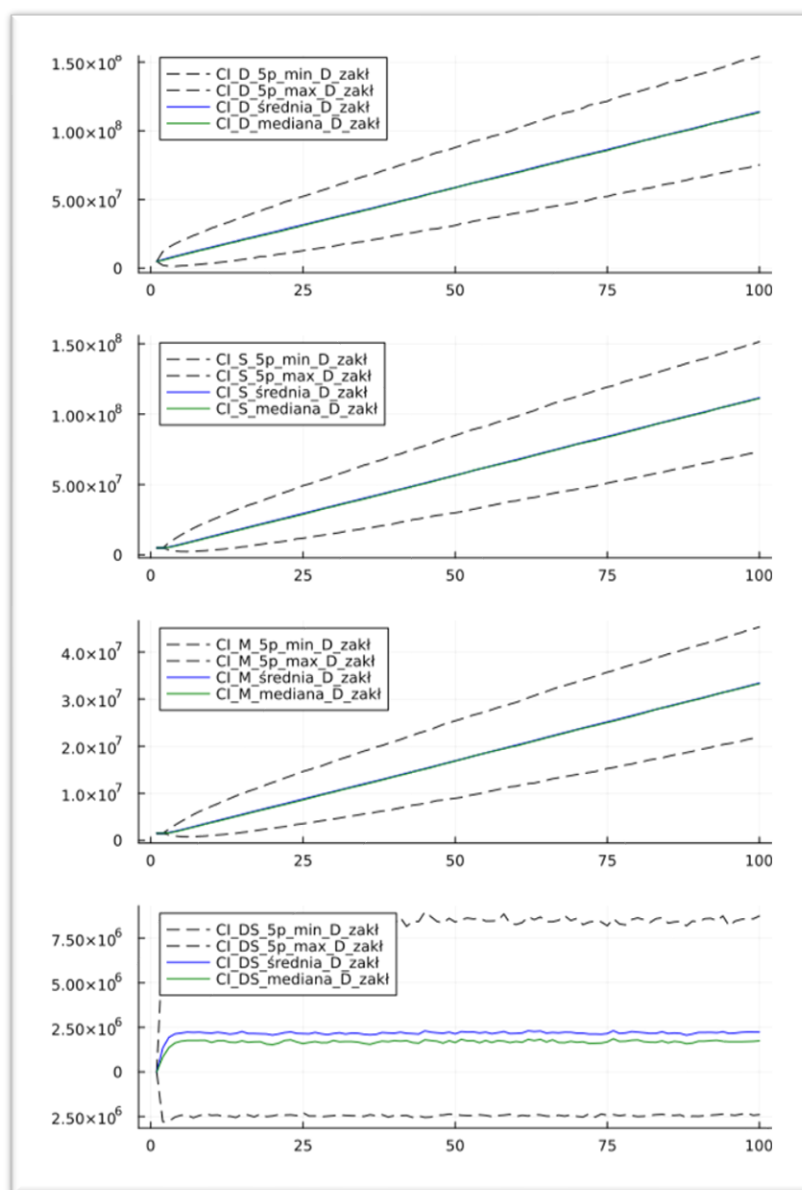
3. Wyniki symulacji

Zbadano zakłócenia za pomocą trzech różnych podejść, kolejno według popytu, podaży i wydatków na marketing. Pierwszy wykres będzie pokazywał symulacje dla popytu, następny dla podaży, trzeci natomiast obrazuje symulacje względem wydatków na marketing, a ostatni uwzględnia różnicę między popytem realnym a podażą.

Każda z linii na wykresie odzwierciedla konkretną statystykę dla poszczególnych założeń symulacyjnych, odpowiednio wartości minimalne (5-ty percentyl), maksymalne (95-ty percentyl), średnią oraz medianę.

3.1. Zakłócenia ze strony popytu

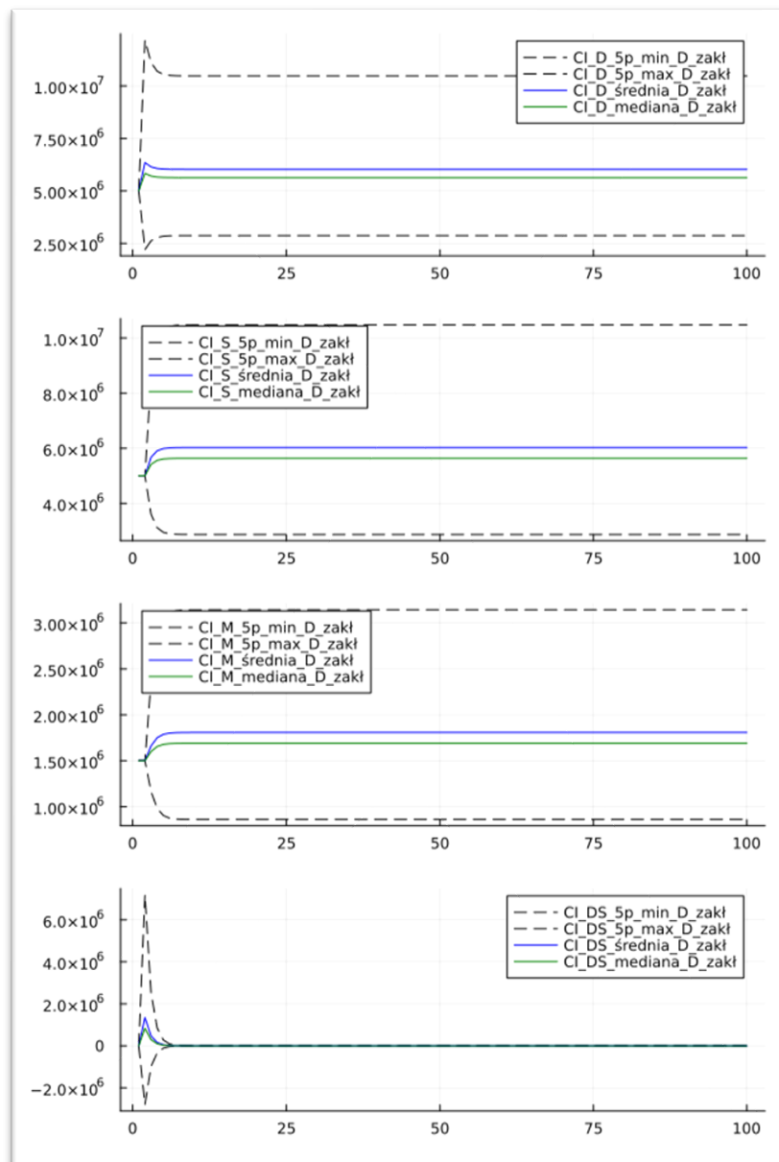
3.1.1. Zakłócenia we wszystkich okresach



Wykres1: Statystyki symulacji względem zakłóceń ze strony popytu dla poszczególnych okresów t

Wykres 1 obrazuje wpływ losowych zakłóceń popytu na układ i jego rozwój dla kolejnych 100 okresów czasu. Zarówno dla popytu, podaży jak i wydatków na marketing można zaobserwować systematyczny wzrost przewidywanych średnich wielkości sprzedażowych na przestrzeni czasu, po uwzględnieniu zakłóceń popytu w modelu deterministycznym. Na każdym z 3 pierwszych wykresów średnia niemalże pokrywa się z medianą. Średnia wartość popytu i podaży zaczynając od punktu bazowego - wartości 5 000 000 – po 100 okresach dochodzi do wielkości ponad 120 000 000. Natomiast czwarty wykres przedstawia trwale istniejącą nadwyżkę popytu nad podażą, wielkości prawie 2.5×10^6 .

