

# Sprawozdanie Tabu Search

Józef Melańczuk i Artur Trześniewski

## 1. Testowany algorytm i jego złożoność obliczeniowa

W naszych badaniach będziemy zajmować się algorytmem Tabu search. Jest to metaheurystyka, która nie przestanie szukać, dopóki nie każemy mu przestać np. ograniczając jej czas działania czasowo, lub iteracyjnie. Jeżeli więc odpalimy algorytm, to będzie on sobie będzie pracował, w tym przypadku dopóki go nie wyłączymy, więc ogólna złożoność obliczeniowa nie jest taka prosta do podania. Co nie znaczy, że nic nie możemy powiedzieć o tym, co w zasadzie algorytm robi. Prościej mówiąc, interesuje nas złożoność obliczeniowa jednej „rundy” tego algorytmu, by móc powiedzieć ile mniej więcej takich rund algorytm wykona w danym czasie. W naszej analizie pominiemy ewentualny czas generowania rozwiązania początkowego. Z analizy dostajemy więc:

### **Złożoność Obliczeniowa:**

- Podwójna pętla ->  $n^2$
- Wyznaczanie otoczenia ->  $O(1)$ (swap) lub maksymalnie  $O(n)$ (reverse)
- Funkcja celu ->  $O(1)$ (akceleracja) lub maksymalnie  $O(n)$
- Reszta działań ->  $O(1)$

A więc nasz algorytm wykona rundę w best case:

$$T(n) = n^2 * (O(1) + O(1) + O(1)) = O(n^2)$$

oraz w worst case:

$$T(n) = n^2 * (O(n) + O(n) + O(1)) = O(n^3)$$

### **Złożoność pamięciowa:**

- Tablice rozwiązań ->  $3*n$
- Tablica Tabu ->  $k$
- Tablica długoterminowa ->  $l$

A więc mamy:

$$S(n) = 3 * n + k + l = O(n + k + l)$$

## Warianty algorytmu:

Nasz algorytm może wyznaczać otoczenie funkcjami „reverse”, oraz „swap”, a każde z tych występuje w następujących wariantach:

- Wariant, z losowym rozmiarem listy tabu od 1 do  $n$
- Wariant, z tablicowym rozmiarem listy tabu(z otrzymanych wyników z parameter

tunera)

- Wariant z brakiem listy długoterminowej(sam shuffling)
- Wariant z losowym rozmiarem listy długoterminowej
- Wariant z iteracyjnym warunkiem stopu

## 2. Środowisko testowe

Maszyna: Procesor: Intel(R) Core(TM) i7-4700MQ CPU, liczba rdzeni fizycznych: 4, logicznych: 8

RAM: 8GB

System operacyjny: Windows 10, 64-bit

Język: Programy do testowania zostały napisane w języku Julia, używającym kompilatora LLVM.

(Umówiliśmy się, że testy napiszemy osobno, ale użyjemy jednej maszyny by je wykonywać, by ujednolicić wyniki) Warto wspomnieć, że testy były pisane w „natywnej” Julii, tj. Nie wykorzystywaliśmy np. Funkcji z języka Python, co mogłoby wpłynąć na jakość rezultatów.

## 3. Eksperymenty i testy

### Parameter Tuning:

Aby zbadać, które rozmiary list są „najlepsze”(najlepsze w sensie, który uzyskały najlepsze wyniki w naszym przypadku, nie za bardzo możemy „wskazać palcem” najlepsze), użyliśmy parameter tunera z biblioteki „Hyperopt” Julii. W skrócie, wrzucamy pewnych kandydatów na najlepsze rozmiary list, a tuner bierze pewną ustaloną liczbę próbek i sprawdza, które parametry dały najlepsze wyniki. Parameter tuning wykonaliśmy dla następujących instancji:

- |                 |                 |                 |
|-----------------|-----------------|-----------------|
| 1. a280.tsp     | 2. bier127.tsp  | 3. burma14.tsp  |
| 4. ch150.tsp    | 5. d493.tsp     | 6. d657.tsp     |
| 7. eil101.tsp   | 8. eil51.tsp    | 9. eil76.tsp    |
| 10. fl417.tsp   | 11. gr17.tsp    | 12. gr48.tsp    |
| 13. kroA200.tsp | 14. kroD100.tsp | 15. kroE100.tsp |
| 16. lin318.tsp  | 17. pcb1173.tsp | 18. pr107.tsp   |
| 19. pr124.tsp   | 20. pr136.tsp   | 21. pr144.tsp   |
| 22. pr152.tsp   | 23. pr226.tsp   | 24. pr264.tsp   |
| 25. pr76.tsp    | 26. u1060.tsp   | 27. u159.tsp    |
| 28. u574.tsp    | 29. u724.tsp    | 30. vm1084.tsp  |

Otrzymaliśmy następujące wyniki:

Instancja	Tabu	≈Zależność od n	Długoterminowa	≈Zależność od n
a280.tsp	145	$\frac{n}{2}$	1	Brak(stała)
bier127.tsp	111	n	9	Log(n)
burma14.tsp	7	$\frac{n}{2}$	2	Brak(stała)
ch150.tsp	37	$\frac{n}{4}$	8	Log(n)
d493.tsp	13	Log(n)	20	$\sqrt{n}$
d657.tsp	10	Log(n)	1	Brak(stała)
eil101.tsp	11	$\sqrt{n}$	9	$\sqrt{n}$
eil51.tsp	7	$\sqrt{n}$	4	Brak(stała)
eil76.tsp	17	$\frac{n}{5}$	6	Log(n)
fl417.tsp	9	Log(n)	1	Brak(stała)
gr17.tsp	17	n	1	Brak(stała)
gr48.tsp	43	n	3	Brak(stała)
kroA200.tsp	85	$\frac{n}{2}$	14	$\sqrt{n}$
kroD100.tsp	8	$\sqrt{n}$	10	$\sqrt{n}$
kroE100.tsp	10	$\sqrt{n}$	6	Log(n)
lin318.tsp	35	Brak(stała)	11	Log(n)
pcb1173.tsp	37	$\sqrt{n}$	10	Log(n)
pr107.tsp	61	$\frac{n}{2}$	6	Log(n)
pr124.tsp	23	Brak(stała)	5	
pr136.tsp	100	$\frac{3n}{4}$	8	Log(n)
pr144.tsp	25	Brak(stała)	6	Brak(stała)
pr152.tsp	121	$\frac{3n}{4}$	3	Brak(stała)
pr226.tsp	61	$\frac{n}{4}$	5	Brak(stała)
pr264.tsp	13	Brak(stała)	4	Brak(stała)
pr76.tsp	33	$\frac{2n}{5}$	3	Brak(stała)
u1060.tsp	23	Brak(stała)	5	Brak(stała)
u159.tsp	121	$\frac{3n}{4}$	11	$\sqrt{n}$
u574.tsp	21	$\sqrt{n}$	8	Log(n)
u724.tsp	22	Brak(stała)	7	Brak(stała)
vm1084.tsp	31	$\sqrt{n}$	6	Brak(stała)

Porównanie parami; instancje używane w eksperymencie:

- |               |                |                |
|---------------|----------------|----------------|
| 1. a280.tsp   | 2. bier127.tsp | 3. burma14.tsp |
| 4. ch150.tsp  | 5. d493.tsp    | 6. d657.tsp    |
| 7. eil101.tsp | 8. eil51.tsp   | 9. eil76.tsp   |
| 10. fl417.tsp |                |                |

Instancji jest mniej, bo testy są bardzo drogie czasowo.

Instancje wybraliśmy tak, aby objęły jak największe spektrum przypadków. Występują tu różne typy instancji:

- równomiernie rozmieszczonych punktów na płaszczyźnie,
- punktów skupionych w „grupy”, gdy większość płaszczyzny jest „pusta”
- mające różne / wiele równych odległości między punktami
- mające małe / duże odległości między punktami
- mające mało / dużo punktów

## Metodologia:

Eksperymenty były przeprowadzane, dając algorytmom wszystkie zasoby komputera. Następnie użyliśmy testu Wilcozona, by sprawdzić czy różnice między algorytmami są istotne statystycznie. Jednakże w tym przypadku był pewien problem z tym testem: nie było za dużo próbek, z których mogliśmy wziąć średnią do testu. Ujmę to w ten sposób, że w tym momencie ten test jest tak wiarygodny, jak te średnie wyciągane z 8-16 wyników (niektóre warianty badaliśmy większą ilością wyników, gdyż były bardziej podatne na „pecha” np. przypadkowe długości tabu listy - mogło się zdarzyć, że 2-3 trafiły na niefortunne wartości jak np. 1, które są w dosyć oczywisty sposób gorsze. Więc, żeby to jakoś zrekompensować, daliśmy im więcej prób). Testy są strasznie drogie czasowo, więc nie mogliśmy sobie pozwolić na więcej. Ale w tym momencie przypomniał mi się egzamin ze statystyki i pewna metoda którą wypadało znać przed przystąpieniem do niego: Bootstrap. Dlaczego ta metoda, a nie po prostu Wilcoxon? Bo w tym przypadku nie mamy par (ponadto jest to okazja do przetestowania innego rodzaju badania statystycznego). Testy były generowane dla losowych rozwiązań, więc niemożliwe jest dobranie par dla konkretnych instancji. Ponadto Wilcoxon zabiera dosyć sporo przestrzeni, więc sprawozdanie byłoby znacznie mniej czytelne (z tego samego powodu będę tylko drukował procent odrzuconych  $H_0$ ).

Testy będziemy przeprowadzać następująco: Za hipotezę zerową przyjmujemy, że mediany tych wariantów dla danej instancji są takie same. Zastosujemy następujące podejście: mając medianę wariantu pierwszego ( $W_1$ ) i wariantu drugiego ( $W_2$ ) założymy, że mediana  $W_2$  jest wiarygodna, następnie bootstrapując przesunięte wyniki  $W_1$  sprawdzimy, czy mamy podstawy do odrzucenia tej hipotezy dla takiej sytuacji, a następnie powtórzymy tę procedurę dla odwrotnej sytuacji, czyli zakładając że mediana  $W_1$  jest

wiarygodna. Następnie porównamy wyniki bootstrapu z wynikami testu Wilcoxona i zobaczymy, czy się różnią

```
Bootstrap result for Variant: ZeroLenLongTermMem and RandLenTabu: Percent of: rejected H0: 0.0
Wilcoxon test for:long0 and rand_tabu
Exact Wilcoxon signed rank test
```

-----  
Population details:

```
parameter of interest:  Location parameter (pseudomedian)
value under h_0:        0
point estimate:         -2.78125
95% confidence interval: (-454.7, 14.22)
```

Test summary:

```
outcome with 95% confidence: fail to reject h_0
two-sided p-value:         0.1641
```

Details:

```
number of observations:    10
Wilcoxon rank-sum statistic: 10.0
rank sums:                 [10.0, 35.0]
adjustment for ties:       0.0
```

```
Bootstrap result for Variant: ZeroLenLongTermMem and reverse: Percent of: rejected H0: 10.0
```

```
Wrong ones: Any[9]
```

```
Wilcoxon test for:long0 and reverse
```

```
Exact Wilcoxon signed rank test
```

```
-----
Population details:
```

```
parameter of interest:  Location parameter (pseudomedian)
value under h_0:        0
point estimate:         -0.28125
95% confidence interval: (-300.3, 303.1)
```

Test summary:

```
outcome with 95% confidence: fail to reject h_0
two-sided p-value:         0.7344
```

Details:

```
number of observations:    10
Wilcoxon rank-sum statistic: 26.0
rank sums:                 [26.0, 19.0]
adjustment for ties:       0.0
```

```
Bootstrap result for Variant: ZeroLenLongTermMem and RandLongTerm: Percent of: rejected H0: 0.0
```

```
Wilcoxon test for:long0 and RandLongTerm
```

```
Exact Wilcoxon signed rank test
```

```
-----
Population details:
```

```
parameter of interest:  Location parameter (pseudomedian)
value under h_0:        0
point estimate:         -23.4375
95% confidence interval: (-62890.0, 24.75)
```

Test summary:

```
outcome with 95% confidence: fail to reject h_0
two-sided p-value:         0.1934
```

Details:

```
number of observations:    10
Wilcoxon rank-sum statistic: 14.0
rank sums:                 [14.0, 41.0]
adjustment for ties:       0.0
```

Bootstrap result for Variant: ZeroLenLongTermMem and TablicoweTabu: Percent of: rejected H0: 0.0  
Wilcoxon test for:long0 and TablicoweTabu  
Exact Wilcoxon signed rank test  
-----

Population details:

parameter of interest: Location parameter (pseudomedian)  
value under  $h_0$ : 0  
point estimate: -46.1875  
95% confidence interval: (-63110.0, -7.0)