3.1.2 Zakłócenia w pierwszym okresie

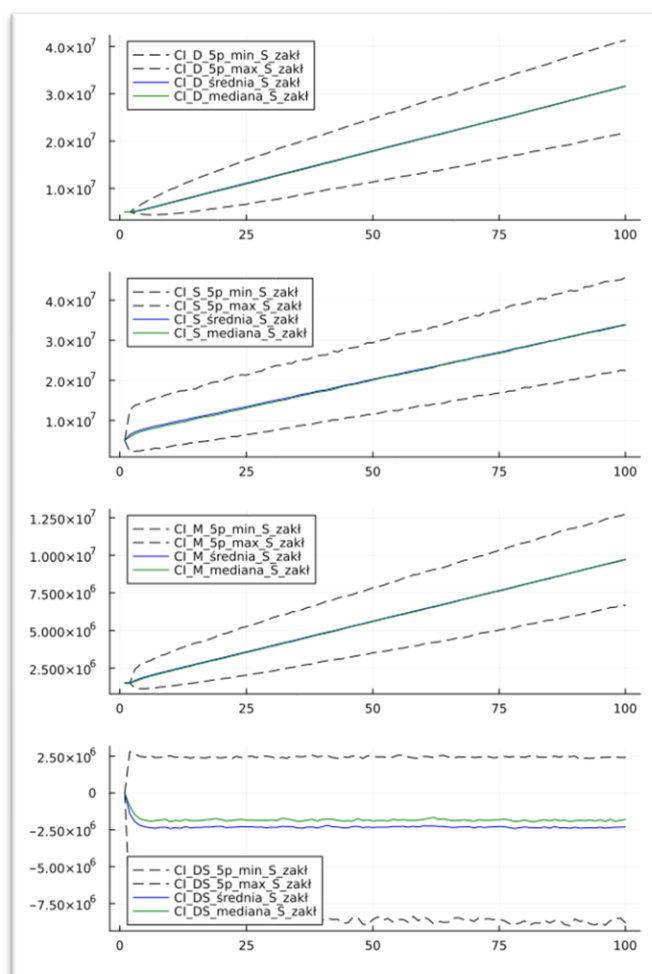


Wykres 2: Statystyki symulacji względem zakłóceń ze strony popytu w pierwszym okresie

Z kolei wykres nr 2 pokazuje zachowanie elementów układu po zakłóceniu popytu tylko w pierwszym okresie. Jest to widoczne w postaci nagłego wzrostu średniej i mediany popytu po pierwszym okresie, a także mniej gwałtownego wzrostu podaży oraz wydatków na marketing. W kolejnych okresach średnie się stabilizują i bez dodatkowych bodźców układ pozostaje w równowadze, jednak mediana i średnia w tym przypadku biegną równolegle. W tym przypadku po szoku w pierwszym okresie popyt i podaż pozostają dalej w równowadze.

3.2. Zakłócenia ze strony podaży

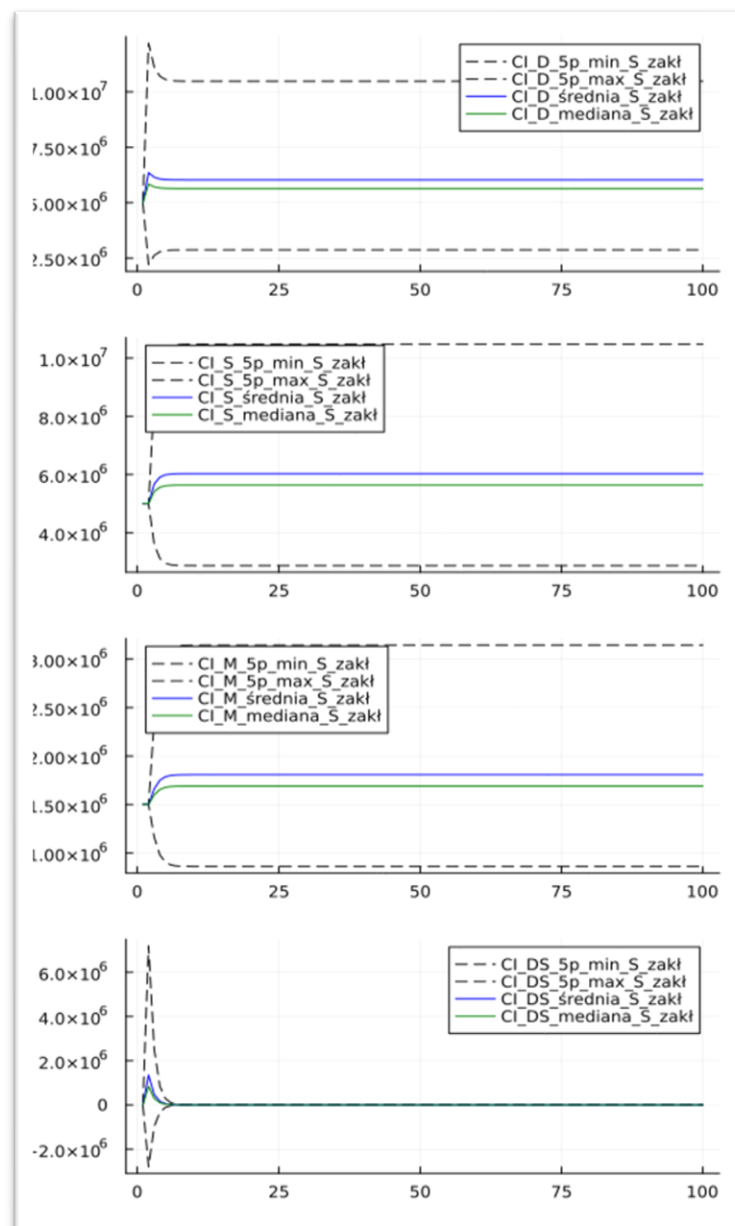
3.2.1. Zakłócenia we wszystkich okresach



Wykres 3: Statystyki symulacji względem zakłóceń ze strony podaży dla poszczególnych okresów t

Wykres 3 obrazuje podobny efekt dynamiki wzrostu wszystkich elementów układu równań, tak jak na wykresie nr 1. Zakłócenia podaży we wszystkich okresach skutkują wzrostem średniej wielkości popytu, podaży i wydatków na marketing. Mediana utrzymuje się na niemalże identycznym poziomie co średnia. Występuje odwrotnie niż w poprzednim przypadku, nadwyżka podaży nad popytem, o czym świadczy ujemna wartość przebiegu średnich i median na czwartej części wykresu.