Test summary:

outcome with 95% confidence: reject  $h_0$   
two-sided p-value: 0.0176

Details:

number of observations: 10  
Wilcoxon rank-sum statistic: 5.0  
rank sums: [5.0, 50.0]  
adjustment for ties: 6.0

Bootstrap result for Variant: RandLenTabu and reverse: Percent of: rejected H0: 10.0

Wrong ones: Any[3]

Wilcoxon test for:rand\_tabu and reverse

Exact Wilcoxon signed rank test  
-----

Population details:

parameter of interest: Location parameter (pseudomedian)  
value under  $h_0$ : 0  
point estimate: 5.53125  
95% confidence interval: (-36.91, 777.2)

Test summary:

outcome with 95% confidence: fail to reject  $h_0$   
two-sided p-value: 0.3750

Details:

number of observations: 10  
Wilcoxon rank-sum statistic: 37.0  
rank sums: [37.0, 18.0]  
adjustment for ties: 0.0

Bootstrap result for Variant: RandLenTabu and BrakAkceptacjiTabu: Percent of: rejected H0: 0.0

Wilcoxon test for:rand\_tabu and BrakAkceptacjiTabu

Exact Wilcoxon signed rank test  
-----

Population details:

parameter of interest: Location parameter (pseudomedian)  
value under  $h_0$ : 0  
point estimate: -210.75  
95% confidence interval: (-76010.0, -2.75)

Test summary:

outcome with 95% confidence: reject  $h_0$   
two-sided p-value: 0.0273

Details:

number of observations: 10  
Wilcoxon rank-sum statistic: 6.0  
rank sums: [6.0, 49.0]  
adjustment for ties: 0.0

Bootstrap result for Variant: RandLenTabu and swap: Percent of: rejected H0: 0.0  
Wilcoxon test for:rand\_tabu and swap  
Exact Wilcoxon signed rank test  
-----

Population details:

parameter of interest: Location parameter (pseudomedian)  
value under  $h_0$ : 0  
point estimate: -26605.2  
95% confidence interval: (-528700.0, -1823.0)

Test summary:

outcome with 95% confidence: reject  $h_0$   
two-sided p-value: 0.0020

Details:

number of observations: 10  
Wilcoxon rank-sum statistic: 0.0  
rank sums: [0.0, 55.0]  
adjustment for ties: 0.0

Bootstrap result for Variant: RandLenTabu and RandLongTerm: Percent of: rejected H0: 0.0  
Wilcoxon test for:rand\_tabu and RandLongTerm  
Exact Wilcoxon signed rank test  
-----

Population details:

parameter of interest: Location parameter (pseudomedian)  
value under  $h_0$ : 0  
point estimate: -35.5  
95% confidence interval: (-75830.0, 49.75)

Test summary:

outcome with 95% confidence: fail to reject  $h_0$   
two-sided p-value: 0.2227

Details:

number of observations: 10  
Wilcoxon rank-sum statistic: 15.0  
rank sums: [15.0, 40.0]  
adjustment for ties: 6.0

Bootstrap result for Variant: RandLenTabu and TablicoweTabu: Percent of: rejected H0: 0.0  
Wilcoxon test for:rand\_tabu and TablicoweTabu  
Exact Wilcoxon signed rank test  
-----

Population details:

parameter of interest: Location parameter (pseudomedian)  
value under  $h_0$ : 0  
point estimate: -12.25  
95% confidence interval: (-63550.0, 2.0)

Test summary:

outcome with 95% confidence: fail to reject  $h_0$   
two-sided p-value: 0.1309

Details:

number of observations: 10  
Wilcoxon rank-sum statistic: 12.0  
rank sums: [12.0, 43.0]  
adjustment for ties: 0.0

Bootstrap result for Variant: reverse and swap: Percent of: rejected H0: 0.0  
Wilcoxon test for:reverse and swap  
Exact Wilcoxon signed rank test  
-----

Population details:

parameter of interest: Location parameter (pseudomedian)  
value under  $h_0$ : 0  
point estimate: -26396.8  
95% confidence interval: (-528500.0, -1832.0)

Test summary:

outcome with 95% confidence: reject  $h_0$   
two-sided p-value: 0.0020

Details:

number of observations: 10  
Wilcoxon rank-sum statistic: 0.0  
rank sums: [0.0, 55.0]  
adjustment for ties: 0.0

Bootstrap result for Variant: reverse and RandLongTerm: Percent of: rejected H0: 0.0  
Wilcoxon test for:reverse and RandLongTerm  
Exact Wilcoxon signed rank test  
-----

Population details:

parameter of interest: Location parameter (pseudomedian)  
value under  $h_0$ : 0  
point estimate: 0.0  
95% confidence interval: (-75640.0, 55.75)

Test summary:

outcome with 95% confidence: fail to reject  $h_0$   
two-sided p-value: 0.3828

Details:

number of observations: 10  
Wilcoxon rank-sum statistic: 11.0  
rank sums: [11.0, 25.0]  
adjustment for ties: 0.0

Bootstrap result for Variant: reverse and BrakAkceptacjiTabu: Percent of: rejected H0: 0.0  
Wilcoxon test for:reverse and BrakAkceptacjiTabu  
Exact Wilcoxon signed rank test  
-----

Population details:

parameter of interest: Location parameter (pseudomedian)  
value under  $h_0$ : 0  
point estimate: -277.5  
95% confidence interval: (-75840.0, -2.0)

Test summary:

outcome with 95% confidence: reject  $h_0$   
two-sided p-value: 0.0273

Details:

number of observations: 10  
Wilcoxon rank-sum statistic: 4.0  
rank sums: [4.0, 41.0]  
adjustment for ties: 0.0



Bootstrap result for Variant: reverse and TablicoweTabu: Percent of: rejected H0: 0.0  
Wilcoxon test for:reverse and TablicoweTabu  
Exact Wilcoxon signed rank test  
-----

Population details:  
parameter of interest: Location parameter (pseudomedian)  
value under h\_0: 0  
point estimate: -4.25  
95% confidence interval: (-63910.0, 38.75)

Test summary:  
outcome with 95% confidence: fail to reject h\_0  
two-sided p-value: 0.3340

Details:  
number of observations: 10  
Wilcoxon rank-sum statistic: 17.5  
rank sums: [17.5, 37.5]  
adjustment for ties: 6.0

Bootstrap result for Variant: swap and BrakAkceptacjiTabu: Percent of: rejected H0: 0.0  
Wilcoxon test for:swap and BrakAkceptacjiTabu  
Exact Wilcoxon signed rank test  
-----

Population details:  
parameter of interest: Location parameter (pseudomedian)  
value under h\_0: 0  
point estimate: 25974.8  
95% confidence interval: (1863.0, 452700.0)

Test summary:  
outcome with 95% confidence: reject h\_0  
two-sided p-value: 0.0020

Details:  
number of observations: 10  
Wilcoxon rank-sum statistic: 55.0  
rank sums: [55.0, 0.0]  
adjustment for ties: 0.0

Bootstrap result for Variant: swap and RandLongTerm: Percent of: rejected H0: 0.0  
Wilcoxon test for:swap and RandLongTerm  
Exact Wilcoxon signed rank test  
-----

Population details:  
parameter of interest: Location parameter (pseudomedian)  
value under h\_0: 0  
point estimate: 26927.8  
95% confidence interval: (1872.0, 452800.0)

Test summary:  
outcome with 95% confidence: reject h\_0  
two-sided p-value: 0.0020

Details:  
number of observations: 10  
Wilcoxon rank-sum statistic: 55.0  
rank sums: [55.0, 0.0]  
adjustment for ties: 0.0

Bootstrap result for Variant: swap and TablicoweTabu: Percent of: rejected H0: 0.0  
Wilcoxon test for: swap and TablicoweTabu  
Exact Wilcoxon signed rank test  
-----

Population details:

parameter of interest: Location parameter (pseudomedian)  
value under  $h_0$ : 0  
point estimate: 26594.0  
95% confidence interval: (1841.0, 506200.0)

Test summary:

outcome with 95% confidence: reject  $h_0$   
two-sided p-value: 0.0020

Details:

number of observations: 10  
Wilcoxon rank-sum statistic: 55.0  
rank sums: [55.0, 0.0]  
adjustment for ties: 0.0

Bootstrap result for Variant: BrakAkceptacjiTabu and RandLongTerm: Percent of: rejected H0: 0.0  
Wilcoxon test for: BrakAkceptacjiTabu and RandLongTerm  
Exact Wilcoxon signed rank test  
-----

Population details:

parameter of interest: Location parameter (pseudomedian)  
value under  $h_0$ : 0  
point estimate: 110.0  
95% confidence interval: (8.75, 15510.0)

Test summary:

outcome with 95% confidence: reject  $h_0$   
two-sided p-value: 0.0020

Details:

number of observations: 10  
Wilcoxon rank-sum statistic: 55.0  
rank sums: [55.0, 0.0]  
adjustment for ties: 6.0

```
Bootstrap result for Variant: BrakAkceptacjiTabu and TablicoweTabu: Percent of: rejected H0: 0.0
Wilcoxon test for:BrakAkceptacjiTabu and TablicoweTabu
Exact Wilcoxon signed rank test
-----
```

Population details:

```
parameter of interest: Location parameter (pseudomedian)
value under h_0:      0
point estimate:       166.0
95% confidence interval: (0.25, 53520.0)
```

Test summary:

```
outcome with 95% confidence: reject h_0
two-sided p-value:          0.0391
```

Details:

```
number of observations: 10
Wilcoxon rank-sum statistic: 40.0
rank sums:             [40.0, 5.0]
adjustment for ties:    0.0
```

```
Bootstrap result for Variant: RandLongTerm and TablicoweTabu: Percent of: rejected H0: 0.0
Wilcoxon test for:RandLongTerm and TablicoweTabu
Exact Wilcoxon signed rank test
-----
```

Population details:

```
parameter of interest: Location parameter (pseudomedian)
value under h_0:      0
point estimate:       -0.25
95% confidence interval: (-764.2, 52980.0)
```

Test summary:

```
outcome with 95% confidence: fail to reject h_0
two-sided p-value:          1.0000
```

Details:

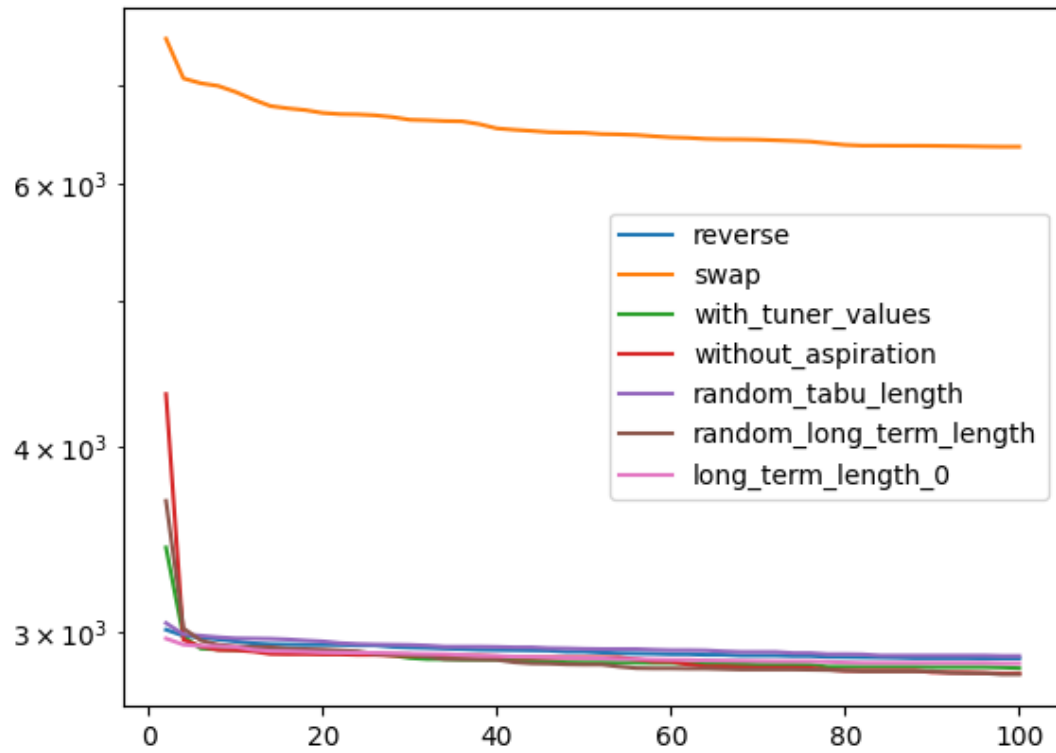
```
number of observations: 10
Wilcoxon rank-sum statistic: 23.0
rank sums:             [23.0, 22.0]
adjustment for ties:    0.0
```

Mamy tutaj ciekawą sytuację, mianowicie zdarzyło się kilka razy, że wynik bootstrapu nie pasował do wyniku Wilcoxona. Wynika to z tego, że one nie sprawdzają tego samego, przynajmniej nie w kontekście próbki. Najprościej sobie to wyobrazić na zasadzie macierzy. Bootstrap sprawdza wiersze, a Wilcoxon jedną kolumnę. Zatem można by powiedzieć, że te wyniki się wykluczają, ale tak naprawdę są one jedyne powiązane. Ponadto wariant swap występował tylko pojedynczo, wynika to z tego, że można łatwo przenieść wnioski tych testów na badania wariantów swapa. Ale jednocześnie, wypadałoby sprawdzić, czy sam swap jest statystycznie różny od reversa.