3.2.2. Zakłócenia w pierwszym okresie

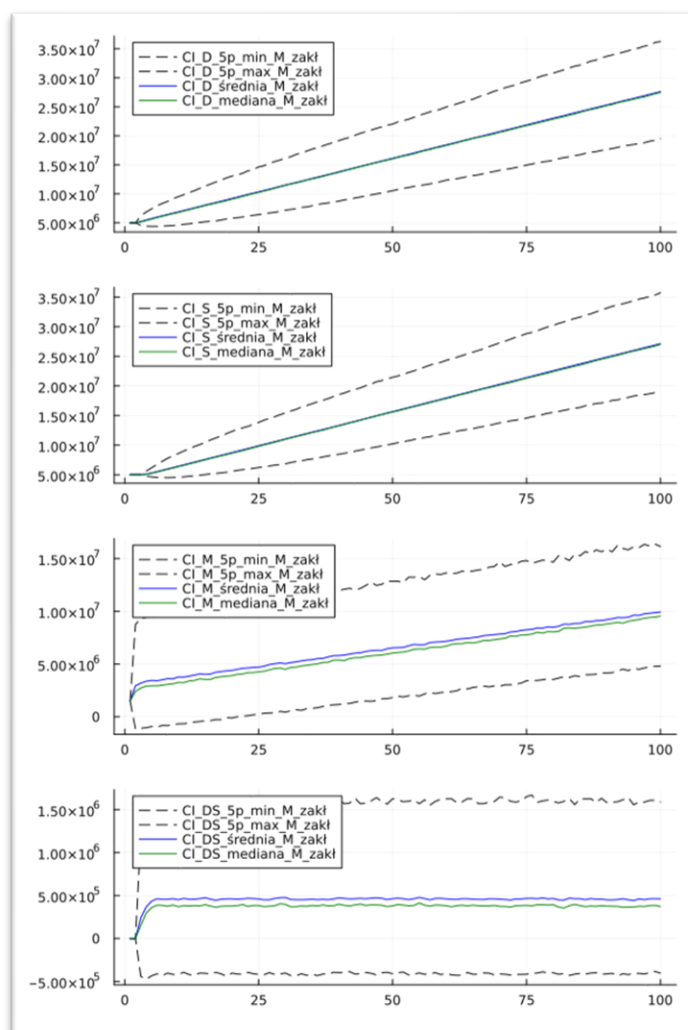


Wykres 4: Statystyki symulacji względem zakłóceń ze strony podaży w pierwszym okresie

Efektem jednostkowego zakłócenia dla podaży w pierwszym okresie jest jednostkowy wzrost średniego poziomu popytu, podaży i wydatków na marketing, który utrzymuje się na stabilnym poziomie dla reszty okresów. Przez ten jednostkowy szok podaź i popyt zwiększają się z poziomu bazowego $5\,000\,000$ o $1\,000\,000$. Po tej jednostkowej zmianie popyt z podażą również się równoważą.

3.3. Zakłócenia ze strony wydatków na marketing

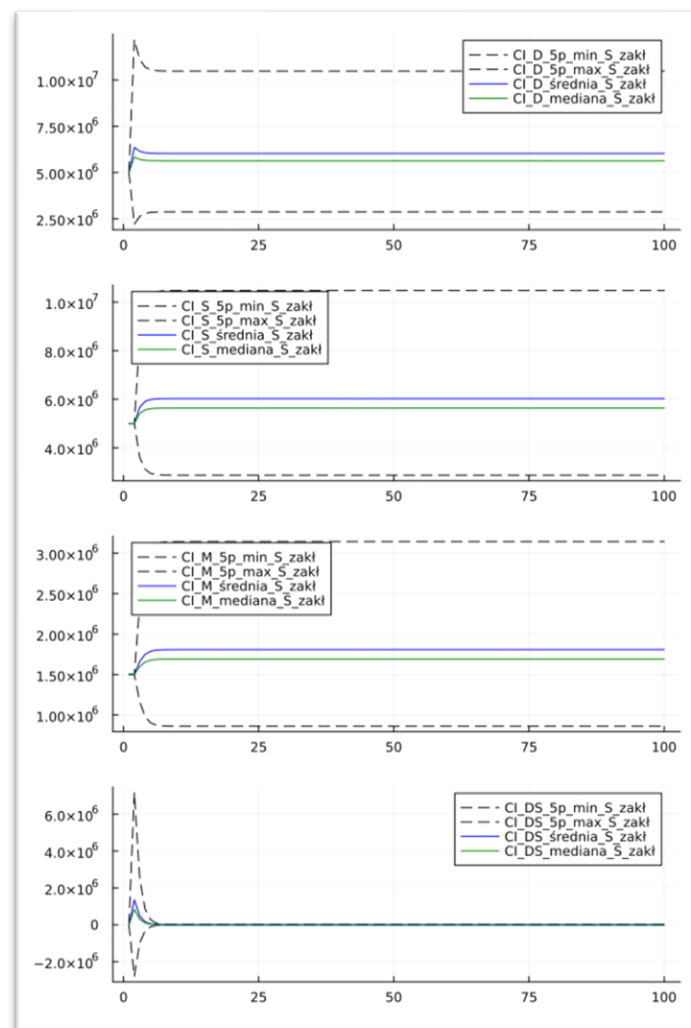
3.3.1. Zakłócenia we wszystkich okresach



Wykres 5: Statystyki symulacji względem zakłóceń ze strony wydatków na marketing dla poszczególnych okresów t

Regularne zakłócenia we wszystkich okresach dla wydatków na marketing powodują wzrost ich średniej i mediany na przestrzeni czasu, co powoduje także wzrost średnich i median popytu oraz podaży. W ciągu symulowanych 100 okresów wydatki na marketing wzrosły z poziomu bazowego ok. 1 500 000 do ok. 10 000 000, przy dużym rozstępie poziomu ufności kwartyli.

3.3.2. Zakłócenia w pierwszym okresie



Wykres 6: Statystyki symulacji względem zakłóceń ze strony wydatków na marketing w pierwszym okresie

Po jednostkowym zakłóceniu w wydatkach na marketing wszystkie średnie zmiennych rosną po pozytywnym szoku i stabilizują się. Czwarta część wykresu wskazuje na stabilizację równowagi popytu i podaży.

4. Analiza wrażliwości

4.1 Analiza wrażliwości pojedynczych współczynników

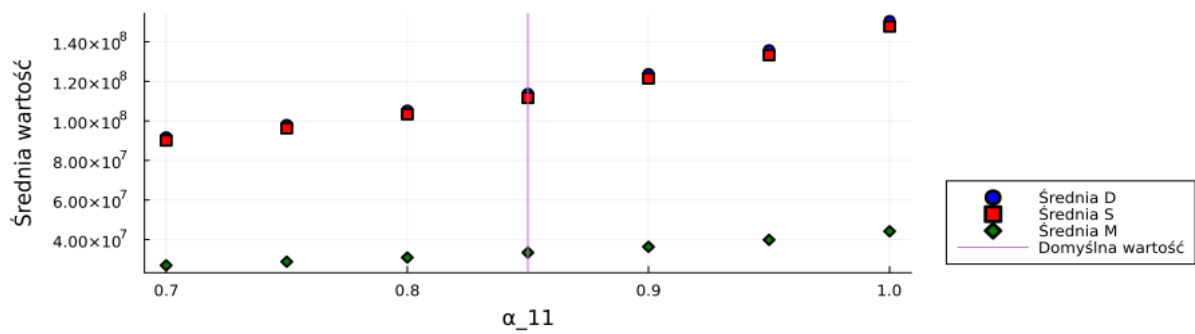
Wartości parametrów uwzględnionych na podstawie wiedzy eksperckiej dostarczonej przez przedsiębiorstwo mogły jednak zostać źle ocenione, wskutek czego prowadzi to do fałszywych wniosków z naszej analizy. Z tego względu uwzględnienie analizy wrażliwości, która pozwala sprawdzić jak zmienia ją się zmienne układu w czasie ze względu zmiany poszczególnych z nich, dzięki czemu łatwiej jest ocenić ryzyko związane z przyjęciem takich a nie innych wartości parametrów modelu.

4.1.1. Parametr α_{11}

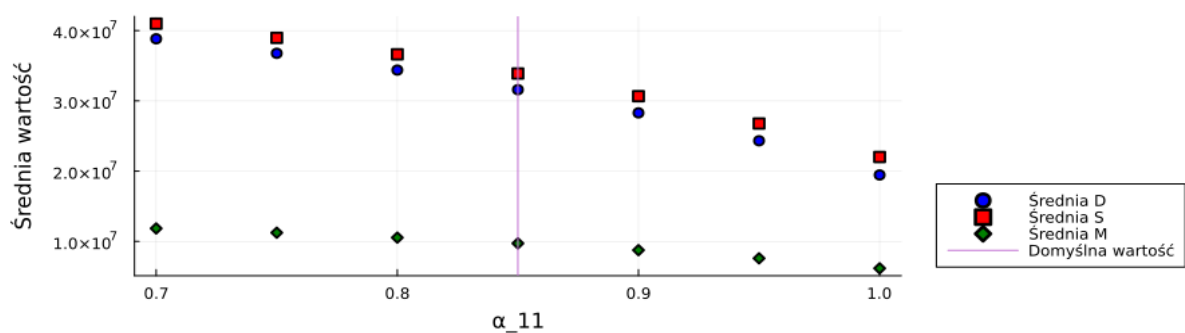
Wielkość tego parametru pokazuje, jak duży wpływ na teraźniejszy (w okresie t) popyt ma realny popyt przeszły. Domyślna wartość równa 0,85 sugeruje wysoką persystencję popytu i relatywnie niewielki wpływ ze względu na zmiany podaży (parametr α_{21}). Dzięki temu popyt jest w miarę stabilny co ułatwia planowanie przedsiębiorstw.

Jednak taka stabilność na rynku w każdej chwili może ulec zmianie, zatem kluczowe dla przedsiębiorstwa jest możliwych zmian w zakresie wartości tego parametru. W tym celu postanowiono sprawdzić od 0,7 do 1, co pozwoli na ocenę wpływu na poszczególne zmienne popyt (D_t), podaż (S_t) i wydatki marketingowe (M_t). Warto zaznaczyć, że parametry α_{31} jest zależny od tego parametru i na jego podstawie wyliczany.

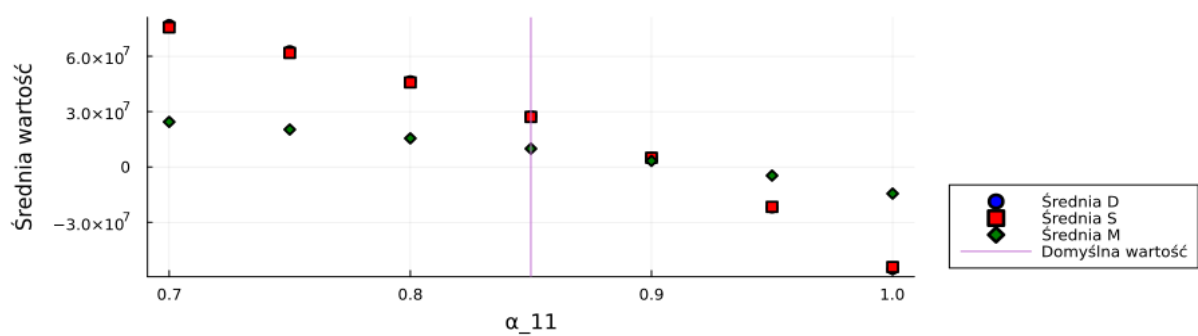
1: Wpływ α_{11} na średnie wartości w okresie $t = 100$ dla zakłócenia D



1: Wpływ α_{11} na średnie wartości w okresie $t = 100$ dla zakłócenia S

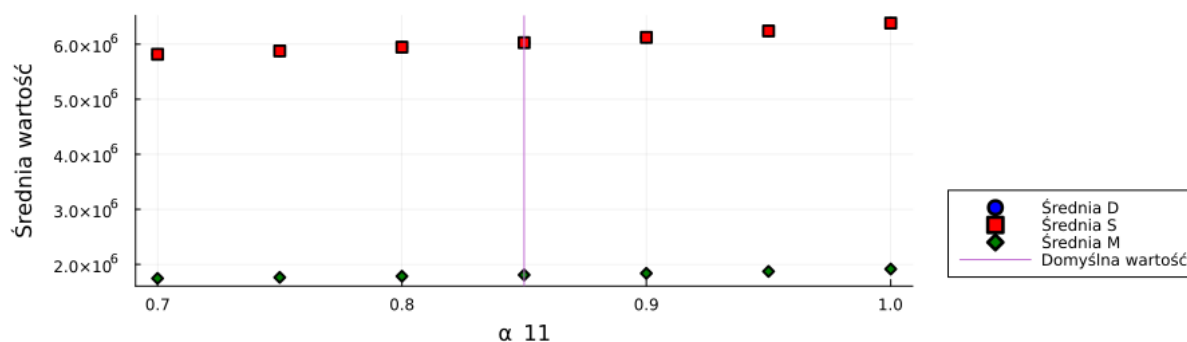


1: Wpływ α_{11} na średnie wartości w okresie $t = 100$ dla zakłócenia M

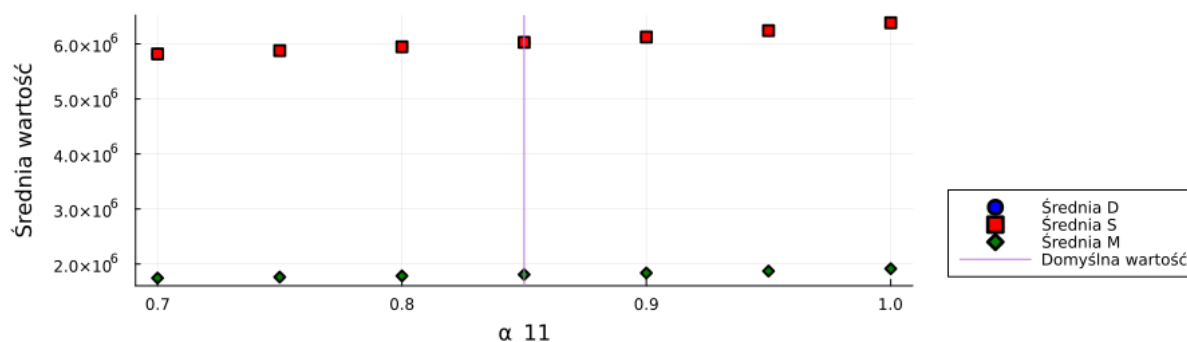


Wykres 7. Zależność pomiędzy wartością parametru α_{11} a zmiennymi występującymi w modelu – wariant z zakłóceniami we wszystkich okresach.