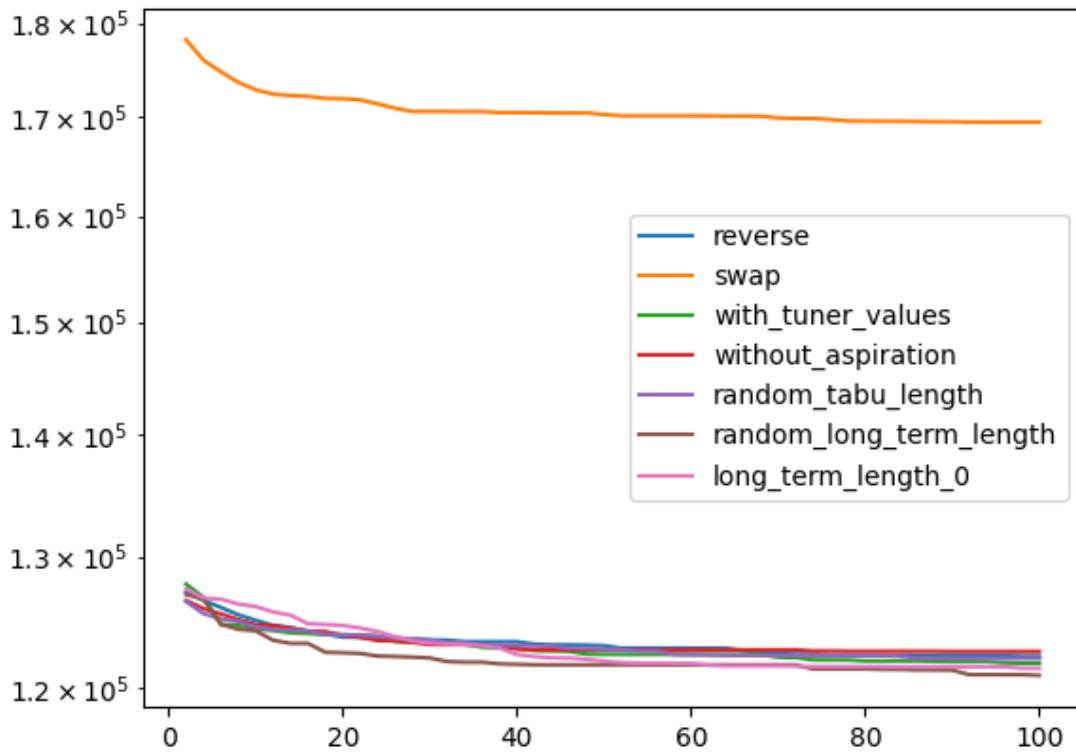
## Wydajność w czasie:

Teraz na wykresach zobaczymy wydajność poszczególnych wariantów, przedstawiają one wartości tabu search dla konkretnych instancji (swap dla porównania). Tak więc mamy:

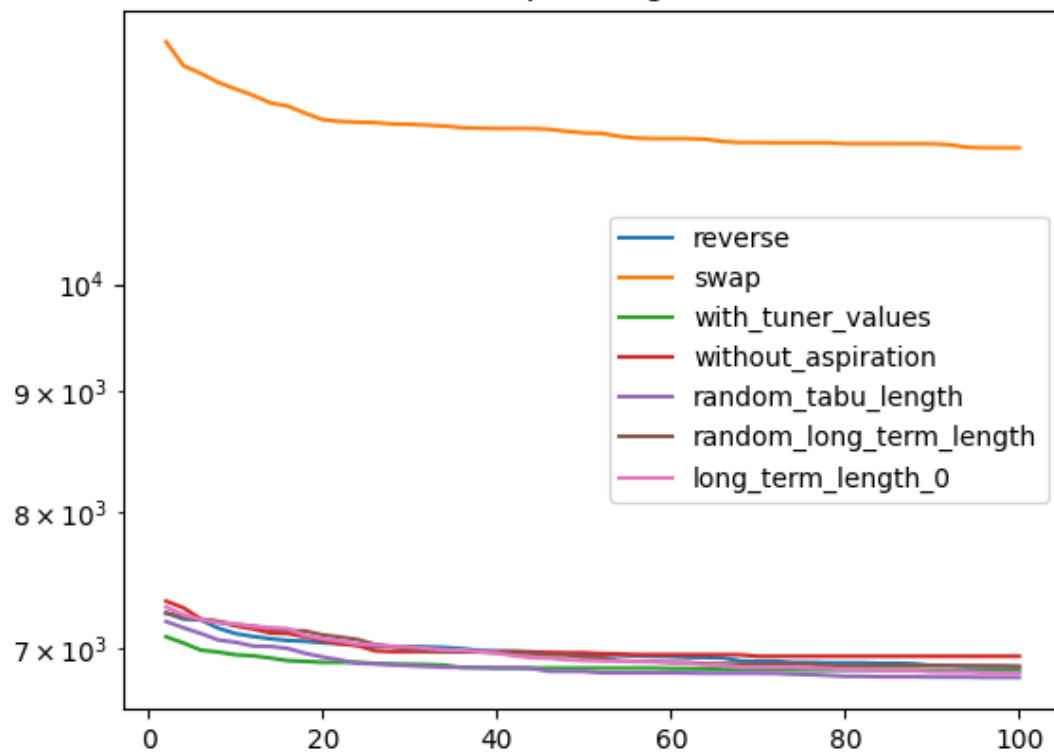
a280.tsp average values



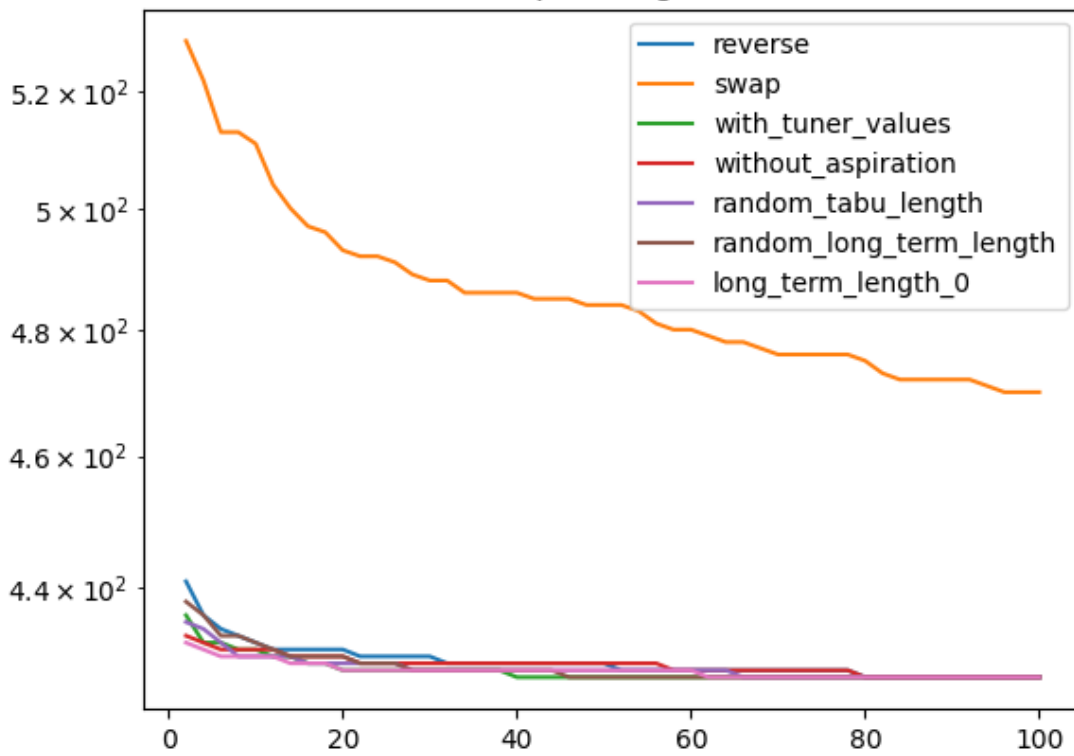
bier127.tsp average values



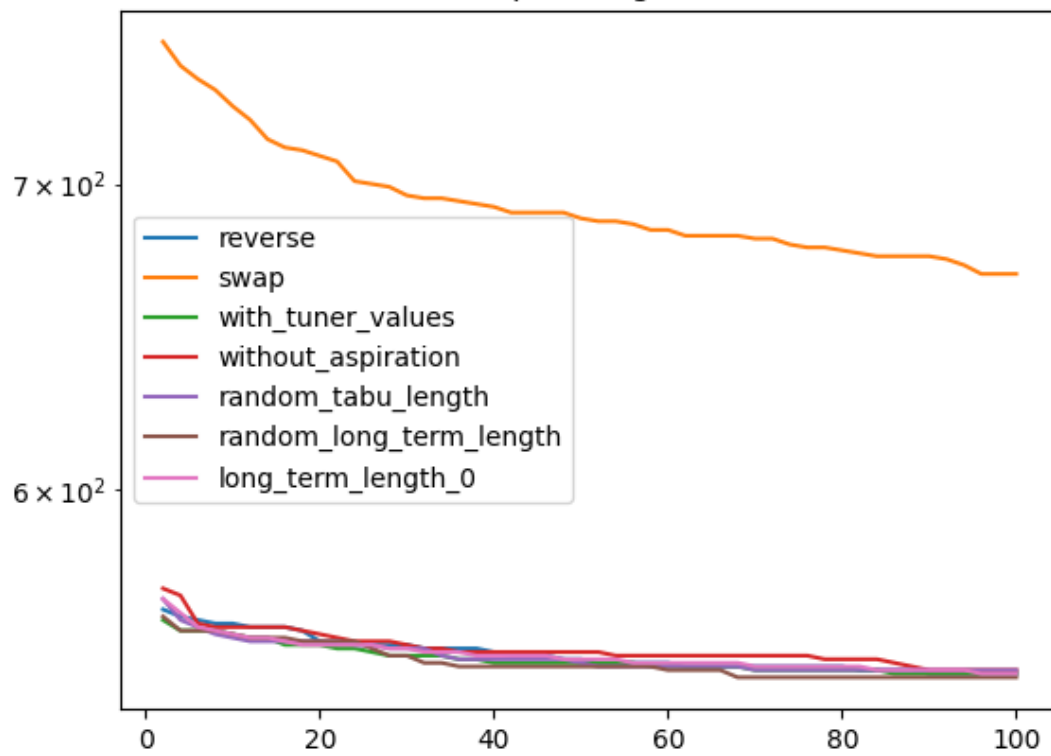
ch150.tsp average values



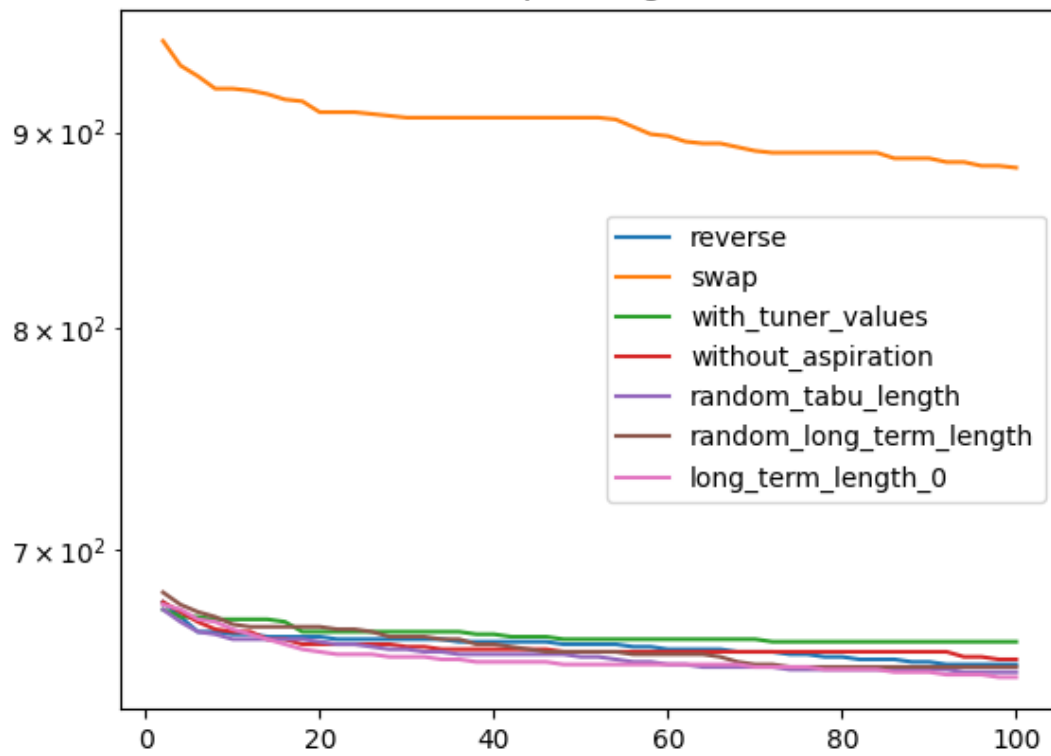
eil51.tsp average values



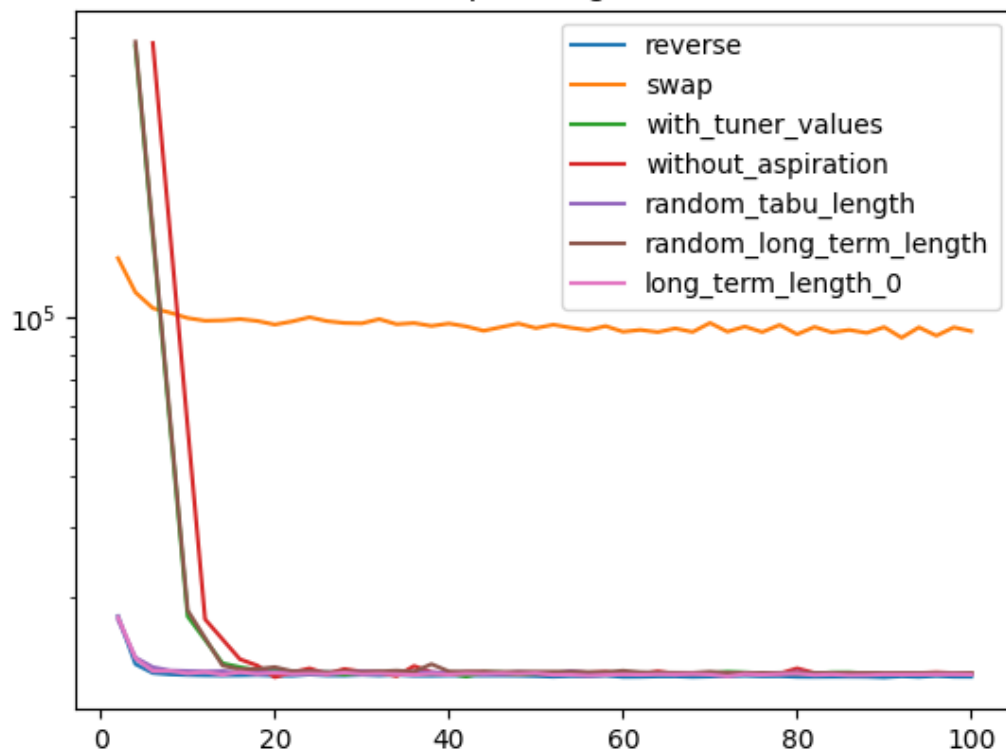
eil76.tsp average values



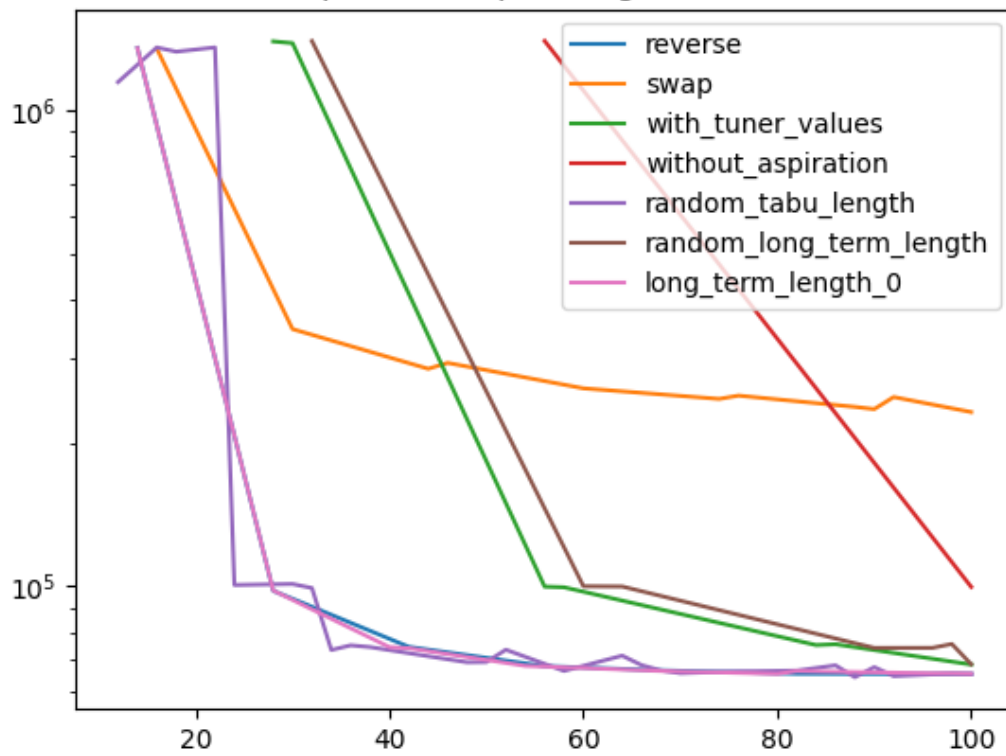
eil101.tsp average values



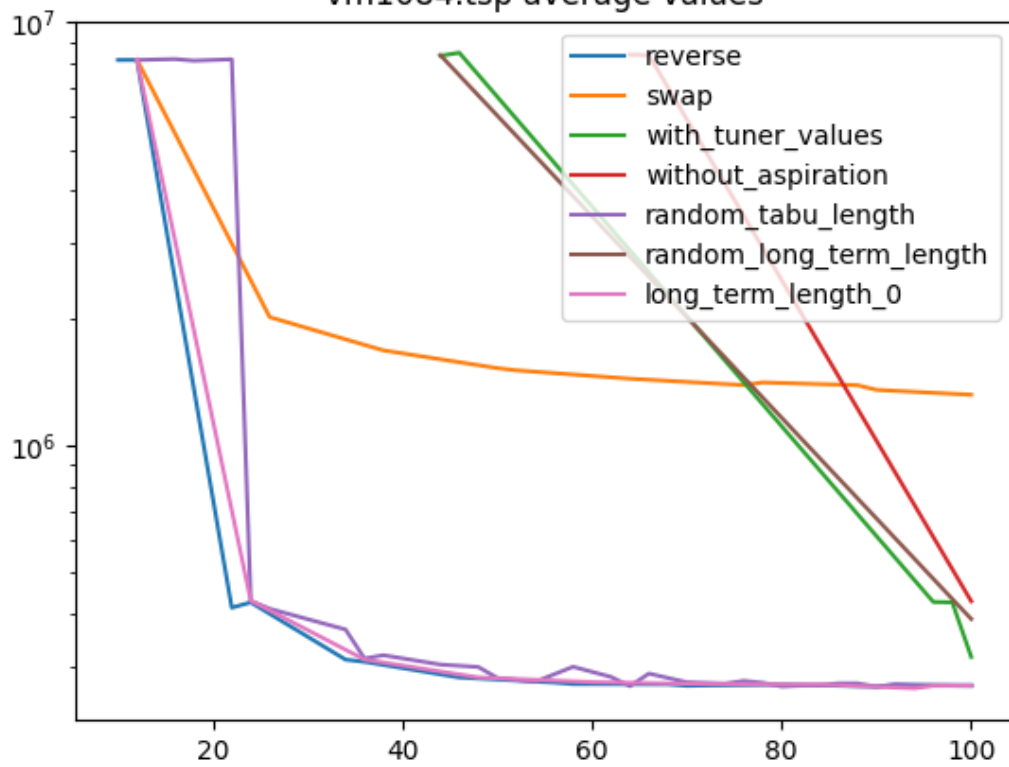
fl417.tsp average values