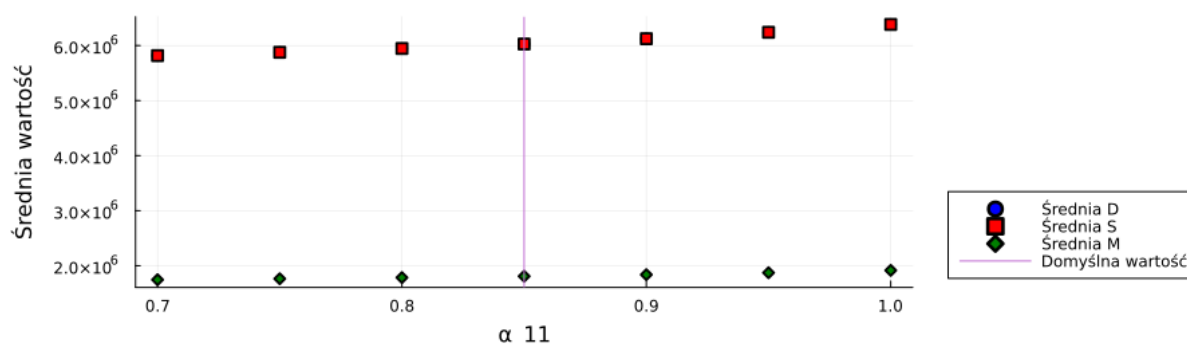
2: Wpływ α_{11} na średnie wartości w okresie $t = 100$ dla zakłócenia D



2: Wpływ α_{11} na średnie wartości w okresie $t = 100$ dla zakłócenia S



2: Wpływ α_{11} na średnie wartości w okresie $t = 100$ dla zakłócenia M



Wykres 8.. Zależność pomiędzy wartością parametru α_{11} a zmiennymi występującymi w modelu – wariant z zakłóceniami w pierwszym okresie.

Wyniki analizy wrażliwości są nieoczywiste – parametr ten zachowuje się inaczej w zależności od przyjętego umiejscowienia składnika losowego. Wyniki analizy przedstawia Wykres 7. oraz 8., gdzie przedstawiono wielkość poszczególnych zmiennych w zależności od wariantu analizy i wartości parametru α_{11} , gdzie na wykresie przedstawiono średnie wartości z ostatniego okresu t_{100} jako średnie z 5000 symulacji.

W przypadku występowania zakłóceń we wszystkich okresach po stronie popytu, wzrost tego parametru wpływa na wzrost wszystkich zmiennych w modelu. Rynek zatem rozwija się szybciej, co było pokazywane już wcześniej. Inaczej sytuacja ma się natomiast w

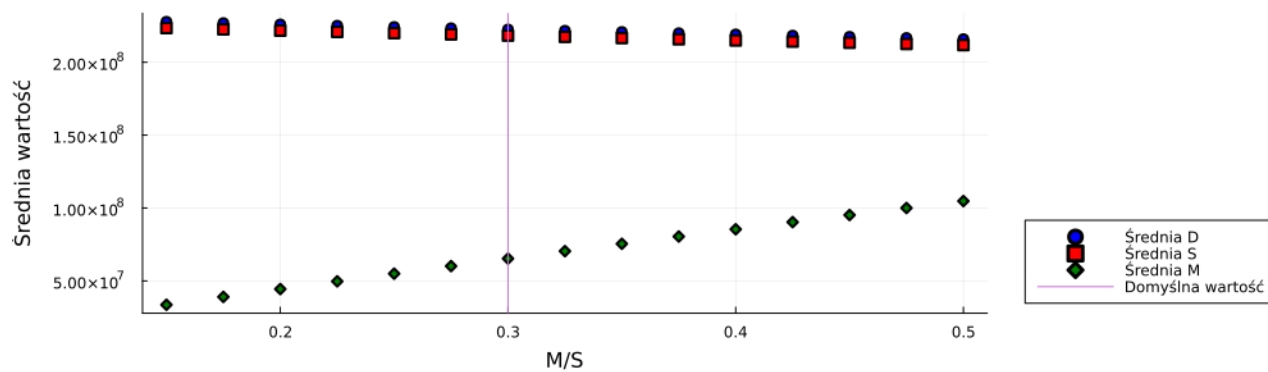
przypadku zakłóceń podaży. Widoczne występowanie podaży nad realnym popytem sprawia, że rynek rozwijał się wolniej co skutkowało niższymi wartościami zmiennych w ostatnim okresie t_{100} . Natomiast najbardziej interesujące są wyniki dla zakłóceń w przypadku wydatków na marketing – tam wzrost tego parametru prowadzi do gwałtownego spadku popytu i podaży realnej, co prowadzi nawet do pojawienia się wartości poniżej zera! W przypadku pojedynczego zakłócenia w okresie pierwszym trudno o wyciągnięcie istotnych wniosków, na podstawie wyników analizy wrażliwości.

4.1.2 Parametr M/S

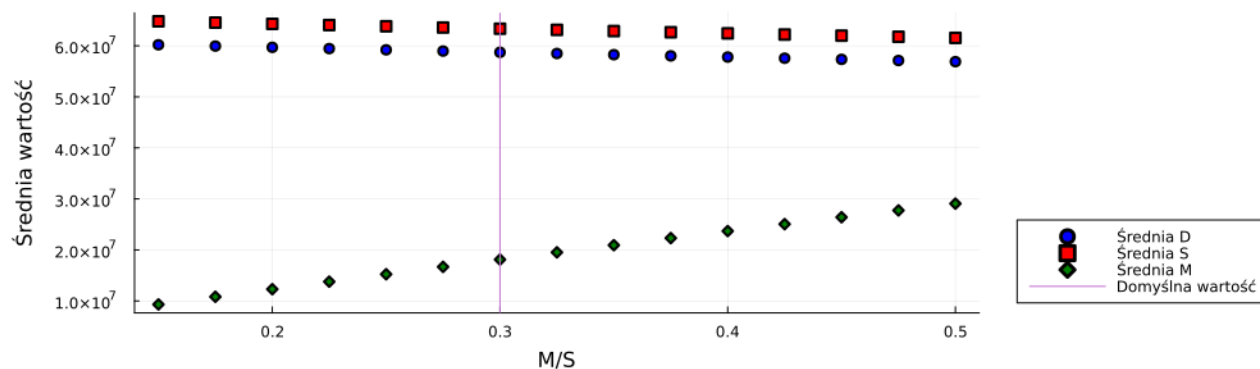
Innym ważnym parametrem jest wielkości wydatków na wydatki marketingowe, które może ustalić przedsiębiorstwo. Wyraża go stosunek wartości wydatków marketingowych do podaży w danym okresie t . Jest to istotna zmienna, na którą władze przedsiębiorstwa mają wpływ, a przeprowadzenie analizy wrażliwości tej zmiennej mogłoby pomóc w optymalizacji wydatków przeznaczonych na ten cel.