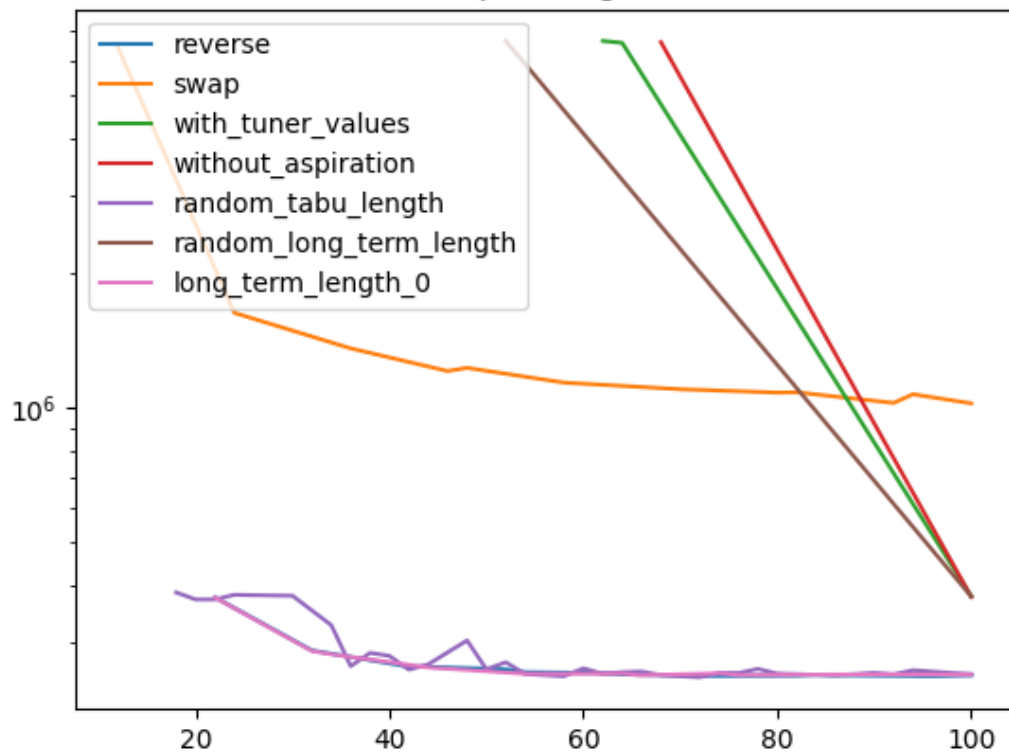
pcb1173.tsp average values



vm1084.tsp average values

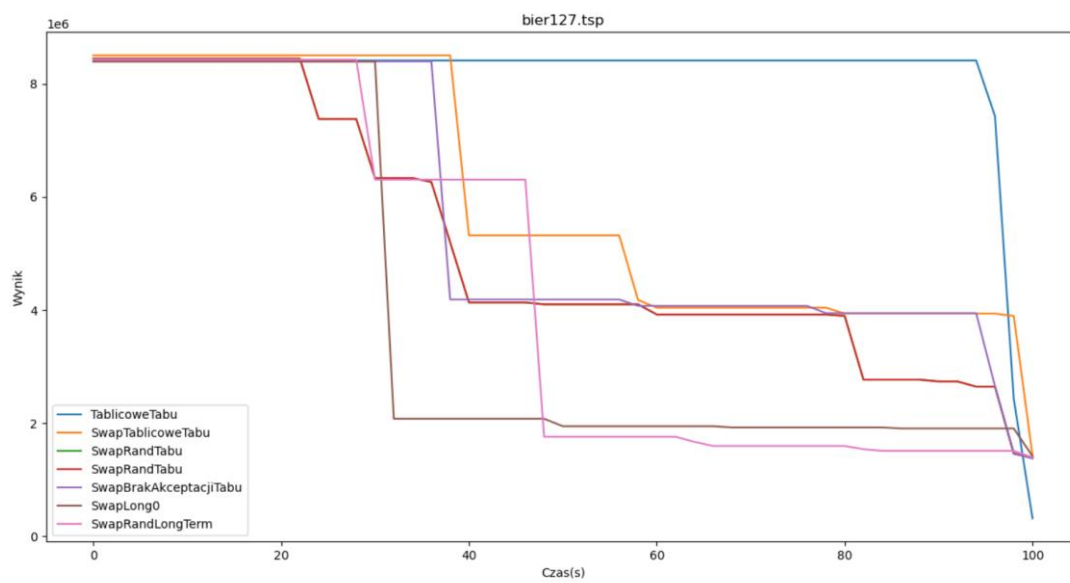
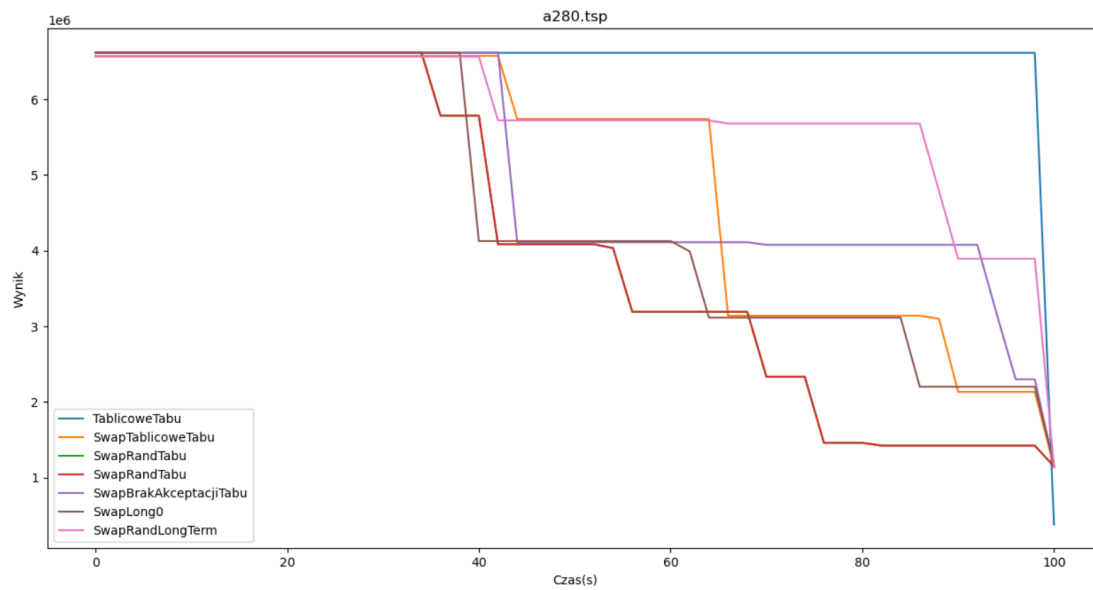


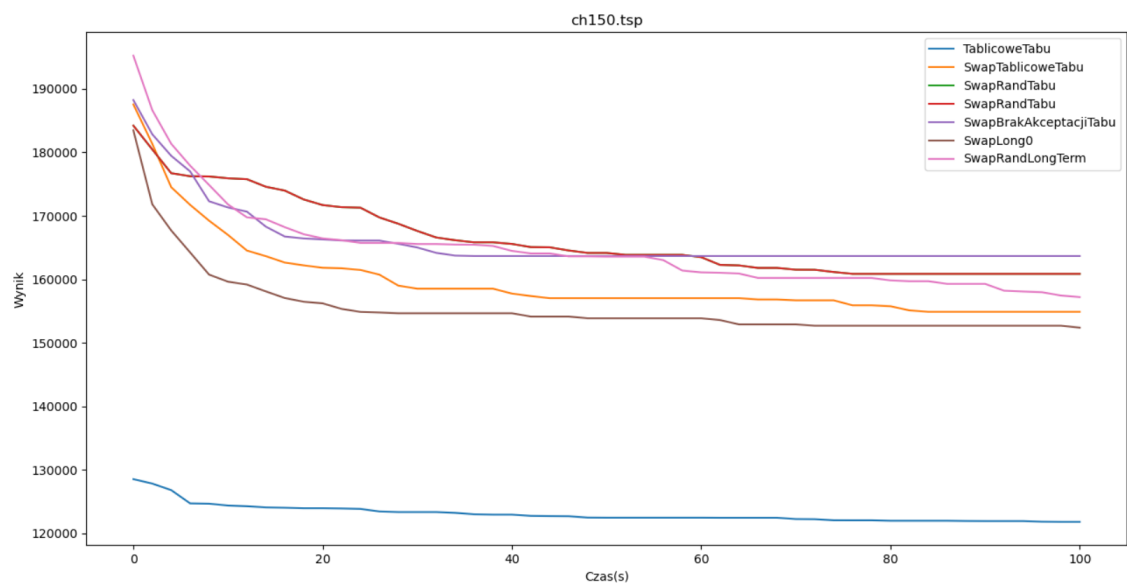
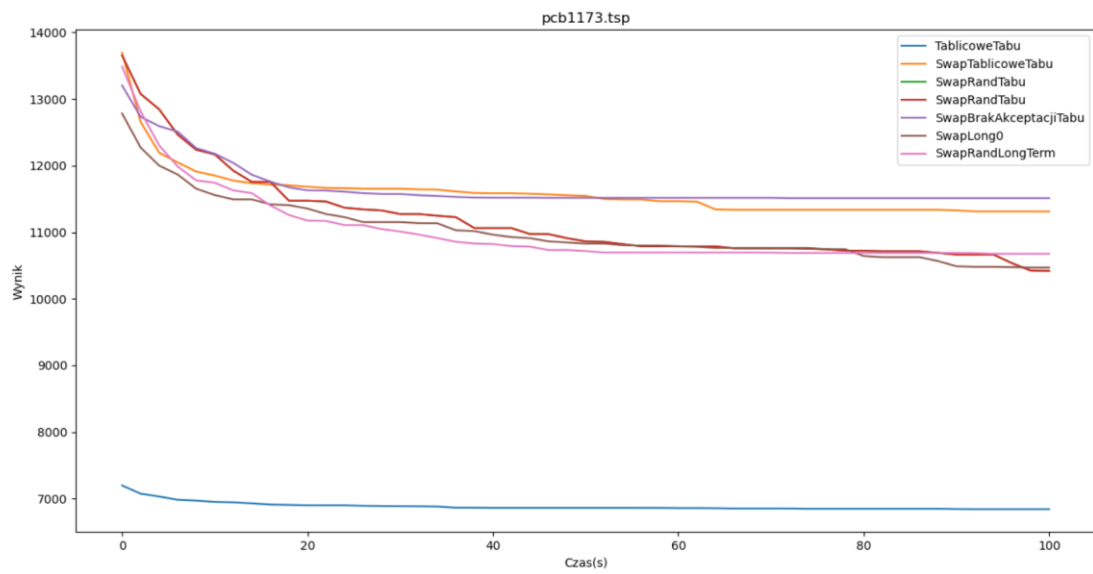
u1060.tsp average values

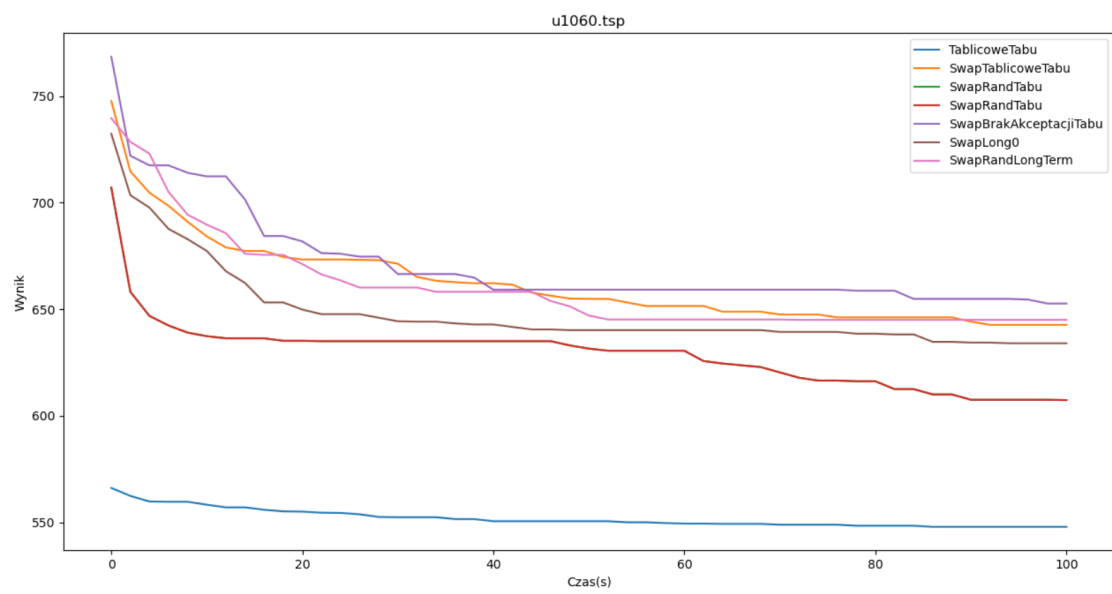
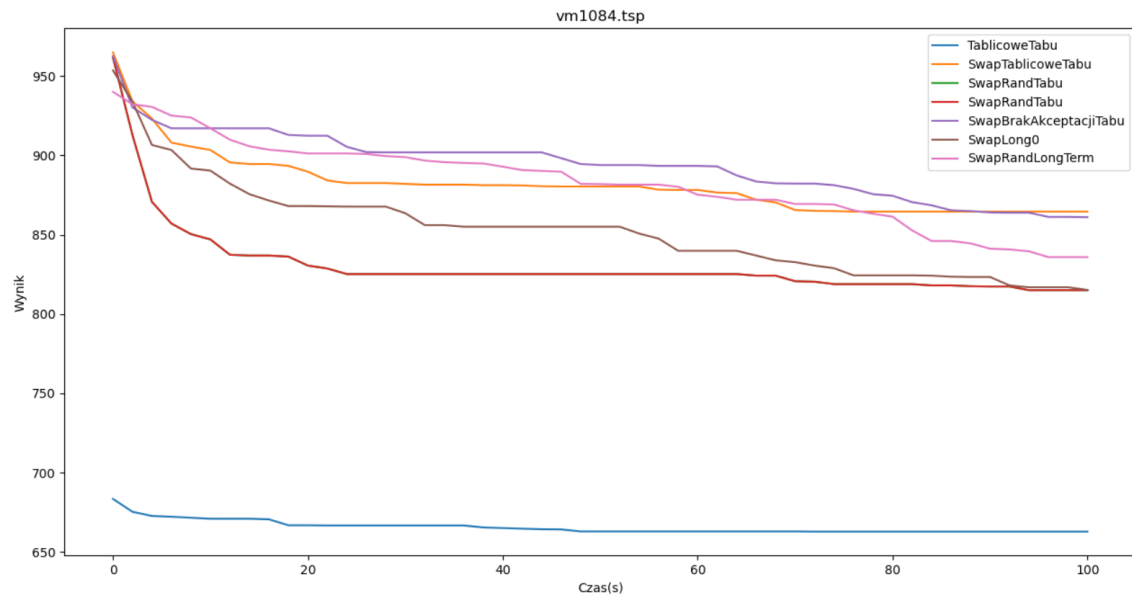


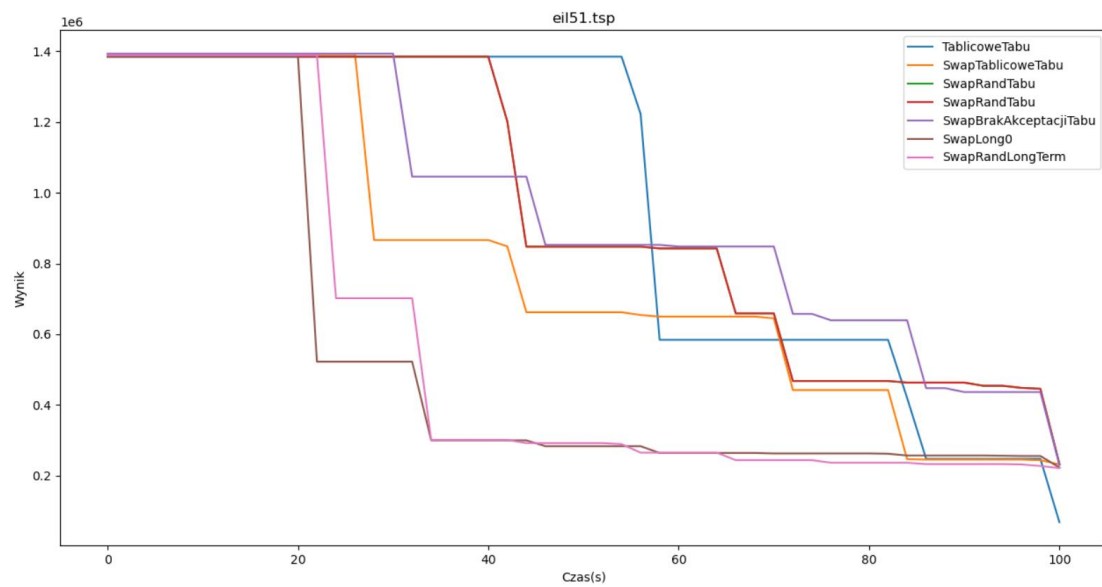
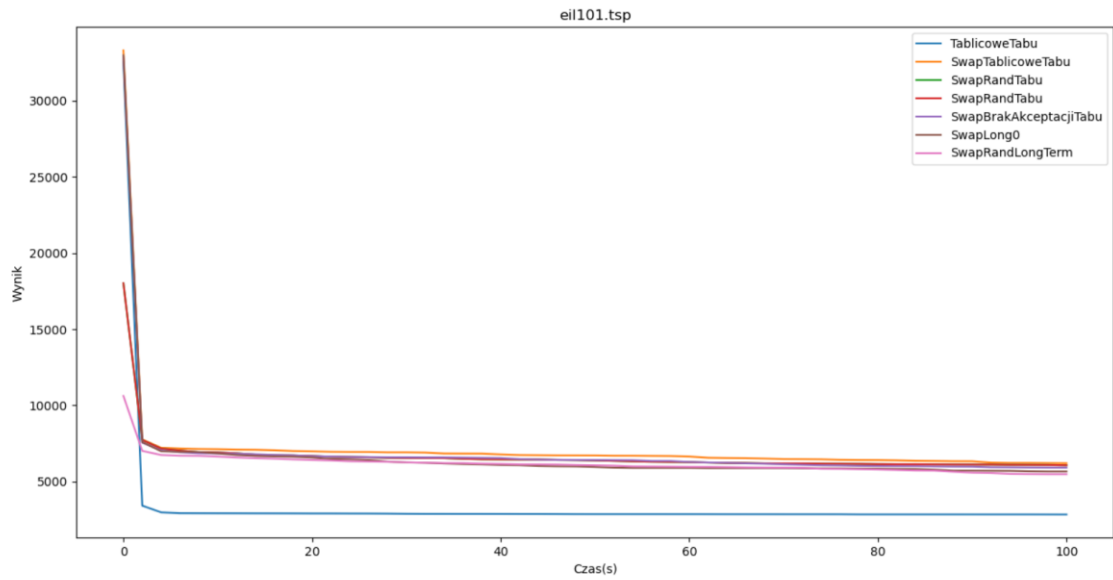