Podobnie jak w przypadku poprzedniego parametru, wyznaczono przedział wahań, w zakresie którego przeprowadzono analizę wrażliwości – mowa tutaj o zakresie od wartości 0,15 aż do 0,5. Podobnie, parametry α_{31} α_{33} zostały uzależnione od tego parametru i wyliczone, a wyniki przedstawiają Wykresy 9. i 10. Jak można zauważyć, wzrost wydatków marketingowych prowadzi tutaj do minimalnego zmniejszenia rynku w ostatnich okresach w poszczególnych wariantach analizy. Jednak niech te wyniki nie będą powodem to zbytniego obniżenia wydatków na marketing (względem podaży) – spadek poniżej pewnego poziomu (już np. dla około 10%) powoduje załamanie się rynku. Istnieje pewnie punkt, w którym ta stabilności zostaje gwałtownie zachwiana.

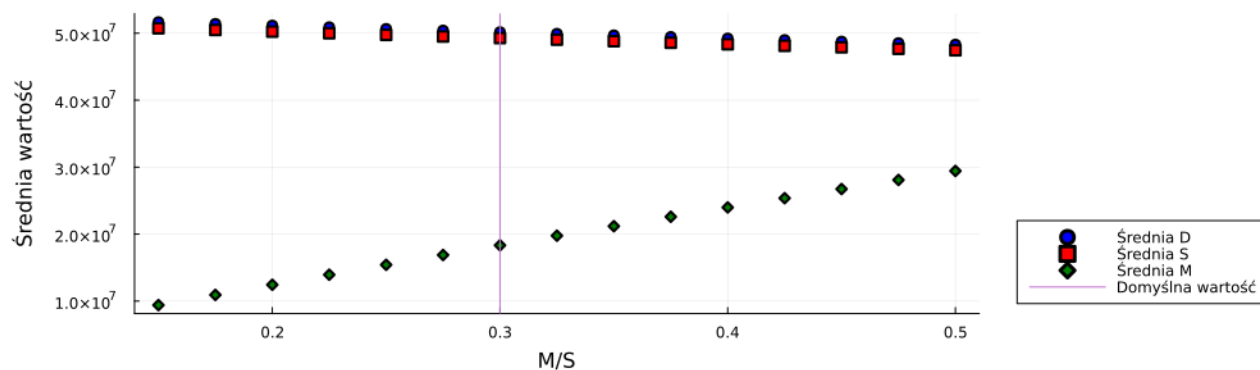
1: Wpływ M_przez_S na średnie wartości w okresie $t = 100$ dla zakłócenia D



1: Wpływ M_przez_S na średnie wartości w okresie $t = 100$ dla zakłócenia S

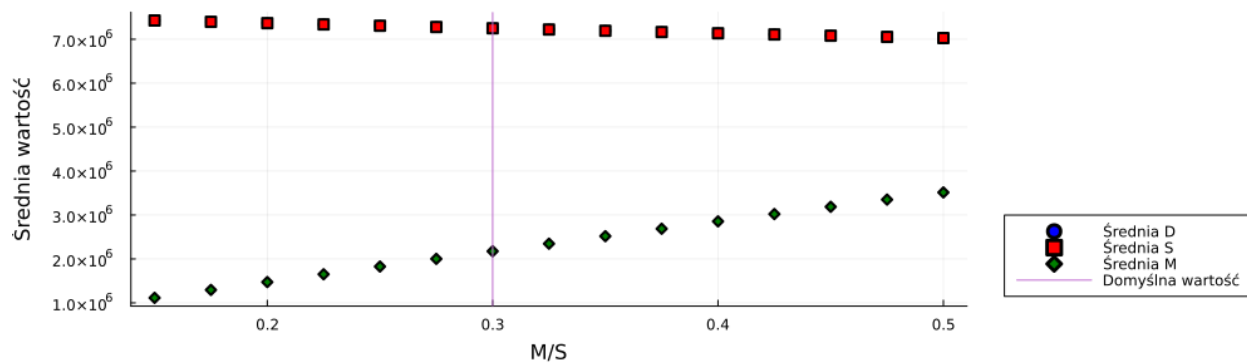


1: Wpływ M_przez_S na średnie wartości w okresie $t = 100$ dla zakłócenia M

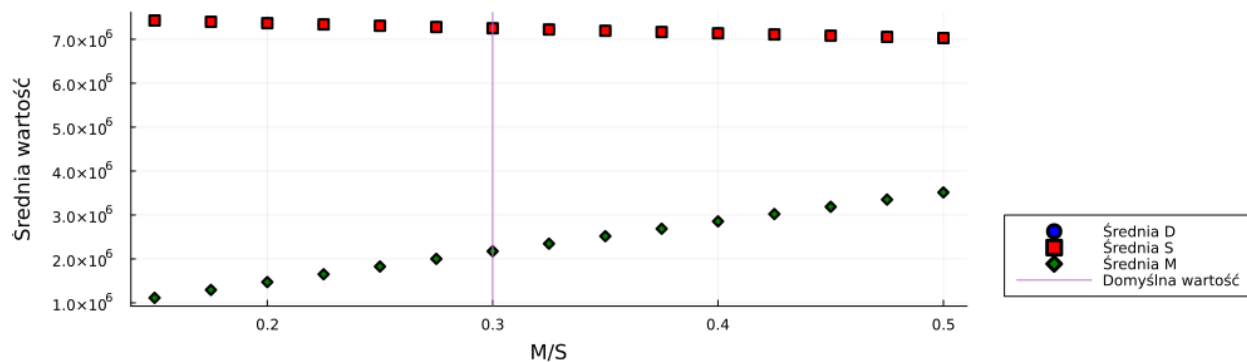


Wykres 9. Zależność pomiędzy wartością parametru M/S a zmiennymi występującymi w modelu – wariant z zakłóceniami we wszystkich okresach.

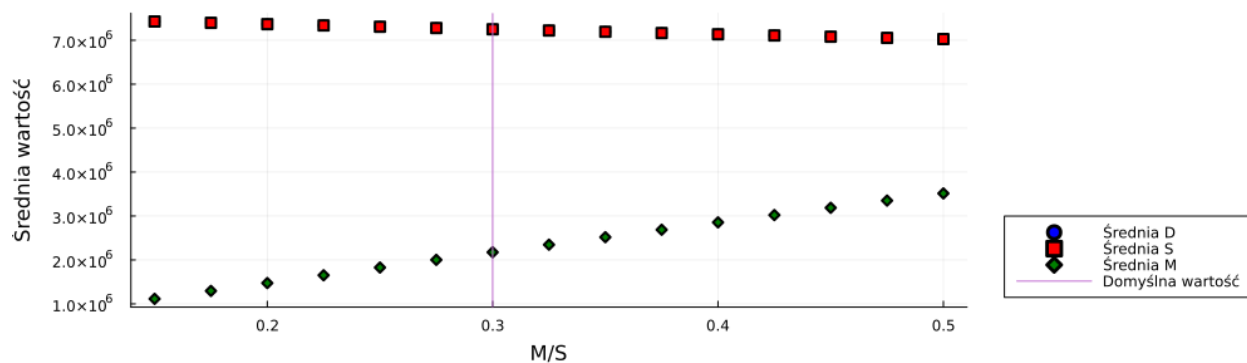
2: Wpływ M_{przez_S} na średnie wartości w okresie $t = 100$ dla zakłócenia D



2: Wpływ M_{przez_S} na średnie wartości w okresie $t = 100$ dla zakłócenia S



2: Wpływ M_{przez_S} na średnie wartości w okresie $t = 100$ dla zakłócenia M



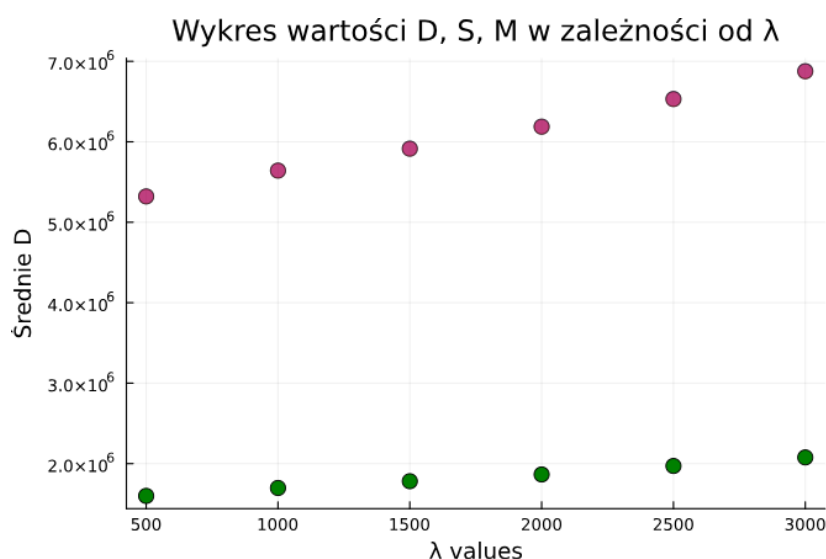
Wykres 10.. Zależność pomiędzy wartością parametru α_{11} a zmiennymi występującymi w modelu – wariant z zakłóceniami w pierwszym okresie.

4.2 Analiza wrażliwości składnika losowego

Analiza wrażliwości współczynników rozkładu Gumbela (μ i λ) może pomóc w zrozumieniu, jak zmiany w zakłóceniach wpływają na dynamikę całego systemu. Co więcej, dzięki temu możliwe jest uwzględnienie niepewności wynikającej z czynników, które nie są uwzględnione w modelu.

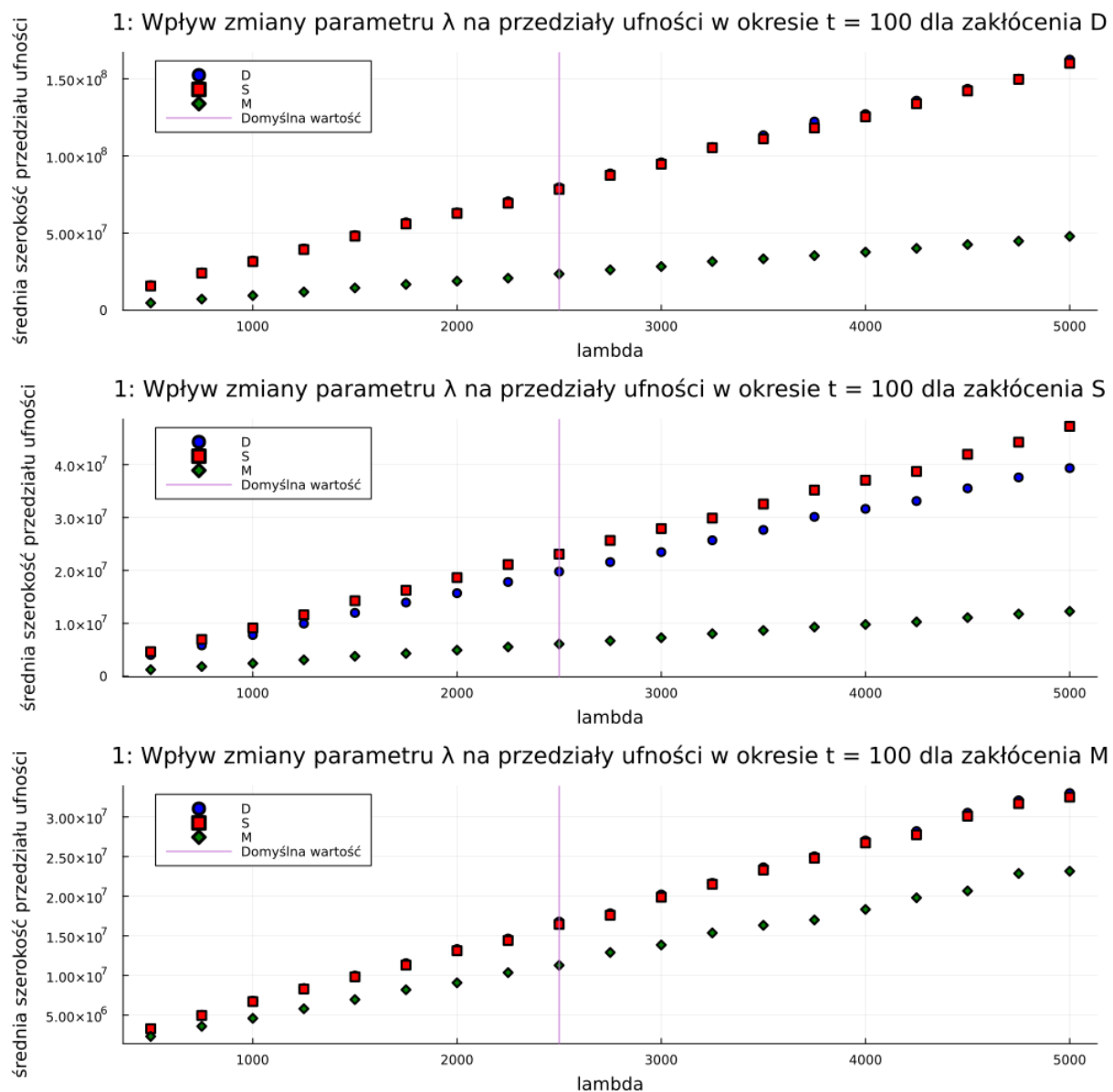
Do przeprowadzenia takiej analizy, systematycznie zmieniano parametry μ i λ , a następnie obserwowano, jak te zmiany wpływają na popyt (D_t), podaż (S_t) i wydatki marketingowe (M_t).