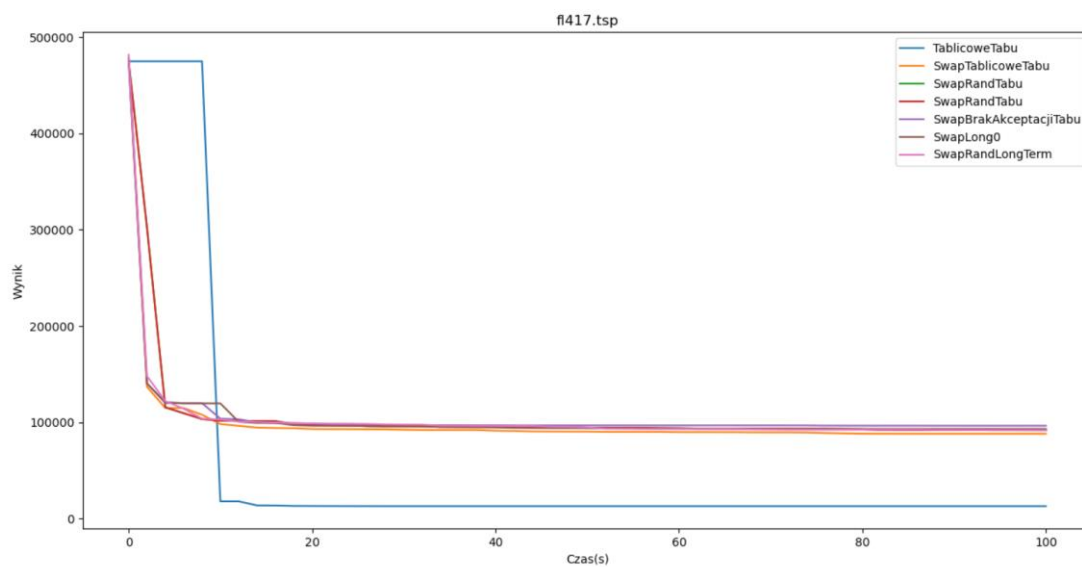
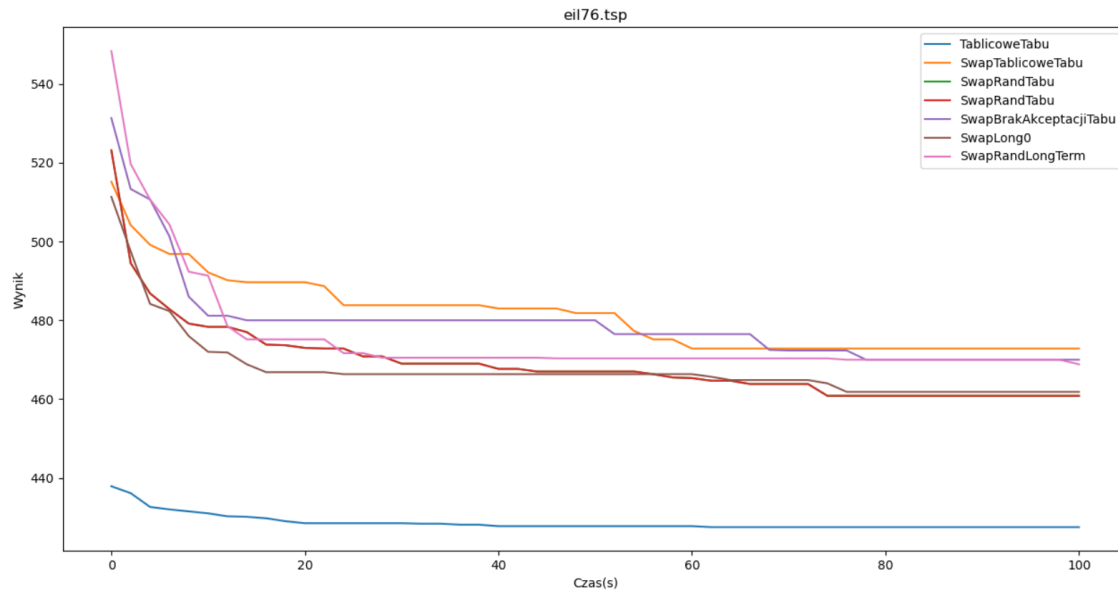
A teraz dla swapa(reverse dla porównania):



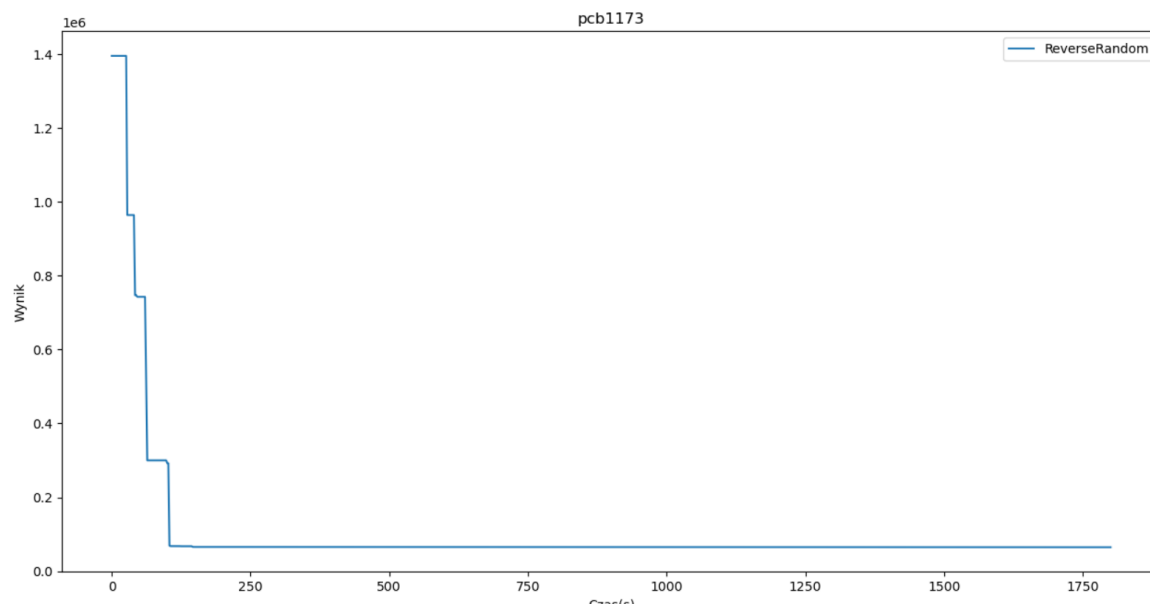




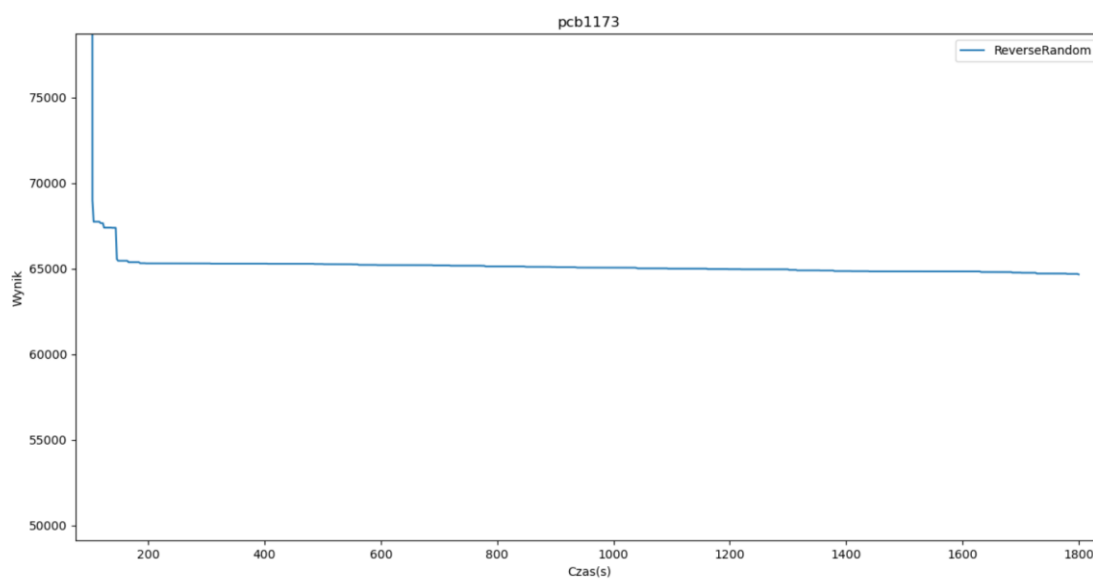




Nie trzeba być analitykiem, aby zauważyć, że swap ewidentnie odstaje od reszty wydajnością. Jednakże by mieć pewność, czy to nie wynik dosyć małej próbki czasowej, zwiększyliśmy odrobinę przedział. Daliśmy im po 30 minut na dużej instancji, przy okazji sprawdzając wpływ instancji początkowej na rezultat, oto wyniki (wykresy są średnią z 6 wyników) dla otoczenia reverse i rozwiązania początkowego kRandom:

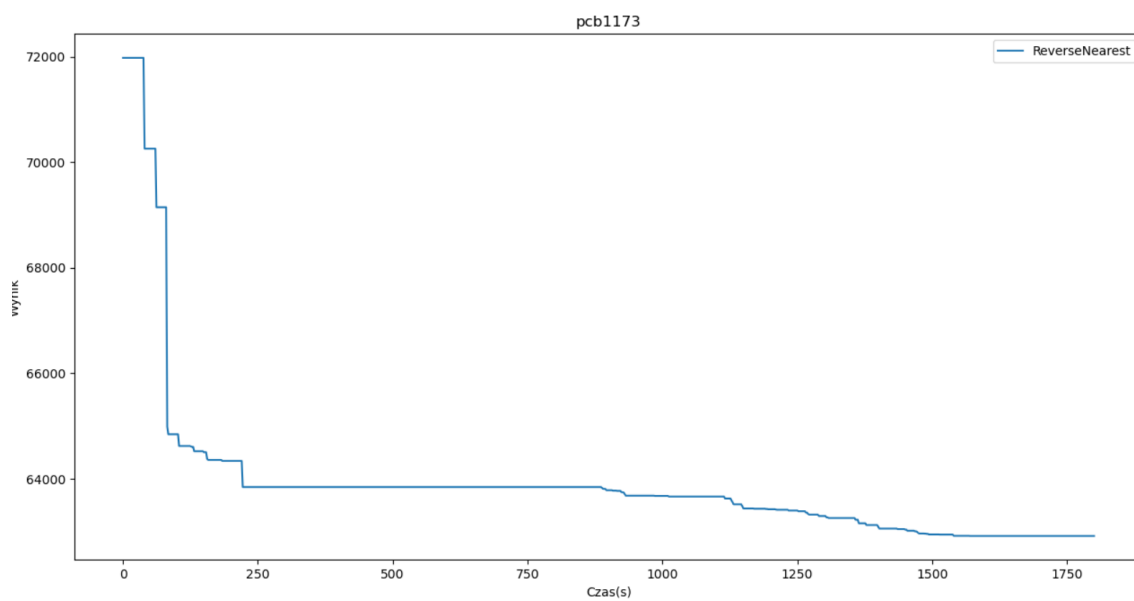


Blżej:

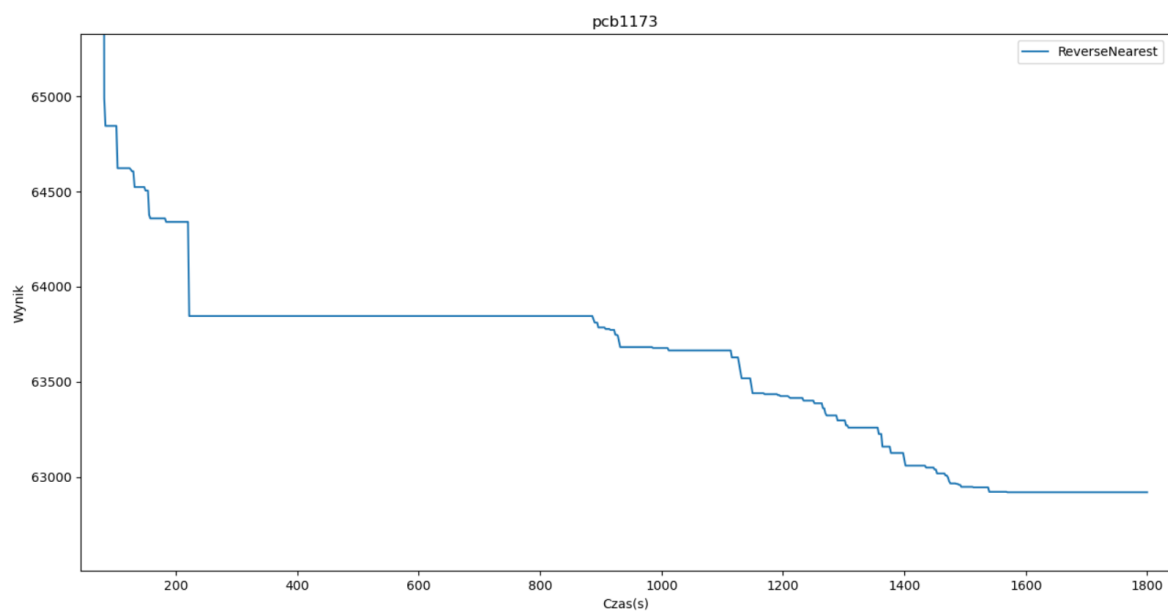


Widać, że poprawa jest delikatna, ale jest.

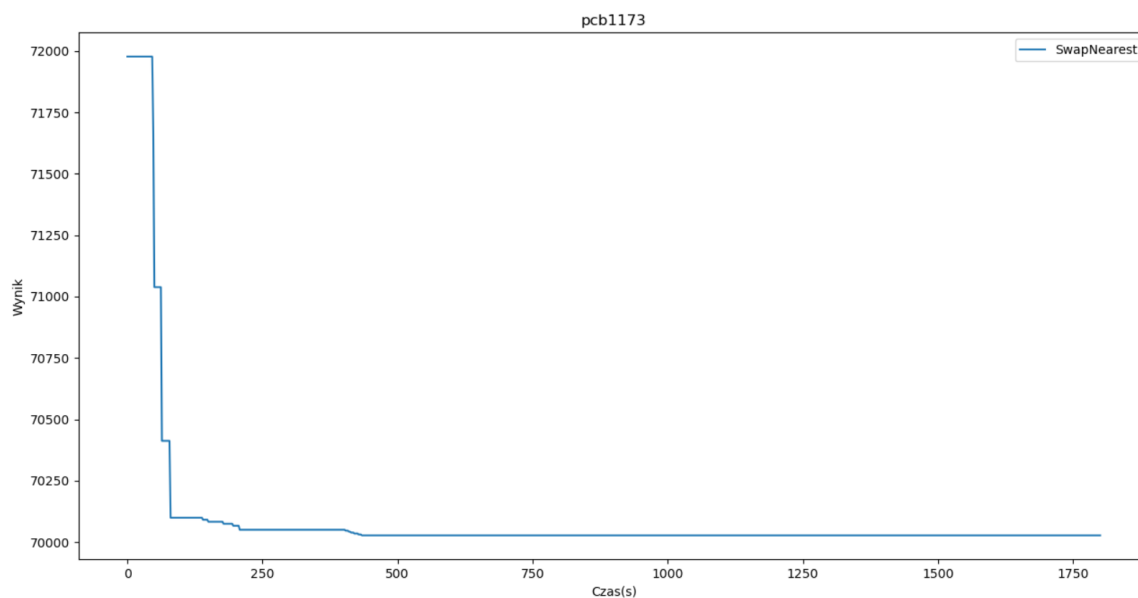
Dla rozwiązania początkowego z algorytmu najbliższego sąsiada:



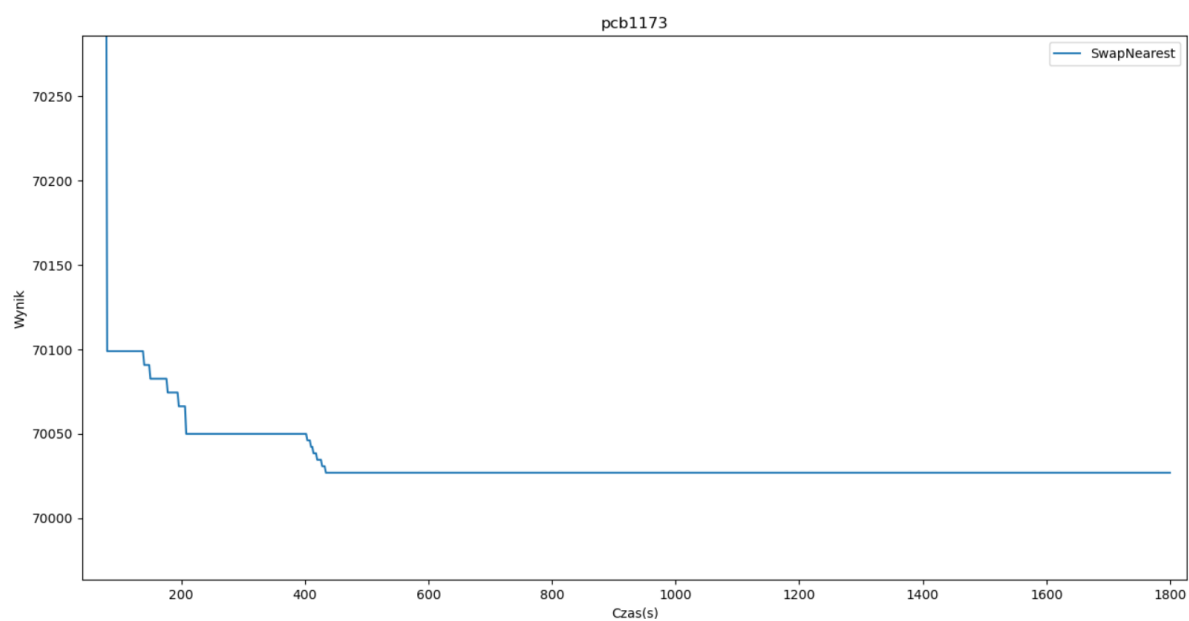
Blżej:



Dla otoczenia swap i rozwiązania początkowego z algorytmu najbliższego sąsiada:



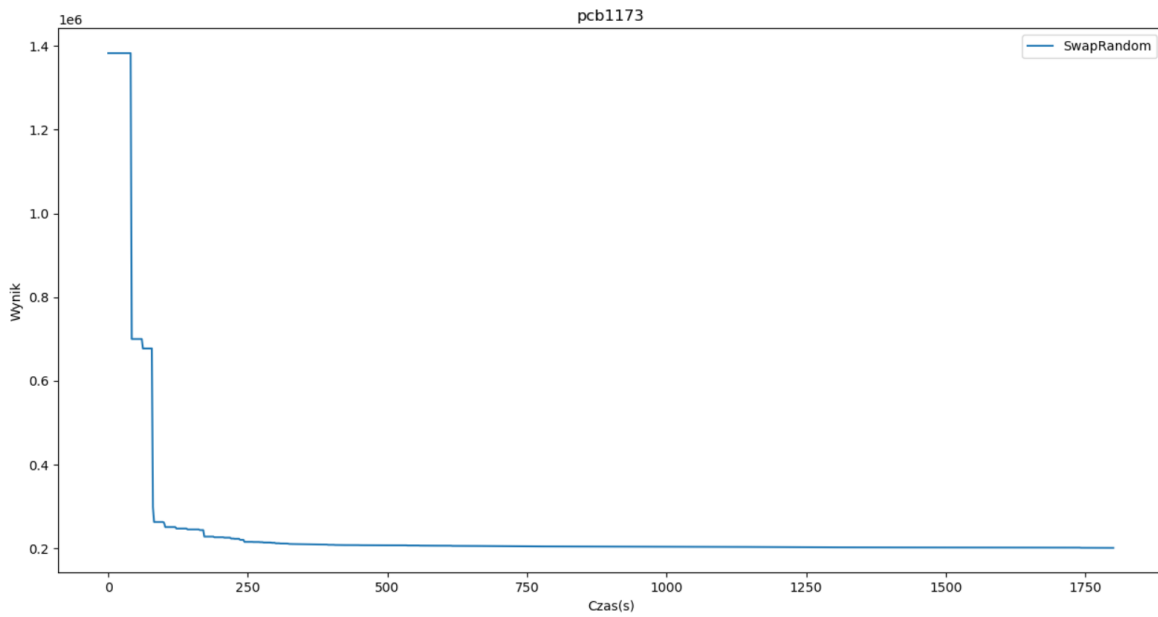
Bliżej:



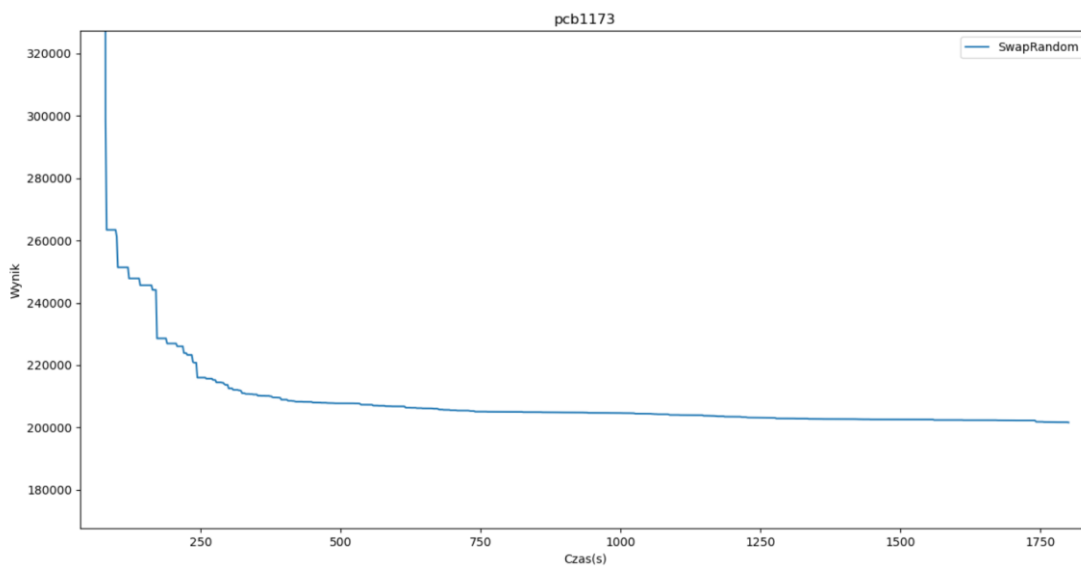
Tutaj niestety widzimy stagnację po niespełna 10 minutach.



Dla otoczenia swap i rozwiązania początkowego kRandom:



Blżej:



Tutaj nie widzimy stagnacji jak w poprzednim przypadku.

Tabela końcowa wyników(dla instancji pcb1173):

Metoda\Otoczenie	Reverse	Swap
kRandom	64689	201706
Nearest	62919	70027

Widzimy więc, że swap w perspektywie czasu nadal nie poradził sobie z rewersem. Można więc założyć, że nie jest to trend tylko dla małych przedziałów czasowych.