Podstawowym parametrem, które postanowiono przeanalizować był parametr skali λ , który wpływa na wariancję rozkładu. Jak można zauważyć, wariancji rozkładu prowadzi do lekko wyższych wyników uzyskiwanych w ostatnim okresie modelu (Wykres 11.) . Jest to zgodne z przewidywaniami, bo parametr ten też wpływa dodatnio na wartość oczekiwaną rozkładu Gumbela.

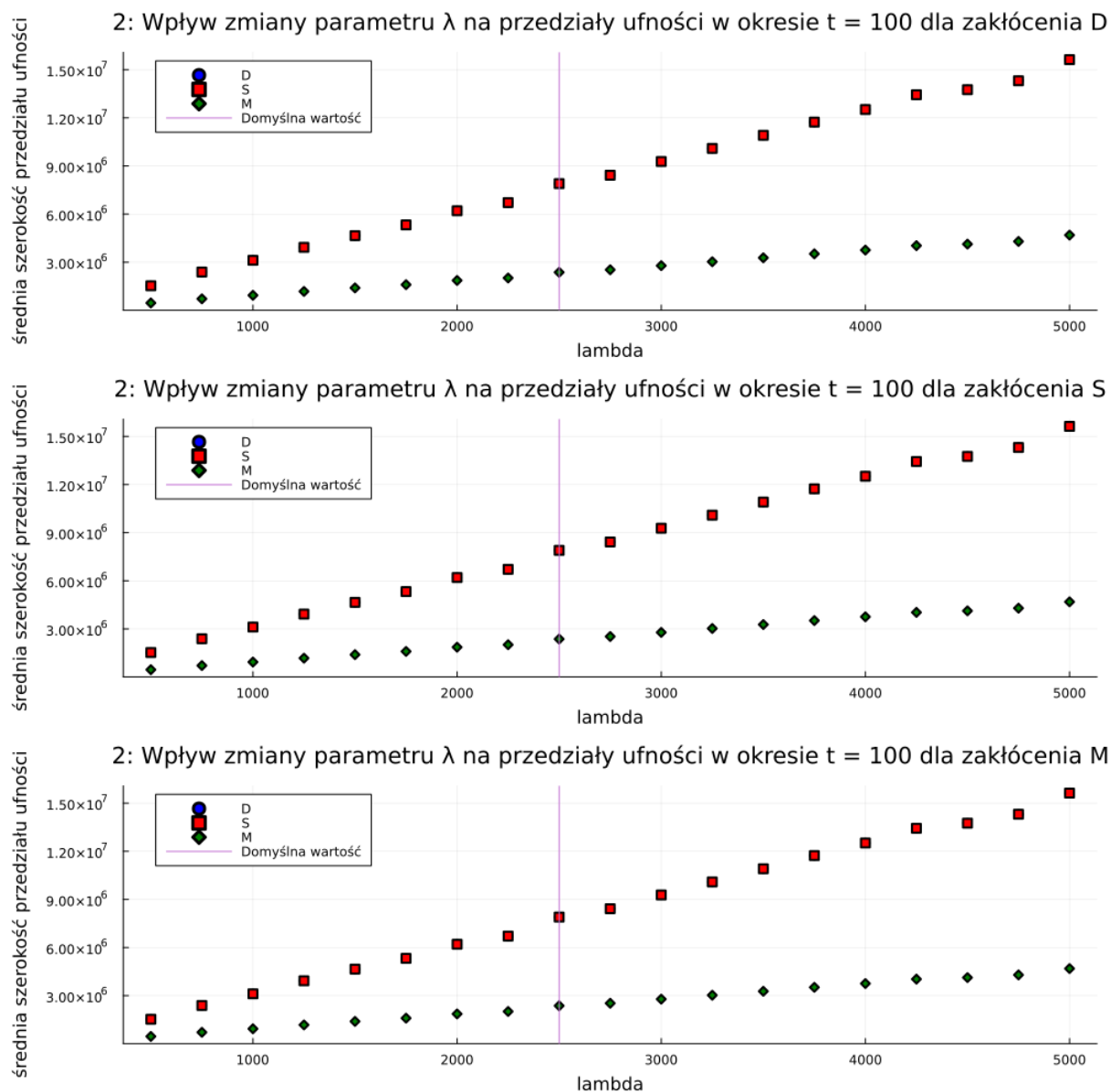


Wykres 11. Zależność pomiędzy wartością parametru λ a średnimi zmiennymi występującymi w modelu – wariant z zakłóceniami w wszystkich okresach.

Kolejne wykresy pokazują, jak zmienia niepewności oszacowań modelu, co wyraża średnia szerokość przedziału ufności dla poszczególnych zmiennych. Jak widać, wzrost tego parametru przekłada się na niemal liniowy wzrost przedziałów ufności. Jest to dobry znak – wyniki symulacji nie zależą w sposób silny od parametrów składnika losowego.



Wykres 12. Zależność pomiędzy wartością parametru λ a zmiennymi występującymi w modelu (przedziały ufności) – wariant z zakłóceniami w wszystkich okresach.



Wykres 13. Zależność pomiędzy wartością parametru λ a zmiennymi występującymi w modelu (przedziały ufności) – wariant z zakłóceniami w pierwszym okresie.

5. Wnioski

Na podstawie przeprowadzonej analizy udało się ustalić wpływ zakłóceń z rozkładu Gumbella na analizowane zmienne. W wariantach, gdzie we wszystkich okresach obecne zakłócenia losowe wszystkie zmienne w modelu rosły – wartość oczekiwana tego rozkładu jest dodatnia, fakt ten zatem sprawiał że rynek zmierzał do równowagi, która miała być co raz wyżej. Jednak jej osiągnięcie było problematyczne, o czym świadczy występowanie nierównowagi w tych analizach – nierówności między rzeczywistą podażą i popytem.

Analiza wrażliwości pokazała, że firma musi zwrócić uwagę na wartość takich parametrów jak α_{11} jest może istotnie oddziaływać na rynek i to w nieoczywisty sposób. Natomiast wydatki marketingowe choć mało wpływowe, to muszą się utrzymywać na pewnym minimalnym poziomie, od którego firma powinna zachować pewną bezpieczną rezerwę.

Firma powinna jednak poświęcić więcej środków na analizę swoich potrzeb – model ten jest ograniczony i trudno za jego pomocą odpowiedzieć na wszystkie pytania. Zadanie konkretnych pytań umożliwiłoby znalezienie najlepszych narzędzi do odpowiedzenia na bardziej szczegółowe pytania.

6. Załączniki

W załączniku znajduje się kod napisany w języku Julia.