## Wielowątkowość:

Używaliśmy metody polegającej na uruchamianiu wielu tabu search, czyli odpalając 4 wątki, będziemy mieli 4 tabu search-e, a potem wybierzemy najlepsze rozwiązanie

Instancja: pla33810

Ilość wątków	Rezultat
1	9.341902489e9
2	9.331887144e9
4	9.330760222e9
8	9.329018503e9

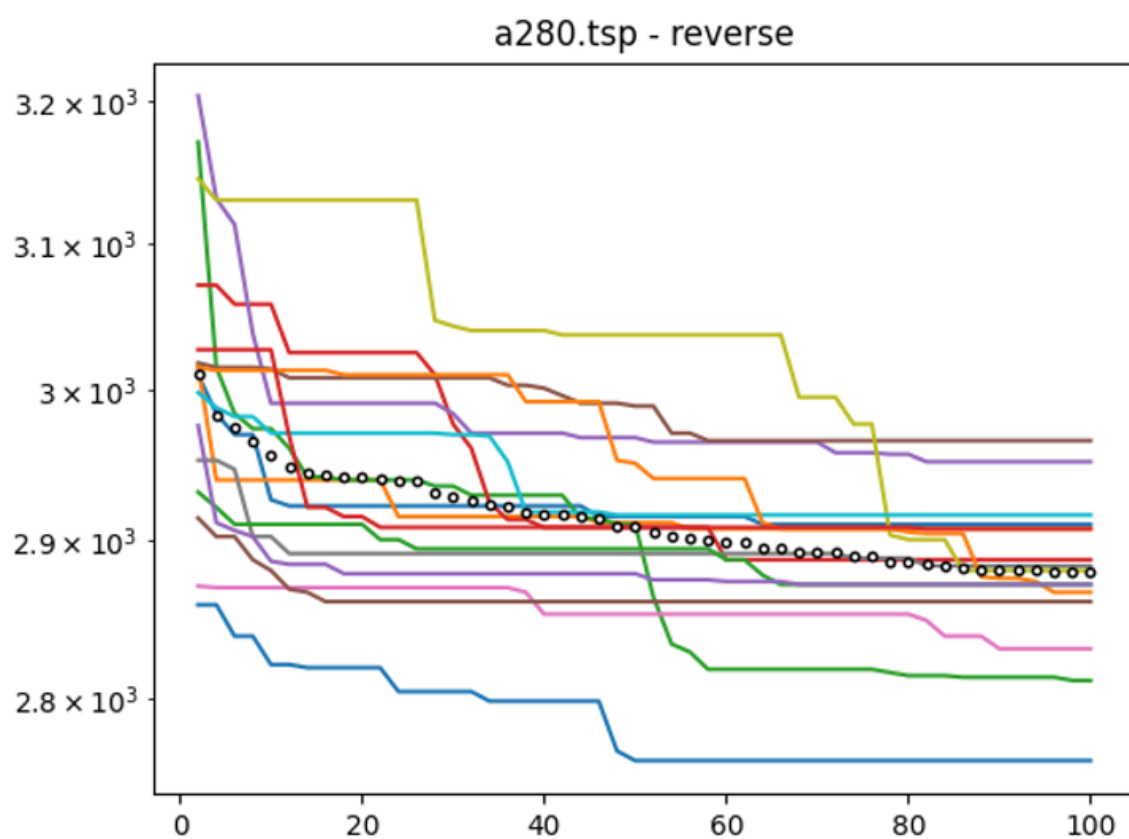
Instancja: a280

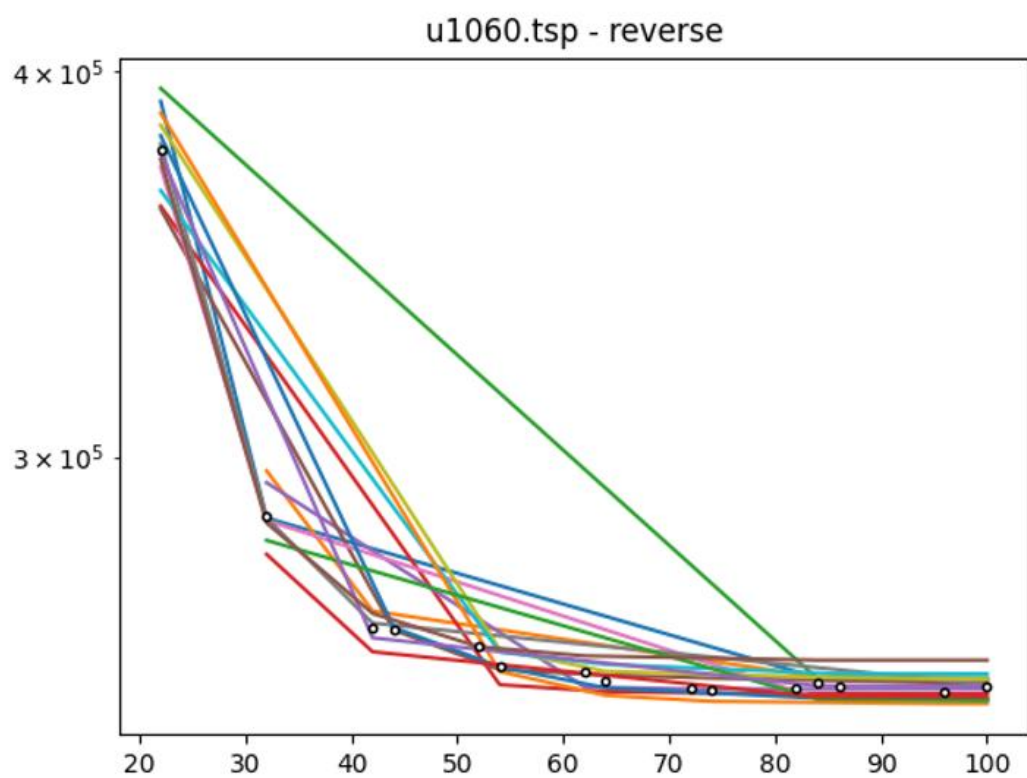
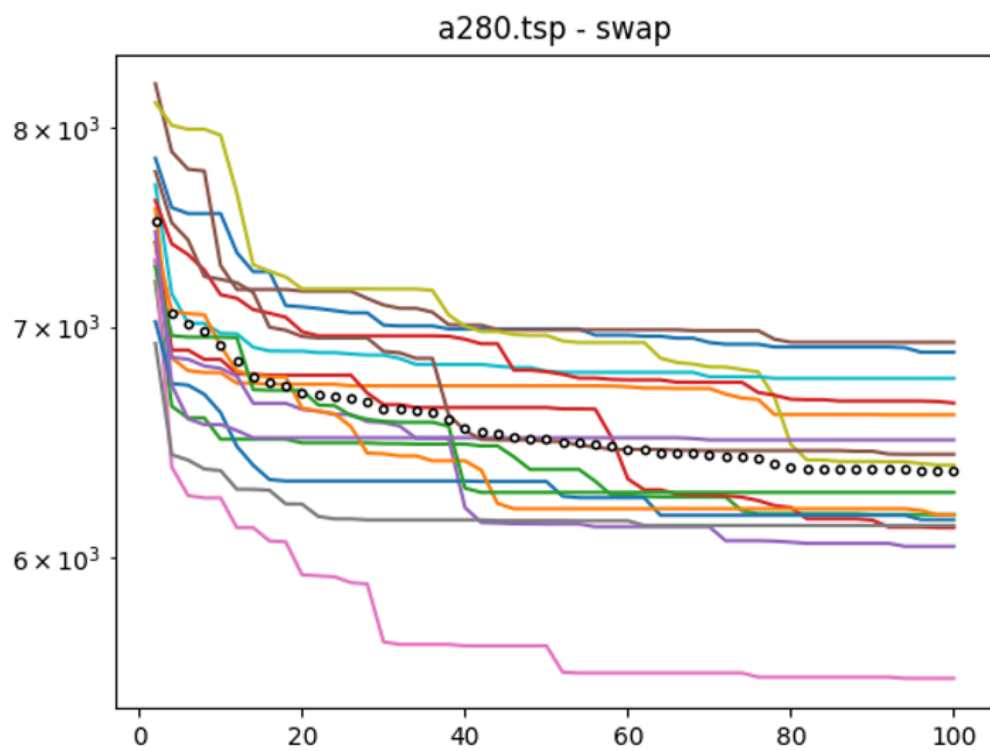
Ilość wątków	Rezultat
1	2699.0
2	2680.0
4	2690.0
8	2650.0

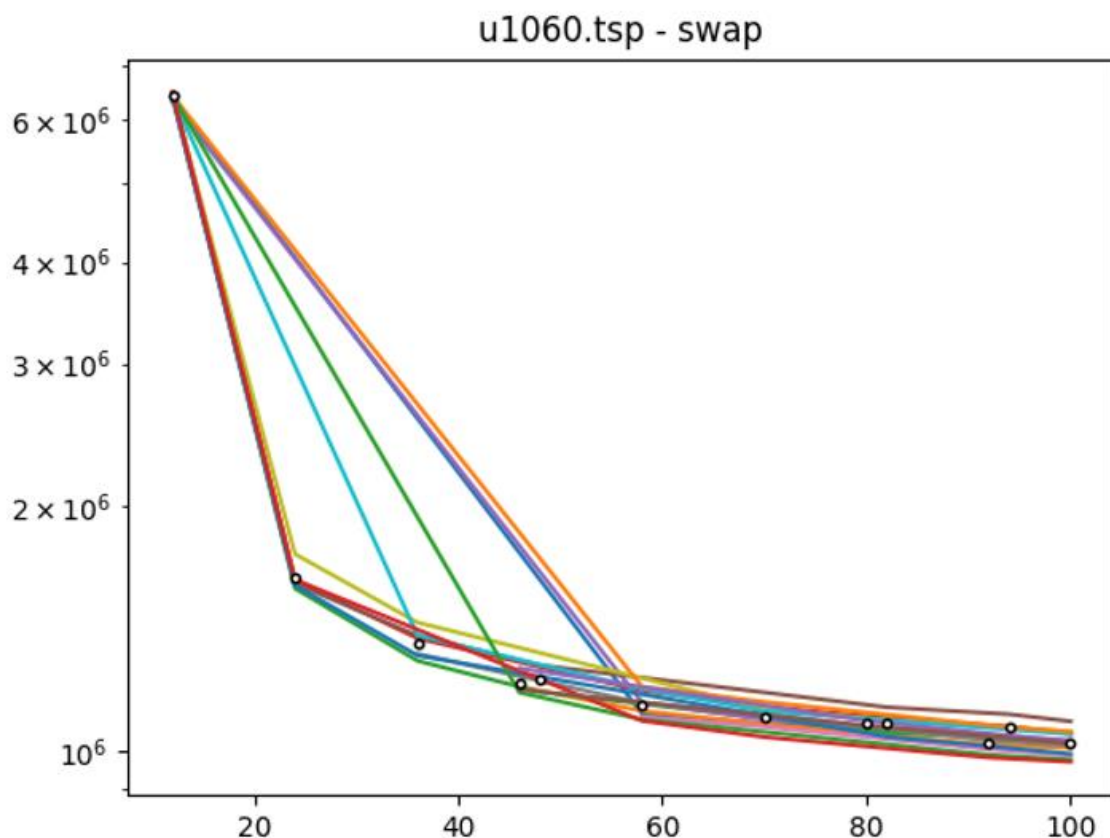
Instancja: pcb1173

Ilość wątków	Rezultat
1	64163.0
2	64158.0
4	64220.0
8	64094.0

Trzy próbki są reprezentatywne, gdyż pomiędzy instancjami różnice są tylko w rozmiarach i rozmieszczeniu punktów. Jest to sensowne założenie, gdyż żadne z algorytmów nie ma bezpośredniego powiązania między rozmiarem instancji, a ilością wątków. Przykładowe wykresy wielowątkowego poszukiwania najlepszego rozwiązania:







Ciekawą kwestią jest według mnie zbadanie, czy takie wielowątkowe wykorzystanie tabu searcha, jest „legalnie” lepsze od zwykłego tabu searcha. Zazwyczaj mając na myśli lepszy, chodzi nam o sytuację, w której jakiś algorytm daje lepszy wynik dla takich samych parametrów startowych (np. rozwiązania początkowego). Tutaj zwykły tabu search da taki sam wynik, jeżeli damy mu rozwiązanie, z którego startował najlepszy wątek. Czy w takiej sytuacji można mówić o wyższości jednego algorytmu nad drugim? Nie wiem, ale bardzo ciekawi mnie jak to w rzeczywistości wygląda.

#### 4. Wnioski:

Większość badanych przez nas wariantów dla tych otoczeń różni się nieznacznie od siebie. Wniosek jest taki, że lepiej nie używać swapa. Z przebadanych przez nas 12 wariantów, najciekawszym według mnie jest ten z tablicowymi wartościami. Warto było kilka godzin generować wyniki parameter tunera, by test Wilcoxon nie wykazał statystycznych różnic pomiędzy nim a połową wariantów.